ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: HUTNICTWO z. 23 Nr kol. 702

Tadeusz LAMBER
Jerzy OKRAJNI
Donat RENOWICZ

DOBÓR GEOMETRYCZNYCH CECH KONSTRUKCYJNYCH WALCÓW DRĄŻONYCH PRZEZNACZONYCH DO PRACY W WARUNKACH ODDZIAŁYWANIA ZMIENNYCH PÓL TEMPERATUR

Streszczenie: W pracy przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych pola temperatur i naprężeń termicznych w walcu drążonym w przypadku oddziaływania zmiennych pól temperatur. Na podstawie wyników analizy opracowano wskazówki doboru geometrycznych cech konstrukcyjnych tych elementów słuszne dla przyjętych warunków brzegowych.

WSTĘP

Proces projektowania materiałów będących układami materialnymi określonymi pod względem struktury wewnętrznej i zewnętrznej zawierać powinien zarówno elementy racjonalnego kształtowania własności tworzywa zdeterminowane strukturą wewnętrzną, jak również działania w kierunku optymalizacji cech geometrycznych. Zwrócenie uwagi na możliwość kształtowania struktury zewnętrznej uwarunkowanej założeniami eksploatacyjnymi oraz warunkami technologicznymi nabiera szczególnego znaczenia w przypadku oddziaływania zmieniających się w czasie temperatur. Wywołane bowiem nierównomiernym polem temperatur naprężenia termiczne w istotny sposób zależą od kształtu oraz wymiarów elementu.

Połączenie w tym wypadku żaroodporności i żarowytrzymałości tworzywa określonych daną strukturą wewnętrzną z racjonalnie ukształtowaną strukturą zewnętrzną powinno umożliwić polepszenie własności eksploatacyjnych konkretnego wytworu.

Przedstawione opracowanie wykazuje możliwość doboru cech geometrycznych rur grubościennych przeznaczonych do pracy w zmiennych polach temperatur. Podkreślono również istotne znaczenie wielkości naprężeń termicznych jako kryterium warunkującego dobór cech materiału.

ANALIZA POLA TEMPERATUR I NAPRĘŻEŃ

Rozważania przeprowadzono na przykładzie walca drążonego o średnicy wewnętrznej 2a. Przy założonej średnicy zewnętrznej walca równej 2b dokonano analizy wpływu wielkości otworu wewnętrznego na kształtowanie się pola naprężeń termicznych związanego z polem temperatur. W tym celu określono w sposób teoretyczny oraz obliczono numerycznie temperatury i naprężenia.

Funkcję T (r,t) opisującą pole temperatur otrzymano wychodząc ze znanego równania przewodnictwa cieplnego (1), przy założonych warunkach brzegowych (2). Tego typu warunki odpowiadają symetrycznym zmianom temperatury na powierzchni zewnętrznej oraz powierzchni otworu. Temperatura na obu powierzchniach dana jest za pomocą funkcji f(t). Warunek początkowy w postaci zależności (3) zakłada w chwili początkowej rozkład temperatur na przekroju w postaci funkcji F(r).

Równanie przewodnictwa cieplnego ma postać:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{1}$$

WB:

$$\begin{cases} T\ (a,t) = f(t) \\ T\ (b,t) = f(t) \end{cases} \tag{2}$$

WP:

$$T(r,0) = F(r) \tag{3}$$

gdzie:

T - temperatura,
t - czas,
α - współczynnik przewodnictwa temperaturowego,
r - współrzędna.

Rozwiązanie równania (1) przy założonych warunkach brzegowych (2) omówione zostało między innymi w monografiach [1], [2] oraz pozycjach [3], [4]. W dalszej części pracy szczegółowe przekształcenia zostały pominięte.

