

Anna KIEWREL¹⁾

CHAOS W MASZYNIIE SYNCHRONICZNEJ. BADANIA SYMULACYJNE

Streszczenie. Celem niniejszego opracowania jest przedstawienie modelu maszyny synchronicznej jako dyssypatywnego układu nieliniowego zdolnego do zachowań chaotycznych. Pokazane są przykłady takich zachowań, uzyskane na drodze symulacji komputerowej. Przedstawione są scenariusze przejścia do chaosu. Wyznaczone zostały diagramy fazowe wartości bifurkacyjnych amplitudy i częstotliwości wymuszenia.

CHAOS IN SYNCHRONOUS MACHINE. SIMULATION STUDY

Summary. The purpose of this paper is to show the model of a synchronous machine as the nonlinear dissipative system capable of chaotic behaviour. There are given the examples of such behaviour by numerical simulation. The ways to chaos are presented. The phase diagrams as the bifurcate values of the forced amplitude versus its frequency are shown as well.

Key words: nonlinear dynamic system, chaos, bifurcation, intermittency

Motto:

"stabilny klasyczny ruch regularny jest wyjątkiem,
wbrew temu, co wynika z wielu podręczników."

H.G.Schuster

1. WPROWADZENIE

Definicja chaosu [10] przyjęta na międzynarodowej konferencji zorganizowanej przez Royal Society w Londynie brzmi:

"Stochastyczne zachowanie występujące w układzie deterministycznym".

Pojęcia "stochastyczny" i "deterministyczny" użyte obok siebie w powyższej definicji mogą sprawiać wrażenie paradoksu. Stochastyczne, przypadkowe zachowanie nieliniowego układu dynamicznego, którego ruch opisany jest deterministycznym układem równań różniczkowych jednoznacznie wyznaczających ewolucję układu w czasie, określa się jako chaos deterministyczny. Na układy nieliniowe, w których odkryto chaos deterministyczny [9], składają się układy zachowawcze, tzw. Hamiltonowskie i dynamiczne układy dyssypatywne. W układach tych stwierdzono pewne uniwersalne drogi przejścia do chaosu, niezależne od modelu matematycznego, a zależne od pewnych globalnych własności, na przykład wymiarowości.

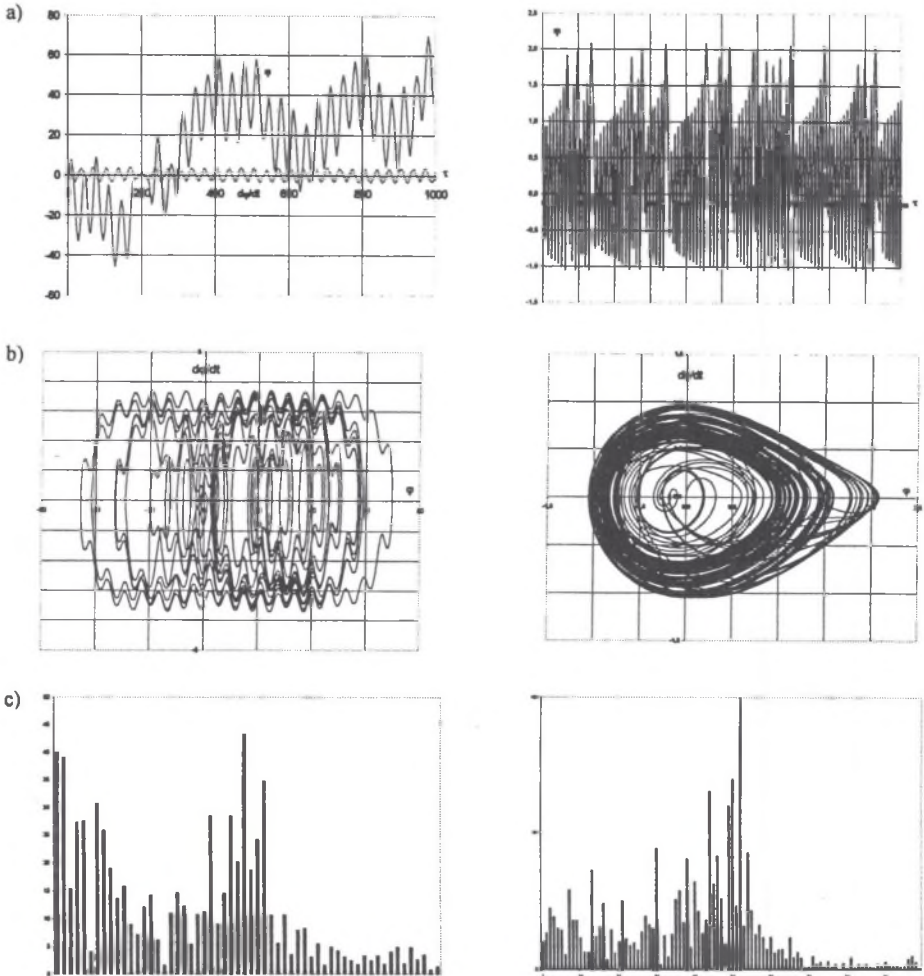
Kryteria chaotyczności ruchu można podzielić na dwie grupy [8]: jakościowe i ilościowe. Jakościowe kryteria są to:

