

Andrzej KAPŁON¹⁾

PRZYBLIŻONE MODELE WIELOWARSTWOWE MASZYNY LINIOWEJ UWZGLĘDNIAJĄCE SKOŃCZONĄ DŁUGOŚĆ OKŁADU PRĄDOWEGO

Streszczenie. Maszynę indukcyjną zastąpiono przybliżonym modelem o warstwowej izotropowej strukturze. W wyniku rozwiązania zagadnienia polowego dla takiego modelu wyprowadzono schemat zastępczy maszyny o parametrach skupionych wygodny dla analizy zarówno stanów przejściowych, jak i ustalonych maszyny indukcyjnej. Skończoną długość okładu prądowego uwzględniono metodą przedłużenia analitycznego z odstępem bezprądowym rozkładu prądu wzbudnika przy użyciu szeregu harmonicznych Fouriera. Przedstawiono poślizgowe charakterystyki admittancji operatorowej strony pierwotnej oraz trajektorie siły i prądu fazowego maszyny liniowej nieskończenie długiej i o skończonej długości okładu prądowego.

APPROXIMATE MODELS OF INDUCTION LINEAR MACHINE TAKING INTO ACCOUNT THE FINITE LENGTH OF THE CURRENT SHEET

Summary. An induction machine was substituted by an approximate computational model with a multilayer isotropic structure. The equivalent circuit with concentrated parameters convenient for analysis of transient as well as steady states of the machine was built as a consequence of a field calculation for the multilayer model. A finite length of the armature current sheet was taken into account by an analytic prolongation of current sheet distribution using the Fourier harmonic series method. The slip dependent force and phase current characteristics of the infinitely long as well as with the finite length of the current sheet linear machine have been presented.

Key words: induction linear machine, transient states, equivalent diagram

1. WPROWADZENIE

Zjawisko wypierania prądów wirowych w litych warstwach strony wtórnej silników liniowych powoduje, że strona wtórna maszyny jest obiektem o parametrach rozłożonych. Utrudnia to analizę stanów przejściowych maszyny. Zastąpienie równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych opisujących stan elektromagnetyczny nieustalony maszyny równaniami różniczkowymi zwyczajnymi ułatwia ich rozwiązanie i w konsekwencji prowadzi do zbudowania schematu zastępczego maszyny o parametrach skupionych [1],[2] (rys. 2).

Obliczeniowy model warstwowy maszyny indukcyjnej liniowej wyprowadzono w oparciu o następujące założenia upraszczające:

1. Analiza pola elektromagnetycznego odbywa się w prostokątnym układzie współrzędnych x, y, z związanym ze stroną wtórną maszyny.
2. Obwód maszyny jest nienasycony.
3. Stronę pierwotną, szczelinę powietrzną oraz ostatnią warstwę strony wtórnej stanowią warstwy jednorodne i izotropowe, przy czym $\mu = \infty$, $\gamma = 0$ dla pierwszej i ostatniej warstwy ferromagnetycznej.
4. Zjawiska krańcowe związane ze skończoną szerokością b wzbudnika są pomijalne.
5. Okład prądowy trójfazowego symetrycznego uzwojenia pierwotnego o rozłożeniu sinusoidalnym zastępującego realne uzwojenie strefowe o liczbie zwojów w_1 i współczynniku uzwojenia ξ_1 sprowadzony jest do nieskończonej cienkiej warstwy prądowej przylegającej do żelaza strony pierwotnej i po zastosowaniu transformacji do układu dwufazowego opisany jest funkcją:

¹⁾ Dr inż. Andrzej Kapłon, Katedra Energoelektroniki, Politechnika Świętokrzyska, Al. 1000-lecia PP7, 25-314 Kielce, tel. (0-41) 34 24 205, tel. Fax. (0-41) 34 24 218, e-mail: energo_kap@poczta.onet.pl, ene@eden.tu.kielce.pl

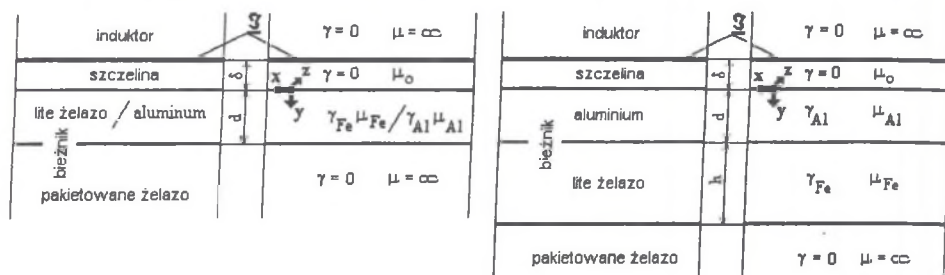
$$\mathfrak{J}_1(x,t) = -2\sqrt{\frac{m_1}{2}} \frac{w_1 \xi_1}{p_b \tau} I_1(t) \sin x$$