Funkcję opisującą pole temperatur przedstawia zależność (4).

$$T(r,t) = f(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\int_a^b \left[F(r)-f(o)\right] r.Z_o(q_n r)dr}{\left[b\ Z_1(q_n b)\right]^2 - \left[aZ_1(q_n a)\right]^2} \cdot e^{-q_n^2 \alpha t} \cdot Z_o(q_n r) -$$

$$- \frac{2\int_0^t e^{q_n^2 \alpha t} \cdot f'(t)dt . e^{-q_n^2 \alpha t} \cdot \int_a^b r\ Z_o(q_n r)dr}{\left[bZ_1(q_n b)\right]^2 - \left[a\ Z_1(q_n a)\right]^2}\ Z_o(q_n r), \tag{4}$$

gdzie:

$$Z_o(q_n r) = \frac{J_o(q_n r)}{J_o(q_n a)} - \frac{Y_o(q_n r)}{Y_o(q_n a)}$$

$$Z_1(q_n r) = \frac{J_1(q_n r)}{J_o(q_n a)} - \frac{Y_1(q_n r)}{Y_o(q_n a)}$$

J_o - funkcja Bessela rzędu 0, pierwszego rodzaju,
Y_o - funkcja Bessela rzędu 0, drugiego rodzaju,
J_1 - funkcja Bessela rzędu pierwszego, rodzaju pierwszego,
Y_1 - funkcja Bessela rzędu pierwszego, rodzaju drugiego,
q_n - ciąg wartości własnych funkcji $Z_o(q_n b) = 0$.

Funkcją $T(r,t)$ posłużono się przy określaniu naprężeń termicznych. W tym celu zapisano ją w postaci:

$$T(r,t) = f(t) + \sum_{n=1}^{\infty} N_n(t) Z_o(q_n r) \tag{5}$$

Naprężenia termiczne w zakresie sprężystym dla quasi- stacjonarnego pola temperatur [5], [6], [7] wyrażają się wzorami:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\vartheta}\frac{1}{r^2}\sum_{n=1}^{\infty} N_n(t)\left\{\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}\frac{1}{q_n}\left[bZ_1(q_n b) - aZ_1(q_n a)\right] - \frac{1}{q_n}\left[rZ_1(q_n r) - aZ_1(q_n a)\right]\right\} \tag{6}$$

$$\sigma_\varphi = \frac{\beta E}{1-\vartheta}\frac{1}{r^2}\sum_{n=1}^{\infty} N_n(t)\left\{\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}\frac{1}{q_n}\left[bZ_1(q_n b) - aZ_1(q_n a)\right] + \frac{1}{q_n}\left[rZ_1(q_n r) - aZ_1(q_n a)\right] - r^2 Z_o(q_n r)\right\} \tag{7}$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\vartheta}\sum_{n=1}^{\infty} N_n(t)\left\{\frac{2}{b^2-a^2}\frac{1}{q_n}\left[bZ_1(q_n b) - aZ_1(q_n a)\right] - Z_o(q_n r)\right\} \tag{8}$$

β - współczynnik liniowej rozszerzalności termicznej,
E - moduł sprężystości podłużnej,
ϑ - liczba Poissona.

