

Roman MIKSIEWICZ¹⁾

MODELOWANIE POLOWO-OBWODOWE SILNIKÓW RELUKTANCYJNYCH PRZEŁĄCZALNYCH

Streszczenie. W artykule, na przykładzie silnika o liczbie biegunów 6/4, przedstawiono model obliczeniowy uwzględniający nieliniowy obwód magnetyczny. Model ten łączy obliczenia polowe i obwodowe. Pokazano i porównano wyniki obliczeń przy zasilaniu jednopulsowym oraz PWM.

FIELD – CIRCUIT MODELLING OF SWITCHED RELUCTANCE MOTORS

Summary. The calculation model of a switched reluctance motor of 6/4 poles is presented in the paper. This model takes into account nonlinear magnetic circuit as well as links field and circuit calculations. The calculation results at single-pulse and PWM supply are given and compared.

Key words: switched reluctance motor, field – circuit modelling

1. WSTĘP

Zwiększone możliwości układów sterowania (decydujące o właściwościach silnika) spowodowały, że zainteresowanie silnikami reluktancyjnymi przełączalnymi w ostatnim okresie jest duże. Ze względu na swoje liczne zalety silniki reluktancyjne przełączalne mogą w wielu przypadkach zastąpić silniki indukcyjne, bezszczotkowe, czy też synchroniczne z magnesami trwałymi [5], szczególnie dotyczy to napędów o regulowanej prędkości obrotowej [1]. Prowadzi się prace nad zastosowaniem silników przełączalnych jako rozruszników i generatorów w pojazdach samochodowych [2] oraz jako napęd tych pojazdów.

Istotnymi wadami silników reluktancyjnych przełączalnych (SRM) są pulsacje momentu elektromagnetycznego i spowodowany tym hałas i drgania oraz konieczność instalowania czujników położenia wirnika, co dla silników małej mocy może stanowić istotną część kosztów.

Silnik reluktancyjny przełączalny może być zasilany:

- jednopulsowo ze źródła napięcia stałego,
- ze sterownika z modulacją szerokości impulsów (PWM), ze sterowaniem: napięciowym, prądowym (z histerezyjnym regulatorem prądu) oraz momentem.

Dobór sposobu sterowania zależy od wymagań napędu. Można optymalizować warunki sterowania, tak aby uzyskać np. minimalne pulsacje momentu, ograniczyć prądy, zminimalizować straty mocy w uzwojeniach.

Projektowanie obwodu elektromagnetycznego silnika reluktancyjnego przełączalnego odbywa się łącznie z projektowaniem jego układem sterowania dla zadanych parametrów. Aby zaprojektować uzwojenie oraz obwód magnetyczny silnika, konieczna jest znajomość przebiegu czasowego prądu stojana. Prąd ten, jak również jego wartość skuteczna zależą od kątówysterowania tranzystorów w układzie zasilania (rys.1).

Charakterystyki statyczne silnika, przebiegi czasowe prądów i momentu można wyznaczyć bazując na dwóch metodach:

1. przy założonym liniowym obwodzie magnetycznym, na podstawie analizy harmonicznego rozkładu indukcyjności w funkcji położenia wirnika, wyznacza się uproszczone analityczne zależności określające przebiegi czasowe prądów [7] i momentów,

¹⁾ Dr inż., Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych, Politechnika Śląska, Gliwice ul. Akademicka 10a
tel, fax: 237-1447, e-mail: r_miks@kmiue.elekt.polsl.gliwice.pl

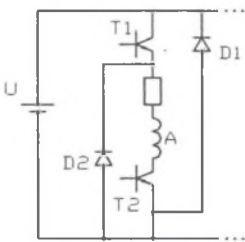
2. przy pomocy profesjonalnych programów komputerowych wykonuje się obliczenia polowe, z których wyznacza się charakterystyki indukcyjności, strumieni sprzężonych, momentu. Przebiegi czasowe prądów i momentu uzyskuje się rozwiązując układ nieliniowych równań różniczkowych opisujących stan nieustalony silnika.