6. Przy ortogonalnej dwuosiowej transformacji wielkości fazowych do układu współrzędnych nieruchomego względem części wtórnej składowe dwuosiowe wielkości elektromagnetycznych przedstawione są na płaszczyźnie liczb zespolonych d,q strony wtórnej. Ze względu na symetrię maszyny analizę pola przeprowadza się w jednej osi (np. w osi d) i uogólnia zależności dla osi q. Dla skrócenia zapisu wygodnie przyjmując $\mathfrak{J}_d = \mathfrak{J}$.

Na rysunku 1 przedstawiono przykładowe konfiguracje maszyny indukcyjnej i odpowiadające im modele obliczeniowe.

Liniowej maszynie indukcyjnej o nieskończonych wymiarach i bieźni zbudowanej z warstw litych przewodzących ściśle odpowiada wielowarstwowy izotropowy model obliczeniowy [1],[2]. Wyprowadzony w oparciu o ten model schemat zastępczy pozwala analizować pracę maszyny w stanach ustalonych i nieustalonych [1],[2].

Na rysunku 1 przedstawiono modele obliczeniowe maszyny indukcyjnej dwu- i trójwarstwowe.



Rys. 1. Modele obliczeniowe liniowej maszyny indukcyjnej
Fig. 1. Computational models of a linear induction machine

2. SCHEMAT ZASTĘPCZY MASZYNY LINIOWEJ O NIESKOŃCZONYCH WYMIARACH.

Stosując transformatę operatorową dla przebiegów czasowych okład prądowy maszyny liniowej o nieskończonych wymiarach opisano równaniem (1).

$$\underline{\mathfrak{J}}_z(x,p) = \mathfrak{J}(p) \exp\left(-j\frac{\pi}{\tau}x\right). \quad (1)$$

Rozkład pola elektromagnetycznego w każdej n -tej warstwie jest opisany równaniami Maxwella w postaci operatorowej (pominięto prądy przesunięcia):

$$\text{rot } H(p) = \bar{k}_z J(p), \quad \text{rot } E(p) = -p B(p), \quad (2)$$

$$\text{div } A(p) = 0, \quad B(p) = \text{rot } A(p), \quad A(p) = \bar{k}_z A(p), \quad J(p) = \bar{k}_z \gamma_z E(p),$$

\bar{k}_z - wersor w osi z układu współrzędnych x,y,z.

Potencjał wektorowy w każdej warstwie jest opisany równaniem:

$$\underline{A}_n(x,y,p) = [C_{1n}(p) \exp(-\epsilon_n y) + C_{2n}(p) \exp(\epsilon_n y)] \times \exp\left(-j\frac{\pi}{\tau}x\right) \quad (3)$$

$$\text{gdzie: } \epsilon_n^2 = \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 + \gamma_n \mu_n p.$$

Stałe całkowania C_{1n} , C_{2n} - wynikają z warunków brzegowych:

$$\begin{cases} \underline{A}_n = \underline{A}_{n+1} \\ \underline{k}_y \left[\frac{1}{\mu_{(n+1)x}} \text{rot}_x \underline{A}_{n+1}(p) - \frac{1}{\mu_{nx}} \text{rot}_x \underline{A}_n(p) \right] = \begin{cases} \underline{\mathfrak{J}}_z(x,p) \\ 0 \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

przy czym: $\underline{\mathfrak{J}}_z(x,p)$ – pomiędzy wzbudnikiem a szczeliną powietrzną,
 0 – dla pozostałych granic.