OBLICZENIA NUMERYCZNE TEMPERATUR I NAPRĘŻEŃ TERMICZNYCH ORAZ ANALIZA WYNIKÓW

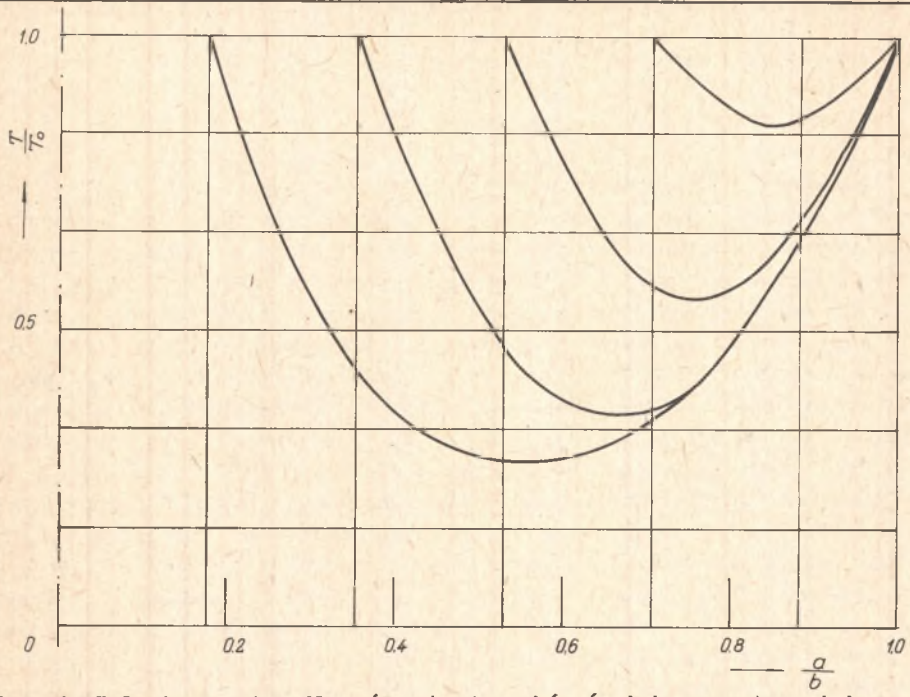
Dysponując rozwiązaniami teoretycznymi, na podstawie których określono funkcje reprezentujące temperaturę oraz naprężenia można przeprowadzić szerszą analizę celowości stosowania elementów walcowych z osiowym otworem ze względu na przydatność do pracy w zmieniających się polach temperatur. Realna także staje się możliwość doboru średnicy otworu, która zapewniłaby najkorzystniejsze warunki eksploatacji. Wiąże się to z uwzględnieniem także naprężeń od obciążeń zewnętrznych, istotne są również koszty wykonania i materiałochłonność. Rozważenie w sposób kompleksowy wszystkich czynników stanowić będzie o poprawności przyjęcia kryterium doboru geometrycznych cech konstrukcyjnych. Należy jednakże zwrócić uwagę na fakt, że kryterium takie może odnosić się jedynie do danych warunków pracy i można je różnie sformułować zależnie od hierarchii ważności wymienionych czynników.

Przyjęcie za kryterium wielkości naprężeń termicznych przy pominięciu innych oddziaływań determinujących niszczenie jest poprawne dla elementów o dużych wymiarach, gdy temperatura zmienia się w sposób gwałtowny na ich powierzchni. Takie założenie stanowiło podstawę przeprowadzonych rozważań.

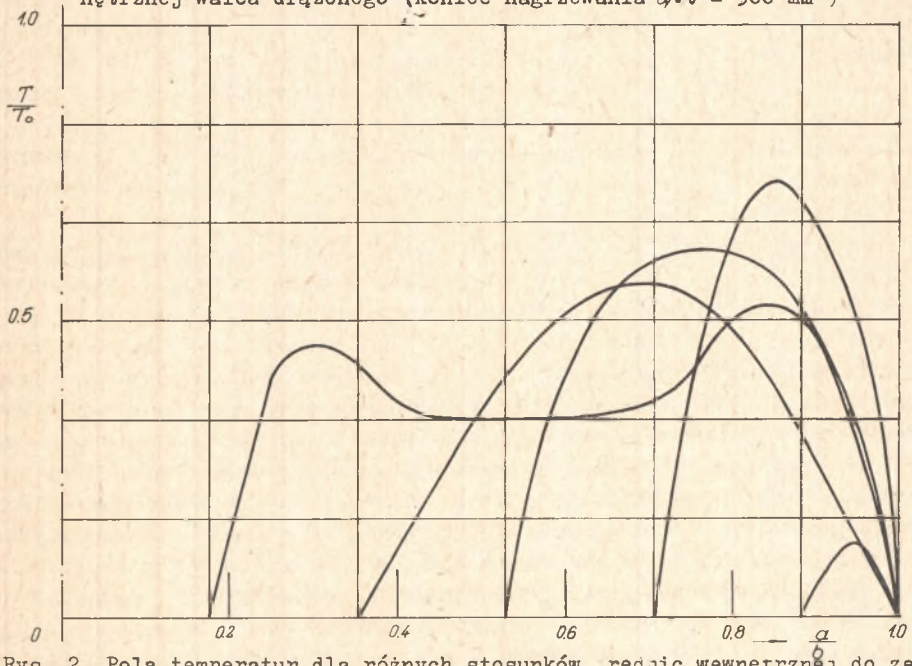
Dla przyjętej przykładowo średnicy zewnętrznej 2b = 340 mm przeprowadzono obliczenia numeryczne temperatur i naprężeń. Założono niezależny od temperatury współczynnik przewodnictwa temperaturowego, co pozwala przyjąć, że czas reprezentowany jest iloczynem $\alpha \cdot t$. Wykonano obliczenia dla cyklu cieplnego składającego się z okresu nagrzewania, którego koniec wyznacza $\alpha \cdot t = 500\ mm^2$ oraz chłodzenia do momentu wyrównania temperatury na przekroju walca. Zarówno przy nagrzewaniu, jak i chłodzeniu założono skok temperatury na powierzchni otworu i powierzchni zewnętrznej o tę samą wartość temperatury $-T_o$. Założenia te nakazują w przypadku rozpatrywania chłodzenia przyjąć w chwili początkowej na przekroju walca rozkład temperatur F(r) wyznaczony dla nagrzewania przy $\alpha \cdot t = 500\ mm^2$. Wykonane obliczenia temperatur ilustrują rys. 1 i 2.