- zależność współrzędnych układu od czasu wygląda "chaotycznie" (rys.1),
- w odwzorowaniu Poincare'ego punkty wypełniają całą ograniczoną przestrzeń,
- w widmie mocy występuje szum (rys.1).

Kryteriami ilościowymi są:

- wykładniki Lapunowa (a właściwie największy z nich),
- entropia,
- miara niezmiennicza,
- funkcja korelacji.

¹⁾ Dr inż., Katedra Maszyn Elektrycznych, Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie, Al. Mickiewicza 30 B1, 30-059 Kraków, tel. +48 (012) 6172898, fax 6341096, akiewrel@poczta.onet.pl



Rys. 1. Przykłady zachowań chaotycznych modelu matematycznego maszyny synchronicznej: a - trajektorie; b - portret fazowy; c - widmo mocy

Fig. 1. Examples of chaotic behaviour of the synchronous machine mathematical model: a - trajectories; b - phase portrait; c - spectral power density

W niniejszym opracowaniu przedstawione zostaną wyniki jakościowych badań symulacyjnych zachowań chaotycznych modeli matematycznych maszyny synchronicznej. Z punktu widzenia "teorii chaosu" maszyna synchroniczna jest dysypatywnym nieliniowym układem dynamicznym [9]. W tego typu układach chaos występuje wówczas, gdy układ jest otwarty, tzn. występuje zewnętrzne wymuszenie. W najprostszym, mechanicznym modelu maszyny synchronicznej przy wymuszeniu stałym chaos nie występuje, ale pojawia się on przy wymuszeniu zmiennym. Związane jest to ze wzrostem wymiarowości układu z dwóch do trzech (twierdzenie KAM). Ani nieliniowość, ani też wielowymiarowość nie są powodem pojawienia się chaosu. Istotną przyczyną jest wrażliwość układu na warunki początkowe i taka jego właściwość, że początkowo bliskie sobie trajektorie rozbiegają się w czasie w ograniczonej przestrzeni fazowej (nazwana przez Lorenza *efektem motyla*). Takie właśnie cechy posiadają modele matematyczne maszyn synchronicznych [5].

2. DIAGRAMY FAZOWE

Układ dynamiczny, jakim jest maszyna synchroniczna, reprezentowany jest przez abstrakcyjny nieautonomiczny system równań różniczkowych, zwanych modelem matematycznym. W ogólnym przypadku

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = F(\bar{x}, t) . \quad (1)$$

Jawną funkcją czasu jest przyłożony z zewnątrz moment obrotowy $T_z = T_0 + T_{max}\cos(\Omega t)$. Poprzez zwykle podstawienie $z = \Omega t$ i uzupełnienie układu równań (1) o

$$\frac{dz}{dt} = \Omega \quad (2)$$

otrzymuje się autonomiczny układ równań różniczkowych nieliniowych

$$\frac{d\bar{y}}{dt} = F(\bar{y}, \mu) \quad (3)$$

gdzie μ jest tzw. parametrem kontrolnym, od wartości którego zależy rodzaj rozwiązania.

