

Wojciech SZELAĞ¹⁾, Piotr SUJKA²⁾

ANALIZA NIEUSTALONEGO POLA MAGNETYCZNEGO W PRZETWORNIKACH ELEKTROMAGNETYCZNYCH Z UWZGLĘDNIENIEM ZJAWISKA HISTEREZY

Streszczenie. W artykule przedstawiono algorytm analizy dwuwymiarowego nieustalonego pola magnetycznego w przetwornikach elektromagnetycznych z uwzględnieniem zjawiska histerezy. Do wyznaczania rozkładu i przebiegu pola wykorzystano metodę elementów skończonych oraz metodę kolejnych kroków czasowych. Zjawisko histerezy odwzorowano za pomocą modelu Preisacha. Opracowany program komputerowy wyznaczania rozkładu pola z uwzględnieniem zjawiska histerezy wykorzystano do symulacji wymuszanego napięciowo pola magnetycznego w osiowosymetrycznym dławiku kubkowym.

ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC FIELDS IN ELECTROMAGNETIC CONVERTERS TAKING INTO ACCOUNT HYSTERESIS PHENOMENON

Summary. In the paper the algorithm of the electromagnetic field analysis in electromagnetic converters has been presented. The phenomenon of hysteresis has been taken into account by means of the B oriented Preisach model. For analysis of the electromagnetic field the finite element method and step by step algorithm have been used. The elaborated program has been used for simulation voltage-excited electromagnetic field in the axisymmetrical reactor with the ferrite core

Key words: electromagnetic field, Boriented Preisach model, finite element method

1. WSTĘP

Do dokładnej analizy zarówno ustalonych, jak i nieustalonych stanów pracy przetworników elektromagnetycznych i elektromechanicznych oraz do wyznaczania ich parametrów funkcjonalnych potrzebny jest precyzyjny model zjawisk elektromagnetycznych. Rozkład i przebieg pola magnetycznego w przetwornikach zależy m.in. od właściwości magnetycznych użytych do ich budowy materiałów ferromagnetycznych. Właściwości magnetyczne ferromagnetyków wynikają z rodziny pętli histerezy. Zjawisko histerezy jest w przypadku materiałów magnetycznie miękkich zazwyczaj niekorzystne. Związane są z nim histerezowe straty mocy w rdzeniach przemagnesowywanych polem przemiennym. Histereza magnetyczna materiału wpływa ponadto na odkształcenie przebiegów indukowanych w uzwojeniach napięć oraz płynących w nich prądów. Pozostałość magnetyczna, w przetwornikach działających na zasadzie zmiany lepkości cieczy magnetoreologicznej pod wpływem pola magnetycznego, powoduje natomiast powstanie pasożytniczego momentu oporowego [6].

Zjawisko histerezy magnetycznej wykorzystuje się w magnesach trwałych. Magnesy wykonuje się z materiałów charakteryzujących się pętlą histerezy o dużym natężeniu powściąągającym i dużej pozostałości magnetycznej. Dla współczesnych magnesów natężenie powściąągające przekracza 1000kA/m, a pozostałość magnetyczna 1,4T. Materiały charakteryzujące się histerezą magnetyczną są wykorzystywane także do zapisu obrazu i dźwięku oraz stosuje się je jako elementy pamięciowe w technice komputerowej.

Przy projektowaniu i przy analizie stanów pracy przetworników elektromechanicznych i elektromagnetycznych właściwości magnetyczne ferromagnetyków uwzględniane są zazwyczaj w sposób przybliżony. Pomija się zjawisko histerezy i korzysta z jednowartościowej krzywej magnesowania. Podejście takie z uwagi na małą dokładność jest niewystarczające np. przy analizie stanów nieustalonych w obwodach magnetycznych z podmagnesowaniem czy przy wyznaczaniu strat mocy w rdzeniu.

¹⁾ Dr hab. inż., Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, tel. 061 6652116, fax 061 6652381, szelag@solput.poznan.pl

²⁾ Mgr inż., Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, Piotr.Sujka@domdata.depfa-it.com

W artykule do odwzorowania zjawiska histerezy wykorzystano model Preisacha. Model ten jest przydatny, np. w procesie wyznaczania rozkładu pola magnetycznego za pomocą metody elementów skończonych, do określania magnetyzacji materiału ferromagnetycznego w elemencie dyskretyzującym na podstawie indukcji magnetycznej B [1, 7].

