ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: HUTNICTWO z. 23 Nr kol. 702

Andrzej SOBAŃSKI

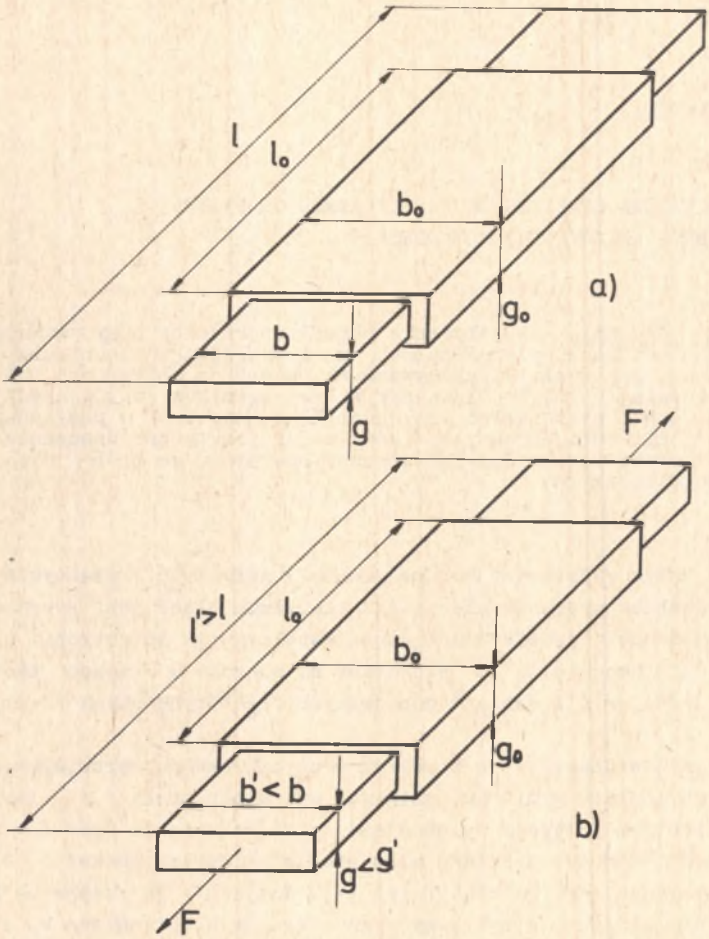
WPŁYW ODKSZTAŁCEŃ SPRĘŻYSTYCH NA WYKŁADNIK UMOCNIENIA I WSPÓŁCZYNNIK ANIZOTROPII NORMALNEJ

Streszczenie: Analitycznie określono różnice przy oznaczaniu współczynnika anizotropii normalnej r i wykładnika umocnienia n w przypadkach, gdy pomiary wykonywane są na próbce obciążonej lub po jej odciążeniu. Oceniono ilościowy wpływ czynników decydujących o tych różnicach i stwierdzono ich szczególną istotność w przypadku r. Ustalono możliwości korekty wyników, co ma praktyczne znaczenie w związku z wprowadzeniem specjalizowanej aparatury do prób r + n blach głębokotłocznych.

Istotny wpływ podatności do umocnienia i anizotropii plastycznej materiału na przebieg procesów głębokiego tłoczenia blach jest powszechnie uznany. Wyznaczone w próbie rozciągania współczynnik anizotropii normalnej r i wykładnik umocnienia n stosowane są szeroko w pracach badawczych, a ostatnio również w badaniach odbiorczych niektórych blach głębokotłocznych.

Przy użyciu standardowych zrywarek oraz mikroskopu warsztatowego i mikromierza do pomiaru wymiarów liniowych wykonanie próby r + n jest pracochłonne. Istotnym postępem są specjalizowane maszyny do prób r + n (np. Erichsen model 180 lub Gardier) albo specjalne oprzyrządowanie do zrywarek uniwersalnych (np. MTS lub Zwig) [1]. Wszystkie potrzebne do wyznaczenia r i n wielkości są w tym przypadku mierzone elektronicznie, a połączenie z miniprocesorem pozwala realizować założone warunki próby i wykonywać potrzebne przeliczenia. Czasochłonność jest 5 do 10-krotnie mniejsza, jednak wysoki koszt aparatury jest powodem, że w wielu przypadkach próby r + n wykonywane będą w dalszym ciągu na standardowych maszynach wytrzymałościowych.