Prowadzone obecnie prace dotyczące napędów z silnikami przełączalnymi koncentrują się na następujących zagadnieniach:

- modelowania i optymalizacji konstrukcji i sterowania,
- doboru sposobu sterowania, tak aby zmniejszyć pulsacje momentu,
- zastosowania układów sterowania bazujących na logice rozmytej,
- zlikwidowania czujników położenia wirnika,
- zastosowania cyfrowych procesorów sygnałowych (DSP).

W artykule, na przykładzie 3-fazowego silnika o strukturze obwodu magnetycznego 6/4 (rys.3), przedstawiono model połowo-obwodowy umożliwiający obliczenia właściwości silnika w stanach nieustalonych oraz ustalonych. W zależności od zastosowanego źródła napięcia i sposobu sterowania pokazano możliwości obliczeń dla różnych sposobów zasilania. Przykładowe obliczenia wykonano dla zaprojektowanego obwodu elektromagnetycznego silnika o strukturze przedstawionej na rys.1. Założono zasilanie napięciem $U=24$ V, moment znamionowy $M=1$ Nm i prędkość obrotową $n=2000$ obr/min.

2. MODEL OBLICZENIOWY SILNIKA



Rys.1. Schemat układu zasilania jednej fazy uzwojenia silnika

Fig.1. Diagram of supply for one SRM phase

W rozważanym modelu przyjęto uzwojenie o cewkach połączonych szeregowo, strukturze obwodu magnetycznego jak na rys.3 i układzie zasilania jak na rys.1. W modelu matematycznym silnika założono, że każdą z faz można traktować oddzielnie, pominięto straty w rdzeniu silnika, straty mechaniczne i straty na prądy wirowe.

Przy zasilaniu jednopulsowym w cyklu pracy (rys.2) każdego z uzwojeń można wyróżnić dwa etapy:

- przedział kątów ($\vartheta_{on} + \vartheta_{off}$), w którym obydwa tranzystory T1 i T2 są włączone i uzwojenie jest załączone na napięcie zasilania U,
- przedział kątów ($\vartheta_{off} + \vartheta_x$), w którym zablokowane są obydwa tranzystory, natomiast przez diody D1 i D2 do uzwojenia jest przyłożone napięcie o przeciwnej polaryzacji. Załączenie napięcia o przeciwnej polaryzacji umożliwia szybsze wygaszenie prądu płynącego przez uzwojenie.

W przypadku zasilania ze sterownika PWM, w przedziale kątów ($\vartheta_{on} + \vartheta_{off}$) tranzystor T2 jest włączony na stałe, natomiast T1 jest załączany i wyłączany cyklicznie z zadaną częstotliwością. Po wyłączeniu tego tranzystora prąd jest rozładowany przez diodę D2.

Sprowadzono do postaci kanonicznej równania różniczkowe (obejmujące równania napięciowe dla każdego uzwojenia oraz równania ruchu) opisujące silnik reluktancyjny wraz z obciążeniem, mają postać:

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{1}{a(\vartheta, i_k)} [u_k(\vartheta) - R i_k - \omega b(\vartheta, i_k)], \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M_e(\vartheta, i) - M_o), \quad (2)$$

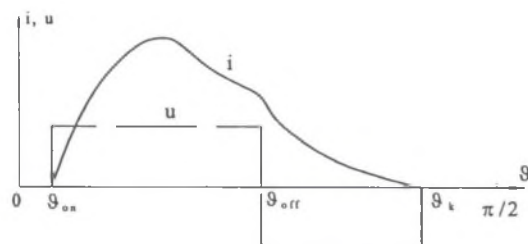
$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega \quad (3)$$

gdzie:

$$a(\vartheta, i_k) = \frac{\partial \psi_k(\vartheta, i_k)}{\partial i_k}, \quad b(\vartheta, i_k) = \frac{\partial \psi_k(\vartheta, i_k)}{\partial \vartheta}, \quad (4)$$

$$M_e(\vartheta, i) = \frac{\partial}{\partial \vartheta} \int_0^i \psi(\vartheta, i) di, \quad (5)$$

$$u_k(\vartheta) = \begin{cases} U & \text{dla } \vartheta_{on} < \vartheta < \vartheta_{off}, \\ -U & \text{dla } \vartheta_{off} < \vartheta < \vartheta_x, \\ 0 & \text{w innych przypadkach.} \end{cases} \quad (6)$$



Rys.2. Przebieg prądu i napięcia na uzwojeniu w funkcji położenia wirnika

Fig.2. Winding current and voltage vs. rotor position

sterowania. W każdym kroku całkowania musi być obliczony moment elektromagnetyczny oraz wyznaczone pochodne cząstkowe (4) strumieni sprzężonych z poszczególnymi uzwojeniami względem prądu i położenia wirnika.