2. MODEL PREISACHA

Zależność wektora indukcji magnetycznej B od wektora natężenia pola magnetycznego H oraz wektora magnetyzacji H_i w ferromagnetyku opisuje równanie:

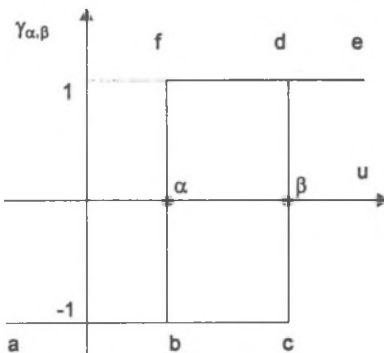
$$B = \mu_0(H + H_i). \quad (1)$$

Przy rozpatrywaniu zjawisk elektromagnetycznych z uwzględnieniem zjawiska histerezy przyjmuje się najczęściej, że wektory te są równoległe [2, 3] i korzysta się z rodziny pętli histerezy $B = f_{BH}(H)$ materiału. Przy powyższych założeniach do matematycznego opisu histerezy można wykorzystać skalarny model Preisacha [3, 4].

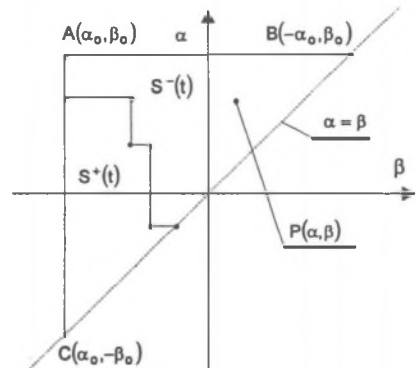
Odwzorowanie histerezy i „pamięć globalną” w modelu Preisacha uzyskuje się przez superpozycję nieskończonej liczby elementarnych operatorów histerezy $\gamma_{\alpha,\beta} = \gamma_{\alpha,\beta}\{u(t)\}$. Operator taki może być przedstawiony za pomocą prostokątnej pętli histerezy – rys. 1. Przez α i β oznaczono wartość sygnału wejściowego u , przy którym następuje skokowa zmiana sygnału wyjściowego elementarnego operatora. Sygnał wyjściowy może przyjmować tylko dwie wartości: $+1$ i -1 . Jeśli sygnał wejściowy jest monotonicznie rosnący, to sygnał wyjściowy zmienia się zgodnie z gałęzią abcde, natomiast jeśli jest monotonicznie malejący, to zmienia się on według gałęzi edfba (rys. 1). Operator cechuje się zatem pamięcią lokalną. Dla każdego operatora $\gamma_{\alpha,\beta}$ określa się w modelu funkcję wagi $\mu(\alpha,\beta)$, z jaką dany operator wpływa na wypadkowy sygnał wyjściowy $f(t)$ z modelu. Sygnał wyjściowy $f(t)$ wyznacza się z równania

$$f(t) = \iint_{\alpha > \beta} \mu(\alpha,\beta) \gamma_{\alpha,\beta}\{u(t)\} d\alpha d\beta. \quad (2)$$

Parę liczb (α,β) można traktować jako punkt na płaszczyźnie α, β , leżący w obszarze trójkąta zawartego między prostą $\alpha = \beta$ oraz prostymi $\beta = \beta_0$ i $\alpha = \alpha_0$, przy czym $\beta_0 = -\alpha_0$ (rys. 2). Dla $u(t) \leq \beta_0$ układ znajduje się w stanie nasycenia ujemnego, a dla $u(t) \geq \alpha_0$ w stanie nasycenia dodatniego. Każdemu punktowi $P(\alpha,\beta)$ z obszaru T trójkąta ABC jest przyporządkowany operator $\gamma_{\alpha,\beta}$. Wartości sygnału wejściowego, przy którym następuje „przełączenie” tego operatora, są równe współrzędnym α i β tego punktu.



