

Czesław SAJDAK

Jerzy BARGLIK

Jan MURAS

PODŁUŻNY EFEKT BRZEGOWY W RYNNACH ELEKTROMAGNETYCZNYCH
DO TRANSPORTU CIEKŁYCH METALI

Streszczenie. W pracy poddano analizie pole elektromagnetyczne w modelu rynny elektromagnetycznej do transportu ciekłych metali, zawierającym wzbudnik skończonej długości oraz zewnętrzny rdzeń magnetyczny. Do rozwiązania zagadnienia zastosowano całkowe przekształcenia Fouriera.

Wyznaczono rozkłady wielkości pola elektromagnetycznego oraz sił elektrodynamicznych działających na ciekły metal dla kilku układów wzbudnik-wsad.

1. Wstęp

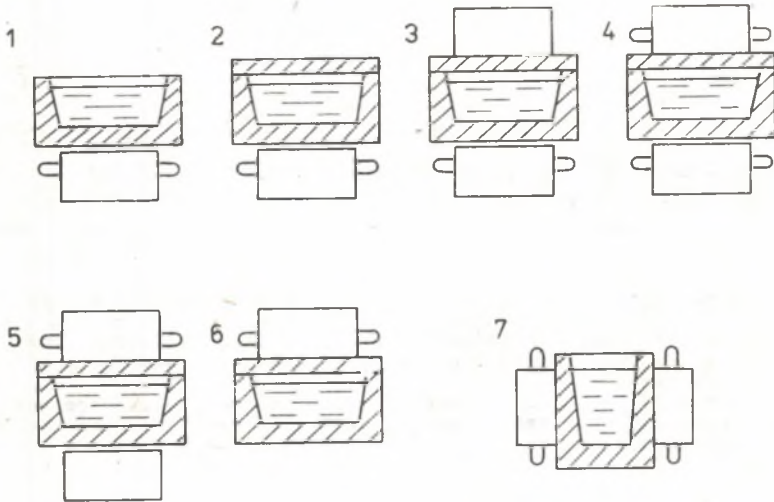
W pracy [1] przedstawiono rozwiązanie zagadnienia elektromagnetycznego w modelu obliczeniowym, odpowiadającym swojej konstrukcją najczęściej stosowanym typom rynien elektromagnetycznych do transportu i obróbki ciekłych metali. Założono przy tym, że wzbudnik wytwarzający biegnące pola elektromagnetyczne jest nieskończenie cienki i nieskończenie rozległy w dwóch kierunkach. Oznacza to zaniedbanie poprzecznego i podłużnego efektu brzegowego [2].

Podłużny efekt brzegowy można uwzględnić przyjmując, że wzbudnik ma długość skończoną w kierunku ruchu metalu. Wówczas uproszczony model obliczeniowy dla rozwiązań konstrukcyjnych rynien 1, 2, 3, 5 i 6 z rys. 1 będzie miał postać jak na rys. 2, gdzie:

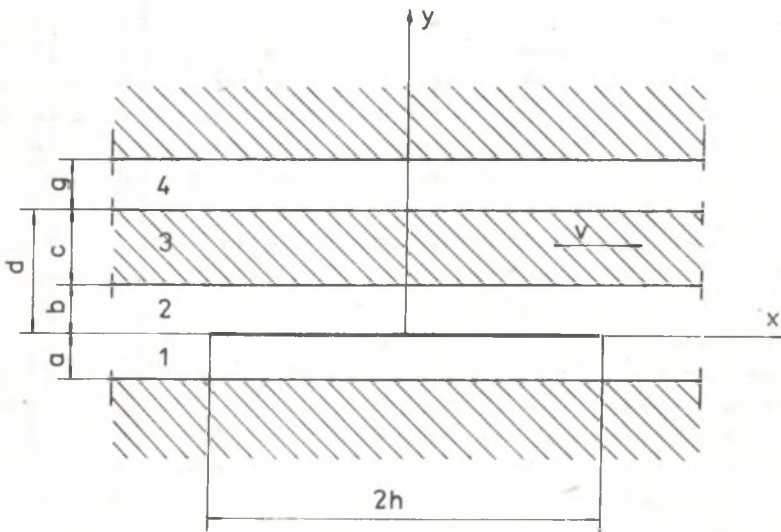
- 1 - szczelina zastępcza ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$, przy czym: μ - przenikalność magnetyczna, σ - konduktywność) między nieskończenie cienkim ciągłym uzwojeniem a rdzeniem magnetycznym wzbudnika ($\mu = \infty$, $\sigma = 0$);
- 2 - szczelina ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$) między uzwojeniem i wsadą;
- 3 - wsad jednorodny o stałych wartościach $\mu^{(x)}$ i σ , poruszający się z prędkością v ;