Strumień skojarzony uzwojenia strony pierwotnej jest określony całą powierzchnią składowej normalnej indukcji otrzymanej z rozwiązania równań (2) z uwzględnieniem (3, 4):

$$\Psi_{1\delta}(p) = \sqrt{\frac{3}{2}} w_1 \xi_1 b \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \underline{B}_y(x,y = -\delta,p) dx \quad (5)$$

Indukcyjność operatorowa $L_{1\delta}(p) = \frac{\Psi_{1\delta}(p)}{I_1(p)}$ uzwojenia zastępczego związana ze strumieniem w

szczelinie powietrznej przy uwzględnieniu (5) oraz $\mathfrak{J}(p) = \frac{w_1 \pi}{2 p_b \tau} I_1(p)$ dla poszczególnych modeli

obliczeniowych jest określona następująco:

a) model dwuwarstwowy:

$$L_{1\delta}(p) = L_\mu \frac{\frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta)}{\frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta)} \quad (6a)$$

b) model trójwarstwowy:

$$L_{1\delta}(p) = \frac{\frac{\epsilon_4}{\mu_4} \text{sh}(\epsilon_4 h) \left[\frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta) \right] + \frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{ch}(\epsilon_4 h) \left[\frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta) \right]}{\frac{\epsilon_4}{\mu_4} \text{sh}(\epsilon_4 h) \left[\frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta) \right] + \frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{ch}(\epsilon_4 h) \left[\frac{\epsilon_3}{\mu_3} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta) \right]} \quad (6b)$$

gdzie:

$$L_\mu = \frac{C \mu_2}{\epsilon_2}, \quad C = 6 \frac{(w_1 \xi_1)^2 b}{p_b \tau}$$

Parametry skupione schematu zastępczego (rys. 2) otrzymuje się w wyniku rozkładu na ułamki proste admitancji operatorowej strony pierwotnej $\frac{1}{p L_{1\delta}(p)} = \frac{N(p)}{p W(p)}$. Powoduje to, że stronę wtórną

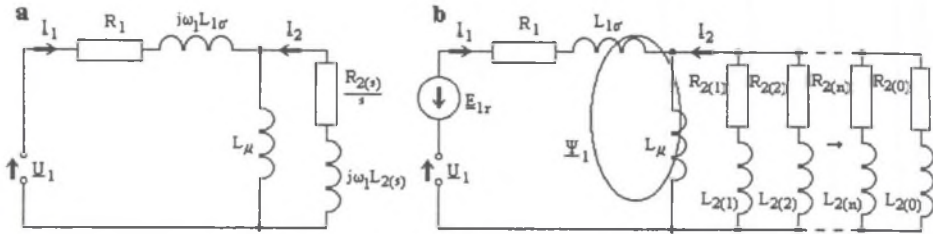
maszyny można przedstawić w postaci równoległego połączenia impedancji magnesującej $p L_\mu$ oraz impedancji nieskończonego ciągu dwójników równoległych $R_{2(n)}^*, L_{2(n)}^*$ [1], [2]. Występują bieguny

proste różne od zera i przy $\lim_{p \rightarrow \infty} \left[\frac{N(p)}{p W(p)} \right] = 0$ admitancja operatorowa jest określona następująco:

$$\frac{1}{p L_{1\delta}(p)} = \frac{1}{p L_\mu} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{R_{2(n)}^*} + \frac{1}{1 + T_n p} \right] \quad (7)$$

gdzie: $L_{\mu} = \frac{W(p=0)}{N(p=0)}$, $T_n = -\frac{1}{p_n}$, $\frac{1}{R_{2(n)}^*} = -\frac{N(p_n)}{p_n^2 \left[\frac{dW}{dp} \right]_{p=p_n}}$,

gdzie p_n – miejsca zerowe $W(p)$.



Rys. 2. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej
Fig. 2. Equivalent circuit of an induction machine

Rezystancja resztkowa $R_{2(0)}^*$ wynika z porównania rezystancji R_2^* i rezystancji wypadkowej dwojników równoległych [1]:

$$\frac{1}{R_2^*} = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{1}{pL_{1\sigma}(p)} - \frac{1}{pL_{\mu}} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_{2(n)}^*} = \frac{1}{R_{2(0)}^*} + \sum_{n=1}^{n_0} \frac{1}{R_{2(n)}^*} \quad (8a)$$

Indukcyjność $L_{2(0)}^*$ wynika z warunku jednakowych pochodnych granicznych względem operatora p [1], przy czym obowiązują zależności:

$$\frac{T_e}{R_2^*} = - \left[\frac{d}{dp} \left(\frac{1}{pL_{1\sigma}(p)} - \frac{1}{pL_{\mu}} \right) \right]_{p \rightarrow 0} = - \left[\frac{d}{dp} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_{2(n)}^*} \frac{1}{1 + T_n p} \right) \right]_{p \rightarrow 0} = \sum_{n=1}^{n_0} \left(\frac{T_n}{R_{2(n)}^*} \right) + \frac{T_0}{R_{2(0)}^*} \quad (8b)$$

gdzie: $T_0 = \frac{L_{2(0)}^*}{R_{2(0)}^*}$, $T_n = \frac{L_{2(n)}^*}{R_{2(n)}^*}$.