Rys. 1. Elementarny operator histerezy
Fig. 1. The elementary hysteresis operator



Rys. 2. Trójkąt Preisacha
Fig. 2. The Preisach triangle

W zależności od przebiegu sygnału wejściowego $u(t)$ trójkąt zostaje podzielony na dwa obszary: a) $S^-(t)$, w którym sygnał wyjściowy każdego z operatorów γ_{α,β_i} jest równy -1 oraz b) $S^+(t)$, w którym sygnał wyjściowy każdego z operatorów γ_{α,β_i} jest równy 1 . Obszary S^- oraz S^+ oddzielone są linią schodkową. Położenie wierzchołków tej linii zmienia się w czasie. Ich odcięte i rzędne pokrywają się odpowiednio z lokalnymi wartościami minimalnymi i maksymalnymi sygnału wejściowego w kolejnych chwilach czasowych. Uwzględniając podział obszaru trójkąta Preisacha, z równania (2) uzyskuje się:

$$f(t) = \iint_{S^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (3)$$

W praktyce w celu wyznaczenia sygnału $f(t)$ dogodnie jest równanie (3) przedstawić w postaci:

$$f(t) = 2 \iint_{S^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - F(\alpha_0, \beta_0) \quad (4)$$

gdzie: $F(\alpha_0, \beta_0) = \iint_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$ – całka po obszarze trójkąta Preisacha T.

Biorąc pod uwagę, że całka po obszarze $S^+(t)$ jest równa sumie całek po obszarach Q trapezów (rys. 3)

$$\iint_{S^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \sum_{k=1}^{n(t)} \iint_{Q_k(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (5)$$

oraz że całka po obszarze k-tego trapezu jest równa różnicy całek po obszarach trójkątów EGE' oraz FGF

$$\iint_{Q_k(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \iint_{EGF'} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{EGF} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k) \quad (6)$$

z zależności (4), przy wzrastającym sygnale wejściowym, uzyskuje się:

$$f(t) = -F(\alpha_0, \beta_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} [F(M_n, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] + 2[F(M_n, m_{n-1}) - F(M_n, u(t))]] \quad (7)$$

przy czym: $n(t)$ – liczba trapezów.

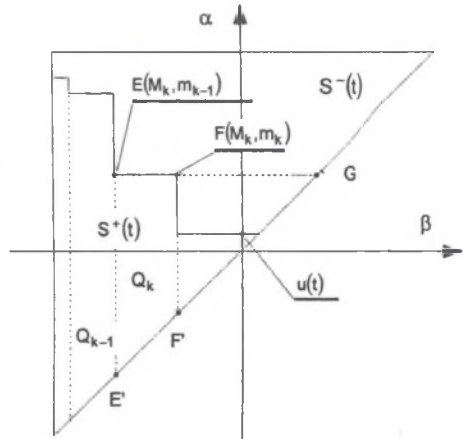
Natomiast, jeśli sygnał $u(t)$ jest sygnałem malejącym to [3]:

$$f(t) = -F(\alpha_0, \beta_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] + 2F(u(t), m_{n-1}). \quad (8)$$

W powyższych zależnościach przez M_k oraz m_k oznaczono odpowiednio k-te maksimum i k-te minimum przebiegu $u(t)$.

Wartości całek $F(M_k, m_{k-1}), F(M_k, m_k)$ w zależności (6) wyznacza się doświadczalnie w sposób przedstawiony szczegółowo w pracach [1, 3, 7].

W opracowanym algorytmie modelowania histerezy, w celu wyznaczenia sygnału wyjściowego $f(t)$ zgodnie z zależnością (7) i (8) korzysta się z wartości funkcji $F(\alpha_i, \beta_j)$ wyznaczonych dla wybranych punktów w obszarze trójkąta T. Przyjęto, że punkty te leżą w węzłach siatki dyskretyzują-



