ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

JACEK MAZURKIEWICZ

MODEL ODKSZTAŁCENIA PASMA WALCOWANEGO ZE ZRÓŻNICOWANYM NA SZEROKOŚCI GNIOTEM

HUTNICTWO

Z. 41
GLIWICE
1991

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1142

JACEK MAZURKIEWICZ

MODEL ODKSZTAŁCENIA PASMA WALCOWANEGO ZE ZRÓŻNICOWANYM NA SZEROKOŚCI GNIOTEM

GLIWICE 1991

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0324-802X

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 150+83 Ark. wyd. 5,7 Ark. druk. 4,875 Papier offsetowy kl.III, 70x100, 70g
Oddano do druku 9.12.91 Podpis do druku 9.12.91 Druk ukończ. w grudniu 1991
Zam 556/91 Cena zł 8.000,—

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

1. Rodzaje próbek

   D - pasmo o poprzecznym przekroju dwuteowym, rys. 3,7,13,

   K - pasmo o poprzecznym przekroju krzyżowym, rys. 4,7,13,

   P - płaskownik

2. Części pasma

   BO lub B - część bezpośrednio odkształcona, zgniatana, rys. 2,4,

   PO lub P - część pośrednio odkształcona, niezgniatana, rys. 2,4,

3. Rozłożenie gniotu na szerokości pasma

   a/ symetryczne rozłożenie gniotu względem osi pasma

   PBP - pasmo o zgniatanej jedynie części środkowej, "B" część bezpośrednio odkształcana, rys. 2,4,

   BPB - pasmo o niezgniatanej jedynie części środkowej, "P" część pośrednio odkształcona, rys. 3

   BBB - pasmo o wszystkich częściach zgniatanych, rys. 2,3,

   b/ dowolne rozłożenie gniotu

   NGS - pasmo walcowane o niejednakowych warunkach odkształcenia, a w szczególności niejednakowym gniocie na szerokości.

   SGS - pasmo walcowane o stałych warunkach odkształcenia, a w szczególności stałym gniocie na szerokości.

4. Wymiary próbek i walców

   l, h, b - długość, grubość i szerokość części pomiarowej próbki,

   $\delta = \frac{b}{h}$ - współczynnik kształtu pasma

   A - pole przekroju poprzecznego

   R, D - promień, średnica walców

   ld - rzut łuku styku pasma z walcem

   θ_i - udział powierzchniowy części "i" w całym przekroju

   Uwaga!: Wszystkie wymiary podano w [mm].

5. Odkształcenie

   λ - współczynnik wydłużenia

   β - współczynnik poszerzenia

   γ - współczynnik gniotu

   φ_b - poszerzenie rzeczywiste

   $\varphi=\varphi_l$ - wydłużenie rzeczywiste

ε_h - gniot względny

Δb - poszerzenie bezwzględne

6. Siły i naprężenia

F - siła

σ - naprężenie

σ_p - naprężenie uplastyczniające

σ_Z - naprężenie naciągu pochodzące od przyłożonej siły naciągu

Uwaga !: W całości pracy stosowany jest naciąg równy przeciwciągowi, wobec czego zaznaczając stosowanie naciągu rozumie się równocześnie stosowanie przeciwciągu.

Wielkość siły podano w [N], a naprężenia w [MPa].

7. Oznaczenia typowe dla opracowań statystycznych

t - zmienna rozkładu studenta

F - zmienna rozkładu Snedecory Fishera

x^2 - zmienna rozkładu Chi kwadrat

S - odchylenie standardowe

8. Indeksy: pierwsze lub pojedyncze

0 - przed walcowaniem,

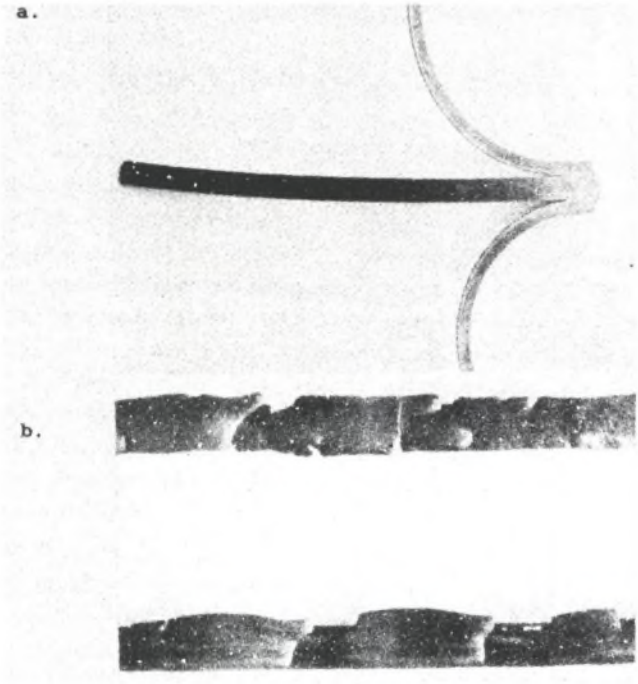
1 - po walcowaniu,

drugie:

1, 2 - nr części.

1. WPROWADZENIE

W ustalonym procesie walcowania kształtowników, prętów w mniejszym stopniu wyrobów płaskich [46], występuje zróżnicowanie warunków odkształcenia na szerokości pasma. Spowodowane jest niejednakowymi: gniotami, średnicami walców grubościami wsadu, warunkami tarcia lub własnościami materiału. Pomimo tych różnic występuje jednakowe wydłużenie całego pasma, co nie uwidacznia lokalnych na ogół różnych tendencji odkształcenia. Tendencje te stają się dopiero widoczne w przypadku powstania pofałdowań lub pęknięć, których bezpośrednią przyczyną są naprężenia istniejące zarówno w trakcie, jak i po procesie walcowania (rys.1) [45].