^{x)} Przyjęcie $\mu \neq \mu_0$ nie jest tu konieczne, ponieważ metale w stanie ciekłym mają przenikalność magnetyczną równą μ_0 . Zwiększa to jednak ogólność rozważań i pozwala, na wykorzystania wyznaczonych dalej zależności do obliczeń urządzeń o podobnej strukturze, np. nagrzewnic indukcyjnych z polem biegnącym [3, 4].

4 - szczelina ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$) między wsadem i zewnętrznym rdzeniem magnetycznym ($\mu = \infty$, $\sigma = 0$).



Rys. 1. Rozwiązania konstrukcyjne rynien elektromagnetycznych



Rys. 2. Model obliczeniowy rynny elektromagnetycznej ze wzбудnikiem skończonej długości

Wsad o grubości c oraz rdzenie magnetyczne (półprzestrzenie) są nieskończenie rozległe w kierunkach osi x i z , natomiast uzwojenie foliowe jest ograniczone w kierunku osi x .

Podobne układy wzbudnik-wład analizowane są m.in. w pracach [5-9], dla jedno- i dwustronnych indukcyjnych silników liniowych oraz w [10] dla uproszczonego modelu rynnny elektromagnetycznej.

2. Zależności wyjęciowe

Układ równań Maxwella, opisujący pole elektromagnetyczne w środowisku izotropowym, poruszającym się z prędkością v , po wprowadzeniu potencjału wektorowego \vec{A} redukuje się do jednego równania w postaci:

$$\nabla^2 \vec{A} + \mu \epsilon (\vec{v} \times \text{rot } \vec{A}) = \mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{A} \quad (1)$$

Zakłada się, że gęstość liniowa prądu wzbudnika ma tylko jedną składową w osi z i opisana jest związkiem:

$$J_w(x, t) = J_{w0} e^{j(\omega t - \alpha x)} \quad (2)$$

przy czym:

$$J_{w0} = \sqrt{2} k_u J$$

$$\alpha = \frac{\omega}{v}$$

gdzie:

\mathcal{E} - podziałka biegunowa wzbudnika,

k_u - współczynnik uzwojenia dla podstawowej harmonicznej,

J - wartość skuteczna gęstości liniowej prądu,

$\omega = 2\pi f$.

Wówczas potencjał wektorowy będzie miał również tylko jedną składową:

$$\vec{A} = A_z \vec{1}_z = A(x, y) e^{j\omega t} \vec{1}_z \quad (3)$$

Zgodnie z założeniami:

$$\vec{v} = v_x \vec{1}_x = v \vec{1}_x \quad (4)$$

Po uwzględnieniu zależności (3) i (4) w równaniu (1) otrzymuje się ostatecznie:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \mu \epsilon v \frac{\partial}{\partial x} - j\omega \mu \epsilon\right) A = 0 \quad (5)$$

3. Rozwiązanie równania potencjału wektorowego

Ogólne równania potencjału wektorowego (5) dla obszarów 1, 2 i 4 ze względu na $\sigma = 0$ i $v = 0$, redukuje się do równania Laplace'a:

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} = 0; \quad i = 1, 2, 4 \quad (6)$$

natomiast w obszarze wiodu ($i = 3$) ma postać jak (5), przy $A = A_3$. Stosując przekształcenie Fouriera^{x)}:

$$\bar{A}(k, y) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) e^{-jkx} dx \quad (7)$$

do wyrażeń (5) i (6) otrzymuje się:

$$\frac{d^2 \bar{A}_1(k, y)}{dy^2} - k^2 \bar{A}_1(k, y) = 0; \quad i = 1, 2, 4 \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \bar{A}_3(k, y)}{dy^2} - (k^2 + jk\nu\mu\sigma + j\omega\mu\sigma) \bar{A}_3(k, y) = 0 \quad (9)$$