Rozwiązania układu równań różniczkowych w długiej perspektywie czasowej tworzą tzw. zbiory niezmiennicze [7]. Rozróżnia się następujące typy tych zbiorów:

- 1) punkty stałe,
- 2) cykle graniczne (rozwiązania okresowe),
- 3) orbity quasi-okresowe,
- 4) orbity chaotyczne.

Pierwsze trzy występują w układach liniowych, natomiast ten czwarty możliwy jest jedynie w nieliniowych. W liniowej dynamice poszukuje się zwykle pewnych fundamentalnych rozwiązań, z kombinacji których powstają rozwiązania szczegółowe. Natomiast w dynamice nieliniowej znalezienie takiego analitycznego rozwiązania jest niezmiernie rzadkie. Dlatego istotna jest znajomość jakościowego zachowania układu:

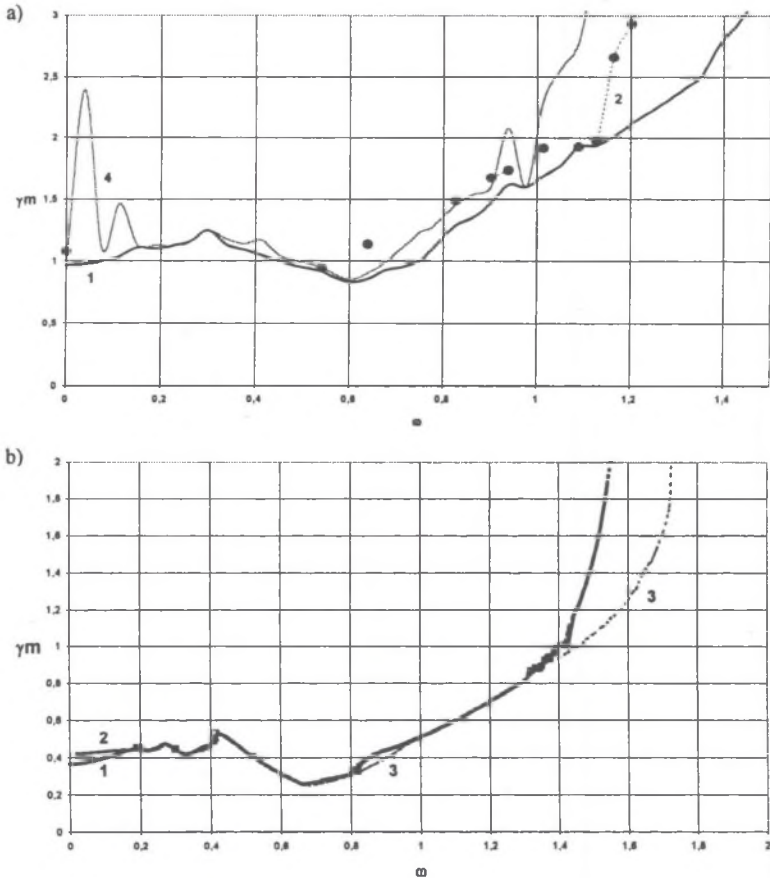
- ilu i jakich zbiorów niezmienniczych można się spodziewać?
- które z nich są stabilne?
- jak zmienia się liczba zbiorów niezmienniczych przy zmianie parametru kontrolnego?

Pojawienie się lub nie zbiorów niezmienniczych nazywane jest bifurkacją (*bifurcate* - rozwidlać się) [1], a wartość parametru kontrolnego, przy której to następuje, nosi nazwę wartości bifurkacyjnej. Bifurkacji zawsze towarzyszy zmiana stabilności; są to pojęcia koincydentalne.