Rys. 1. Pęknięcia spowodowane powstaniem nadmiernych naprężeń:
a. stycznych pomiędzy częścią zgniataną i niezgniatanymi;
b. rozciągających (naciągów) w stopkach próbki dwuteowej D

Fig.1. Crackings caused by the ocurrence of the excessive, inernal tensile tensions

Podmiotem niniejszej pracy jest zbudowanie takiego modelu odkształcenia, który uwzględniając zróżnicowanie warunków odkształcenia opisywałby jego nierównomierności na szerokości walcowanego pasma

Celem opisu takiego procesu odkształcenia, stworzono model [48], w którym odkształcenie całego pasma jest traktowane, jako efekt odkształcenia jego elementów. Różnice odkształcenia pasma i jego elementów oddzielnie walcowanych nazwano odkształceniami dopełniającymi. Natomiast naprężenia powodujące likwidację tych różnic nazwano naprężeniami dopełniącymi. Tak więc w sensie logicznym rzeczywisty proces walcowania stał się sumą procesów walcowania wydzielonych elementów pasma, poddanych działaniu naprężeń dopełniających. Podział pasma na elementy dokonano w ten sposób by warunki odkształcenia na szerokości każdego z nich były jednorodne. Ponieważ proces walcowania tak wydzielonych elementów jest wystarczająco znany,w pracy ograniczono się głównie do poznania i opisu procesów powodujących powstanie naprężeń dopełniających i towarzyszących im odkształceń.

Przedstawiony w pracy model odkształcenia pasma, początkowo tworzono w oparciu o hipotezę naciągów dopełniających, łączącą odkształcenie wydzielonych elementów pasma w całość. Przechodząc jednak do bardziej złożonych modeli okazało się, że występują różnice pomiędzy wynikami doświadczeń a przewidywaniami hipotezy. W oparciu o te wyniki opracowano bardziej ogólną hipotezę, która stała się podstawą do stworzenia końcowego modelu odkształcenia pasma.

Rozwiązanie takie połączyło dotychczasowe, w obecnym aspekcie cząstkowe rozwiązania uwidaczniając ich przydatność w ogólnym opisie procesu walcowania. Tak stworzony model odkształcenia obejmuje uproszczone procesy walcowania, w których stosuje się stałe warunki odkształcenia w wybranych częściach i skokowo zmienne na całej szerokości pasma. Przyjęcie stałych warunków odkształcenia w wybranych częściach jest jedynie przybliżeniem rzeczywistości. To zróżnicowanie warunków odkształcenia na szerokości obejmuje gnioty, naciągi, warunki tarcia, naprężenia uplastyczniające, średnice walców, wymiary pasma, a także w zależności od przyjętych wzorów bazowych, parametry w nich występujące, jak np. prędkości, temperatury, itp.

Modele te z praktycznego punktu widzenia mogą znaleźć zastosowanie w komputerowym projektowaniu procesów walcowania, szczególnie w przypadku, gdy zróżnicowanie gniotu lub innych warunków odkształcenia na szerokości pasma ma decydujący wpływ na ich zachowanie [44].

2. ANALIZA LITERATURY PRZEDMIOTU

Metody stosowane do opracowania wzorów opisujących odkształcenie pasma w przypadku walcowania z NGS (niejednakowy gniot na szerokości) dzielą się zasadniczo na trzy rodzaje :

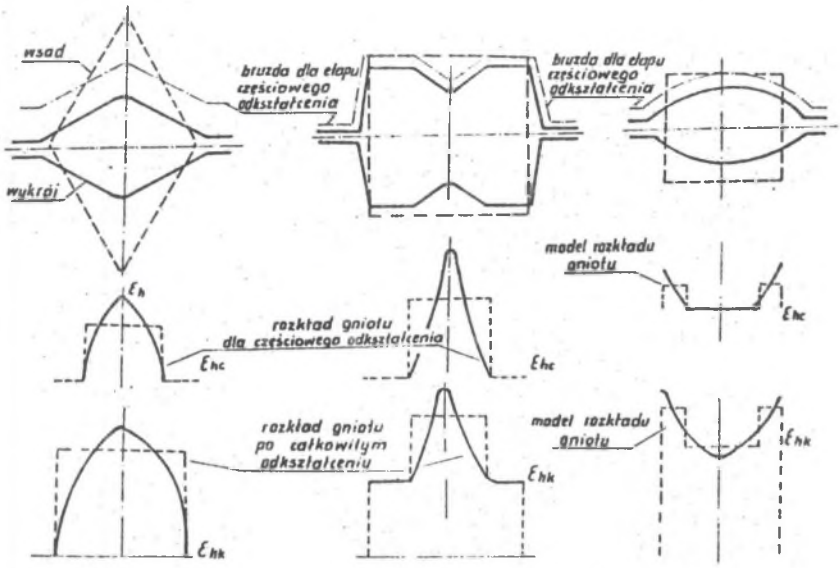
1. Metody, których głównym kierunkiem postępowania jest znalezienie pasma zastępczego o przekroju prostokątnym, które walcowane wg SGS (stały gniot na szerokości) wydłuży się i poszerzy tak, jak pasmo rzeczywiste.

2. Metody oparte na podstawowych równaniach teorii plastyczności, których rozwiązywanie w tak ogólnych przypadkach odbywa się przy dużych uproszczeniach.

3. Metody oparte na założeniu,że odkształcenie pasma walcowanego z NGS może być przedstawione, jako wypadkowa odkształceń jego tak wydzielonych elementów dla których można przyjąć walcowanie w warunkach SGS (rys.2).

Ad 1.Efektem tych poczynań są tzw. wzory redukcyjne, które umożliwiają obliczenie wymiarów pasma zastępczego, średnicy zastępczej walców lub tylko odkształceń zastępczych (gniotu, wydłużenia, poszerzenia), będących podstawą do dalszych przeliczeń.
Dla wszystkich metod przekrój poprzeczny pasma zastępczego jest prostokątny o tej samej powierzchni, co pasma rzeczywistego. Wymiary natomiast pasma zastępczego są różne i zależą od metody redukcji.
W efekcie takiego postępowania końcowo liczone jest odkształcenie płaskownika walcowanego w warunkach SGS.
Metody te nie uwzględniają istotnych, czynników różniących procesy walcowania w warunkach NGS i SGS. Z tego powodu nie można otrzymać poprawnych wyników dla pojedynczych elementów jak również dla całości pasma. Traktując w tym postępowaniu pasmo, jako jednorodnie odkształcane SGS nie mogą wyjaśnić zjawisk typowych dla procesów walcowania o NGS. Metody te, jako nie związane z niniejszym opracowaniem pominięto w opracowaniu literaturowym.

Ad 2.Rozwiązania takie opierające się na fundamentalnych zależnościach są bardzo dobre i można oczekiwać od nich najlepszych rezultatów. Jednakże rozwiązanie równań z nimi związanych opisujących odkształcenie plastyczne w ogólnym przypadku trójosiowego stanu naprężeń i odkształceń jest niemożliwe do dokonania metodami



Rys. 2. Rozkłady gniotu w rzeczywistych procesach i odpowiadające im modele

Fig. 2. The draft distribution in the real processes and models corresponding to them

analitycznymi. Wykonuje się je jedynie dla uproszczonych przypadków, jak np. płaski stan naprężeń, płaski stan odkształceń, osiowo symetrycznych stanów naprężeń lub odkształceń.