Rozwiązaniem ogólnym równań różniczkowych (8) i (9) są funkcje:

$$\bar{A}_1(k, y) = C_1 e^{ky} + D_1 e^{-ky}; \quad i = 1, 2, 4 \quad (10)$$

$$\bar{A}_3(k, y) = C_3 e^{py} + D_3 e^{-py} \quad (11)$$

przy czym

$$p = \sqrt{k^2 + jk\nu\mu\sigma + j\omega\mu\sigma} \quad (12)$$

Stałe C i D określa się z transformowanych warunków brzegowych. Po ich wyznaczeniu i wykonaniu odwrotnej transformacji Fouriera funkcji $\bar{A}(k, y)$ otrzymuje się potencjały wektorowe w poszczególnych obszarach obliczeniowych. We wiodzie ($b < y < d$):

^{x)} Transformację Fouriera oznacza się za pomocą kreski umieszczonej nad odpowiednią wielkością.

$$A_3(x, y) = \frac{2j \omega_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cosh ka \sin(\alpha + k)h}{M(k) \cdot k(\alpha + k)} \left[q \cosh p(y-d) - \right. \\ \left. - \tanh kg \cdot \sinh p(y-d) \right] e^{jkx} dk \quad (13)$$

gdzie:

$$M(k) = [S(k) e^{pc} + R(k) e^{-pc}] \sinh k(a+b) + \\ + [S(k) e^{pc} - R(k) e^{-pc}] q \cosh k(a+b)$$

$$R(k) = q - \tanh kg$$

$$S(k) = q + \tanh kg$$

$$q = \frac{p}{k} \frac{\mu_0}{\mu}$$

Znaczenia praktyczne wzorów określających wielkości pola elektromagnetycznego w pozostałych obszarach jest niewielkie, dlatego też nie podaje się tutaj potencjałów A_1 , A_2 i A_4 .

4. Indukcja magnetyczna, gęstość prądów indukowanych, siła elektrodynamiczna

Oddziaływanie pola biegnącego z indukowanymi przez to pole prądami w ciekłym metalu powoduje powstanie sił elektrodynamicznych, których gęstość objętościowa wynosi:

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B}$$

Dla przebiegów sinusoidalnie zmiennych wartość średnia za okres tej siły ma postać:

$$\vec{f}_{sr} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \vec{J} \times \vec{B}^* \quad (14)$$

gdzie:

\vec{B}^* - wektor zespolony sprzężony z \vec{B} .

W analizowanym przypadku z uwagi na $A_x = A_y = 0$:

$$\vec{B} = B_{z3} \vec{z}_3 + B_{y3} \vec{z}_y = \frac{\partial A_3}{\partial y} \vec{z}_x - \frac{\partial A_3}{\partial x} \vec{z}_y \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\vec{J}_3 &= J_{z3} \vec{1}_z = G \left(-\frac{\partial A_3}{\partial t} + v B_{y3} \right) \vec{1}_z = \\ &= - (j\omega G A_3 + G v \frac{\partial A_3}{\partial x}) \vec{1}_z\end{aligned}\quad (16)$$

gdzie:

A_3 - potencjał wektorowy we wsadzie (wzór (13)).

Po wprowadzeniu do zależności (14) wartości J_3 i B_3 otrzymuje się:

$$\vec{f}_{\acute{e}r} = f_{\acute{e}rx} \vec{1}_x + f_{\acute{e}ry} \vec{1}_y \quad (17)$$

przy czym:

$$f_{\acute{e}rx} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re}(J_3 B_{y3}^*) \quad (18)$$

$$f_{\acute{e}ry} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(J_3 B_{x3}^*) \quad (19)$$

Składowa wzdłużna $f_{\acute{e}rx}$ powoduje ruch ciekłego metalu w kierunku osi x , natomiast składowa poprzeczna - odpychania metalu od powierzchni koryta ceramicznego (zjawisko lewitacji).

Model obliczeniowy jest nieskończenie rozległy w kierunku osi z , dlatego też całkowita siła elektrodynamiczna wynosi:

$$F = e_z \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^b f_{\acute{e}r} dx dy \quad (20)$$

gdzie:

e_z - szerokość rzeczywistego koryta ceramicznego (wymiar wewnętrzny równy szerokości strumienia ciekłego metalu - wymiar w kierunku osi z).