Sposób oznaczania wielkości r i n określają zalecenia Międzynarodowej Grupy Badań Głębokiego Tłoczenia - IDDRG [2], nie precyzują jednak ściśle całej metodyki próby. Pewne różnice wyników mogą być spowodowane rodzajem stosowanej aparatury, gdyż w przypadku metod standardowych wymiary wydłużonej próbki mierzone są po jej odciążeniu, a przy pomiarach elektronicznych pod działaniem rozciągającej siły F.



Rys. 1. Wymiary próbki płaskiej wydłużonej równomiernie po odciążeniu (a) i obciążonej siłą F (b)

Gdy długość bazy l oraz szerokość b i grubość g mierzone są na próbce odciążonej (rys. 1a), to wyliczone odkształcenia:

$$\varphi = \ln \frac{l}{l_o}; \quad \varphi_b = \ln \frac{b}{b_o}; \quad \varphi_g = \ln \frac{g}{g_o} \tag{1}$$

są plastycznymi i spełniają warunek stałej objętości

$$\varphi + \varphi_b + \varphi_g = 0. \tag{2}$$

Jeśli wymiary l', b', g' mierzone są na próbce obciążonej siłą F (rys. 1b) wywołującą naprężenie rozciągające σ, to

$$l' = l(1+\varepsilon) = l(1+\frac{\sigma}{E})$$

$$b' = b(1-\mu\varepsilon); \quad g' = g(1-\mu\varepsilon), \tag{3}$$

gdzie:

ε - powrotne odkształcenie sprężyste,
E - moduł sprężystości podłużnej,
μ - współczynnik Poisona.

Wyliczone na podstawie takich pomiarów odkształcenia są całkowitymi, a ponieważ $\varepsilon \ll 1$, to

$$\varphi' = \ln\frac{l'}{l_o} = \varphi + \ln(1+\varepsilon) \cong \varphi + \varepsilon$$

$$\varphi'_b = \ln\frac{b'}{b_o} \cong \varphi_b - \mu\varepsilon; \quad \varphi'_g = \ln\frac{g'}{g_o} \cong \varphi_g - \mu\varepsilon \tag{4}$$

Wskazane różnice odkształceń całkowitych i plastycznych wpływają na różnice obliczonych wielkości r i n. Celem przedstawionego opracowania jest zbadanie istotności tych różnic.

WYKŁADNIK UMOCNIENIA

Wykładnik n potęgowej funkcji umocnienia

$$\sigma = C\varphi^n \tag{5}$$

można wyznaczyć, gdy znane są dwa naprężenia σ_1 i σ_2 odpowiadające wydłużeniom plastycznym φ_1 i φ_2:

$$n = \frac{\ln \sigma_2/\sigma_1}{\ln \varphi_2/\varphi_1} \tag{6}$$

Uwzględniając (2) i (3) rzeczywiste naprężenie jest równe:

$$\sigma = \frac{F}{b'g'} = \frac{F}{bg(1-\mu\varepsilon)^2} \cong \frac{Fl}{b_o g_o l_o(1-2\mu\varepsilon)},$$

zatem

$$n = \frac{\ln F_2/F_1 + \varphi_2 - \varphi_1 + 2\mu(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\ln\varphi_2 - \ln\varphi_1} \tag{7}$$

Uwzględnienie całkowitego odkształcenia przekroju i plastycznego wydłużenia bazy w praktyce nie jest stosowane. Zazwyczaj wszystkie wymiary są mierzone po odciążeniu, jest to więc metoda odkształceń plastycznych. W tym przypadku

$$\sigma_p = \frac{F}{bg} = \frac{Fl}{b_o g_o l_o} \neq \sigma$$

a wykładnik umocnienia

$$n_p = \frac{\ln F_2/F_1 + \varphi_2 - \varphi_1}{\ln \varphi_2 - \ln \varphi_1}, \tag{8}$$

różni się od n o wielkość

$$\Delta n_p = n - n_p = \frac{2\mu(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\ln\varphi_2 - \ln \varphi_1}. \tag{9}$$