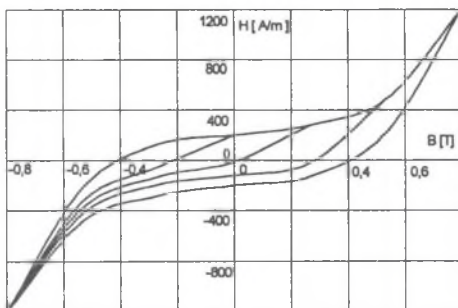
Rys. 3. Podział trójkąta Preisacha
Fig. 3. The division of Preisach triangle

cych trójkąt Preisacha. Siatkę tworzą równomiernie rozłożone linie równoległe do osi α i do osi β . Wartości funkcji F w węzłach siatki zapamiętuje się w tablicy. Na ich podstawie, wykorzystując liniową aproksymację funkcji, oblicza się wartość funkcji F dla dowolnego punktu w obszarze trójkąta Preisacha. Ze wzrostem gęstości siatki zwiększa się dokładność odwzorowania histerezy.

W opracowanym algorytmie wyznacza się i zapamiętuje wartości ekstremalne $(M_1, m_1), \dots, (M_n, m_n)$ sygnału wejściowego $u(t)$ dla kolejnych chwil czasowych. Z zapamiętanego ciągu minimów i maksimów eliminuje się przy tym „nieaktualne” wartości ekstremów [3]. Sygnał wyjściowy $f(t)$ oblicza się w programie z zależności (7) i (8).

Przy modelowaniu zjawiska histerezy w ferromagnetyku za pomocą klasycznego modelu Preisacha sygnałem wejściowym jest natężenie pola magnetycznego $u(t) = H(t)$, a sygnałem wyjściowym indukcja magnetyczna $f(t) = B(t)$. Taki model zjawiska histerezy jest niewygodny np. przy wyznaczaniu rozkładu pola metodą elementów skończonych. Wynika to z tego, że przy znanej indukcji B odpowiadające jej natężenie pola H należy dobierać iteracyjnie. Dogodniej jest posługiwać się w takich przypadkach modelem odwrotnym Preisacha, tj. modelem, w którym sygnałem wejściowym jest indukcja magnetyczna B , a sygnałem wyjściowym natężenie pola magnetycznego H .

Zasada działania modelu odwrotnego jest identyczna jak modelu klasycznego. Różnica polega na tym, że do tablicy z wartościami funkcji F wprowadza się wielkości proporcjonalne do natężenia pola lub magnetyzacji, a nie do wartości indukcji magnetycznej. Przy ich obliczaniu korzysta się z rodziny pętli histerezy $H = f(B)$ (rys. 4) [1, 7].



Rys. 4. Rodzina pętli histerezy $H = f(B)$
Fig. 4. The hysteresis loops $H = f(B)$

3. ALGORYTM WYZNACZANIA POLA MAGNETYCZNEGO

W rozważaniach przyjęto, że rozkład pola elektromagnetycznego w przestrzeni zawierającej ferromagnetyk miękkie magnesy twale oraz podobszary o stałej przenikalności magnetycznej opisują równania [5]:

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J} + \mathbf{J}_m, \quad (9)$$

$$\mathbf{J} = \gamma \left(\text{grad} V_e - \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right), \quad (10)$$

w których: ν – reluktywność magnetyczna środowiska, \mathbf{A} – wektorowy potencjał magnetyczny, \mathbf{J} – wektor gęstości prądu przewodnictwa w podobszarach o konduktywności elektrycznej γ , V_e – skalarny potencjał elektryczny, \mathbf{J}_m – wektor gęstości prądów Ampera w obszarze ferromagnetyka, zależny od wektora magnetyzacji \mathbf{H}_i :

$$\mathbf{J}_m = \text{rot} \mathbf{H}_i. \quad (11)$$

Występujący w równaniu (9) wektorowy potencjał magnetyczny \mathbf{A} jest powiązany z wektorem indukcji magnetycznej relacją $\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$. Założono ponadto, że właściwości magnetyczne ferromagnetyka miękkiego wynikają z zależności:

$$\mathbf{H} = \nu_0 \mathbf{B} - \mathbf{H}_i. \quad (12)$$

W ogólnym przypadku w celu wyznaczenia rozkładu i przebiegu pola magnetycznego w przetworniku elektromagnetycznym przy wymuszeniu napięciowym należy równania (9) i (10)

rozwiązać łącznie z równaniami opisującymi rozptył prądu w obwodach elektrycznych przetwornika. Przykładowo, dla uzwojeń przetwornika wykonanych z cienkich przewodów przyjmują one postać:

$$u = Ri + \frac{d}{dt} \Psi \quad (13)$$

gdzie:

- u – wektor napięć zasilających,
- i – wektor prądów w uzwojeniach,
- R – diagonalna macierz rezystancji uzwojeń,
- Ψ – wektor strumieni skojarzonych z uzwojeniami.