Istnieje także szereg innych sposobów podejścia do ich rozwiązania [41], jednak efekty dla tak złożonych procesów jak np. walcowania z NGS są znikome. Pewne uproszczone przykłady oparte na zasadzie minimum energii odkształcenia zostały przytoczone w przeglądzie metod obliczeniowych. Ze względu jednak na ich ograniczoną przydatność nie znalazły szerszego zastosowania, a ich dokładność też nie jest zadawalająca. Rozwój obliczeniowych technik komputerowych spowodował realny postęp w rozwiązywaniu tych równań metodami numerycznymi. Są to metody rzeczywiście dokładne pod względem obliczeniowym [49-55]. Jednak dla przyjęcia rzeczywistego kształtu pasma, średnic walców i gniotu, stają się bardzo skomplikowane, a czasy obliczeń sięgają wielu godzin, a nawet dni. Rozwiązywanie wg tych metod nie daje w efekcie wzorów, a jedynie wyniki dla konkretnych danych co powoduje, że analiza takich procesów jest bardzo czasochłonna, skomplikowana i niepewna. Powody te sprawiły znaczne ograniczenia praktycznej

użyteczności tych metod i jako mało przydatne nie są przedstawione w przeglądzie literaturowym.

Ad 3. Istnieje wiele wzorów stosowanych w walcowaniu w warunkach SGS, które dają wyniki o dużej zgodności z rzeczywistością. Oparcie się na nich oraz na podziale pasma na części, w których można przyjąć warunki SGS i stworzenie funkcji łączącej te odkształcenia w całość wydaje się być drogą pośrednią pomiędzy metodami 1 i 2, pozwalającą uniknąć niektórych wad tych metod.

Chęć zapewnienia dużego podobieństwa do rzeczywistych procesów początkowo prowadziła do podziału pasma na bardzo dużą (dowolną) ilość części dla których deklarowano odmienne warunki odkształcenia. Sądzono, że droga ta zapewni wzrost dokładności wyników, tak się nie stało.

Istotnie rozwinęła się grupa wzorów, w której dzieli się pasmo na dwa rodzaje części: bardziej i mniej zgniatanych (odkształcanych) lub w granicznym przypadku: bezpośrednio (BO) lub pośrednio (PO) odkształcanych.

Te uproszczone modele stały się terenem teoretycznych i doświadczalnych opracowań sukcesywnie doskonalonych, tak że w efekcie ich uniwersalność i dokładność znacznie przekroczyły użyteczne cechy poprzednich metod. Uważa się, iż dalszy rozwój tych metod wiąże się z możliwością sprecyzowania wcześniej przedstawionych założeń, tj. takiego podziału pasma w ogólnym przypadku i takiego sposobu łączenia odkształceń wydzielonych podziałem części, by stworzyć wewnętrznie zgodny system, w którym odkształcenie całości pasma, jak i jego części byłoby jak najbardziej zbliżone do rzeczywistości.

Sądzi się, że na obecnym poziomie rozwoju przedstawionych metod obliczania odkształcenia pasma walcowanego z NGS, ta właśnie metoda (trzecia) daje największe możliwości doskonalenia.

Porównanie wzorów tej metody przedstawiono w dalszej części analizy literaturowej.

2.1. Przegląd sposobów obliczeń

Szczegółowe wyznaczenie funkcji łączącej odkształcenia wydzielonych i samodzielnie walcowanych części pasma w odkształcenie całości pasma, opiera się o mniej lub bardziej arbitralne założenia pochodzące częściowo z praktyki, doświadczeń lub teorii. Dotyczy to nie tylko wprowadzonych czynników ich wpływu lecz także sposobów podziału pasma. W efekcie tylko niektóre ze sposobów nie są teoretycznie sprzeczne, a jeszcze mniej z nich jest opisem fizycznych modeli odkształcenia walcowanego pasma.

Zestawienie wzorów z podaniem zakresu zastosowań i sposobów dojścia do nich zamieszczono w tablicy 1.

Tablica 1

Zestawienie wzorów

Nr wz	AUTOR	W Z Ó R	Zakres zastosowania	Podstawy wyprowadzen.
1	W. Tafl	$\lambda = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{h_{0i}}{h_{1i}}$	Wykroje zamknięte, $\beta=1$, typ B, p=n, sprzeczny z zasadą stałej objętości.	Praktyka, wykroje rozciągające i wstępnie kształtujące dla dwuteowników.
2	H. Puppe	$\lambda = \lambda_1 + (\lambda_2-\lambda_1) \cdot \frac{A_{02}}{A_{01}}$	Typ B p = 2 $A_{01} \geq A_{02}$ $\varepsilon_{h2} < \varepsilon_{h1}$	Praktyka, wykroje rozciągające dla szyn
3	W.A. Szadrin M.P. Lednjew	$\lambda = \frac{\lambda_r + B}{1 + B}$ $B = 1 + 1.2 \cdot (\frac{1}{\gamma} - 1) \cdot \frac{A_{02}}{A_{01}}$ λ_r - wg metody redukcji Wrackiego	Typ PBP p = 2	Doświadczenia laboratoryjne, wykroje dwuteowe
4	W.A. Szadrin	$\varphi = \varphi_2 \cdot \theta_{12}$ $\varphi_2 = -\varphi_{h2}\left[1 + \frac{L_\alpha}{b_{02}}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\delta}{\alpha}\right)\right]^{-1}$	Typ PBP p = 2	Minimum pracy sił tarcia
5[1]	E. Lendl	$\lambda = \lambda_1\theta_{11} + \lambda_2\theta_{12}$	Typ B p = 2	Arbitralne założenie poparte doświadczeniem
5[2]		$\lambda = \lambda_1 + (\lambda_2-\lambda_1) \cdot \frac{A_{02} \cdot \lambda_2}{A_{02} \cdot \lambda_2 + A_{01} \cdot \lambda_1}$	Typ B p = 2	
6	I.Ja. Tarnowski	$\varphi = 1,5 \cdot (\theta_{02} - 0,1) \cdot \varphi_2$	Typ B p = 2 $\varepsilon_{h2} > \varepsilon_{h1}$ $0,2 < \theta_{02} < 0,7$	Doświadczenia laboratoryjne, wykroje rozciągające, materiał próbek - Pb
7	A.D. Sokołow	$\varphi = \varphi_1 \frac{\theta_{01}^2}{\theta_{01}^2 + \theta_{02}^2} + \varphi_2 \frac{\theta_{02}^2}{\theta_{01}^2 + \theta_{02}^2}$	Typ B p = 2	Proporcjonalność prac dodatkowych do przekrojów wydzielonych części
8[1]	M.S. Mutjew	$\varphi = \varphi_1 \cdot \theta_{01} + \varphi_2 \cdot \theta_{02}$	Typ B p = 2	Równość prac dodatkowych
8[2]		$\varphi = \varphi_2 \cdot (1,15 \cdot \theta_{02} - 0,15)$	Typ PBP lub BPB p = 2 $\theta_{02} > 0,13$	Doświadczenia laboratoryjne
8[3]		$\varphi = \varphi_2 \cdot (1,55 \cdot \theta_{12} - 0,20)$	Typ PBP lub BPB p = 2 $\theta_{02} > 0,13$	Doświadczenia laboratoryjne