Dla kilku chwil czasowych wykonano obliczenia naprężeń termicznych na powierzchni zewnętrznej walca. Przyjęto, że ta właśnie powierzchnia ma najbardziej niekorzystne warunki pracy. W elementach maszyn wiąże się to zarówno z wielkością naprężeń termicznych, jak również z działaniem szeregu innych czynników. Zależnie od warunków pracy może to być zewnętrzne obciążenie mechaniczne np. w postaci nacisków, ścieranie, korozyjne oddziaływanie ośrodka połączone z występowaniem wysokich temperatur. Wytężenie materiału na omawianej powierzchni opisano za pomocą hipotezy Hubera, która dla naprężeń na powierzchniach walcowych przyjmuje postać:

$$\sigma_{red} = -\sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_z^2 - \sigma_\varphi \cdot \sigma_z} \qquad (9)$$



Rys. 1. Pola temperatur dla różnych stosunków średnic wewnętrznej do zewnętrznej walca drążonego (koniec nagrzewania $\alpha \cdot t$ = 500 mm^2)

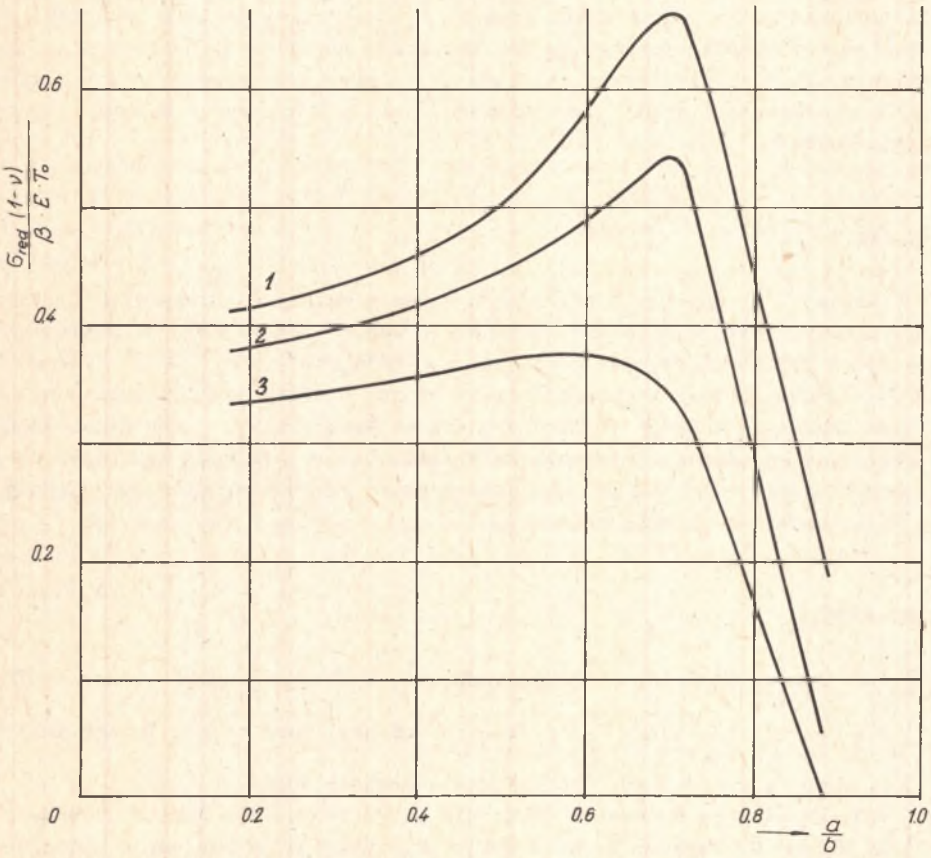


Rys. 2. Pola temperatur dla różnych stosunków rednic wewnętrznej do zewnętrznej walca drążonego (chłodzenie $\alpha \cdot t$ = 110 mm^2)