Istotność różnicy Δn_p można ocenić uwzględniając, że dla materiału umacniającego się zgodnie z (5) w punkcie krzywej rozciągania odpowiadającym maksymalnej sile F_m i wytrzymałości R_m rzeczywiste wydłużenie $\varphi = n$. Stąd

$$C = R_m \left(\frac{e}{n}\right)^2$$

i

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{R_m}{E} \left(\frac{e\varphi}{n}\right)^n. \tag{10}$$

Wstawiając (10) do (9)

$$\Delta n_p = 2\mu \frac{R_m}{E} \left(\frac{e}{n}\right)^n \frac{\varphi_2^n - \varphi_1^n}{\ln\varphi_2 - \ln\varphi_1} \tag{11}$$

Analiza wzoru (11) wykazuje, że różnica Δn_p zwiększa się proporcjonalnie do stosunku R_m/E, a także ze wzrostem stosunku wydłużeń φ_2/φ_1 i wykładnika n. Dla niektórych materiałów stosowanych na blachy głębokotłoczne wyliczono wielkość różnicy Δn_p przyjmując potrzebne dane według tablicy 1. W obliczeniach przyjmowano rzeczywiste wydłużenie końcowe φ_2 równe (zgodnie z zaleceniami IDDRG) wydłużeniu względnemu ε_k = 20% i wydłużenie wstępne φ_1 odpowiadające ε_w = 2 do 10%. Wyliczone różnice są równe od Δn_p = 0,00015 dla Al przy ε_w = 2% do Δn_p = 0,00034 dla Ti przy ε_w=10%. Odpowiada to względnym różnicom $\Delta n_p/n$ około 0,07% dla Al, 0,1% dla St i 0,17% dla Ms i Ti.

Określone różnice Δn_p są pomijalnie małe, dlatego w praktyce metodę odkształceń plastycznych należy uważać za podstawową i przyjąć $n = n_p$. Zgodnie ze wzorem (8) wykładnik umocnienia n należy wyznaczać z zależności

Tablica 1

Przeciętne własności blach głębokotłocznych

Znak	Materiał	R_m MPa	E GPa	μ	$\frac{R_m}{E} 10^3$	Zakres wartości n	Zakres wartości r
St	stal niskowęglowa	320	205	0,30	1,56	0,19-0,25	0,75-2,4
Ms	mosiądz M68-M70	320	110	0,33	2,91	0,36-0,45	0,6 -1,25
Al	aluminium 99,5%	80	72	0,30	1,11	0,22-0,28	0,5 -1,0
Ti	tytan WT1-0	250	108	0,33	2,31	0,15-0,22	2,5 -6,0

$$n = \frac{\ln F_2 l_2 - \ln F_1 l_1}{\ln\ln \frac{l_2}{l_o} - \ln\ln \frac{l_1}{l_o}} \tag{12}$$

Gdy długość bazy pomiarowej na próbce l' jest mierzona pod obciążeniem, to całkowitemu wydłużeniu φ' odpowiada wartość naprężenia

$$\sigma_c = \frac{F\, l'}{b_o g_o l_o} = \frac{F l (1+\varepsilon)}{b_o g_o l_o}$$

W tym przypadku ze wzoru (6) uwzględniając (4) otrzymamy wykładnik umocnienia według metody odkształceń całkowitych:

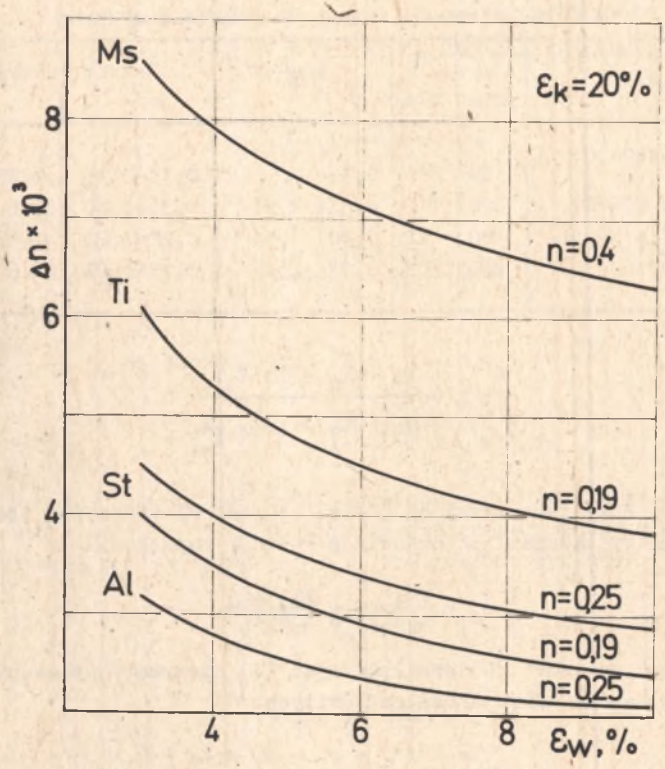
$$n_c = \frac{\ln F_2/F_1 + \varphi_2 - \varphi_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\ln(\varphi_2 + \varepsilon_2) - \ln(\varphi_1 + \varepsilon_1)}. \tag{13}$$

Różnica wykładników umocnienia oznaczonych metodami odkształceń całkowitych i plastycznych jest równa:

$$\Delta n = n_c - n_p = \frac{n(\frac{\varepsilon_1}{\varphi_1} - \frac{\varepsilon_2}{\varphi_2}) + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\ln \frac{\varphi_2}{\varphi_1} + \frac{\varepsilon_2}{\varphi_2} - \frac{\varepsilon_1}{\varphi_1}} \tag{14}$$

Uwzględniając (10) po przekształceniach otrzymamy:

$$\Delta n = \frac{R_m}{E} \left(\frac{e}{n}\right)^n \frac{n(\varphi_1^{n-1} - \varphi_2^{n-1}) + \varphi_2^n - \varphi_1^n}{\ln \frac{\varphi_2}{\varphi_1} - \frac{R_m}{E} \left(\frac{e}{n}\right)^n (\varphi_1^{n-1} - \varphi_2^{n-1})}. \tag{15}$$



Rys. 2. Różnica wykładnika n oznaczonego metodami odkształceń całkowitych i odkształceń plastycznych

Analiza wzoru (15) wskazuje, że różnica Δn zwiększa się proporcjonalnie do stosunku R_m/E, a również ze wzrostem stosunku wydłużeń φ_2/φ_1 i wykładnika n, przy czym wpływ ten w zakresie zmian n możliwych dla jednego materiału jest niewielki. Podobnie jak dla Δn_p wyznaczono różnice Δn dla typowych materiałów głębokotłocznych o własnościach według tablicy 1. Wyniki dla wydłużenia końcowego φ_2 odpowiadającego wartości względnej ε_k = = 20% przedstawiono na rys. 2 w zależności od zmiennej wartości wydłużenia wstępnego odpowiadającego ε_w = 2 do 10%.

Różnice Δn zmniejszają się ze wzrostem ε_w, najistotniejszy wpływ ma jednak stosunek R_m/E materiału. W zakresie zazwyczaj stosowanych wydłużeń wstępnych ε_w = 4 do 10% $\Delta n > 0{,}005$ dla mosiądzu i tytanu. W tym samym zakresie względna różnica $\Delta n/n$ jest równa 0,8 do 1,2% dla Al, 1,2 do 1,8% dla St, 1,6 do 2,0% dla Ms i 1,8 do 2,7% dla Ti.

Podobne obliczenia wykonano dla końcowego wydłużenia ε_k = 18% (zalecenia firmy Erichsen, wynikające z konieczności spełnienia warunku $\varphi_2 < n$, co dla niskowęglowej stali oznacza $\varepsilon_k < 20\%$ [3]). Różnice Δn są w tym przypadku o 2 do 5% większe niż dla ε_k = 20%.

WSPÓŁCZYNNIK ANIZOTROPII NORMALNEJ

Według propozycji Lankforda [4] współczynnik anizotropii normalnej r jest ilorazem rzeczywistych odkształceń plastycznych w kierunku szerokości i grubości próbki (rys. 1) rozciągniętej w zakresie wydłużeń równomiernych

$$r = \frac{\varphi_b}{\varphi_g}. \tag{16}$$

Mała dokładność pomiaru grubości wprowadza do obliczeń r duży błąd [5]. Heyer [6], wykorzystując warunek stałej objętości (2), zaproponował zastąpienie go dokładniejszym pomiarem długości bazy na próbce (rys. 1). W związku z powyższym, w zależności od sposobu pomiarów długości i szerokości, wyróżnić można trzy metody wyznaczania współczynnika anizotropii r.