cd. Tablica 1

Zestawienie wzorów

Nr wz.	AUTOR	WZÓR	Zakres zastosowania	Podstawy wyprowadzen.
9	W.M. Zarujew	$\varphi = \varphi_2 \cdot \theta_{02}$	Typ PBP lub BPB p = 2	Równość prac dodatkowych
10	P.J. Paluchin B.W. Jegorow	$\varphi = \varphi_h \cdot \theta_{02} \cdot \left(\frac{0,047}{B} - 1,5 \right) / (1+B)$ $B = \left(\frac{L_d}{b} \right)^{4\mu}$	Typ PBP lub BPB daje nierealne wyniki dla: $\left(\frac{b}{L_d} \right) \cdot \mu \geq 2,38$ p = 2	Doświadczenia laborat. stalowe próbki krzyżowe i dwuteowe + teoretyczne opracowanie Tarnowskiego
11	W. Gorecki Z. Wusatowski	$\lambda = \frac{\sum^{(i)} \lambda_i \cdot A_{1i}}{A_1}$ $\lambda_i = \gamma_i^{w_i^{-1}}$	Typ B p = n stosowany do sprawdzenia istniejącego kalibrowania	λ = średniej ważonej wydłużeń samodzielnie walcowanych części pasma
12	Z. Wusatowski	$\lambda = \frac{\sum \lambda_i \cdot A_{1i} \cdot D_i}{A_1 \cdot D_{sr}}$ $\lambda_i = \gamma_i^{w_i^{-1}}$ D_{sr} - z metody redukcji Z. Wusatowskiego	Typ B p = n stosowany do sprawdzenia istniejącego kalibrowania	λ = średniej ważonej wydłużeń samodzielnie walcowanych części pasma Dodatkowo wprowadzono wpływ średnicy
13	I.Ja. Tarnowski A.J. Skorochodow	Bardziej metoda niż wzór	Typ PBP p = 2 próbka krzyżowa	Minimum energii odkształcenia
14	D.J. Starczenko T.F. Własow	$\varphi = \left[C - k \cdot \exp\left(m \frac{A_o}{A_{12}} \right) \right] \cdot \varphi_2$ $0,92 \leq C \leq 0,98$ $0,020 \leq k \leq 0,037$ $0,50 \leq m \leq 0,75$	Typ B p = 2 daje nierealne wyniki dla: $\left(\frac{\lambda_2}{\theta_{01}} \right) > 6.55$	Doświadczenia laborat. próbki dwuteowe i krzyżowe z ołowiu, sprawdzenie dla próbek stalowych
15^1	M. Čauševič	$\varphi = -\varphi_h \cdot (0,0581 + 0,518 \cdot \frac{b_2}{l_{d2}} \cdot \theta_{02})$	Typ B p = 2	Doświadczenia laborat. próbki dwuteowe i krzyżowe ze stali
15^2		$\varphi = -\varphi_h \cdot (0,051 + 0,61 \cdot \frac{b_2}{l_{d2}} \cdot \frac{l_{d1}}{b_1} \theta_{02})$	Typ B p = 2 nie przechodzi w typ PBP	Doświadczenia laborat. próbki dwuteowe i krzyżowe ze stali

cd. Tablica 1

Zestawienie wzorów

Nr wz	A U T O R	W Z Ó R	Zakres zastosowania	Podstawy wyprowadzen.
16	M. Čauševič Z. Wusatowski	$\varphi = -\varphi_h \cdot (W - 1) \cdot \theta_{02}$	Typ PBP lub BPB $p = 2$	Adaptacja wzoru Z. Wusatowskiego
17	J. Mazurkiewicz E.Hadasik A.Piela	$\varphi = -0{,}935 \cdot \left(\frac{b_{02}}{l_d}\right)^{0{,}01} \cdot \theta_{02}^{1{,}43} \cdot \varphi_h$	Typ PBP $p = 2$ aproksymowany dla: $0{,}2 < \varepsilon_h < 0{,}7$ $0{,}7 < L_d/b_{02} < 3{,}7$ $0{,}3 < \theta_{02} < 0{,}9$	Analiza statystyczna, doświadczenia laboratoryjne, próbki krzyżowe i dwuteowe
18	J. Mazurkiewicz E.Hadasik A.Piela	$\varphi = -0{,}99 \cdot \varphi_h \cdot \left(\frac{b_{02}}{h_{02}}\right)^{0{,}61} \cdot \left(\frac{h_{02}}{D}\right)^{0{,}29} \cdot \theta_{02}^{0{,}92}$ $\varphi_{b1} = \varphi_h \cdot \left(\frac{b_{02}}{h_{02}}\right)^{0{,}5} \cdot \theta_{02}^{1{,}1}$ $\varphi_{b2} = -\varphi_h \cdot \left(\frac{b_{02}}{h_{02}}\right)^{0{,}57} \cdot \left(\frac{h_{02}}{D}\right)^{0{,}24} \cdot \theta_{02}^{0{,}34}$	Typ PBP aproksymowany dla: $0{,}4 < \varepsilon_h < 0{,}7$ $0{,}6 < b_{02}/h_{02} < 1{,}3$ $0{,}4 < \theta_{02} < 0{,}84$ $0{,}04 < h_{02}/D < 0{,}126$	Analiza statystyczna, doświadczenia laboratoryjne, próbki krzyżowe i dwuteowe
19	J. Mazurkiewicz	$\varphi = \varphi_2 \cdot (3\theta_{02}^2 - 2\theta_{02}^3)$	Typ PBP bez ograniczeń	Wynik analizy warunków brzegowych funkcji: $\varphi/\varphi_2 = f(\theta_{02})$
20	A.B. Iliukowicz M.J. Skorochodow W.D. Jazipow W.F. Wołoszyn	$\lambda = 0{,}9198 + \frac{0{,}1449}{\gamma} - 1{,}325 \frac{b_{02}}{R} + 0{,}334 \frac{A_{01}}{A_{02}} + 1{,}306 \frac{b_{02}}{R \cdot \gamma} - 0{,}3427 \frac{A_{01}}{A_{02} \cdot \gamma}$ $\beta_1 = 0{,}1441 + 0{,}2603 \frac{h_{02}}{R} + \frac{0{,}688}{\gamma} + 1{,}361 \frac{b_{02}}{R} + 0{,}1153 \frac{A_{01}}{A_{02}} - 1{,}202 \frac{b_{02}}{R \cdot \gamma}$ $\beta_2 = 0{,}4045 + 0{,}06415 \frac{h_{02}}{R} + \frac{0{,}4617}{\gamma} + 1{,}369 \frac{b_{02}}{R} + 0{,}282 \frac{A_{01}}{A_{02}} + 0{,}475 \frac{h_{02}}{R \cdot \gamma} - 1{,}136 \frac{b_{02} h_{02}}{R^2} - 1{,}06 \frac{b_{02}}{R \cdot \gamma} - 0{,}277 \frac{A_{01}}{A_{02} \cdot \gamma}$	Typ PBP aproksymowany dla: $D = 300$ $30 < b_{02} < 60$ $21 < h_{02} < 39$	Doświadczenie laboratoryjne, opracowanie statystyczne