Wyrażenia (14) i (17)-(20) określają siłę elektrodynamiczną działającą na wsad (ciekły metal) niemagnetyczny. Przy $\mu \neq \mu_0$ zachodzi w przybliżeniu [11] :

$$\vec{f}_{\mu} = \vec{J} \times \vec{B} + \frac{\mu - \mu_0}{2\mu} \operatorname{grad} B^2 = \vec{f} + \vec{f}_m \quad (21)$$

gdzie:

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B}$$

$$\vec{f}_m = \frac{\mu - \mu_0}{2\mu} \operatorname{grad} B^2.$$

Wartość średnia gęstości siły (21) wynosi:

$$\vec{f}_{\text{śr}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \vec{J} \times \vec{B} + \frac{\mu - \mu_0}{4\mu} \operatorname{grad} B^2$$

W analizowanym przypadku:

$$B^2 = \sqrt{B_{x3}^2 + B_{y3}^2}$$

oraz

$$f_{\text{śrxm}} = \frac{\mu - \mu_0}{2\mu} (B_{x3} \frac{\partial B_{x3}}{\partial x} + B_{y3} \frac{\partial B_{y3}}{\partial x})$$

$$f_{\text{śrym}} = \frac{\mu - \mu_0}{2\mu} (B_{x3} \frac{\partial B_{x3}}{\partial y} + B_{y3} \frac{\partial B_{y3}}{\partial y})$$

5. Przykłady obliczeniowe

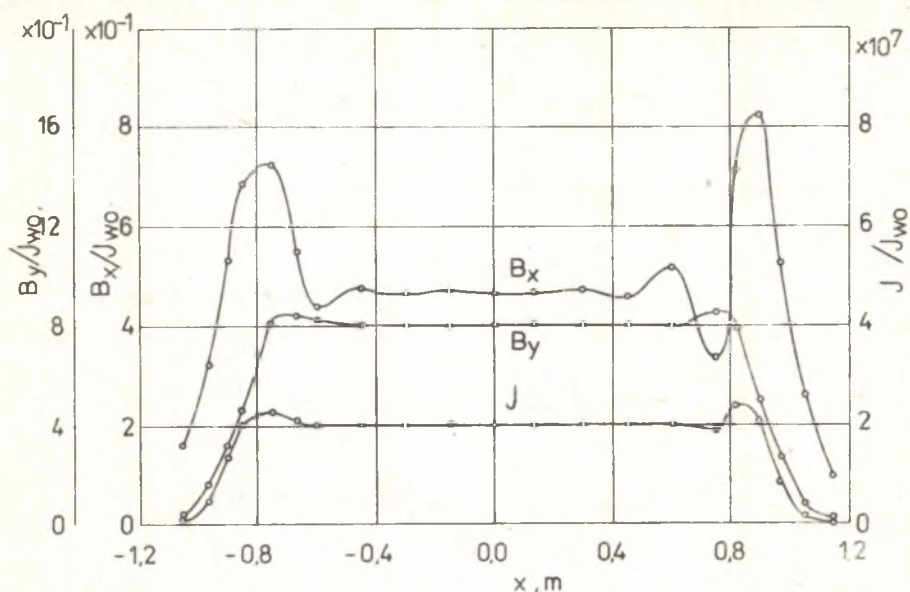
Na rys. 3-10 pokazano obliczone na EMC przykładowe rozkłady (wzdłuż osi z) składowych indukcji magnetycznej, gęstości prądów indukowanych oraz gęstości sił działających na ciekły metal. Przyjęte parametry modeli zestawiono w tabl. 1. Przypadki I i II (rys. 3-6) odpowiadają rynnie elektromagnetycznej do transportu i obróbki ciepłego cynku, zbudowanej na Wydziale Metalurgicznym Politechniki Śląskiej [12]. Wyraźny jest wpływ zewnętrznego rdzenia magnetycznego na wzrost siły elektrodynamicznej (por. rys. 4 i rys. 6).

Dane dla przypadku III dotyczą indukcyjnego silnika liniowego o znacznej długości ($2h = 2,52$ m) i prędkości, natomiast dla przypadku IV - krótkiej rynny elektromagnetycznej bez zewnętrznego rdzenia magnetycznego [10], przy poślizgu $s = 1$ ($v = 0$).