W niniejszym opracowaniu badany był wpływ parametrów zmiennego wymuszenia na zachowanie układu (2). Rysunek 2 przedstawia diagramy fazowe zależności amplitudy względnej momentu obciążenia (odniesionej do amplitudy momentu synchronicznego) γ_m od jego znormalizowanej częstotliwości $\omega = \Omega/\Omega_0$ (odniesionej do Ω_0)². Jest on rezultatem wielu tysięcy symulacji przeprowadzonych na tym samym PC, przy takich samych parametrach obliczeniowych (metoda i czas symulacji, dokładność obliczeń i zadawanych liczb itp.). Rysunek 2a przedstawia diagram fazowy, bez składowej stałej wymuszenia, natomiast rysunek 2b ze składową stałą odpowiadającą co do wartości momentowi nominalnemu. W obu przypadkach krzywa 1 oznacza granicę występowania cykli granicznych (orbit okresowych) wokół punktu stałego wyznaczonego przez równania równowagi statycznej, krzywa 2 - początek ruchu obrotowego [5], krzywa 3 - bifurkacje przez podwajanie okresu, krzywa 4 - początek chaosu. Cechą wspólną obu diagramów jest występowanie lokalnych minimum na krzywej 1 dla wartości $\omega \approx (1/9; 2/9; 1/3; 2/3)$, przy czym globalne minimum występuje przy $\omega = 2/3$. Potwierdza to istnienie tzw. zagadnienia większych denominatorów [3]. Związane jest to niewątpliwie ze zjawiskiem nieliniowego rezonansu i interakcji pomiędzy częstotliwością wymuszenia a krotnościami częstotliwości własnej układu ($n\Omega = m\Omega_0$; $\omega = n/m$) [6]. Wystąpiła duża zgodność diagramu 2a z diagramem wyznaczonym w pracy [4].

² Częstotliwość Ω_0 zgodnie z definicją przyjętą w pracy [5]

Wpływ składowej stałej wymuszenia jest widoczny nie tylko w zmniejszeniu wartości amplitudy składowej przemiennej, ograniczającej obszar pod krzywą 1, ale przede wszystkim w zachowaniu układu przy przejściu poprzez granice poszczególnych obszarów. W zakresie bardzo małych częstotliwości wymuszenia ($\omega < 0.2$, $\omega \neq 0$), w przypadku gdy $\gamma_0 = 0$, wraz ze wzrostem amplitudy wymuszenia orbity okresowe zmieniają się w quasi-okresowe, aż do pojawienia się chaosu, natomiast przy $\gamma_0 \neq 0$ następują przeskoki orbit okresowych o kolejne 2π , aż do regularnego ruchu obrotowego. Zasadnicza różnica występuje również w scenariuszu przejścia do chaosu. Generalnie dla $\gamma_0 = 0$ przejście do chaosu ma charakter intermitencyjny [8], natomiast dla $\gamma_0 \neq 0$ - przez kaskady podwajania okresu.



Rys.2. Diagramy fazowe: a - $\gamma_0 = 0$; b - $\gamma_0 = T_n/T_{smax}$; $\omega = \Omega/\Omega_0$; $\gamma_m = T_{zmax}/T_{smax}$

Fig.2. Phase diagrams: a - $\gamma_0 = 0$; b - $\gamma_0 = T_n/T_{smax}$; $\omega = \Omega/\Omega_0$; $\gamma_m = T_{zmax}/T_{smax}$

3. SCENARIUSZE PRZEJŚCIA DO CHAOSU

W tej części pracy przedstawione zostaną tylko te drogi przejścia do chaosu, które uwidoczniły się przy wyznaczaniu diagramów fazowych 2. Należy do nich kaskada podwajania okresu i intermitencja. Dokładny opis tego typu bifurkacji można znaleźć w wielu publikacjach, np. [2] i [8], dlatego zaprezentowane są jedynie wyniki symulacji kolejnych etapów.