cd. Tablica 1

Zestawienie wzorów

Nr wz.	AUTOR	WZÓR	Zakres zastosowania	Podstawy wyprowadz.
20^2	A.B. Iliukowicz M.J. Skorochodow W.D. Jazipow W.F. Wołoszyn	$\lambda = 0{,}6878 + \frac{0{,}356}{\gamma} - 0{,}319\frac{h_{01}}{R} + 0{,}1105\frac{b_{02}}{R} + 0{,}0806\frac{b_{02}}{b_{01}} - 0{,}3461\frac{b_{02}}{R} + 0{,}6183\frac{h_{01}}{R\cdot\gamma} + 0{,}2\frac{b_{02}}{R\cdot\gamma} - 0{,}0192\frac{b_{02}}{b_{01}\gamma} - 0{,}573\frac{h_{02}}{R\cdot\gamma} - 0{,}056\frac{h_{01}b_{02}}{R^2} + 0{,}3175\frac{h_{01}b_{02}}{R\cdot b_{01}} + 0{,}47\frac{h_{01}h_{02}}{R^2} - 0{,}1234\frac{b_{02}}{R\cdot b_{01}} - 0{,}2875\frac{h_{02}b_{02}}{R^2} - 0{,}1278\frac{h_{02}b_{02}}{R\cdot b_{01}}$ $\beta_C = 0{,}7717 - 0{,}6837\frac{h_{01}}{R} + \frac{0{,}2416}{\gamma} + 0{,}2864\frac{b_{02}}{R} + 0{,}0363\frac{b_{02}}{b_{01}} - 0{,}1138\frac{h_{02}}{R} + 0{,}2475\frac{h_{01}}{R\cdot\gamma} - 1{,}083\frac{b_{02}}{R\cdot\gamma} + 0{,}0225\frac{b_{02}}{b_{01}\cdot\gamma} + 0{,}47\frac{h_{02}}{R\cdot\gamma} - 2{,}631\frac{b_{02}h_{01}}{R^2} - 0{,}1169\frac{b_{02}h_{01}}{b_{01}\cdot R} + 0{,}4938\frac{b_{02}^2}{b_{01}\cdot R} - 0{,}6812\frac{b_{02}h_{02}}{R^2} - 0{,}2269\frac{b_{02}h_{02}}{b_{01}\cdot R}$	Typ BPB $0{,}17<\varepsilon_h<0{,}44$ $D = 300$ $18<h_{01}<33$ $18<h_{02}<30$ $34{,}5<b_{02}<67{,}5$	Doświadczenie laboratoryjne, opracowanie statystyczne

p = 2 - podział pasma na dwa rodzaje części,
p = n - podział pasma na dowolną ilość części,
B - zgniatana jest cała szerokość pasma,
PBP - zgniatana jest tylko część środkowa,
BPB - zgniatane są tylko częsci boczne.

Resztę skrótowych informacji podano w poniższym opisie:

1. Wzór W. Tafla [1]

- wyprowadzony został przyjmując, że wydłużenie pasma jest średnią arytmetyczną wydłużeń λ_i jego części przy pominięciu poszerzenia.
  Wzór ten jest prosty i zrozumiały w swojej idei, możliwy do stosowania we wstępnych wykrojach rozcinających, najlepsze wyniki daje dla wykrojów zamkniętych przy β=1. Przedstawiony jest tutaj bardziej ze względów historycznych niż praktycznych i z tego powodu nie porównywany w opracowaniu.

2. Wzór H. Pupp'go [2]

- wyprowadzony na podstawie zależności, że wydłużenie pasma jest większe od wydłużenia części mniej zgniatanej o proporcjonalną do wzajemnego udziału powierzchni, różnicę wydłużenia obu wydzielonych części. Najlepsze wyniki daje dla większego udziału części mniej zgniatanej.

3. Wzór W.A. Szadrina - M.P. Ledniewa [3,4]

- wyprowadzony dla pasma o jednej części zgniatanej. Został otrzymany na podstawie wyników walcowania głównie w wykrojach dwuteowych. Zastosowano w nim metodę redukcji Wrackiego.

4. Wzór W.A. Szadrina [5]

- został otrzymany przy założeniu minimalnej pracy sił tarcia, dla przypadku zgniatania jedynie środkowej części szerokości pasma. W celu obliczenia wydłużenia wydzielonej, zgniatanej części pasma, Szardin proponuje dodatkowo wcześniej wyprowadzony wzór.

5. Wzór E. Lendla [6]

- został wprowadzony z założenia, że wydłużenie pasma o dwóch w różnym stopniu zgniatanych częściach jest średnią ważoną udziałów i wydłużeń tych części. Podział na części jest dość swobodny z tym tylko ograniczeniem, że gniot w jednej części powinien być większy niż w drugiej.