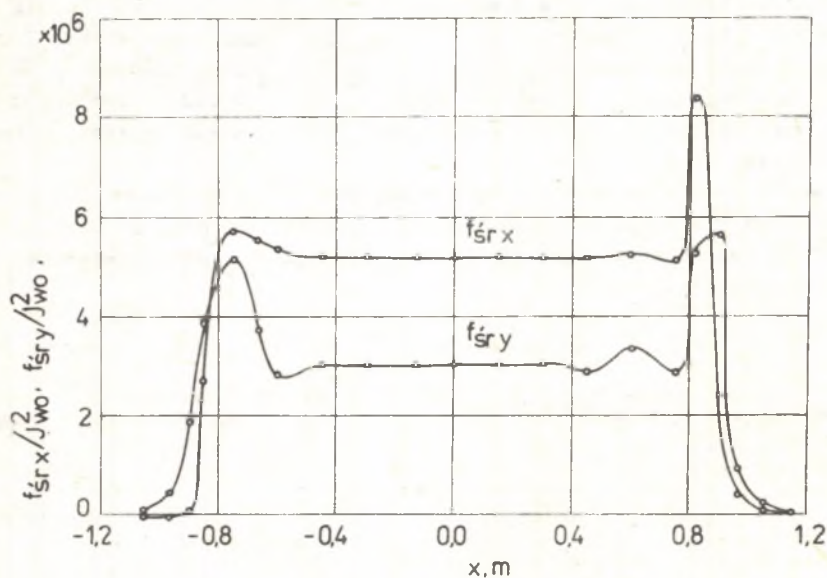
Tablica 1

Parametry modeli obliczeniowych wzbudnik-wsad

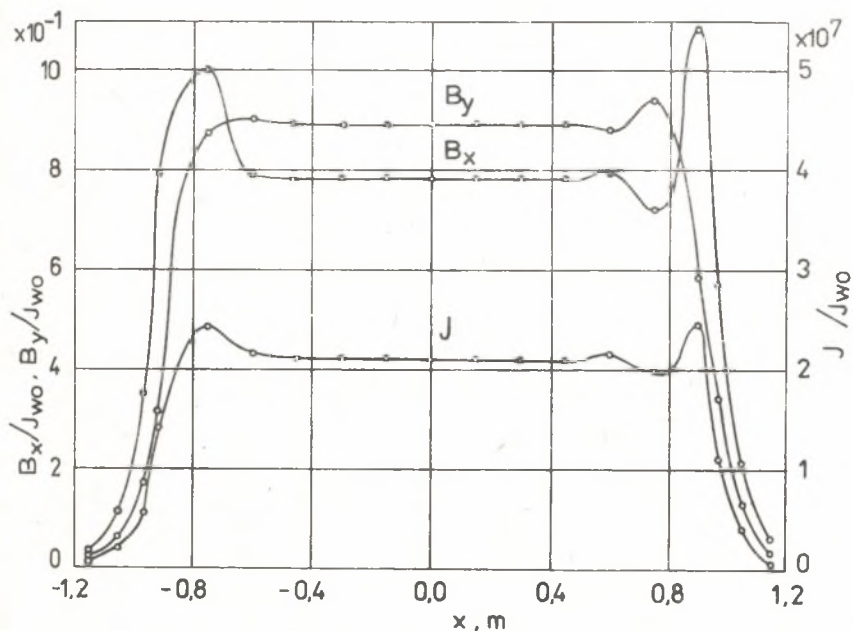
Nr wariantu	a m	b m	c m	d m	g m	h m	ω 1/s	v m/s	α 1/m	σ MS/m	y m
I	0,02	0,04	0,04	0,08	∞	0,9	314	0,5	20,94	2,7	0,04
II	0,02	0,04	0,03	0,07	0,02	0,9	314	1	20,94	2,7	0,04
III	0	0,013	0,005	0,018	∞	1,26	753,6	10	15	3	0,013
IV	0,1	0,02	0,05	0,07	∞	0,4	300	0	15,7	0,7	0,02