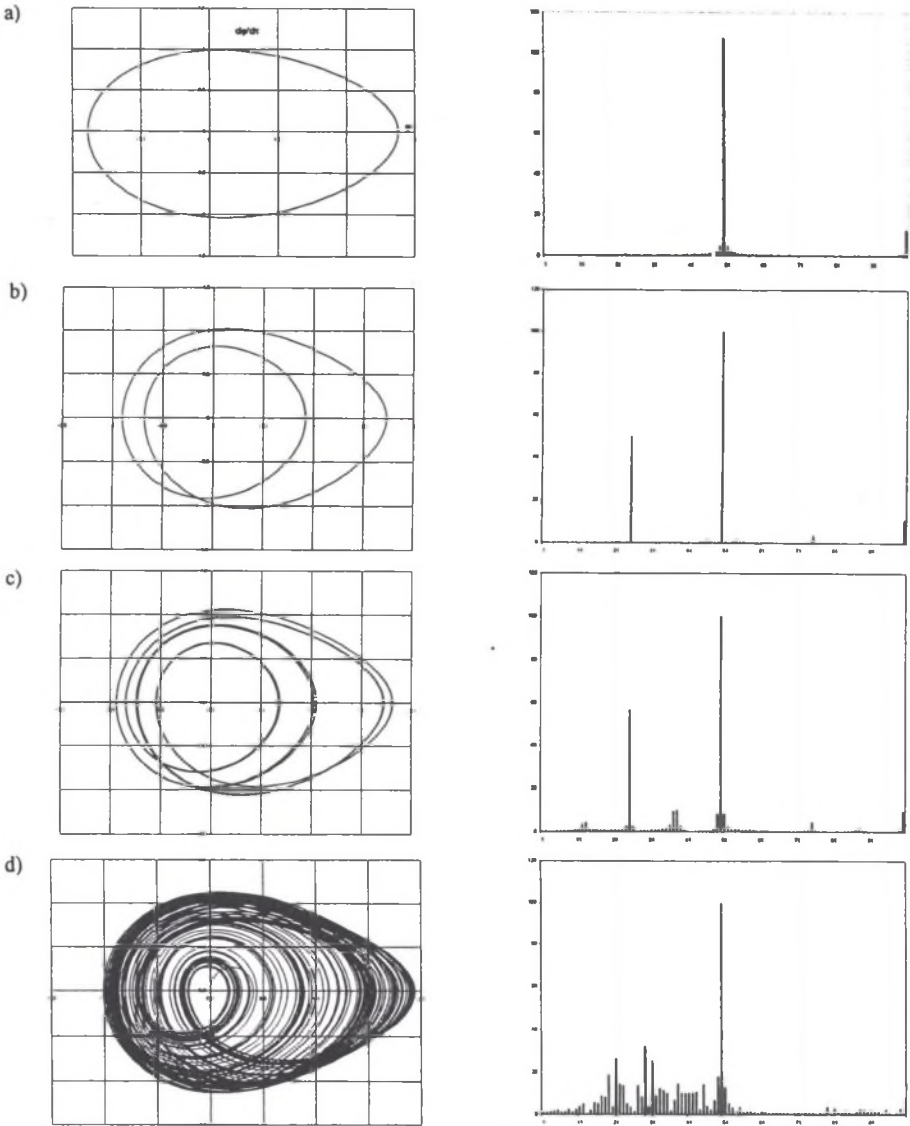
3.1. Kaskada podwajania okresu

Ten sposób przejścia do chaosu w swej klasycznej postaci wystąpił przy obecności składowej stałej wymuszenia. Polega on na pojawianiu się, po kolejnych bifurkacjach, orbit o okresach $2^n \cdot T$.

