ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: INFORMATYKA z. 15 Nr kol. 1044

Wojciech MIELCZAREK

Instytut Informatyki
Politechniki Śląskiej
w Gliwicach

OBLICZANIE WSPÓŁCZYNNIKA CMRR ZŁOŻONYCH SYMETRYCZNYCH UKŁADÓW POMIAROWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono sposób obliczania współczynnika tłumienia napięcia wspólnego CMRR złożonych, symetrycznych układów pomierowych, które powstają poprzez kaskadowe połączenie prostych układów pomiarowych. Wyprowadzone zależności mogą służyć do wyznaczania odporności na zakłócenia wspólne poszczególnych części kanału wejść analogowych komputera (toru transmisji sygnału pomiarowego, wzmacniacza pomiarowego), jak i do oceny odporności na wymienione zakłócenia całego kanału.

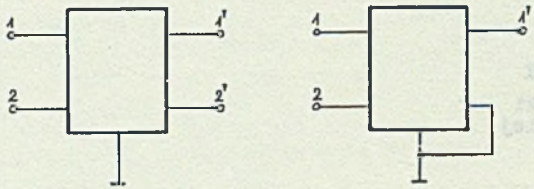
1. Wprowadzenie

Transmisja jak i przetwarzanie sygnału pomiarowego odbywają się niemal zawsze w obecności sygnałów zakłócających, co zmusza do projektowania układów pomiarowych nie tylko pod kątem ich dobrych własności metrologicznych (dokładności, liniowości), ale również, a często przede wszystkim, pod kątem ich dużej odporności na zakłócenia.

Jednym z ważniejszych sygnałów zakłócających jest tak nazywane "napięcie wspólne" (działające "wspólnie" w znaczeniu "jednocześnie" na oba wejścia układu pomiarowego), którego przykład stanowią zakłócenia powstałe w obwodzie uziemienia układów pomiarowych.

2. Tłumienie napięć wspólnych w symetrycznych układach pomiarowych

Przez symetryczny układ pomiarowy rozumieć tutaj będziemy układ posiadający symetryczną strukturę obwodu wejściowego (oba zaciski wejściowe izolowane od punktu odniesienia). Wyjście takiego układu może być zarówno symetryczne (rys. 1a), jak i niesymetryczne (rys. 1b).

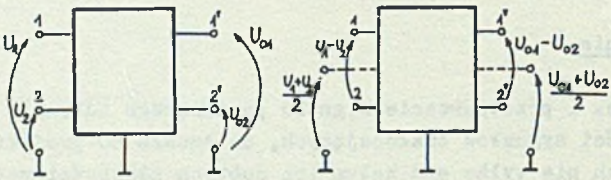


Rys. 1. Dwa rodzaje symetrycznych układów pomiarowych: a) układ o symetrycznym wejściu i wyjściu, b) układ o symetrycznym wejściu i niesymetrycznym wyjściu

Fig. 1. Two types of symmetrical, measurement circuits: a) circuit with symmetrical input and symmetrical output, b) circuit with symmetrical input and nonsymmetrical output

2.1. Matematyczny model symetrycznego układu pomiarowego

Zajmiemy się teraz bliżej ogólną postacią układu pomiarowego, jaką reprezentuje układ o symetrycznym wejściu i wyjściu (rys. 2). Przyjmiemy przy tym, że rozpatrywane układy są liniowe.



Rys. 2. Układ pomiarowy o symetrycznym wejściu i wyjściu: a) napięcie na niesymetrycznych wejściach i wyjściach, b) interpretacja napięć różnicowych i wspólnych na wejściu i wyjściu

Fig. 2. Measurement circuit with symmetrical input and output: a) voltages at the nonsymmetrical inputs and outputs, b) differential and common voltages interpretation

Przyjmijmy następujące określenia matematyczne związane z napięciami przedstawionymi na rys. 2b:

$U_d = U_1 - U_2$ - wejściowe napięcie różnicowe,

$U_c = \frac{U_1 + U_2}{2}$ - wejściowe napięcie wspólne,

$U_{od} = U_{o1} - U_{o2}$ - wyjściowe napięcie różnicowe,

$U_{oc} = \frac{U_{o1} + U_{o2}}{2}$ - wyjściowe napięcie wspólne.