Po podstawieniu wartości σ_φ, σ_z (wzory (7) i (8)) dla r = b i r = a

$$\sigma_{red} = \sigma_\varphi = \sigma_z$$

Jak widać z wyżej wyprowadzonych zależności naprężenia zastępcze na powierzchniach zewnętrznych walca są jednakowe. Wartości tych naprężeń w zależności od stosunku średnicy otworu wewnętrznego do średnicy zewnętrznej przedstawiono na rys. 3. Krzywe na wykresie odpowiadają zależnościom dla wybranych trzech chwil czasowych określonych iloczynem współczynnika przewodnictwa temperaturowego i czasu $\alpha \cdot t$. Dla stali niskostopowej krzywe te odpowiadają czasom 5, 10 i 20 s. Dla pierwszych dwóch chwil na wykresie występują wyraźne ekstrema funkcji dla średnic otworów odpowiadających ok. 70% średnicy zewnętrznej walca. Dla pierwszej krzywej wytężenie na powierzchni walca dla stosunku średnic a/b = 0,7 jest około 50% większe aniżeli dla wartości a/b = 0,2. Jak widać dla chwil czasowych bardzo krótkich, odpowiadających maksymalnemu gradientowi temperatur na przekroju walca, zakres średnic odpowiadający stosunkom $0,6 < a/b < 0,8$ jest szczególnie niebezpieczny. Wskazuje to na celowość stosowania drążonych elementów walcowych o wymiarach leżących poza przedziałem wyraźnego ekstremum. Należy także zwrócić uwagę na możliwość wykonania elementów o dwóch różnych średnicach otworów przy zachowaniu warunku tego samego wytężenia. Powstaje zatem problem, który z nich będzie posiadał cechy geometryczne bardziej odpowiednie ze względu na jego praktyczne zastosowanie w warunkach określonych pracą danego urządzenia. Wybór ten będzie zależał od wielu czynników i w zależności od nich można określić kryteria doboru właściwego stosunku a/b. Przy założeniu, że czynnikiem determinującym cechy konstrukcyjne są wyłącznie naprężenia termiczne, pole optymalnych średnic określonych stosunkiem a/b leży po prawej stronie ekstremum krzywych $\sigma_{red} = f(a/b)$, co jest związane ze spełnieniem warunku $a/b > 0,7$. Górną granicę tego stosunku limitować będą takie czynniki, jak: warunki montażowe, oddziaływanie środowiska, w którym dany element pracuje, żaroodporność tworzywa itp. Dobieranie większych stosunków średnic ($a/b > 0,7$) wiąże się także bezpośrednio z takimi czynnikami kryterialnymi jak materiałochłonność i energochłonność. Kryterium najmniejszych naprężeń termicznych w wielu jednak wypadkach nie może stanowić podstawy doboru cech geometrycznych danego elementu i nie może być rozpatrywane w oderwaniu od takich czynników, jak sztywność przekroju i wytrzymałość mechaniczna materiału. Najczęściej bowiem w praktyce elementy pracujące w temperaturach podwyższonych lub zmieniających się okresowo doznają także obciążeń mechanicznych. Prowadzi to do stosowania elementów o zwiększonej grubości ścianek. Uwzględniając ten fakt przy doborze cech geometrycznych walca drążonego zakres średnic powinien spełniać warunek $a/b < 0,7$. Dolną wartość graniczną tego stosunku określać będą wyżej wymienione kryteria materiało- i energochłonności. Mając na uwadze wytężenie materiału nasuwa się wniosek,