Tak zdefiniowany model nazywamy modelem połowo-obwodowym. Jeśli model połowy obwodowy jest wykorzystywany do rozpatrywania stanów dynamicznych przetworników elektromechanicznych, to w rozważaniach należy dodatkowo uwzględnić równanie opisujące dynamikę przetwornika [5]. Szczegółowy algorytm rozwiązywania równań takiego połowo-obwodowego modelu zjawisk dla maszyn elektrycznych o strukturze walcowej zamieszczono w [5]. W przedstawionych tam rozważaniach przyjęto, że pole w części elektromagnetycznej czynnej maszyny jest dwuwymiarowe, a trójwymiarowość zjawisk w obszarze połączeń czołowych ujęto w sposób przybliżony przez wprowadzenie do równań modelu ich rezystancji R_0 i indukcyjności L_0 . Do wyznaczenia rozkładu pola wykorzystano metodę elementów skończonych.

W przedstawionych w pracy [5] rozważaniach przyjęto, że właściwości magnetyczne ferromagnetyka miękkiego wynikają z równania $H = vB$ i opisane są jednowartościową krzywą magnesowania. Podobnie, korzystając z krzywej odmagnesowania modelowano magnesy trwałe. Zakładano przy tym, że ich właściwości wynikają z zależności (12).

Dla indukcji magnetycznej $B = 0$ wynikająca z pętli histerezy reluktywność magnetyczna w ferromagnetyka jest nieokreślona. Ujęcie wykorzystujące tak zdefiniowaną reluktywność środowiska jest zatem nieprzydatne w algorytmie symulacji pola elektromagnetycznego z uwzględnieniem zjawiska histerezy. W celu przystosowania przedstawionego algorytmu do symulacji pola elektromagnetycznego z uwzględnieniem histerezy magnetycznej przyjęto, że natężenie pola H zarówno w ferromagnetyku miękkim, jak i twardym opisane jest zależnością (12). Do określania magnetyzacji H_i z rodziny pętli histerezy wykorzystano klasyczny model Preisacha [3].

Zgodnie z algorytmem metody elementów skończonych w wyniku dyskretyzacji przestrzeni z równań (9), (10) i (13) uzyskuje się [5]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} + \mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{C})\mathbf{p} & -\mathbf{z} \\ -\mathbf{z}^T\mathbf{p} & -(\mathbf{R} + \mathbf{p}\mathbf{L}_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_m \\ -\mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (14)$$

przy czym:

\mathbf{S} – macierz współczynników; $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(t)$ – wektor zastępczych magnetycznych potencjałów wektorowych φ w węzłach siatki dyskretyzującej; $\boldsymbol{\theta}_m$ – wektor przepływów w otoczeniu węzłów siatki odwzorowujący magnetyzację H_i ferromagnetyka; \mathbf{K} – wektor konduktywności podobszarów w otoczeniu węzłów siatki; \mathbf{z} – macierz transformująca wektor prądów oczkowych w wektor przepływów związanych z podobszarami w otoczeniu węzłów; \mathbf{L}_0 – macierz indukcyjności połączeń czołowych; \mathbf{R} – macierz złożona z rezystancji elementów przewodzących w części elektromagnetycznej czynnej i rezystancji połączeń czołowych; $\mathbf{p} = d/dt$ – operator różniczkowania. W obszarze uzwojeń wykonanych z cienkich przewodów $\mathbf{C} = \mathbf{1}$, natomiast dla uzwojenia wykonanego z elementów masywnych przewodzących macierz \mathbf{C} transformuje potencjały φ w węzłach siatki w strumieniu skojarzone z każdym z elementów masywnych.