6. Wzór I.Ja. Tarnowskiego [7,8]

- został wyprowadzony na podstawie wyników walcowania prętów ołowianych w wykroju rozcinającym walcarki laboratoryjnej.
  Stwierdzono istotność wpływu $\lambda_1, \lambda_2, \theta_{02}$ oraz liniowość funkcji $\frac{\varphi}{\varphi_2}(\theta_{02})$ w zakresie $\theta_2 \in (0,2-0,7)$.
  W dalszych opracowaniach [9] Tarnowski stosował metody rachunku

wariacyjnego otrzymując wzory o bardzo małym zakresie stosowania. Spowodowało to ich znikomą stosowalność.

7. Wzór A.D. Sokołowa [10]

- został wyprowadzony głównie na podstawie założeń, że stosunek prac dodatkowego odkształcenia części silniej i słabiej zgniatanych jest odwrotnie proporcjonalny do oporów ich odkształcenia. Za dodatkową pracę autor rozumie pracę wydłużenia lub skrócenia samodzielnie walcowanych, wydzielonych części, do długości całego pasma.

8. Wzór M.S. Mutiewa [11]

- został wyprowadzony przy założeniu równości prac dodatkowych. Na podstawie badań doświadczalnyach Mutiew wyprowadził dalsze zależności do obliczeń, prowadzonych zgodnie i przeciwnie do kierunku walcowania. Wzory te są bardzo podobne do wcześniej przedstawionych wzorów Tarnowskiego i dotyczą przypadków walcowania z zastosowaniem gniotu jedynie na jedną część pasma.

9. Wzór W.M. Zarujewa [13]

- uwzględnia głównie minimum energii odkształcenia, czyli jak dalej wykazuje równości prac dodatkowych. Dotyczy walcowania pasma o jednej części zgniatanej.

10. Wzór P.I. Paluchina - B.W. Jegorowa [14]

- został opracowany na podstawie wyprowadzenia Tarnowskiego, a także doświadczalne walcowania próbek stalowych o przekroju krzyżowym i dwuteowym. Przy opracowaniu tego wzoru przyjęto podział pasma na dwie części: zgniataną i niezgniataną.

11.Wzór W.Goreckiego - Z. Wusatowskiego [15,16]

- na podstawie zależności wg Goreckiego na średnie wydłużenie, jak i zależność wg Wusatowskiego na poszerzenie, opracowano wzór na wydłużenie pasma walcowanego w warunkach zróżnicowanego gniotu na szerokości. Autorzy zezwalają na dowolnie gęsty podział pasma na części, co istotnie wpływa na wyniki.

12.Wzór Z. Wusatowskiego [16]

- wzór ten jest podobnie skonstruowany, jak poprzedni, lecz powiększony o arbitralnie przyjęty sposób wpływu średnic walców.

13. Wzory, metoda I.Ja.Tarnowskiego - A.J. Skorochodowa [9,17]

- stosując zasadę minimum energii odkształcenia pasma krzyżowego autorzy wprowadzili rachunek wariacyjny. Należy efekty tej pracy uznać przede wszystkim jako metodę, a nie wzór do praktycznego stosowania. Wieloetapowość rozwiązań, zakładanie wielu trudnych lub praktycznie niemożliwych do określenia wielkości powoduje znikomą przydatność tych wzorów do stosowania.

14. Wzór D.J. Starczenki i T.F. Własowa [19,20]

- został opracowany na podstawie modelowego badania walcowania próbek ołowianych i stalowych w wykroju dwuteowym. W badaniach przyjęto część środkową, jako bardziej zgniataną.
Wzór posiada trzy dość dowolnie dobierane współczynniki oraz zakładaną wielkość przekroju środnika po przepuście i całkowitą powierzchnię przekroju przed przepustem.

15. Wzory M. Čauševiča [8]

- otrzymano na podstawie wyników walcowania na gorąco stalowych próbek krzyżowych i dwuteowych. Współczynniki przyjętej funkcji wyznaczono statystycznie. Przyjęto podział pasma na części mniej, bardziej lub w ogóle niezgniatane.

16. Wzór M. Čauševiča i Z. Wusatowskiego [8]

- otrzymany został na drodze arbitralnego założenia o charakterze wpływu udziału zgniatanej części na odkształcenie całości pasma. Wzór ten jest bardzo podobny do wzoru wg Zarujewa.

17.Wzory J. Mazurkiewicza, E. Hadasika, A. Pieli [21]

- powstały w wyniku analizy dotychczasowych wzorów i statystycznej oceny istotności wpływu ich argumentów. Szczegółowego opracowania wzorów dokonano na drodze statystycznej, na podstawie wyników ze 150 walcowanych próbek Wzory te przeznaczono dla próbek o zgniatanej jedynie części środkowej.

18. Wzór J. Mazurkiewicza, E. Hadasika, A. Pieli [31]

- otrzymany na podobnej zasadzie do poprzedniego z tą różnicą, że przyjęty do opracowania zbiór wyników był bardziej zróżnicowany, a sama funkcja powiększona o wzory na poszerzenie zgniatanych i niezgniatanych części pasma. Wzory te są przeznaczone dla pasm o zgniatanej jedynie części środkowej.

19.Wzór J. Mazurkiewicza [21]

- powstał w wyniku poszukiwania najprostszej, ciągłej funcji spełniającej warunki brzegowe, a także posiadającej przebieg zgodny z wynikami pomiarów w płaszczyźnie $\frac{\varphi}{\varphi_2}$, θ_{02}. Warunki brzegowe dotyczyły własności funkcji w punktach $\theta_{02} = 1$ i $\theta_{02} = 0$.

20. Wzory A.B. Iljukowicza , M.J. Skorochodowa, W.D. Josipowa i W.F.Wołoszina [23,24]

- dzielą się na dwie grupy:
  pierwsza dla próbek krzyżowych zgniatanych w części środkowej,
  druga dla próbek dwuteowych o zgniatanych stopkach. Do opracowania statystycznego użyto wielomianów, co nie odpowiada rzeczywistym zmianom badanej funkcji. Przyjęto 27 dla pierwszej i 25 dla drugiej grupy próbek, co przy 15 zmiennych jest małą ilością dla zorientowania się w rzeczywistym charakterze wpływu każdej zmiennej.