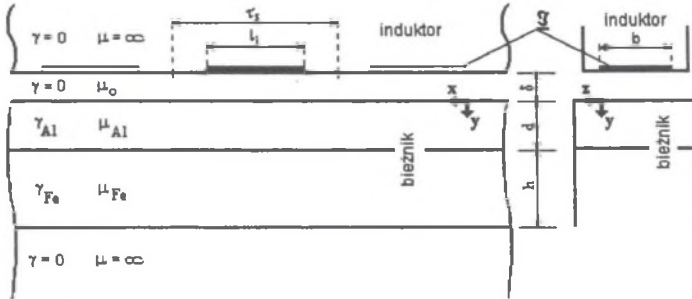
Zastępczą stałą czasową strony wtórnej można wyrazić za pomocą przebiegu prądu i_2^* po przyłożeniu napięcia w postaci skokowej do zacisków węzłowych w schemacie zastępczym maszyny

otrzymanych po wyodrębnieniu indukcyjności magnesującej: $T_e = \sum_0^{\infty} \frac{I_2^*(t = \infty) - I_2^*(t)}{I_2^*(t = \infty)} dt$ [1].

Z uwagi na założoną symetrię maszyny indukcyjności operatorowe uzwojeń zastępczych w osiach d i q są jednakowe, tak więc indukcyjność operatorowa strony pierwotnej z uwzględnieniem indukcyjności rozproszenia $L_{1\sigma}$ od żłobków i połączeń czołowych $L_{1(p)} = L_{1\sigma} + L_{1\delta}(p)$.

3. MODEL MATEMATYCZNY MASZyny LINIOWEJ O SKOŃCZONEJ DŁUGOŚCI OKŁADU PRĄDOWEGO

Analizę skończonych rozmiarów twornika maszyny liniowej przeprowadzono przy uwzględnieniu wyłącznie skończonej długości okładu prądowego w osi x przy jednoczesnym zachowaniu ciągłości żelaza stosując tzw. przedłużenie analityczne [1]. Polega ono na utworzeniu w kierunku osi x nieskończonego ciągu umyślonych uzwojeń kolejnych induktorów o długości l_j i oddalonych od siebie o τ_s wytwarzających okłady prądowe przemiennej znaku (rys. 3). Tak otrzymany okład prądowy rozłożono w nieskończony szereg Fouriera.



Rys. 3. Moduł składowej normalnej indukcji na powierzchni stojana: a) dla dodatnich poślizgów, b) dla ujemnych poślizgów

Fig. 3. Modulus of the magnetic induction normal component on the stator surface: a) for positive slips, b) for negative slips

Pominięto asymetrię zwojową będącą konsekwencją stopniowania ilości zwojów cewek skrajnych, a także poprzeczne efekty krańcowe od skończonej szerokości b twornika rzeczywistej maszyny. Efekt żłobkowania twornika uwzględniono powiększając szczelinę powietrzną o współczynnik Cartera.

Wypadkowy układ prądowy dla przypadku przybliżonego modelu dwuwymiarowego jest określony następująco:

$$\mathfrak{J}(x,p) = \sum_{r=1}^{\infty} \mathfrak{J}(p) \frac{2}{\pi r} \sin\left(r \frac{\pi l_1}{2\tau_s}\right) \times \left[\exp(-j\alpha_r^I x) + \exp(-j\alpha_r^{II} x) \right] \quad (9)$$

przy czym :

$$\alpha_r^I = \frac{\pi}{\tau_r} = \frac{\pi}{\tau} + r \frac{\pi}{\tau_s}, \quad \alpha_r^{II} = \frac{\pi}{\tau_r} = \frac{\pi}{\tau} - r \frac{\pi}{\tau_s}, \quad r = 1, 3, 5, \dots, (2n+1) - \text{harmoniczne przestrzenne.}$$

Odległości τ_s pomiędzy okładami umyślonych tworników powinny być na tyle duże, aby ich wzajemne oddziaływanie było względnie małe. Jednakże zwiększanie odległości τ_s prowadzi do zwiększania liczby znaczących harmonicznych r układu prądowego.