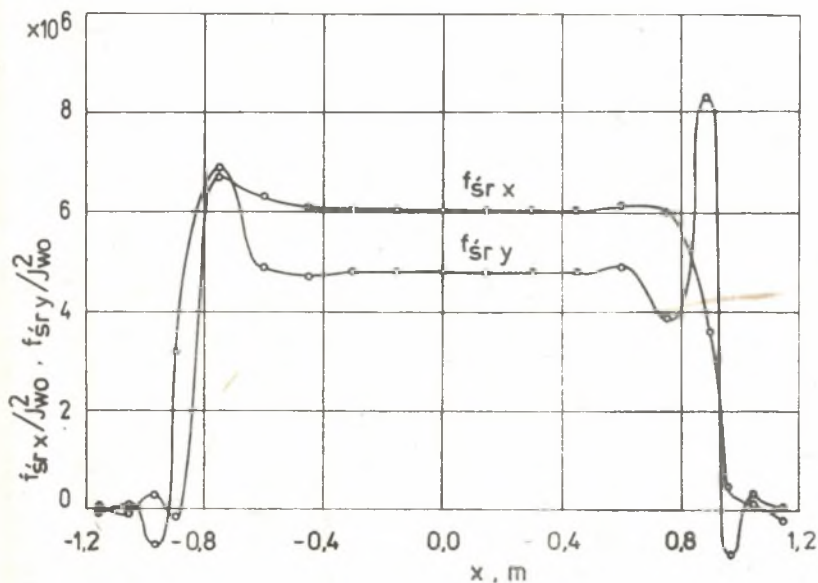
Rys. 3. Rozkłady wielkości pola elektromagnetycznego na powierzchni wewnętrznej wsadu ($y = 0,04$ m) dla przypadku I ($B_{x,y}/J_{wo} - [T_m/A]$, $J/J_{wo} - [-]$)



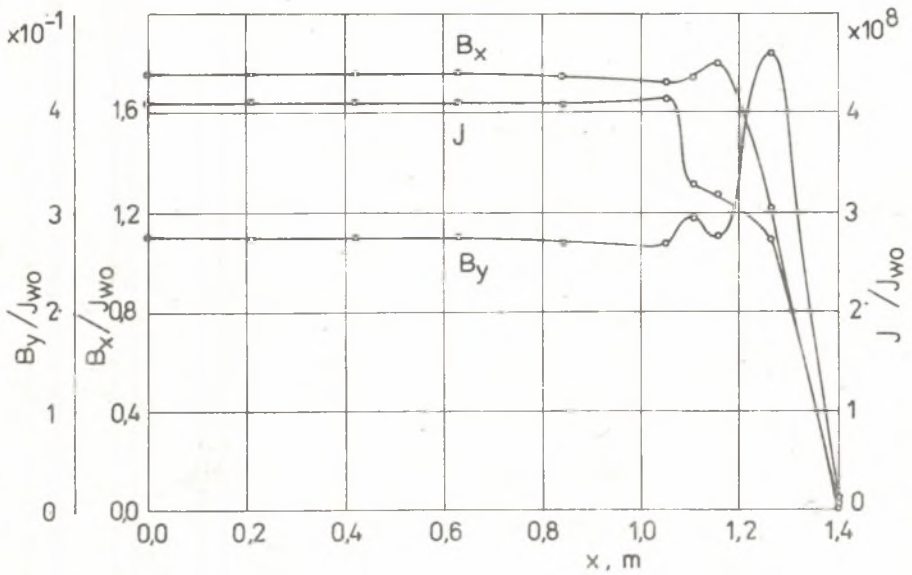
Rys. 4. Rozkłady składowych gęstości objętościowej sił elektrodynamicznych dla przypadku I ($f_{srx,y}/J_{wo}^2 - [N/A^2m]$)



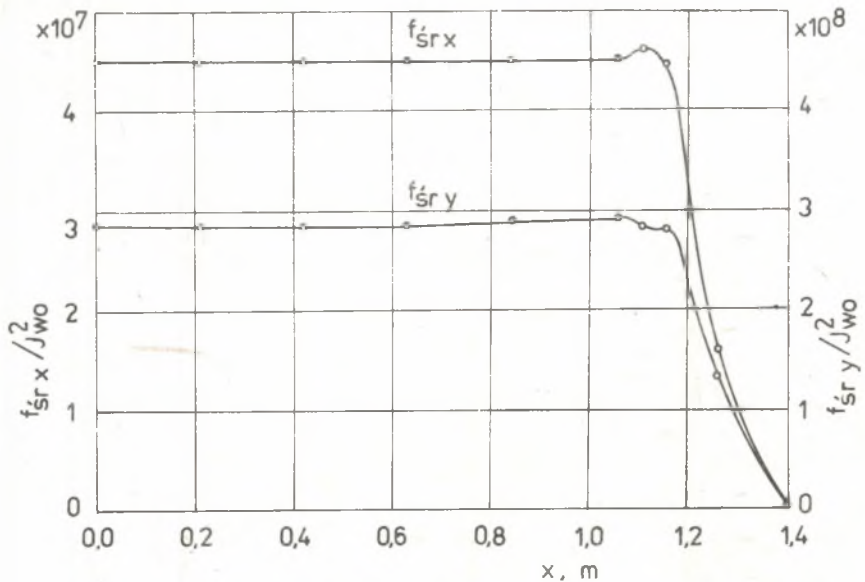
Rys. 5. Rozkłady wielkości pola elektromagnetycznego dla przypadku II (rynną z zewnętrznym rdzeniem magnetycznym)