Charakterystyki eksploatacyjne silnika dla ustalonego stanu dynamicznego oblicza się przyjmując stałą prędkość kątową ($\omega = \text{const}$). Wówczas układ równań (1+3) można sprowadzić do jednego nieliniowego równania różniczkowego dla napięć k-tego uzwojenia (7) lub (8), w którym wykorzystuje się znane z obliczeń połowych charakterystyki strumieni sprzężonych $\Psi_k(\vartheta, i_k)$ lub indukcyjności uzwojeń $L_k(\vartheta, i_k)$. Równanie różniczkowe ma wtedy postać:

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{u_k(\vartheta) - R i_k - \omega b(\vartheta, i_k)}{a(\vartheta, i_k)} \quad (7)$$

lub

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{u_k(\vartheta) - R i_k - \omega i_k \frac{dL_k(\vartheta, i_k)}{d\vartheta}}{L_k(\vartheta, i_k) + \frac{dL_k(\vartheta, i_k)}{di_k}} \quad (8)$$

W wyniku rozwiązania numerycznego równania (7) lub (8) uzyskuje się przebiegi czasowe prądu oraz oblicza wartość skuteczną tego prądu istotną z punktu widzenia doboru uzwojenia. Tym wartościom prądu odpowiadają wartości chwilowe momentu elektromagnetycznego. Charakterystykę momentu w zależności od prądu i położenia wirnika można wyznaczyć: bezpośrednio na podstawie obliczeń połowych, np. metodą tensora Maxwella, na podstawie rozkładu składowej normalnej i stycznej indukcji magnetycznej w szczelinie, zgodnie z zależnością:

$$M_e(\vartheta, i) = \frac{l r^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_s(\vartheta, i) B_n(\vartheta, i) d\vartheta, \quad (9)$$

albo z energii pola magnetycznego wykorzystując obliczone charakterystyki strumieni lub indukcyjności.

$k=A, B, C$

R – rezystancja uzwojenia,

i_k – prąd płynący przez uzwojenie k-tej fazy,

ϑ – kąt obrotu wirnika,

ω – prędkość kątowna wirnika,

Ψ_k – strumień skojarzony z uzwojeniem k-tej fazy,

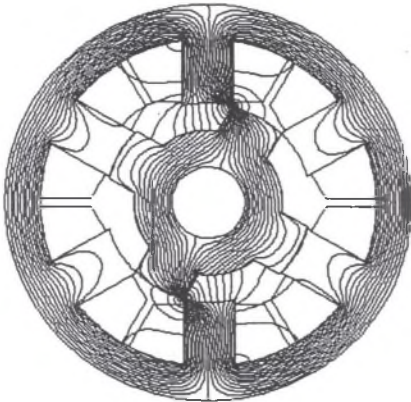
J – moment bezwładności,

M_e – moment elektromagnetyczny,

M_o – moment obciążenia.

Aby rozwiązać układ równań (1+3), należy określić napięcie zasilania $u_k(\vartheta)$ dla poszczególnych uzwojeń w zależności od położenia wirnika oraz przyjętego sposobu

3. OBLICZENIA POLOWE



Rys.3. Rozkład potencjału wektorowego przy zasilaniu jednego z uzwojeń silnika ($I=10$ A)

Fig.3. Potential distribution in SRM at supply one of the windings ($I=10$ A)

Obliczenia polowe uwzględniające model dwuwymiarowy silnika zostały wykonane metodą elementów skończonych przy pomocy programu OPERA-2D. Założono w obliczeniach zerowe warunki brzegowe ($A=0$) na zewnętrznej średnicy stojana i wewnętrznej średnicy wirnika. Dla różnych położenia wirnika i różnych prądów, uzyskano rozkłady magnetycznego potencjału wektorowego w maszynie (rys.3), które posłużyły do obliczeń strumieni sprzężonych, indukcyjności uzwojeń, momentu elektromagnetycznego, rozkładów indukcji w szczeliny. Strumień sprzężony z uzwojeniem składającym się z l_c cewek oblicza się z zależności:

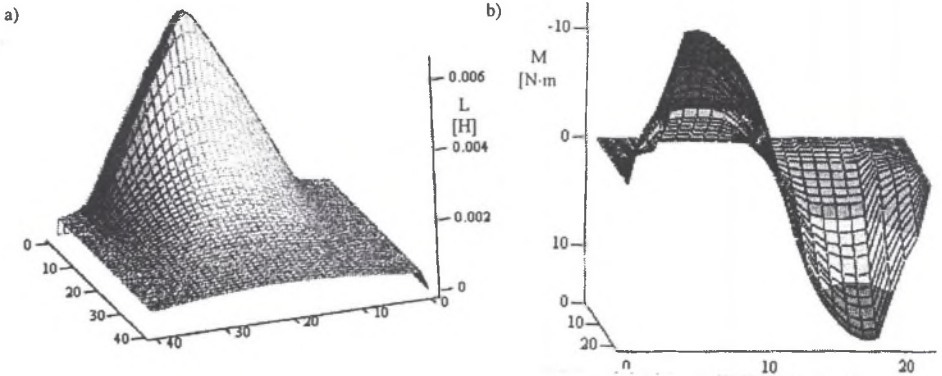
$$\Psi = N_c I \left(\sum_{i=1}^{l_c} \frac{1}{S_c} \int A_{1i} dS - \sum_{i=1}^{l_c} \frac{1}{S_c} \int A_{2i} dS \right) \quad (10)$$

gdzie:

- N_c – liczba zwojów w cewce,
- l – długość czynna uzwojenia,
- S_c – powierzchnia przekroju uzwojenia,
- A_{1i}, A_{2i} – wartości potencjału wektorowego w miejscach położenia boków cewek.

Obliczenia indukcyjności rozproszenia strefy czołowej uzwojenia wykonano analitycznie, uzyskane wartości dodano do indukcyjności wyznaczonych na podstawie obliczeń polowych.

W wyniku przeprowadzonych serii obliczeń dla różnych położenia wirnika i różnych prądów oraz aproksymacji punktów obliczeniowych przy pomocy funkcji sklejanych uzyskano rozkłady strumieni sprzężonych i indukcyjności uzwojeń (rys.4a), momentu elektromagnetycznego (rys.4b) w zależności od prądu oraz położenia wirnika.



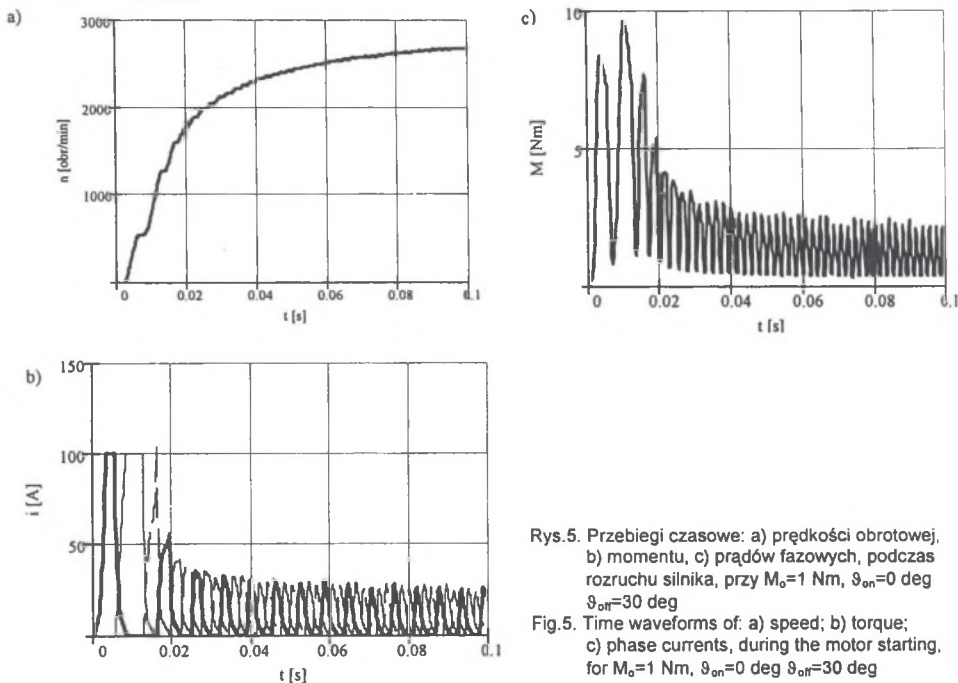
Rys.4. Indukcyjność jednej z faz uzwojeń (a) oraz moment (b) w zależności od prądu i położenia wirnika
Fig.4. Inductance for the single phase (a) and the static torque (b) as a function of current and rotor position