Rys. 3. Naprężenia zastępcze na powierzchni zewnętrznej walca drążonego dla różnych stosunków średnic wewnętrznej do zewnętrznej i różnych chwil czasowych (chłodzenie)

$1 - \alpha \cdot t = 55\ mm^2$, $2 - \alpha \cdot t = 110\ mm^2$, $3 - \alpha \cdot t = 220\ mm^2$

że szerokość przedziału niebezpiecznego stosunków a/b w sposób istotny zależeć będzie od naprężeń dopuszczalnych dla danego materiału. Przykładowo, im mniejsze będą naprężenia dopuszczalne, tym większy będzie przedział niebezpieczny. Wynika to z kształtu krzywych przedstawionych na rys. 3. Dla niższych wartości naprężeń dopuszczalnych przedział niebezpieczny, w którym naprężenia termiczne będą przekraczały naprężenia dopuszczalne będzie większy. Stwierdzenia powyższe odnoszą się jedynie do cyklu cieplnego omówionego w opracowaniu. Uogólnienie tego typu wniosków musiałoby być poparte dalszą analizą z uwzględnieniem różnych warunków brzegowych i różnych parametrów okresu nagrzewania i chłodzenia.

W przypadku cyklicznych zmian temperatury naprężenia termiczne należałoby rozpatrywać w pełnym cyklu grzania i chłodzenia. Możliwe jest bowiem określenie w sposób teoretyczny jak zmieniają się w czasie naprężenia na powierzchni. Parametry cyklu naprężeń określone takim sposobem przy porównaniu z parametrami cyklu zmęczeniowego mogłyby decydować o doborze cech geometrycznych.

WNIOSKI

1. W walcach drążonych dla przyjętych w pracy warunków brzegowych i początkowych istnieje zakres stosunków średnic wewnętrznej do zewnętrznej, w którym naprężenia termiczne osiągają ekstremum.
2. Uwzględniając jedynie naprężenia termiczne możliwe jest wykonanie walców drążonych o dwóch różnych średnicach wewnętrznych przy zachowaniu warunku tego samego wytężenia materiału. Dobór jednego z wariantów zależeć będzie od warunków eksploatacyjnych urządzenia, którego częścią jest rozważany element walcowy.

LITERATURA

[1] A.W. Łykow: Tieorija tiepłoprowodnosti, Wysszaja szkoła, Moskwa 1967, s. 319-320.

[2] M.N. Özisik: Boundary Value Problems of Heat Conduction, Intern.Textbook Comp. Scranton 1968, s. 155-158.

[3] P. Moon, D.E. Spencer: Teoria pola. Warszawa 1966.

[4] N.W. Mclachlen: Funkcje Bessela dla inżynierów, PWN, Warszawa 1964.

[5] E. Melan, G. Parkus: Termiczeskije napriażenija wyzywajemyje stacjonarnymi temperaturnymi polami. Gosudarstwiennyje Izdatielstwo Fiziko - Matematiczieskoj Literatury. Moskwa 1958.

[6] W. Nowacki: Zagadnienia termosprężystości. PWN, Warszawa 1960.

[7] S.P. Timoszenko, J. Goodier: Tieorija uprugosti. Izdatielstwo Nauka. Gławnaja Riedakcija Fiziko - Matematiczeskoj Literatury. Moskwa 1975.

Recenzent

Prof.dr hab.inż. Stanisław Gdula

ПОДБОР ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПУСТОТЕЛЫХ ВАЛКОВ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ РАБОТЫ В УСЛОВИЯХ ВЛИЯНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

Р е з ю м е

В работе представлены результаты численных расчетов температурных полей и напряжений в пустотелом валке в случае влияния переменных температурных полей. На основе результатов анализа обработаны указания подбора геометрических конструкционных свойств этих элементов справедливые для принятых краевых условий.

SELECTION OF GEOMETRICAL STRUCTURAL QUALITIES OF HOLLOW ROLLS DUE FOR WORK IN THE CONDITIONS OF VARYING TEMPERATURE FIELDS

S u m m a r y

Results of numeric calculations of a temperature field and thermal stresses in a hollow roll in case of changing temperature fields acting have been presented. On the basis of the analysis results, directions as how to select geometrical structural qualities of those elements have been worked out.