2.2. Analiza wzorów

Przedstawione wzory są w mniejszym lub większym stopniu przybliżeniem rzeczywistych zależności opisujących wpływ procesu walcowania na odkształcenie pasma. Ocenę przybliżenia, a zarazem dokładności wzorów wykonano na podstawie wyników doświadczeń.
Ocenę wykonano dwoma sposobami:

1. wyniki doświadczeń porównano statystycznie z wynikami obliczeń,
2. wymagania teoretyczne dla badanych procesów porównano z własnościami funkcji przyjętych we wzorach.

2.2.1.Porównanie dokładności

Pierwszy etap porównań wykonano na podstawie 151 próbek stalowych wybranych z pracy Čauševiča [8]. Próbki te charakteryzowały się granicznie zróżnicowanym gniotem na szerokości. Walcowane były wg schematu PBP. Kształ próbek przedstawia rysunek 7. Wymiary próbek, jak i parametry procesu walcowania, podano niżej:

dla próbek typu D
$0.66 \le \frac{b}{h} \le 2.54$
$0.30 \le \theta_{02} \le 0.81$
$306 \le D \le 314$
$0.365 \le \gamma \le 0.82$

Dla próbek typu K
$0.46 \le \frac{b}{h} \le 0.75$
$0.66 \le \theta_{02} \le 2.54$
$D = 308$
$0.59 \le \gamma \le 0.84$

Ze 151 użytych do porównań próbek 124 było typu dwuteowego, 27 typu krzyżowego.

Porównanie dokładności wzorów dokonano przyjmując następujące założenia:

1. Wydłużenie zgniatanych części obliczono wg wzoru Wusatowskiego $\lambda=\gamma^{W-1}$ uznawanego za jeden z najdokładniejszych [8,18,28,29].

2. Pominięto wzory, które:
   a. są sprzeczne z przyjętą niejednorodnością odkształcenia, odrzucono wzór (3), jako związany z metodami redukcji,
   b. dają nierealne wyniki $\lambda < 1$ lub $\lambda > \frac{1}{\gamma}$, wzory ($20^1$, 20^2) lub są zależne od gęstości przyjętego podziału pasma wzór (1),
   c. opracowane były na stosowanym do porównań zbiorze wyników (wzory te sprawdzono na dodatkowym zbiorze) - drugi etap porównań,

3. Przyjęto określać dokładność wzorów w oparciu o różnicę pomiędzy wartością obliczoną, a zmierzoną. Utworzono w ten sposób zmienną $R = \lambda_{obl} - \lambda_m$, której zbiór opisano za pomocą następujących parametrów:
   - oszacowanej wartości średniej, czyli średniego odchylenia wartości obliczonych od mierzonych:

$$\bar{R} = \frac{\Sigma R_i}{n} \tag{21}$$

   - średniej wartości bezwzględnej:

$$|\bar{R}| = \frac{\Sigma |R_i|}{n} \tag{22}$$

   - oszacowanej wariancji R oznaczonej przez $S^2_{(R)}$
   - średniego odchylenia procentowego:

$$R\% = \frac{1}{n} \sum \frac{R_i}{\lambda_i} \cdot 100\% \tag{23}$$

Za dodatkową miarę dokładności przyjęto średnie odchylenie wydłużenia rzeczywistego:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{n} \Sigma(\varphi_{obl} - \varphi_m) \tag{24}$$

Jako główne wskaźniki dla porównań przyjęto $\bar{R}$ i $S^2_{(R)}$ i poddano je testowaniu statystycznemu. Jako pomocnicze przydatne szczególnie dla praktyki przyjęto R%.

W celach ogólnej orientacji zmian odkształceń rzeczywistych podano także $\Delta\varphi_L$. Otrzymane dla pierwszego etapu porównań wyniki umieszczono w tablicy 2, a dla drugiego etapu w tablicy 4.

Tablica 2

Dokładność porównywanych wzorów, etap pierwszy

Numer wzoru	$\bar{R} \cdot 10^3$	$\lvert\bar{R}\rvert \cdot 10^3$	$S^2_{(R)} \cdot 10^3$	$\Delta\bar{\varphi} \cdot 10^3$	R %
1^2	272,7	274	162,30	177,7	22,30
4,8[1],9,16	-5,2	32	3,37	-4,6	-0,38
5,11,12	-6,4	34	2,77	-5,0	0,59
5^2	29,7	47	4,15	23,6	2,53
6	27,8	49	4,85	21,6	2,32
7	-8,3	44	4,69	-9,0	-0,75
8^2	-27,6	38	2,48	-24,1	-2,30
10	4,0	31	2,38	3,5	0,42
14	79,7	85	7,06	65,4	7,00
18	10,7	34	3,33	8,9	0,97
19	-5,9	37	2,59	-6,1	-0,51

$\lambda_m = 1,148$

Szukanie najdokładniejszych wzorów wykonano na podstawie wyników porównania $\bar{R}$. Za najdokładniejsze wzory uznano te, dla których R były najmniejsze. Porównanie tych wartości wykonano w oparciu o test F (Snedecora), przy porównaniu jednorodności wariancji wykorzystano test x^2 (Bartleta). Wyniki zamieszczono w tablicy 3.

Testowanie średniego odchylenia wartości obliczonych od mierzonych wykonano sekwencyjnie, zaczynając od wzorów dających najmniejsze

Tablica 3

Wyniki testów F dla wartości średnich i X^2 dla wariancji (pierwszy etap)

Ilość porównywanych zbiorów/ /nr wzoru	Obliczone		Stopnie swobody	Dopuszczalne dla $\alpha = 0,05$	
	X^2	F		X^2	F
1/10	-	-	-	-	-
2/4,8[1],9,16	0	0,045	1/300	3,841	3,87
3/19	5,819	0,051	2/450	5,991	3,02
4/5[1],11,12	5,859	0,060	3/600	7,815	2,61
5/7	25,735	0,120	4/750	9,488	2,38
				X^2 obl > X^2 dop	
5/18	5,991	0,364	4/750	9,488	2,38
6/8[2]	6,384	4,540	5/900	11,070	2,22
				F obl > F dop	

bezwzględne odchylenia od pomiarów. Kolejność tą określa trzecia kolumna R tablicy 2. Testowanie to zakłada brak istotnego zróżnicowania wariancji

$S^2_{(R)}$. Sprawdzono to stosując test Bartleta x^2.
Pozytywny wynik dla obu testów $F_{obl.} < F_{dop.}$ i $x^2_{obl.} < x^2_{dop.}$ był warunkiem wystarczającym do wprowadzenia badanego wzoru w grupę dokładnych.