4. OBLICZENIA OBWODOWE

Obliczenia obwodowe wykonywano przy pomocy procedur rozwiązywania nieliniowych równań różniczkowych programu MATHCAD. Zadając odpowiednio warunki zasilania można uzyskać przebiegi czasowe prądów, prędkości obrotowej, momentu przy różnych sposobach sterowania silnika, przy stałej prędkości obrotowej lub dla stanów nieustalonych.

4.1. Wyniki symulacji stanów nieustalonych przy zasilaniu jednopulsowym

Na rys.5 przedstawiono przykładowe przebiegi czasowe prędkości obrotowej (rys.5a), momentu elektromagnetycznego (rys.5b), prądów fazowych (rys.5c) podczas rozruchu przy sterowaniu jednopulsowym, kącie załączenia $\vartheta_{on}=0$, kącie wyłączenia $\vartheta_{off}=30$ deg oraz ograniczeniu wartości maksymalnej prądu.



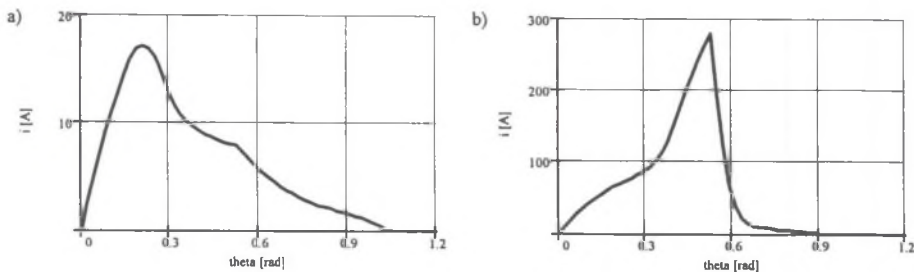
Rys.5. Przebiegi czasowe: a) prędkości obrotowej, b) momentu, c) prądów fazowych, podczas rozruchu silnika, przy $M_o=1$ Nm, $\vartheta_{on}=0$ deg $\vartheta_{off}=30$ deg

Fig.5. Time waveforms of: a) speed; b) torque; c) phase currents, during the motor starting, for $M_o=1$ Nm, $\vartheta_{on}=0$ deg $\vartheta_{off}=30$ deg

Jak wynika z przedstawionych przebiegów czasowych, przy zasilaniu jednopulsowym w początkowych chwilach rozruchu występują duże wartości prądów i momentu elektromagnetycznego. W związku z tym w realizacjach praktycznych wskazane jest ograniczenie tych prądów.