1. Metoda odkształceń plastycznych, gdy długość bazy l i szerokość b mierzone są na próbce odciążonej:

$$r = \frac{\ln \frac{b}{b_o}}{\ln \frac{b_o l_o}{b \cdot l}} \tag{17}$$

Metodę tę należy uważać za podstawową, gdyż wzór (17) spełniający warunek (2) odpowiada wzorowi definiującemu (16).

2. Metoda odkształceń całkowitych, gdy długość bazy l' i szerokość b' mierzone są na próbce obciążonej. Uwzględniając (3) i (4) wyznaczany w tym przypadku współczynnik anizotropii równy jest

$$r_c = \frac{\ln \frac{b'}{b_o}}{\ln \frac{b_o l_o}{b' l'}} \cong \frac{\ln \frac{b}{b_o} - \mu \varepsilon}{\ln \frac{b_o l_o}{bl} - (1-\mu)\varepsilon}, \tag{18}$$

a biorąc (2) i (17) po przekształceniach

$$r_c = \frac{r\varphi - \mu\varepsilon(r+1)}{\varphi + \varepsilon(1-\mu)(r+1)}. \tag{19}$$

Różnicę

$$\Delta r_c = r - r_c = \frac{(r+1)\left[r - \mu(r+1)\right]\varepsilon}{\varphi + (1-\mu)(r+1)\varepsilon} \tag{20}$$

można uważać za błąd metody odkształceń całkowitych względem podstawowej metody odkształceń plastycznych.

3. Metoda pośrednia, gdy długość bazy l' mierzona jest na próbce obciążonej a szerokość b po odciążeniu.
W tym przypadku

$$r_p = \frac{\ln \frac{b}{b_o}}{\ln \frac{b_o l_o}{bl'}} \cong \frac{\ln \frac{b}{b_o}}{\ln \frac{b_o l_o}{bl} - \varepsilon} \tag{21}$$

i przekształcając podobnie jak poprzednio otrzymamy

$$r_p = \frac{r\varphi}{\varphi + (r+1)\varepsilon}, \tag{22}$$

$$\Delta r_p = r - r_p = \frac{r(r+1)\varepsilon}{\varphi + (r+1)\varepsilon}. \tag{23}$$

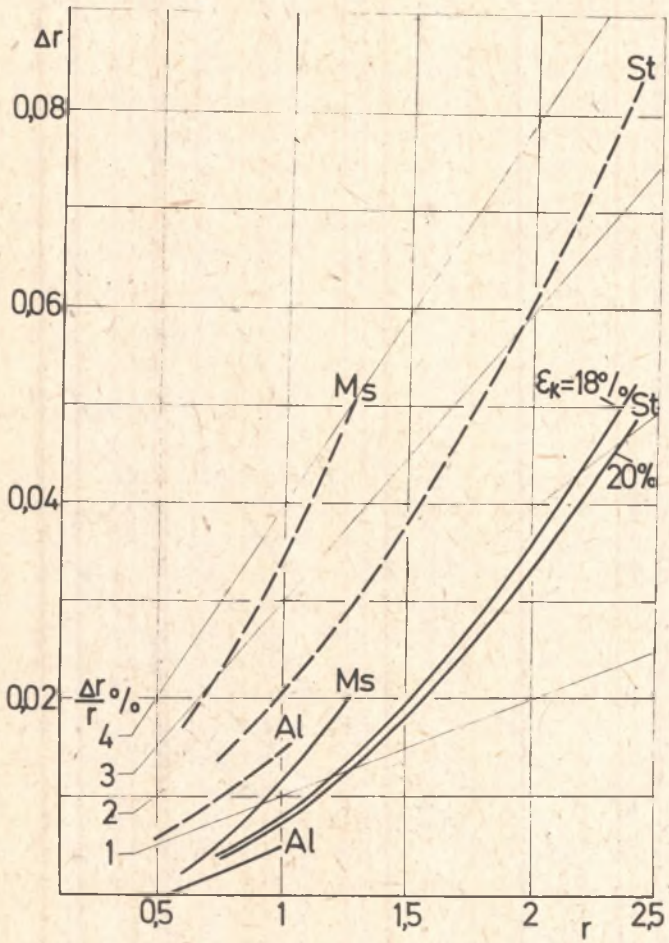
Przy oznaczaniu r wydłużenie $\varphi > 0,1$, stąd drugie wyrazy w mianownikach wzorów (20) i (23) są małe względem pierwszych i dla oceny błędów można je pominąć. Uwzględniając (10) otrzymamy dla metody odkształceń całkowitych