Wprowadźmy również oddzielne nazwy dla wejść i wyjść układu, na których pojawiają się wymienione napięcia:

- wejście różnicowe (wejście dla różnicowego napięcia wejściowego; jest jednocześnie wejściem pomiarowym, na które należy podać sygnał pomiarowy),
- wejście wspólne (wejście dla wspólnego napięcia wejściowego jest wejściem hipotetycznym, możliwym do interpretacji fizycznej jedynie w przypadku $U_1=U_2$, co odpowiada zwarciu końcówek 1 i 2),
- wyjście różnicowe (wyjście, na którym jest obecne różnicowe napięcie wyjściowe; jest jednocześnie wyjściem pomiarowym),
- wyjście wspólne (wyjście, na którym jest obecne wyjściowe napięcie wspólne; jest wyjściem hipotetycznym, możliwym do interpretacji fizycznej w przypadku $U_{o1}=U_{o2}$, co odpowiada zwarciu końcówek 1' i 2').

Przetwarzanie sygnału pomiarowego w układzie o symetrycznym wejściu i wyjściu, przy obecności napięcia wspólnego, przedstawia równanie:

$$U_{o1} - U_{o2} = K_{dd}(U_1 - U_2) + K_{cd}\frac{U_1 + U_2}{2}, \tag{1}$$

w którym

$$K_{dd} = \left.\frac{U_{o1} - U_{o2}}{U_1 - U_2}\right|_{U_1=-U_2} \tag{2}$$

nazwiemy transmitancją różnicową i

$$K_{cd} = \left.\frac{U_{o1} - U_{o2}}{\frac{U_1 + U_2}{2}}\right|_{U_1=U_2} \tag{3}$$

transmitancję wspólną.

Przetwarzanie napięcia wspólnego, przy obecności sygnału pomiarowego, ilustruje równanie:

$$\frac{U_{o1} + U_{o2}}{2} = K_{dc}(U_1 - U_2) + K_{cc}\frac{U_1 + U_2}{2}, \tag{4}$$

w którym

$$K_{dc} = \left.\frac{\frac{U_{o1} + U_{o2}}{2}}{U_1 - U_2}\right|_{U_1 = -U_2} \tag{5}$$

i

$$K_{cc} = \left.\frac{U_{o1} + U_{o2}}{U_1 + U_2}\right|_{U_1 = U_2} \tag{6}$$

Układ o niesymetrycznym wyjściu opisuje tylko jedno równanie:

$$U_o = K_d(U_1 - U_2) + K_c \frac{U_1 + U_2}{2}, \tag{7}$$

w którym

U_o - oznacza sygnał wyjściowy,

K_d - transmitancję różnicową,

K_c - transmitancję wspólną.

Zdefiniujmy współczynnik tłumienia napięcia wspólnego CMRR, który jest powszechnie przyjętą miarą odporności układu pomiarowego na zakłócenia wspólne

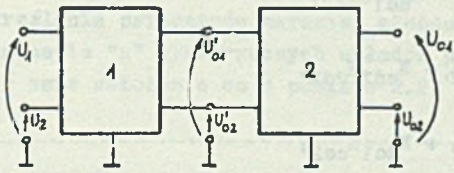
$$CMRR = \frac{K_{dd}}{K_{cd}} \quad \text{- dla układu o symetrycznym wyjściu,} \tag{8}$$

lub

$$CMRR = \frac{K_d}{K_c} \quad \text{- dla układu o niesymetrycznym wyjściu.} \tag{9}$$

2.2. Kaskadowe połączenie dwóch symetrycznych układów pomiarowych

Określimy teraz odporność na zakłócenia wspólne kaskadowego połączenia dwóch symetrycznych układów pomiarowych, które przedstawiono na rys. 3. Połączenie takie jest najprostszym przypadkiem złożonego układu pomiarowego, przez który rozumieć będziemy kaskadowe połączenie prostych układów pomiarowych.