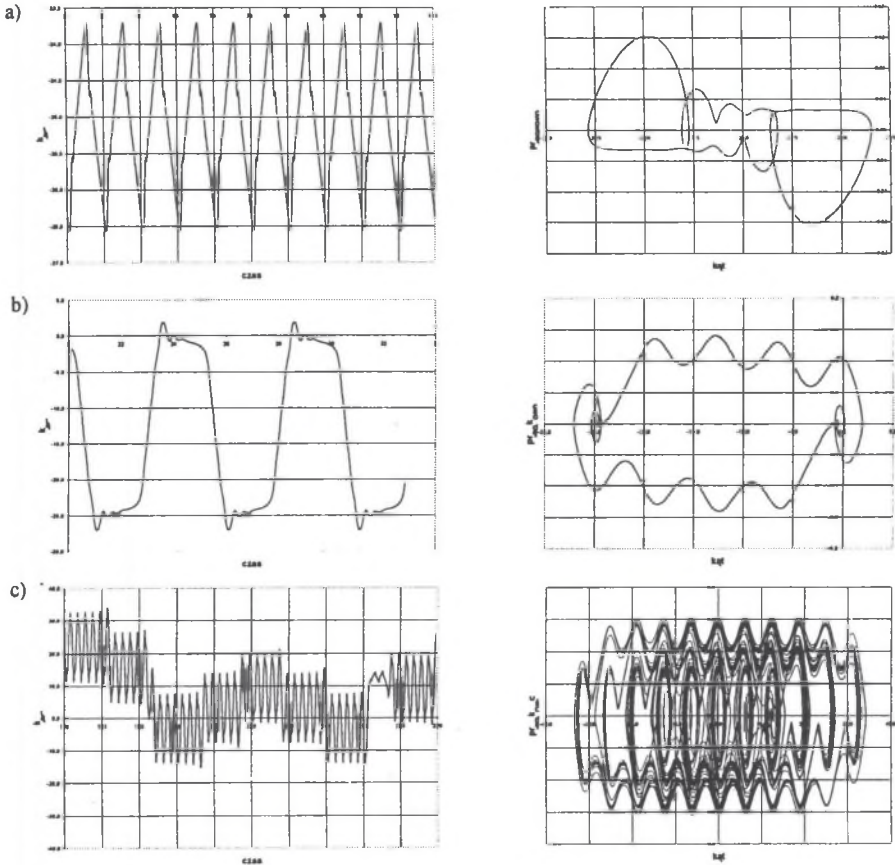
Rysunek 3 przedstawia ewolucję portretu fazowego oraz widma częstotliwościowe dla ustalonej wartości częstotliwości $\omega=6/7$ i wartości względnej amplitudy wymuszenia $\gamma_m=(0.35; 0.38; 0.39; 0.402)$. Przy stopniowym niewielkim wzroście amplitudy momentu zmiennego, w widmie częstotliwości pojawiają się symetrycznie kolejne 2^n harmoniczne, aż do białego szumu, który jest objawem chaosu.

3.2. Przejście intermitencyjne

Intermitencja oznacza przerwanie. Układ zachowuje się tak, jak gdyby podlegał przypadkowym stochastycznym wymuszeniom. Okresy regularnego okresowego zachowania się przerywane są 'wybuchami', w czasie trwania których zachowanie jest całkowicie odmienne. Rysunek 4 przedstawia dwie orbity okresowe (rys. 4a i b), pomiędzy którymi objawia się orbita chaotyczna (rys. 4c). Należy zauważyć, że w przypadku (a) orbita okrąży dwa punkty stabilne, a w przypadku (b) - stabilny i niestabilny. Zgodnie z charakterystyką przedstawioną w pracy [8] jest to intermitencja wywołana tzw. kryzysem. Byłby to typowy kryzys zlewania się dwóch atraktorów. Dla wartości parametru kontrolnego powyżej (poniżej) krytycznej orbita porusza się chaotycznie, spędzając pewien czas wokół jednego atraktora, aby gwałtownie przeskoczyć do następnego.