Dla przetworników charakteryzujących się symetrią płaszczyznową zastępczy wektorowy potencjał magnetyczny φ równy iloczynowi składowej A_z wektorowego potencjału magnetycznego w kierunku osi z i długości l rdzenia: $\varphi = lA_z$. Powyższe równania można także wykorzystać do opisu pola w układach charakteryzujących się symetrią osiową, tj. pola, dla którego potencjał wektorowy

ma tylko składową obwodową A_3 . Należy w tym celu przyjąć, że rezystancje R_0 i indukcyjności L_0 są równe zero oraz $l = 2\pi r$, gdzie r – promień.

W celu rozwiązania równania (14) dyskretyzuje się czas. Przyjęcie schematu różnicowego Cranka-Nicholsona prowadzi do układu równań różnicowych:

$$\begin{bmatrix} \vartheta S^k + \frac{1}{\Delta t} K(1-C) & -\vartheta z \\ -\frac{1}{\Delta t} z^T & -\vartheta R - \frac{1}{\Delta t} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi^k \\ i^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta \theta_m^k \\ -\vartheta u^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1-\vartheta)\theta_m^{k-1} \\ -(1-\vartheta)u^{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-\vartheta)S^{k-1} - \frac{1}{\Delta t} K(1-C_k) & -(1-\vartheta)z \\ \frac{1}{\Delta t} z^T & -(1-\vartheta)R + \frac{1}{\Delta t} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi^{k-1} \\ i^{k-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

W powyższym równaniu indeksem k oznaczono wielkości dla chwili czasowej $t = t_k$, a indeksem $k-1$ wielkości związane z chwilą $t = t_{k-1}$, współczynnik wagowy $\vartheta = 0,5$, Δt – długość kroku czasowego.

Zgodnie z przyjętym sposobem odwzorowania ferromagnetyka elementy macierzy współczynników po lewej i po prawej stronie równania (15) nie zależą od indukcji magnetycznej. Funkcją indukcji są tylko elementy wektora przepływu θ_m . Szczegółowy algorytm wyznaczania elementów tego wektora przedstawiono w [5]. W artykule potrzebną do obliczenia elementów wektora θ_m magnetyzację $H_i(B)$ określa się za pomocą odwrotnego modelu Preisacha.

Trudność w odwzorowywaniu pętli histerezy polega na tym, że wartość wektora magnetyzacji w przypadku pętli histerezy zależy nie tylko od aktualnej wartości indukcji B w elemencie dyskretyzującym, lecz także od „historii” jego magnesowania. Ta zakodowana jest w ciągu występujących po sobie maksymalnych i minimalnych wartości indukcji. Proces magnesowania może przebiegać w inny sposób w każdym z elementów dyskretyzujących obejmujących ferromagnetyk. Należy zatem dla każdego z nich pamiętać historię całego cyklu przemagnesowania.

Nieliniowy układ równań (15) rozwiązuje się dla każdej chwili czasowej metodą Newtona-Raphsona [5]. Przy gęstej dyskretyzacji przestrzeni może zawierać on do kilkudziesięciu tysięcy nieliniowych równań opisujących rozkład potencjału φ oraz do kilkudziesięciu równań dla obwodów elektrycznych przetwornika.

4. BADANIA SYMULACYJNE

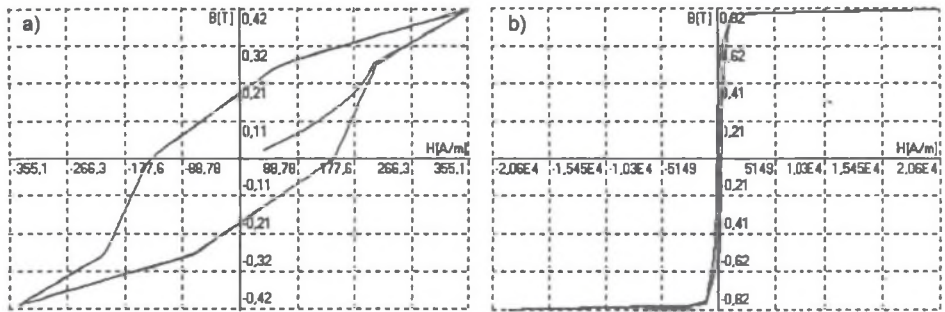
Na podstawie przedstawionego algorytmu wyznaczania pola z uwzględnieniem histerezy opracowano program komputerowy do symulacji i wizualizacji stanów pracy przetworników elektromagnetycznych. Do odwzorowania histerezy wykorzystano model odwrotny Preisacha. Program napisano w języku programowania Delphi 5 i wdrożono do obliczeń na sprzęcie komputerowym klasy PC Pentium.