Modele obliczeniowe maszyny liniowej o skończonych wymiarach układu prądowego w odniesieniu do określenia struktury warstwowej są takie same jak w przypadku maszyny o wymiarach nieskończonych (rys. 1).

Składową normalną indukcji magnetycznej $\underline{B}_y(x,y,p) = \frac{\partial A_z(x,y,p)}{\partial x}$ w poszczególnych warstwach modelu obliczeniowego maszyny przy wymuszeniu układem prądowym (9) uzyskuje się z rozwiązania zagadnienia polowego:

$$\underline{B}_y(x,y,p,r) = \mu_2 \mathfrak{J}(p) \times \left[\sum_{r=1}^{\infty} D(y,p,r) \frac{2}{\pi r} \sin\left(r \frac{\pi l_1}{2\tau_s}\right) \times j \exp(-j\alpha_r^I x) + \sum_{r=1}^{\infty} D(y,p,r) \frac{2}{\pi r} \sin\left(r \frac{\pi l_1}{2\tau_s}\right) \times j \exp(-j\alpha_r^{II} x) \right] \quad (10)$$

przy czym w wyrażeniu (10): $p = js_r^k \omega_0$, gdzie: $\omega_0 = 2\pi f_1$, f_1 – częstotliwość napięcia stojana, s_r^k – poślizg r -tej harmonicznej pola wyznaczony według zależności:

$$s_r^k = \frac{\tau}{\tau_r^k} (s-1) + 1 \quad (11)$$

τ , s – odpowiednio: podziłka biegunowa i poślizg maszyny o długości nieskończonej.

Wzór (11) wynika z warunku wspólnej prędkości strony wtórnej dla wszystkich silników harmonicznyc. Odniesienie stanowi liniowa prędkość synchroniczna $2\tau f_1$ maszyny nieskończenie długiej.

We wzorze (10) funkcja $D(y,p,r)$ odpowiednio dla układu: dwu- lub trójwarstwowego jest określona następująco:

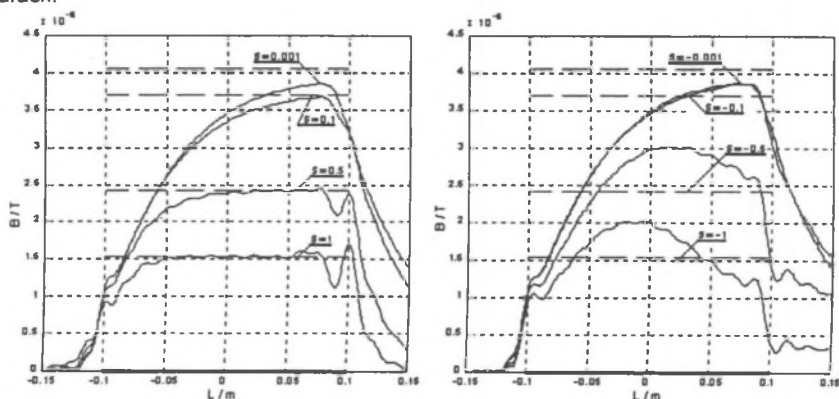
$$D(y,p,r) = \frac{-\frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{sh}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{sh}(\epsilon_{2,r}^k y) + \frac{\epsilon_{2,r}^k}{\mu_2} \operatorname{ch}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{ch}(\epsilon_{2,r}^k y)}{\frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{ch}(\epsilon_{2,r}^k \delta) \operatorname{sh}(\epsilon_{3,r}^k d) + \frac{\epsilon_{2,r}^k}{\mu_2} \operatorname{sh}(\epsilon_{2,r}^k \delta) \operatorname{ch}(\epsilon_{3,r}^k d)} \quad (12a)$$