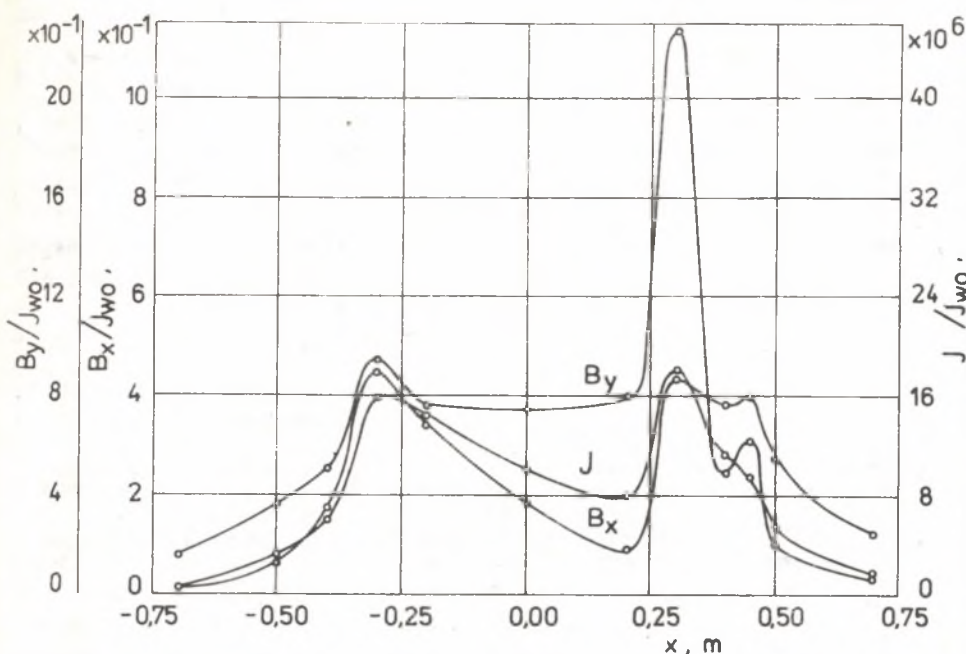
Rys. 6. Rozkłady składowych gęstości sił elektrodynamicznych dla przypadku II



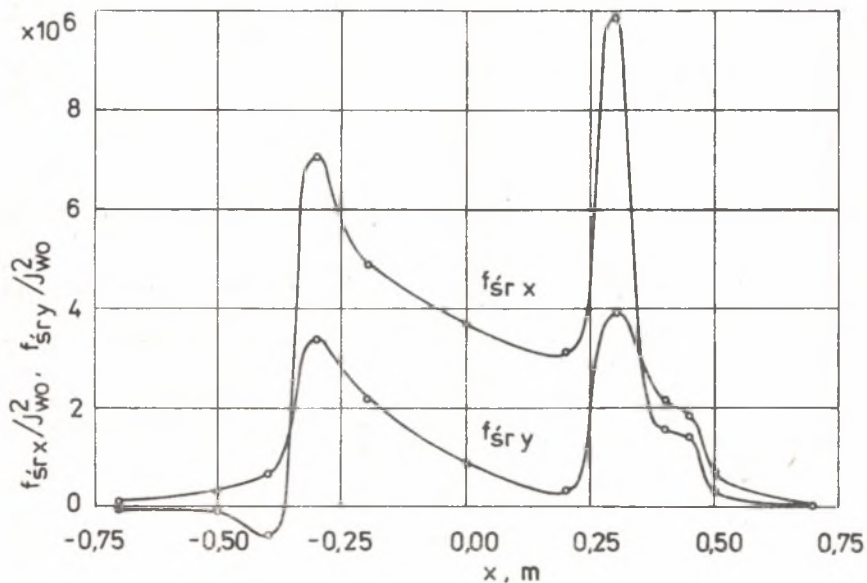
Rys. 7. Rozkłady wielkości pola elektromagnetycznego dla przypadku III



Rys. 8. Rozkłady składowych gęstości objętościowej sił elektrodynamicznych dla przypadku III