W artykule przedstawiono wybrane wyniki obliczeń przeprowadzonych dla dławika kubkowego. Założono, że materiał ferrytowy, z którego wykonano rdzeń, ma pętlę histerezy jak na rys. 4 [3]. Symulowano pracę dławika przy wymuszeniu napięciowym.

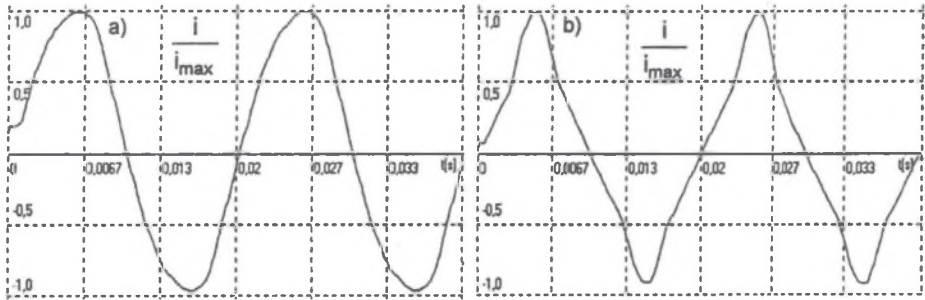
Cechą charakterystyczną zaimplementowanego modelu Preisacha jest to, że przy starcie obliczeń, tj. przy braku „historii” magnesowania materiału, sygnał wyjściowy z modelu zgodnie z zależnościami (7) i (8) odpowiada ujemnemu nasyceniu. Dlatego każdorazowo przed przystąpieniem do obliczeń symulowano proces częściowego rozmagnesowania ferromagnetyka. Polegał on na monotonicznym zmniejszaniu do ok. 0,02 T amplitudy sinusoidalnie zmieniającej się indukcji magnetycznej B .

Rozpatrywano stan załączenia na zaciski dławika napięcia sinusoidalnie zmiennego o częstotliwości 50 Hz i amplitudach 100 V, 250 V i 400 V. Fazę napięcia dobrano w taki sposób, by składowa aperiodyczna prądu w uzwojeniu była stosunkowo mała. Uzyskane pętle histerezy, w tym samym punkcie rdzenia, dla napięć 250 V i 400 V, przedstawiono na rys. 5. Mała dokładność odwzorowania kształtu histerezy wynika z przyjętej rzadkiej dyskretyzacji trójkąta Preisacha. Na rys. 6

pokazano natomiast, w jednostkach względnych, obliczone przebiegi prądu w uzwojeniach dla napięć zasilających 100 V i 250 V.



Rys. 5. Pętla histerezy dla: a) $U_m = 250V$, b) $U_m = 400V$
 Fig. 5. The hysteresis loop for: a) $U_m = 250V$; b) $U_m = 400V$



Rys. 6. Przebieg prądu w uzwojeniu dla: a) $U_m = 100V$; $i_{max} = 0,27A$; b) $U_m = 250V$; $i_{max} = 1,19A$
 Fig. 6. The waveform of current for: a) $U_m = 100V$; $i_{max} = 0,27A$; b) $U_m = 250V$; $i_{max} = 1,19A$

5. WNIOSKI

Rezultaty obliczeń wskazują na przydatność opracowanego algorytmu i programu obliczeniowego do wyznaczania rozkładu pola magnetycznego z uwzględnieniem zjawiska histerezy. Dokładność przedstawionej metody zależy m.in. od gęstości dyskretyzacji trójkąta Preisacha. Zagęszczenie dyskretyzacji powoduje jednak wzrost czasu obliczeń. Porównując czasy obliczeń symulacji pola magnetycznego wymuszanego napięciowo uzyskanych przy przyjęciu jednowartościowej krzywej magnesowania przy posługiwaniu się: a) modelem, w którym ferromagnetyk odwzorowany jest przez wprowadzenie prądów magnetyzacji magnetycznej (prądów Ampera) oraz b) modelem klasycznym o zmieniającej się przenikalności magnetycznej środowiska, stwierdzono, że dla metody klasycznej obliczenia przebiegają ok. 9-krotnie krócej. Metody klasycznej nie można niestety wykorzystać do uwzględnienia zjawiska histerezy w ferromagnetykach. Wynika to z występowania nieoznaczonej wartości przenikalności magnetycznej dla natężenia pola $H = 0$.