$$D(y,p,r) = \frac{\frac{\epsilon_{4,r}^k}{\mu_4} \operatorname{sh}(\epsilon_{4,r}^k h) \left[-\frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{ch}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{sh}(\epsilon_{2,r}^k y) + \frac{\epsilon_{2,r}^k}{\mu_2} \operatorname{sh}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{ch}(\epsilon_{2,r}^k y) \right] + \frac{\epsilon_{4,r}^k}{\mu_4} \operatorname{sh}(\epsilon_{4,r}^k h) \left[\frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{ch}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{ch}(\epsilon_{2,r}^k \delta) + \frac{\epsilon_{2,r}^k}{\mu_2} \operatorname{sh}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{sh}(\epsilon_{2,r}^k \delta) \right] + \frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{ch}(\epsilon_{4,r}^k h) \left[-\frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{sh}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{sh}(\epsilon_{2,r}^k y) + \frac{\epsilon_{2,r}^k}{\mu_2} \operatorname{ch}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{ch}(\epsilon_{2,r}^k y) \right] + \frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{ch}(\epsilon_{4,r}^k h) \left[\frac{\epsilon_{3,r}^k}{\mu_3} \operatorname{sh}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{ch}(\epsilon_{2,r}^k \delta) + \frac{\epsilon_{2,r}^k}{\mu_2} \operatorname{ch}(\epsilon_{3,r}^k d) \operatorname{sh}(\epsilon_{2,r}^k \delta) \right]}{\dots} \quad (12b)$$

oraz:

$$\left(\epsilon_{n,r}^k\right)^2 = \left(\frac{\pi}{\tau_k}\right)^2 + \mu_n \gamma_n p = \left(\alpha_r^k\right)^2 + \mu_n \gamma_n p, \quad \text{gdzie: } n - \text{numer warstwy, } k - \text{numer fali: I, II.}$$

Na rysunku 4 przedstawiono rozkład modułu składowej normalnej indukcji w szczelinie powietrznej na powierzchni strony pierwotnej ($y=-\delta$) dla silnika o skończonej długości okładu prądowego, wyznaczonego według wzoru (10). Obliczenia wykonano dla ustalonego stanu pracy maszyny dla wybranych wartości poślizgu maszyny i przy przyjęciu okładu prądowego wzbudnika $\mathfrak{I}(p) = 1 \text{ A/m}$. Na rysunku tym zaznaczono również rozkład indukcji dla silnika o nieskończonych wymiarach.



Rys. 4. Moduł składowej normalnej indukcji na powierzchni stojana: a) dla dodatnich poślizgów, b) dla ujemnych poślizgów

Fig. 4. Modulus of normal component of the induction on stator surface of the machine

W silniku o skończonej długości okładu prądowego obserwuje się tłumienie pola na jego wejściu i wolniejsze zanikanie pola na wyjściu.

Strumień skojarzony uzwojenia zastępczego o rozłożeniu sinusoidalnym wyznaczono ze wzoru:

$$\Psi_{1\delta}(p) = \frac{4}{\pi} w_{sz} b \int_{\frac{-L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} B_y(x, y = -\delta, p, r) dx \quad (13)$$

Biorąc pod uwagę, że $\Im(p) = \frac{w_{sz}\pi}{2\tau} I_1(p)$ oraz $\frac{\pi}{4} w_{sz} = \sqrt{\frac{3}{2}} w_1 \xi_{11}$, indukcyjność strony pierwotnej

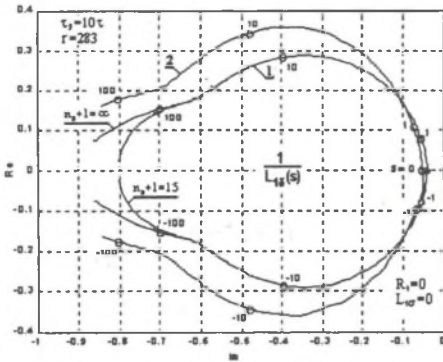
$L_{1\delta}(p) = \frac{\Psi_{1\delta}(p)}{I_1(p)}$ z uwzględnieniem wzoru (13) określa zależność:

$$L_{1\delta}(p) = \frac{3(w_1 \xi_{11})^2 b}{\tau} \times \int_{\frac{-L_1}{2}}^{\frac{L_1}{2}} B_y(x, y = -\delta, p, r) dx \quad (14)$$

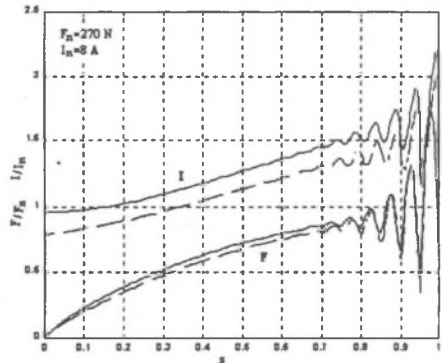
gdzie: $p = js_r^k \omega_0$, $s_r^k = \frac{\tau}{\tau_r} (s-1) + 1$.