$$\Delta r_c = \frac{R_m}{E} \left(\frac{e}{n}\right)^n \varphi^{n-1} (r+1)\left[r - \mu(r+1)\right], \tag{24}$$

a dla metody pośredniej

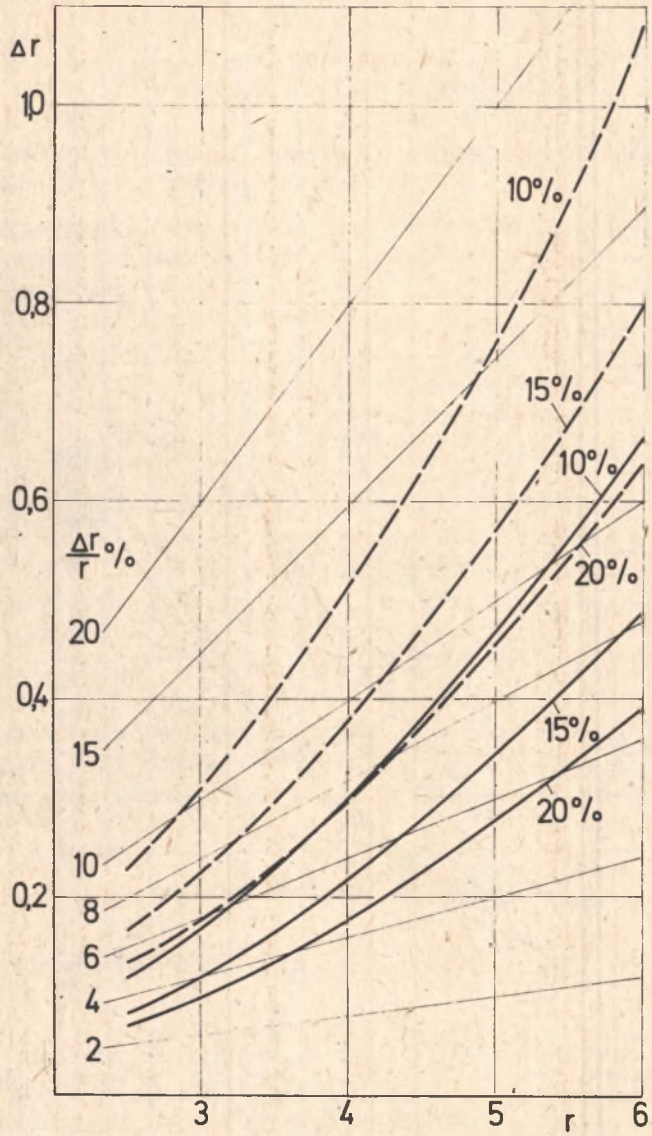
$$\Delta r_p = \frac{R_m}{E} \left(\frac{e}{n}\right)^n \varphi^{n-1} (r+1) r. \tag{25}$$

Analiza wzorów (24) i (25) wykazuje, że
- błędy metody odkształceń całkowitych są mniejsze niż metody pośredniej,
- ze zwiększeniem r błędy obu metod wzrastają parabolicznie, przy czym Δr_p jest stale dodatnie, a $\Delta r_c > 0$ dla $r > \mu/1-\mu$, czyli w całym zakresie istotnych wartości r,
- błędy obu metod są proporcjonalne do stosunku R_m/E,
- ze wzrostem μ błąd Δr_c zmniejsza się, a wpływ ten jest mniejszy dla większych r. Różnice μ możliwe dla jednego materiału zmieniają Δr_c nieznacznie: dla dwóch wartości różnych o 0,01 odpowiednie Δr_c różnią się o około 5% przy r = 1 i 3% przy r = 2,