4.2. Wyniki symulacji przy stałej prędkości obrotowej i zasilaniu jednopulsowym

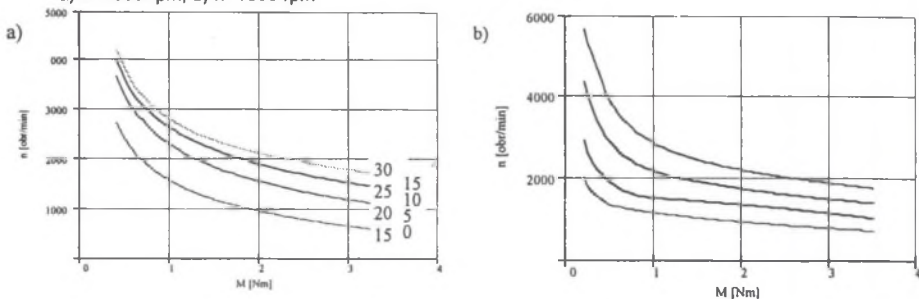
Przy projektowaniu silnika i doborze uzwojenia oraz wyznaczaniu charakterystyk eksploatacyjnych wystarczy analizować stan pracy silnika przy założeniu stałej prędkości obrotowej. Sprowadza się to do analizy jednego nieliniowego równania różniczkowego np. równania (8) dla wybranego uzwojenia. W wyniku rozwiązania (dla danych kątów sterowania) uzyskuje się przebieg czasowy prądu, z którego można obliczyć numerycznie jego wartość skuteczną, moc czynną pobieraną ze źródła, przebieg czasowy momentu elektromagnetycznego oraz jego wartość średnią. Na rys.6 przedstawiono przebiegi czasowe prądów dla jednego z uzwojeń, przy zasilaniu jednopulsowym, dla różnych warunków pracy: różnych kątów wyłączenia, różnych prędkości obrotowych. Wyniki obliczeń pokazują silny wpływ prędkości obrotowej oraz kątów sterowania na wartości i przebiegi czasowe prądu i momentu elektromagnetycznego. Zasilanie jednopulsowe jest bardziej korzystne przy dużych prędkościach obrotowych.



Rys. 6. Przebiegi czasowe prądów przy kącie włączenia $\vartheta_{on}=0$ deg, kącie wyłączenia $\vartheta_{off}=30$ deg i prędkości obrotowej: a) $n=4000$ obr/min, b) $n=1000$ obr/min

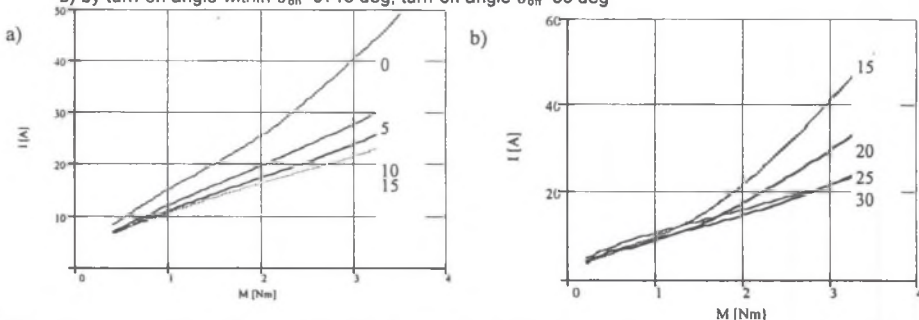
Fig. 6. Current waveforms at the turn-on angle $\vartheta_{on}=0$ deg, turn-off angle $\vartheta_{off}=30$ deg and speed:

a) $n=4000$ rpm, b) $n=1000$ rpm



Rys. 7. Charakterystyki elektromechaniczne przy sterowaniu: a) kątem wyłączenia w zakresie $\vartheta_{off}=15+30$ deg, kątem załączenia $\vartheta_{on}=0$; b) kątem załączenia w zakresie $\vartheta_{on}=0+15$ deg, kątem wyłączenia $\vartheta_{off}=35$ deg

Fig. 7. Speed-torque characteristics at control: a) by turn-off angle within $\vartheta_{off}=15+30$ deg, turn-on angle $\vartheta_{on}=0$; b) by turn-on angle within $\vartheta_{on}=0+15$ deg, turn-off angle $\vartheta_{off}=35$ deg



Rys. 8. Charakterystyki prądów w zależności od momentu obciążenia przy sterowaniu: a) kątem wyłączenia w zakresie $\vartheta_{off}=15+30$ deg, kątem załączenia $\vartheta_{on}=0$; b) kątem załączenia w zakresie $\vartheta_{on}=0+15$ deg, kątem wyłączenia $\vartheta_{off}=35$ deg