Rys. 3. Kaskadowe połączenie dwóch symetrycznych układów pomiarowych
Fig. 3. Cascade connection of two symmetrical measurement circuits

Zakładamy przy tym, że:

- żaden układ nie obciąża poprzedniego,
- łączone układy posiadają jednakowe potencjały odniesienia,
- znane są parametry (transmitancje K_{dd}, K_{cd}, K_{dc}, K_{cc} a zatem i współczynnik CMRR) każdego z łączonych układów.

Kaskadowe połączenie układów pomiarowych opisuje układ równań:

$$
\begin{aligned}
U_{o1} - U_{o2} &= K_{dd1}(U_1 - U_2) + K_{cd1}\frac{U_1 + U_2}{2}, \\
\frac{U_{o1} + U_{o2}}{2} &= K_{dc1}(U_1 - U_2) + K_{cc1}\frac{U_1 + U_2}{2}, \\
U_{o1} - U_{o2} &= K_{dd2}(U_{o1} - U_{o2}) + K_{cd2}\frac{U_{o1} + U_{o2}}{2}, \\
\frac{U_{o1} + U_{o2}}{2} &= K_{dc2}(U_{o1}\ U_{o2}) + K_{cc2}\frac{U_{o1} + U_{o2}}{2},
\end{aligned}
\tag{10}
$$

na podstawie którego można obliczyć, że

$$
\begin{aligned}
U_{o1}-U_{o2} &= (K_{dd1}K_{dd2}+K_{dc1}K_{dc2})(U_1-U_2) + (K_{cc1}K_{cd2}+K_{cd1}K_{dd2})\frac{U_1+U_2}{2}, \\
\frac{U_{o1}+U_{o2}}{2} &= (K_{dd1}K_{dc2}+K_{dc1}K_{cc2})(U_1-U_2) + (K_{cd1}K_{dc2}+K_{cc1}K_{cc2})\frac{U_1+U_2}{2},
\end{aligned}
\tag{11}
$$

a zatem:

$$K_{dd} = K_{dd1}K_{dd2} + K_{dc1}K_{dc2},$$
$$K_{cd} = K_{cc1}K_{cd2} + K_{cd1}K_{dd2},$$
$$K_{dc} = K_{dd1}K_{dc2} + K_{dc1}K_{cc2}, \tag{12}$$
$$K_{cc} = K_{cd1}K_{dc2} + K_{cc1}K_{cc2}.$$

W ten sposób wyznaczono transmitancje $K_{dd}, K_{cd}, K_{dc}, K_{cc}$ reprezentujące rozpatrywany układ pomiarowy.
Skorzystajmy jeszcze z faktu, że w przypadku układów o niewielkim nierównoważeniu moduły $|K_{cd}|$, $|K_{dc}|$ są znacznie mniejsze od modułów $|K_{dd}|$, $|K_{cc}|$, co pozwala obliczać transmitancje K_{dd} i K_{cc} ze wzorów przybliżonych:

$$K_{dd} = K_{dd1}K_{dd2}$$
$$K_{cc} = K_{cc1}K_{cc2}. \tag{13}$$

Możemy już w tym momencie określić współczynnik CMRR analizowanego połączenia, który wyniesie:

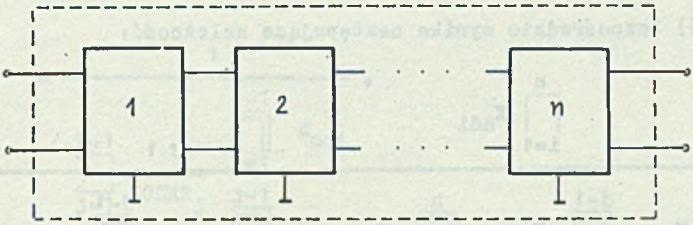
$$CMRR \cong \frac{K_{dd1}K_{dd2}}{K_{cc1}K_{cd2} + K_{cd1}K_{dd2}} = \frac{1}{\frac{1}{CMRR_1} + \frac{K_{cc1}}{K_{dd1}}\frac{1}{CMRR_2}}. \tag{14}$$

Zwróćmy uwagę, że wyprowadzone wzory określające transmitancję różnicową i wspólną oraz współczynnik CMRR dotyczą zarówno połączenia dwu układów pomiarowych o symetrycznych wyjściach, jak i połączenia układu pomiarowego o symetrycznym wyjściu z układem pomiarowym o niesymetrycznym wyjściu.
W tym drugim przypadku, zgodnie z oznaczeniami przyjętymi dla układów z wyjściem niesymetrycznym, należy podstawić:

$$K_{dd} = K_d,$$
$$K_{cd} = K_c,$$
$$K_{dd2} = K_{d2}, \tag{15}$$
$$K_{cd2} = K_{c2}.$$

2.3. Kaskadowe połączenie "n" układów pomiarowych

Wzory opisujące połączenie dwóch symetrycznych układów pomiarowych można wykorzystać do określenia parametrów bardziej złożonej struktury, jaką jest kaskadowe połączenie "n" symetrycznych układów pomiarowych (rys.4). Przyjmujemy również te same założenia co w punkcie 2.2.



Rys. 4. Kaskadowe połączenie "n" symetrycznych układów pomiarowych
Fig. 4. Cascade connection of "n" symmetrical measurement circuits

Zasada postępowania przy obliczaniu parametrów takiej złożonej struktury może być następująca:

1. Określić parametry połączenia układów 1 i 2; w wyniku powstaje układ 1-2.

2. Określić parametry połączenia układów 1-2 i 3; w wyniku powstaje układ 1-2-3.

•
•
•

n-1. Określić parametry połączenia układu 1-2-...-(n-1) z układem n.

Na podstawie równań 12, 13 oraz ustalonego powyżej algorytmu można wykazać, że

$$K_{dd} = \prod_{i=1}^{n} K_{ddi},$$

$$K_{cc} = \prod_{i=1}^{n} K_{cci}, \tag{16}$$

$$K_{cd} = \sum_{j=1}^{n} K_{cdj} \prod_{i=1}^{j-1} K_{cci} \prod_{l=j-1}^{n} K_{ddl},$$

przy czym

$$\prod_{i=k}^{n} A_i \overset{df}{=} \begin{cases} A_k \cdot A_{k-1} \cdot A_{k-2} \cdots A_n & \text{gdy } k \leq n \\ 1 & \text{gdy } k > n \end{cases}$$

($A_k, A_{k-1}, \ldots A_n$ - dowolne liczby rzeczywiste lub zespolone

Z równań (16) bezpośrednio wynika następująca zależność:

$$CMRR = \frac{\prod_{i=1}^{n} K_{ddi}}{\sum_{j=1}^{n} K_{cdj} \prod_{i=1}^{j-1} K_{cci} \prod_{l=j+1}^{n} K_{ddl}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{CMRR_j} \frac{\prod_{i=1}^{j-1} K_{cci}}{\prod_{i=1}^{j-1} K_{ddi}}} . \quad (17)$$

Formalnie przedstawiony powyżej wzór można udowodnić metodą indukcji matematycznej. I tak:

dla n=1

$CMRR = CMRR_1$, co jest prawdą.