Rys. 3. Błędy oznaczenia współczynnika anizotropii dla mosiądzu (n=0,4), stali niskowęglowej (n=0,22) i aluminium (n=0,25) metodami odkształceń całkowitych (linia ciągła) i pośrednią (linia przerywana) dla wydłużeń końcowych ε_k = 20%

- ze wzrostem n błędy maleją, chociaż wpływ zmian n możliwych dla materiału jednego rodzaju jest pomijalny. Przykładowo dla stali niskowęglowych zwiększenie n od 0,19 do 0,25 zmniejsza błędy Δr_c i Δr_p o ok. 1%,
- błędy obu metod zwiększają się ze zmniejszeniem końcowego wydłużenia próbki. Przykładowo dla materiału o n = 0,2 Δr_c i Δr_p są większe o 8% przy ε_k = 18%, o 24% przy ε_k = 15% i aż o 69% przy ε_k = 10% niż dla ε_k = 20%.



Rys. 4. Błędy oznaczenia współczynnika anizotropii dla tytanu (n=0,19) metodą odkształceń całkowitych (linia ciągła) i pośrednią (linia przerywana) dla wydłużeń końcowych ε_k = 10, 15 i 20%

Dla typowych blach głębokotłocznych (według tablicy 1) błędy obu metod przedstawiono na rysunkach 3 i 4. Wykreślone proste równych błędów procentowych pozwalają ocenić ich istotność dla poszczególnych materiałów i metod pomiaru. Głównymi czynnikami decydującymi o błędach Δr_c i Δr_p są kolejno: zakres wartości r, stosunek R_m/E materiału i stosowane wydłuże-

nie końcowe próbki. Ostatni czynnik jest bardzo istotny dla materiałów o małym wydłużeniu równomiernym, jakimi są tytan a szczególnie jego stopy (rys. 4).

W praktycznie istotnych zakresach wielkości r (według tablicy 1), dla wydłużeń ε_k = 20% błędy metody odkształceń całkowitych Δr_c są <0,01 dla Al, 0,005 do 0,02 dla Ms, 0,01 do 0,05 dla St i 0,05 do 0,40 dla Ti. Odpowiednie wartości względne $\Delta r_c/r$ są < 0,6% dla Al, 0,7 do 1,6% dla Ms, 0,6 do 2,0% dla St i 2,8 do 6,5% dla Ti.

Błędy metody pośredniej są większe: 0,01 do 0,02 dla Al, 0,02 do 0,05 dla Ms, 0,02 do 0,09 dla St i 0,12 do 0,64 dla Ti. Odpowiednio $\Delta r_p/r$ są równe 1 do 1,5% dla Al, 3 do 4% dla Ms, 2 do 3,8% dla St i 5 do 10,5% dla Ti.

PODSUMOWANIE I UWAGI PRAKTYCZNE

Przeprowadzona analiza wykazuje, że sposób wykonania próby, wynikający z pomiarów długości bazy pomiarowej i szerokości próbki odciążonej lub pod obciążeniem, powoduje różnicę wyników zarówno współczynnika anizotropii r, jak i w mniejszym stopniu wykładnika umocnienia n. Dla obu wielkości zgodną z definicjami jest metoda odkształceń plastycznych (pomiar próbki odciążonej), ją więc przyjęto za podstawową.

Metoda odkształceń całkowitych (pomiar próbki pod obciążeniem) jest realizowana w przypadku zastosowania specjalizowanej aparatury do próby r+n. Obie wielkości n_c i r_c oznaczone są w tym przypadku jako zaniżone. Różnice Δn i Δr_c podają zależności (15) i (20), można je również ocenić z wykresów (rys. 2 do 4). Skorygowane wielkości są równe odpowiednio: $n = n_c + \Delta n$ i $r = r_c + \Delta r_c$. Jeśli obliczenia wykonywane są na oprogramowanej maszynie, to po przekształceniu wzorów (8) i (17) z uwzględnieniem (3) skorygowane wielkości n i r mogą być obliczone z zależności:

$$n = \frac{\ln F_2 l_2' - \ln F_1 l_1' + \dfrac{F_1 l_1' - F_2 l_2'}{E g_o b_o l_o}}{\ln\ln \dfrac{l_2'}{l_o} - \dfrac{F_2 l_2'}{E\, g_o b_o l_o} - \ln\ln \dfrac{l_1'}{l_o} + \dfrac{F_1 l_1'}{E\, g_o b_o l_o}}, \tag{26}$$

$$r = \frac{\ln \dfrac{b'}{b_o} + \dfrac{F l'}{E\, g_o b_o l_o}}{\ln \dfrac{b_o l_o}{b' l'} + (1-\mu)\dfrac{F l'}{E g_o b_o l_o}} \tag{27}$$

Taki sposób oznaczania wielkości n i r dodatkowo wymaga pomiaru początkowej grubości g_o oraz wprowadzenia do programu obliczeń stałych sprężystych μ i E. Jeśli wielkość r oznaczana jest dla tego samego wydłużenia końcowego co n, to oczywiście we wzorze (27) $F = F_2$, $l' = l'_2$ i $b' = b'_2$.

Metoda pośrednia dotyczy oznaczania r, gdy długość bazy l' jest mierzona elektronicznym ekstensometrem pod obciążeniem, a szerokość próbki mikromierzem po jej odciążeniu. Metoda ta wprowadza największy błąd szczególnie dla materiału o dużym r, dużym stosunku R_m/E i małym wydłużeniu równomiernym (czyli małym n). Obliczoną na podstawie pomiarów wielkość r_p należy korygować: $r = r_p + \Delta r_p$. Błąd Δr_p można obliczyć wzorem (25) lub ocenić na podstawie wykresów rys. 3 i 4. Uwzględniając zależność (3) skorygowana wartość r może być przy pomiarach metodą mieszaną obliczoną ze wzoru:

$$r = \frac{\ln \frac{b}{b_o}}{\frac{b_o l_o}{bl'} + \frac{Fl'}{El_o b_o g_o}} \tag{28}$$

W stosunku do podstawowej metody odkształceń plastycznych konieczne są dodatkowe pomiary początkowej grubości g_o i siły F przy końcowym wydłużeniu oraz znajomość modułu sprężystości E badanego materiału.

LITERATURA

[1] Materiały informacyjne firm: Erichsen, Gardier, MTS, Zwick.

[2] Marciniak Z.: Odkształcenie graniczne przy tłoczeniu blach. WNT, Warszawa 1971.

[3] Informacje firmy Erichsen udzielone autorowi (niepublikowane).

[4] Lankford W.T., Snyder C.U., Bauscher A.: Steel Process, t. 35, (1949), s. 550.

[5] Sobański A.: Zeszyty Nauk. Polit. Śl., Hutnictwo, z. 15 (1978), s. 93.

[6] Burns R.S., Heyer R.H.: Obróbka plastyczna, t. 2 (1963), s. 216.

Recenzent

Prof.dr hab.inż. Eugeniusz Wosiek

ВЛИЯНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ПОКАЗАТЕЛЬ УПРОЧНЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА НОРМАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ

Р е з ю м е

Определены аналитически разницы при определении коэффициента нормальной анизотропии r и показателя упрочнения n в случаях, когда измерения призводятся на образце при нагрузке или после его разгрузки. Дана оценка количественного влияния факторов, решающих об этих разницах и установлена их особенная сущность в случае r. Определены возможности исправления ошибок результатов, что имеет практическое значение в связи с введением специализированной аппаратуры для испытаний r + n стали для глубокой штамповки.

EFFECT OF ELASTIC STRAINS ON STRAIN HARDENING INDEX AND NORMAL ANISOTROPY FACTOR

S u m m a r y

Differences in indicating of normal anisotropy factor r and strain hardening index n in cases where measurements are done upon a loaded sample or after its relief have been defined analytically.

Quantitative effect of factors decisive as to the differences has been estimated, their essential importance being stated in the case of r. Possibilities of results correction have been determined which is of great practical importance in connection with introducing of special apparatus for testing of r+n of deep-pressed sheets.