Ze względu na postać indukcji magnetycznej (10) wygodnie jest zastosować całkowanie numeryczne.

Na rysunku 5 przedstawiono poślizgową charakterystykę admittancji operatorowej strony pierwotnej silnika liniowego o skończonych wymiarach (linia 2). Porównano ją z charakterystyką częstotliwościową admittancji operatorowej strony pierwotnej silnika liniowego o nieskończonych wymiarach (linia 1).



Rys. 5. Poślizgowa charakterystyka admittancji strony pierwotnej
Fig. 5. Slip dependent characteristic of stator admittance



Rys. 6. Poślizgowe trajektorie siły i prądu maszyny liniowej
Fig. 6. Slip dependent force and current trajectories of a linear machine

Rysunek 6 przedstawia trajektorie siły elektromagnetycznej oraz prądu w funkcji poślizgu dla przypadku rozruchu maszyny liniowej bez obciążenia i stałej masy bezwładności ($m=20$ kg) po załączeniu jej na znamionowe napięcie. Linia przerywana dotyczy wycinka o długości l z nieskończenie długiej maszyny liniowej, natomiast linia ciągła maszyny liniowej o skończonej długości okładu prądowego.

4. WNIOSKI

Przedstawiony wielowarstwowy anizotropowy model dobrze odwzorowuje stany nieustalone i ustalone liniowej maszyny indukcyjnej o warstwowej litej stronie wtórnej. Może być wykorzystany dla estymacji parametrów schematu zastępczego maszyny liniowej przydatnych w automatyce napędu elektrycznego. Model ten łatwo się stosuje również dla maszyn wirujących, w tym głębokożłobkowych po zastąpieniu struktury żłobkowej warstwami anizotropowymi [3].

LITERATURA

1. Paszek W.: Dynamika maszyn elektrycznych. Helion, Gliwice 1998.
2. Paszek W., Kapłon A.: Induktionsmaschine mit mehrschichtiger Läuferstruktur als Modell zur Abbildung transienter Vorgänge. „31. Internationales Wiss. Kolloquium“, Ilmenau, Vortragsreihe A3, Heft 1(1986), s.255-258.
3. Paszek W., Kapłon A.: Induction machine with anisotropic multilayer rotor modelling the electromagnetic and electrodynamic states of a symmetrical machine with deep bar cage in solid iron rotor core. Electromagnetic Field in Electrical Engineering. *Plenum Press*, New York and London, 1988.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Władysław Paszek

Wpłynęło do Redakcji 16 kwietnia 2001 r.

Abstract

The multilayer mathematical model having isotropic continuous layers was taken into consideration. In Cartesian co-ordinate system x,y,z (Fig. 1) for infinitely long linear machine (LM), current sheet exceeding the travelling field in LM is expressed by formula (1). Field distribution in each n -th layer is described by Maxwell's equations in operational form (2). Taking into account (3,4) in equation set (2) we get the flux linkage of the inductor winding (5) and, subsequently, the operational stator inductances (6) for each of the computational models (Fig. 1). Substituting (6) in (7,8) we get the R, L parameters in the appropriate equivalent circuit (Fig. 2) of the machine for each of the machine variants.

The analysis of the transient states with finite length of armature winding taken into account was made by neglecting as well the finite width b as the asymmetry of the inductor winding of real LM. The finite length of the current sheet can be taken into account by an analytic prolongation of the inductor. In x -direction there are built a sequence of imaginary current sheets with l_i length and τ_s distance between them (Fig. 3) and next using the Fourier harmonic series method a resultant current sheet expressed by formula (9). Field distribution in each n -th layer of the r -th machine is described by equations (2,3,4). The resultant normal component of magnetic induction B_y in air gap on stator surface ($y=-\delta$) is a sum of induction normal components of each of the monoharmonic machines (10).

The modulus of the resultant normal component of magnetic induction B_y is shown on Fig. 4. On Fig. 5 there are presented slip dependent stator admittances. Curve 1 is concerned with infinitely long LM and curve 2 with LM with finite length of armature winding. Fig. 6 presents the trajectories of the slip dependent electromagnetic force and the stator current at running up with no mechanical load after switching on rating supplying voltage. The dotted lines refer to a LM evaluated as a sector from an idealized infinitely long machine and the continuous lines to the LM with finite length of the inductor winding.