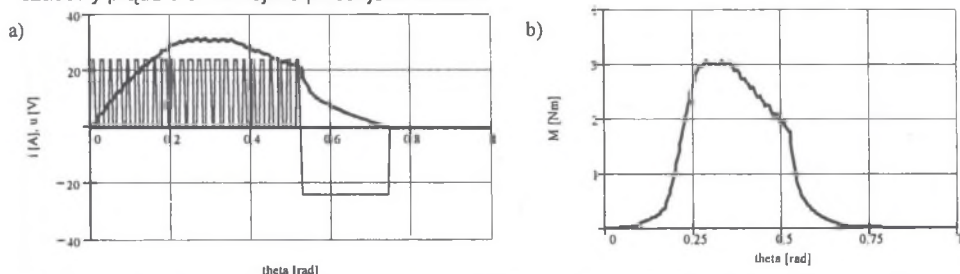
Fig. 8. RMS current versus average torque at control: a) by turn-off in range $\vartheta_{off}=15+30$ deg, turn-on $\vartheta_{on}=0$; b) by turn-on in range $\vartheta_{on}=0+15$ deg, turn-off $\vartheta_{off}=35$ deg

Wykonując szereg obliczeń dla różnych warunków sterowania i obciążenia, uzyskano charakterystyki eksploatacyjne silnika. Charakterystyki mechaniczne silnika $n=f(M)$ dla różnych kątów załączenia i wyłączenia przedstawia rys. 7. Pozwalają one przy zadanym momencie obciążenia na określenie zakresu zmian prędkości obrotowej przy zmianach kątów sterowania. Natomiast charakterystyki zamieszczone na rys. 8 wyznaczają prądy w uzwojeniu dla różnych kątów sterowania i momentu obciążenia. Są więc niezbędne na etapie projektowania silnika.

4.3. Wyniki symulacji przy stałej prędkości obrotowej i zasilaniu PWM

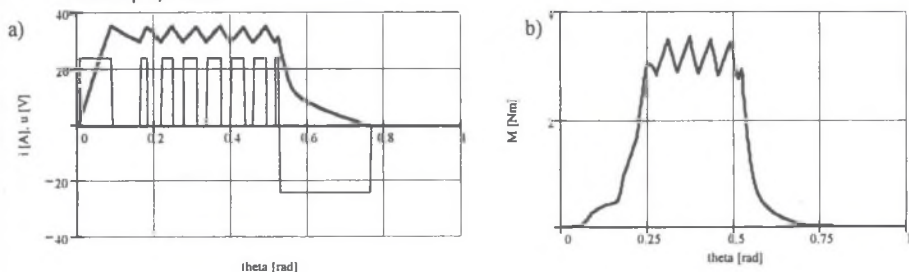
Zadając odpowiednio częstotliwość przełączania tranzystora T2 w układzie zasilania z rys.1, można na podstawie równania (7) lub (8) uzyskać przebiegi czasowe prądu w uzwojeniu silnika. Zmiana wypełnienia napięcia w cyklu przełączania wpływa na wartość maksymalną i skuteczną prądu. Przykładowe przebiegi prądu (wraz z naniesionymi przebiegami napięcia na uzwojeniu) oraz momentu w zależności od położenia wirnika, przy wypełnieniu $w=0.5$, przedstawia rys.9.

Przy zasilaniu PWM, zadając ograniczenia dla wartości minimalnej i maksymalnej przy danej prędkości obrotowej, można w jeszcze większym stopniu niż przy zasilaniu PWM ze stałą częstotliwością przełączania wpływać na właściwości silnika. Przykładowe przebiegi prądu, napięcia oraz momentu przedstawia rys.10. Taki sposób sterowania zapewnia bardziej płaski przebieg czasowy prądu oraz mniejsze pulsacje momentu.



Rys. 9. Prąd i napięcie na uzwojeniu (a) oraz moment (b) w funkcji położenia wirnika dla $\vartheta_{on}=0$ deg; $\vartheta_{off}=30$ deg; $n=1000$ obr/min; $w=0.5$

Fig. 9. Phase current and voltage (a) and torque (b) as a function rotor position for $\vartheta_{on}=0$ deg; $\vartheta_{off}=30$ deg; $n=1000$ rpm; $w=0.5$



Rys. 10. Prąd i napięcie na uzwojeniu (a) oraz moment (b) w funkcji położenia wirnika dla $\vartheta_{on}=0$ deg; $\vartheta_{off}=30$ deg; $n=1000$ obr/min; przy zadanych ograniczeniach prądowych

Fig. 10. Phase current and voltage (a) and torque (b) as a function of rotor position for $\vartheta_{on}=0$ deg; $\vartheta_{off}=30$ deg; $n=1000$ rpm; for the current limits