Zakładając, że prawdziwa jest zależność:

$$CMRR(k) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} \frac{1}{CMRR_j} \frac{\prod_{i=1}^{j-1} K_{cci}}{\prod_{i=1}^{j-1} K_{ddi}}} ,$$

gdzie CMRR(k) oznacza zastępczy współczynnik CMRR reprezentujący "k" kaskadowo połączonych układów,

wykażemy, że podobne równanie będzie słuszne dla "k+1" kaskadowo połączonych układów pomiarowych. W tym celu potraktujemy "k" początkowych układów pomiarowych jako jeden, który połączony jest z układem "k+1". W ten sposób otrzymujemy połączenie kaskadowe dwóch układów pomiarowych, dla którego na podstawie równań (14) i (15) można napisać:

$$CMRR(k+1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} \frac{1}{CMRR_j} \frac{\prod_{i=1}^{j-1} K_{cci}}{\prod_{i=1}^{j-1} K_{ddi}} + \frac{\prod_{i=1}^{k} K_{cci}}{\prod_{i=1}^{k} K_{ddi}} \frac{1}{CMRR_{k+1}}} =$$

$$= \frac{1}{\sum_{j=1}^{k+1} \frac{1}{CMRR_j} \frac{\prod_{i=1}^{j-1} K_{cci}}{\prod_{i=1}^{j-1} K_{ddi}}},$$

co należało wykazać.

3. Podsumowanie

Wyprowadzone zależności (16) i (17) mogą być w praktyce wykorzystane przy obliczaniu odporności na zakłócenia wspólne systemów wejść analogowych maszyn cyfrowych, a w szczególności przy obliczaniu współczynnika CMRR złożonych układów wzmacniaczy pomiarowych. Kanał wejść analogowych komputera na ogół można podzielić na szereg nie obciążających się układów pomiarowych (na przykład tor transmisyjny, wzmacniacz pomiarowy), których parametry można obliczać oddzielnie, a potem skorzystać ze wspomnianych zależności w celu wyznaczenia parametrów reprezentujących cały układ pomiarowy. Ze wzoru (17) wynikają ponadto ważne konsekwencje, które mogą być wskazówką przy projektowaniu odpornych na zakłócenia wspólne elementów systemu wejść analogowych komputera, a mianowicie:

1. Zastępczy współczynnik CMRR złożonego układu pomiarowego zależy od współczynników CMRR układów składowych, przy czym o jego wartości decyduje praktycznie najmniejszy ze współczynników reprezentujących kolejne, połączone ze sobą części.

2. Tłumienie zakłóceń wspólnych można zwiększyć również poprzez ograniczenie wartości transmitancji K_{cc} i zwiększenie wartości transmitancji K_{dd} poszczególnych układów składowych.

LITERATURA

[1] W. Mielczarek: "Wyznaczanie tłumienia zakłóceń wspólnych w układach wejściowych cyfrowych systemów pomiarowych". Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1984.

[2] R.D. Middlebrook: "Differential Amplifiers", John Wiley and Sons, Inc., New York and London, February 1964.

[3] B. Oliver, J. Cage: "Pomiary i przyrządy elektroniczne". WKŁ, Warszawa 1978.

Recenzent: Doc dr inż. Maria Jastrzębska

Wpłynęło do Redakcji 01.08.1986.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СЛОЖНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Р е з ю м е

В статье представлен способ расчета коэффициента демпфирования общего напряжения CMRR сложных симметричных измерительных систем которые возникают путем соединения несложных измерительных систем. Полученные зависимости могут быть использованы для определения стойкости на общие возмущения отдельных частей входного аналогового канала компьютера (линия трансмиссии измерительного сигнала, измерительного усилителя) а также для оценки стойкости на возмущения всего канала.

CMRR ANALYSIS OF COMBINE SYMMETRICAL MEASUREMENT CIRCUITS

S u m m a r y

In the paper a method of calculation common mode rejection ratio of linear, symmetrical circuits is presented.

The relations presented can be useful to determine common noise rejection in data acquisition systems, particularly in some types of instrumentation amplifiers or in a channel, that contains transmission line of measurement signal and instrumentation amplifier.