Rys. 9. Rozkłady wielkości pola elektromagnetycznego dla przypadku IV



Rys. 10. Rozkłady składowych gęstości objętościowej sił elektrodynamicznych dla przypadku IV

6. Podsumowanie

Przedstawiona w pracy rozwiązanie zagadnienia elektromagnetycznego w rynnach elektromagnetycznych dla ciekłych metali, oparte na metodzie zaprezentowanej w [5], umożliwia wyznaczenie podstawowych parametrów tych urządzeń przy uwzględnieniu podłużnego efektu brzegowego. Konstrukcja modelu obliczeniowego pozwala na analizę rynn z zewnętrznym rdzeniem magnetycznym oraz bez rdzenia ($g \rightarrow \infty$).

Przeprowadzone przykładowe obliczenia wykazały dużą nierównomierność rozkładu wielkości pola, szczególnie na krańcach wzbudnika. Podłużny efekt brzegowy odgrywa tym większą rolę, im krótszy jest wzbudnik.

LITERATURA

- [1] Sajdak Cz.: Obliczenie sił elektrodynamicznych w rynnach elektromagnetycznych do transportu ciekłych metali. ZN Politechniki Śląskiej "Hutnictwo" z. 18 (1979) ss. 259-270.
- [2] Voldek A.I.: Indukcyjnyje magnitogidrodinamiczeskije masziny s tidkometalliczeskim raboczim tiełom. Energija, Leningrad 1970.
- [3] Liwiński W.: Nagrzewnice indukcyjne skrośne. WNT, Warszawa 1968.
- [4] Słuchockij A.E., Ryskin S.E.: Induktory dla indukcyjnego nagriewa. Energija, Leningrad 1974.
- [5] Yamamura S. i inni: Theories of the linear induction motor and compensated linear induction motor. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-91, No. 4, 1972, pp. 1700-1710.
- [6] Masanati I. i inni: End-effect of high speed linear induction motor. IEEE Trans. Ind. Appl., No. 6, 1973, pp. 632-639.
- [7] Dukowicz J.: Analysis of linear induction machines with discrete windings and finite iron lenght. IEEE Conf. Rec. 8th Annu. Meet. IEEE Ind. Appl. Soc. Milwaukee, Wisc. 1973, New York, pp. 311-319.
- [8] Dukowicz J.: Theory of optimum linear induction motors. J. Appl. Phys., 1976, No. 8, pp. 3690-3696.
- [9] Yoshida K., Nonaka S.: Levitation forces in single - sided linear induction motors for high - speed ground transport. IEEE Transactions on Magnetics, No. 6, 1975, pp. 1717-1719.
- [10] Valdmanis Ja. Ja. i inni: Raspridelenije płotnosti siły w pribliżennoj modeli elektromagnitnogo łotka. Magnitnaja gidrodinamika, 1971, No. 4, ss. 87-93.
- [11] Krumin Ju.K.: Wzaimodiejstwije bieguščezego magnitnogo pola s prowadjaščezzej sriedoj. Zinatne, Riga 1969.
- [12] Gudra P., Sajdak Cz., Berglik J., Szczepański Z.: Rynna elektromagnetyczna do transportu ciekłych metali nieżelaznych. ZN Politechniki Śląskiej "Hutnictwo" z. 18 (1979) ss. 249-258.

Recenzent: Prof. dr inż. Maciej Krakowski

ПРДОЛЬНЫЙ КРАЕВОЙ ЭФФЕКТ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЛОТКАХ
ДЛЯ ТРАНСПОРТА ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Р е з ю м е

В работе проанализировано электромагнитное поле в модели электромагнитного лотка для транспорта жидких металлов, состоящей из индуктора конечной длины и внешнего магнитопровода. Для решения задачи применено интегральное преобразование фурье. Определены распределения величины электромагнитного поля а также электромагнитных сил, действующих на жидкий металл для нескольких пар индуктор-загрузка.

LONGITUDINAL END-EFFECT IN ELECTROMAGNETIC CHANNELS
FOR LIQUID METALS TRANSPORT

S u m m a r y

An electromagnetic field in the electromagnetic channel model is analyzed. The channel is used to transport liquid metals and contains a finite length inductor and an exterior magnetic core. Integral Fourier transform is applied to solve the problem. Electromagnetic field and electrodynamic forces decompositions are found for several systems: inductor - work-piece.