Rys. 3. Kaskada podwajania okresu; $\omega=6/7$; a - $\gamma_m=0.35$; b - $\gamma_m=0.38$; c - $\gamma_m=0.39$; d - $\gamma_m=0.402$
 Fig. 3. The doubling period cascade: $\omega=6/7$; a - $\gamma_m=0.35$; b - $\gamma_m=0.38$; c - $\gamma_m=0.39$; d - $\gamma_m=0.402$



Rys.4. Trajektorie i portrety fazowe przy intermitentnym przejściu do chaosu $\omega=0.075$; a - $\gamma_m=0.5976$;
 b - $\gamma_m=1.1115$; c - $\gamma_m=1.0935$

Fig. 4. Trajectories and phase portraits for intermittency route to chaos $\omega=0.075$; a - $\gamma_m=0.5976$;
 b - $\gamma_m=1.1115$; c - $\gamma_m=1.0935$

4. UWAGI KOŃCOWE

Teoria dynamicznych układów nieliniowych, zwana popularnie teorią chaosu, jest od lat 80. najbardziej dynamicznie rozwijającą się gałęzią matematyki. Znajduje zastosowanie w wielu wydawałoby się bardzo odległych od siebie, dziedzinach nauki, określając pewne uniwersalne własności badanych układów. Teoria maszyn elektrycznych oparta jest na badaniu dynamiki ich modeli matematycznych, w większości nieliniowych. Niniejsze opracowanie miało na celu wykazanie, że jeden z typów maszyn elektrycznych - maszyna synchroniczna ma naturę chaotyczną. Inspiracją był referat zgłoszony na ICEM'96 pt. „Analysis, simulation nad experimental study of chaos in the Janet experiences” autorstwa J. Santana, J. Esteves, G.D. Marques, gdzie rozpatrywany był problem samowzbudzenia się maszyny prądu stałego. W przypadku wielowymiarowego modelu matematycznego maszyny synchronicznej mamy do czynienia i jak sądzę, zostało to powyżej wykazane, ze strukturalnie chaotycznym układem dynamicznym.

LITERATURA

1. Arnold W.I.: Teoria równań różniczkowych, PWN, Warszawa 1983.
2. Awrejcewicz J.: Bifurkacje i chaos w układach dynamicznych, Zeszyty Naukowe Pol. Łódzkiej, 1990 r., rozprawa habilit.
3. Čirikov B.V.: A universal instability of many dimensional oscillator systems, Physical Report 52, 1979, str. 265-378.
4. D'Humieres D., Beasley M.R., Hubermann B.A., Libchaber A.: Chaotic states nad routes to chaos in the forced pendulum, Physical Review A, 1982, vol.26, nr 6, str.483-3496.
5. Kiewrel A.: Porównanie obszarów stabilności dynamicznej różnych modeli matematycznych maszyny synchronicznej jawnobiegunowej z klatką rozruchową, Wyd.AGH, Elektrotechnika, t.17, z.3, 1998, str. 213-231.
6. Kiewrel A.: Nieliniowy rezonans mechaniczny modeli matematycznych maszyny synchronicznej, Prace Naukowe IMNiPE Pol.Wrocławskiej, Studia i Materiały, nr 48, z. 20, 2000, str.251-258.
7. Kudrewicz J.: Fraktale i chaos, WNT, Warszawa 1996.
8. Ott E.: Chaos w układach dynamicznych, WNT, Warszawa 1997.
9. Schuster H.G.:Chaos deterministyczny. Wprowadzenie, PWN, Warszawa 1995.
10. Stewart I.: Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaosu, PWN, Warszawa 1996.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Władysław Paszek

Wpłynęło do Redakcji dnia 10 lutego 2001 r.

Abstract

The mathematical models of synchronous machines are the multidimensional nonlinear dynamical systems. The chaos occurs in these systems - Fig.1. There are presented the results of a few thousand of the numerical experiments on chaotic behaviour of a synchronous machine. They are shown in the form of the obtained phase diagrams - Fig. 2 (b - in the presence of a constant torque component; a - in case of its absence) on which there is plotted the amplitude of the rotating torque versus its frequency. The limits of the stability and chaotic areas are presented as well. One can observe two ways to chaos: period-doubling cascade - Fig. 3 and intermittency - Fig.4.