Tabela 1

Porównanie wyników obliczeń dla:
 $n=1000$ obr/min; $\vartheta_{on}=0$; $\vartheta_{off}=30$

| Wielkość | zasilanie | |
|-----------------|--------------|------|
| | jednopulsowe | PWM |
| I_{max} [A] | 278 | 31 |
| I_{RMS} [A] | 81.6 | 14.7 |
| M_{max} [N·m] | 11.2 | 3.05 |
| M_{av} [N·m] | 7.4 | 1.75 |

Porównanie obliczonych wartości prądów i momentów przy zasilaniu jednopulsowym i PWM dla prędkości $n=1000$ obr/min zawiera tabela 1. Jak wynika z otrzymanych wyników oraz przedstawionych rysunków i tabeli, zastosowanie zasilania PWM powoduje, że zmniejszają się wartości maksymalne prądów i momentów, zakres tych zmian jest mniejszy i występują mniejsze pulsacje momentu. Zmieniając wypełnienie napięcia przy sterowaniu PWM można (oprócz zmian kątów załączania i wyłączenia) w istotny sposób wpływać na charakterystyki elektromechaniczne silnika.

5. WNIOSKI

W artykule przedstawiono model polowo-obwodowy silnika reluktancyjnego przełączalnego. Pokazano możliwości obliczeniowe, które mogą być przydatne do celów projektowych silnika. Pozwalają one na określenie właściwości eksploatacyjnych silnika w stanach ustalonych, jak i podczas stanów nieustalonych przy zasilaniu jednopulsowym oraz ze sterownika typu PWM. Porównano właściwości silnika przy różnych sposobach sterowania.

LITERATURA

1. Anwar M.N., Husain I.: Design of a Switched Reluctance Machine for Wide-speed Range Operation. Proceedings of International Conference on Electrical Machines. ICEM'2000, 28-30 August 2000, Espoo Finland, pp.1581-1585.
2. Besbes M., Gabsi M., Hoang E., Lecrivain M., Grioni B., Plasse C.: SRM design for starter-alternator system. Proceedings of International Conference on Electrical Machines. ICEM'2000, 28-30 August 2000, Espoo Finland, pp.1931-1935.
3. Inderka R.B., De Doncker R.W.: Simple average torque estimation for control of switched reluctance machines. Proceedings of the 9th International Conference on Power Electronics and Motion Control –EPE-PEMC 2000, Košice Slovak Republic, pp.5.176-5.181.
4. Koibuchi K., Ohno T., Sawa K.: A basis Study for Optimal Design of Switched Reluctance Motor by Finite Element Method. IEEE Transactions on Magnetics, vol.33, No 2, March 1997, pp.2077-2080.
5. Koziej E.: Przełączalne silniki reluktancyjne – efektywna alternatywa napędu regulowanego. Politechnika Warszawska. Prace Naukowe Elektryka, z.111, str.345-356. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999.
6. Miller T.J.E.: Switched Reluctance Motors and their Control. Magna Physics Publishing and Clarendon Press Oxford. 1993.
7. Záskalický P.: Behaviour of the single-pulse operation switched reluctance motors. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej. Studia i Materiały. Nr 48. Wrocław 2000, pp.245-251.

Recenzent: Dr hab. inż. Ludwik Antal

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 kwietnia 2001 r.

Abstract

In the paper the field-circuit model of a 3-phase switched reluctance motor of 6/4 poles is presented. The system of differential equations (1+3) enabling to carry out calculations for steady and transient states at single-pulse or PWM supply is given. For the steady state and constant speed only one nonlinear voltage equation (8) for one phase needs to be calculated. For the fixed supply we can calculate the main operating parameters of the motor basing on the current waveforms. The field calculation results (using FEM and program OPERA-2D) are given. For the calculated points the approximation by means of the spline functions was made. That way the characteristics of torques, flux-linkages, winding inductances (Fig.4) as a function of the current and rotor position were obtained.

In the Fig.5 the results of speed, torque and current calculations at single-pulse supply during motor starting are shown. Basing on the calculations at constant speed and single-pulse supply the speed-torque characteristics for different turn-on and turn-off angles are presented in Fig.8. In Table 1 the calculation results at constant speed for the fixed turn-on and turn-off angles at single-pulse or PWM supply are compared.