LITERATURA

1. Gyimóthy Sz., Iványi A.: Implementation and application of the 2D vectorial Preisach model for field calculation with the finite element method, Proc. 6-th International IGTE Symposium, Graz, Austria, September 1994, pp. 89-94.

2. Henrotte F., Nicolet A., Deliance F., Genon A., Legros W.: Modeling of ferromagnetic materials in 2D finite element problems using Preisach model, IEEE Trans. On Magn., Vol. 28, No.5, September 1991, pp 2614-2616.
3. Mayergoyz I.D.: Mathematical models of hysteresis, Springer Verlag, New York 1991.
4. Ninet O., Peccolo M.A., Fraisse H., Masson J.P.: 2D field calculations with hysteresis for the characterisation of magnetic circuits, Electrimacs'96, Saint-Nazaire, September 1996.
5. Szczęg W.: Analiza stanów pracy i synteza silników synchronicznych magnetoelektrycznych, ujęcie polowe, Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej, Poznań 1998.
6. Szczęg W., Nowak L., Myszkowski A.: Hamulec elektromagnetyczny z cieczą magnetoologiczną, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 48, SME 2000, s.206-213.
7. Takahashi N., Miyabara S., Fujiwara K.: Problems in practical finite element analysis using Preisach hysteresis model, IEEE Trans. On Magn., Vol. 35, No. 3, May 1999, pp1243-1246.

Recenzent: Dr hab. inż. Adam Jagiełło
 Profesor Politechniki Krakowskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 2 marca 2001 r.

Abstract

In the magnetic field analysis increasing attention is paid to magnetic properties representation of ferromagnetic material. Magnetic materials are usually described in terms of a single valued $B = f(H)$ curve in finite element analysis. However, in some applications, such as in loss evaluations, the hysteresis behaviour of the material is important since hysteresis loss can be a significant component of the total loss. In these cases, usually the Preisach model is used to describe the hysteresis phenomenon.

The classical Preisach model describes the non-linear relation between the field strength H and magnetic flux density B or the magnetisation H_i . In considerations it has been assumed that B and H are parallel. In scalar Preisach model, it is assumed that the magnetic material consist of many elementary interacting particles and each of them can be represented by a rectangular elementary hysteresis loop, as shown in Fig. 1. The main properties and geometric interpretation (Fig. 2, Fig. 3) of the Preisach model are presented. The Preisach model can be numerically implemented by using the formula (8). This model is not suitable for B oriented finite element method, because the additional iteration is required to find field H and magnetisation $H_i = B/\mu_0 - H$ from the calculated B . Therefore in the paper, in order to calculate H_i the Preisach model with inverse distribution function $\mu(\alpha, \beta)$ is introduced (B-oriented model).

The algorithm of the electromagnetic field analysis in electromagnetic converters has been presented. The elaborated method bases on combined solutions of the magnetic field equation (9), the electric circuits equation (13). For analysis of the electromagnetic field the finite element method and step by step algorithm have been used. The hysteresis has been taken into account by means of the B-oriented Preisach model. The field problem has been considered as two-dimensional. In order to describe the field distribution the modified magnetic potential φ has been applied. A triangular grid has been constructed and the field and circuit equations have been approximated by the system of ordinary differential equations (14). In order to solve these equations the time discretization has to be carried out. The derivatives have been considered by using the Crank-Nicholson formula. Thus, the differential equation (14) have been substituted with the system of algebraic equation (15). In order to solve nonlinearity the Newton-Raphson iterative method has been used.

The elaborated algorithm and program has been used for simulation voltage-exciting electromagnetic field in the axisymmetrical reactor.