W tablicy 3 podano wyniki testowania wszystkich wzorów z grupy dokładnych oraz pierwszych spoza niej, wzory (7 i 8^2).

Na podstawie testowania dokładności wyników, wzory (10, 4, 8^1, 9, 16, 19, 5^1,11, 12, 18) okazały się być najdokładniejszymi z badanych. Różnice pomiędzy nimi są nieistotne, co sugeruje występowanie nie jednego najdokładniejszego wzoru, a grupy najdokładniejszych wzorów.

Grupę tą ze względów znaczeniowych nazwano grupą wzorów dokładnych. Pozostałe wzory biorące udział w tym etapie porównań zostały odrzucone z dalszej selekcji,jako mniej dokładne, są to wzory:(2, 5^2, 6, 7, 8, 14). Wyselekcjonowaną grupę dokładnych wzorów poddano analizie pod względem rodzajów odchyłek w nich występujących. Najbardziej zrównoważone odchyłki daje wzór (10), w którym odchyłki dodatnie mają 6,5% przewagi,dalej wzory (19, 4, 8^1,9, 16) z 8% przewagą odchyłek ujemnych, wzory (5^1, 11, 12) z 9% przewagą odchyłek ujemnych i wzór (18) z 16% przewagą odchyłek dodatnich. Pozostałe wzory spoza grupy dokładnych dają zdecydowanie większe i bardziej zróżnicowane odchyłki. Średnie procentowe odchyłki, najchętniej używane w praktyce, są dla tej grupy też najmniejsze i zawierają się w przedziale od 2,70 - 3,22%.

Ponieważ wartości λ mieściły się w przedziale od 1,0 - 1,4 w 97,3% wydaje się słusznym dla oceny dokładności wzorów porównać odchyłki nie do wartości λ, a do przedziału ich zmian, czyli wartości 0,4. Odchyłki wtedy będą znajdowały się w przedziale 7,8% - 9,2%. Zatem dokładność wzorów wydaje się być dość dobra, a dla praktyki zadawalająca. Porównanie to ze względu na zbiór użyty do testowania nie obejmowało wzorów o numerach (15 i 17), które uwzględniając ten zbiór zostały stworzone. Ocenę dokładności tych wzorów w zestawieniu z pozostałymi, dokonano w drugim etapie do którego użyto 45 dodatkowych próbek, o zakresie podstawowych parametrów walcowania zbliżonym do prób z pierwszego etapu. Próbki te kształtu krzyżowego,jak i dwuteowego, o zgniatanej w procesie walcowania jedynie środkowej części szerokości pasma, posiadały wymiary mieszczące się w przedziałach :

dla próbek typu D
$0,42 \le \frac{b}{h} \le 2,54$
$0,17 \le \theta_{02} \le 0,66$
$308 \le D \le 365$
$0,37 \le \gamma \le 0,67$

Dla próbek typu K
$0,39 \le \frac{b}{h} \le 1,45$
$0,42 \le \theta_{02} \le 2,54$
$308 \le D \le 360$
$0,37 \le \gamma \le 0,84$

Dokładniejsze dane odnośnie wymiarów poszczególnych próbek przed i

po walcowaniu znajdują się w opracowaniu [21], w którym J. Mazurkiewicz, E. Hadasik i A. Piela dokonali analogicznego porównania.

Wyniki sprawdzenia dokładności wzorów w drugim etapie porównań otrzymano w identyczny sposób jak poprzednio, zamieszczono je w tablicy 4. Wyniki testowania umieszczono w tablicy 5.

Tablica 4

Dokładność porównywanych wzorów, etap drugi

Numer wzoru	$\bar{R} \cdot 10^3$	$\lvert\bar{R}\rvert \cdot 10^3$	$S^2_{(R)} \cdot 10^3$	$\overline{\Delta\varphi} \cdot 10^3$	R %
2	238,2	264,0	164,80	161,9	20,20
4	33,5	37,6	3,18	28,0	2,91
5^1,11,12	-9,0	26,0	1,33	8,4	-0,79
5^2	43,7	52,0	2,04	2,9	3,62
6	14,6	32,8	2,13	11,2	1,18
7	-9,2	28,7	1,27	9,5	-0,90
$4,8^1$,9,16	-15,1	26,0	1,29	13,5	-1,30
8^2	-27,9	34,7	1,78	25,1	-2,44
10	-11,0	26,9	1,54	10,3	-0,97
14	285,4	391	937	179,2	24,53
15	-17,3	32,5	2,03	15,3	-1,45
17	11,4	27,6	1,30	9,0	0,94
18	5,6	24,2	1,35	4,6	0,51
19	-11,3	27,0	1,23	10,9	-1,04

Tablica 5

Wyniki testów F dla wartości średnich i X^2 dla wariancji (drugi etap porównań)

Lp/nr wzoru	Obliczone		Stopnie swobody	dopuszczalne dla $\alpha = 0,05$	
	X^2	F		X^2	F
1/18	-	-	-	-	-
$2/5^1$,11,12	0,002	0,193	1/88	3,841	3,96
3/7	0,051	0,139	2/132	5,991	3,07
4/10	0,473	0,166	3/176	7,815	2,66
5/19	0,700	0,172	4/220	9,488	2,41
6/17	0,717	0,165	5/264	11,070	2,25
7/6	5,269	0,238	6/308	12,592	2,13
$8/4,8^1$,9,16	5,532	[illegible]97	7/352	14,067	2,04
9/15	8,156	0,385	8/396	15,507	1,96
$10/8^2$*	8,771	1,112	9/440	16,914	1,89
11/4	21,842	1,900	10/484	18,307	1,88
	X^2 obl > X^2 dop			F obl > F dop	

Dla pozostałych wzorów F, a także dla znacznej części X^2 są większe od dopuszczalnych.

* oznacza λ liczone wg wzoru Szadrina

Na podstawie wyników z tablicy 5, a także wyniki z pierwszego etapu porównań stwierdzono, że wzory: 10, (4,8^1,9,16), 19, (5,11,12), 18, 17, 15

dają najlepsze wyniki o dokładności nie różniącej się istotnie między sobą.

Średnia dokładność wybranych wzorów jest następująca:

$\bar{R}$	odchylenie od wartości pomiarowej wynosi	(-0,015 ÷ 0,011)
$\lvert\bar{R}\rvert$	bezwzględne odchylenie od wartości pomiarowej	(0,024 ÷ 0,037)
$\lvert R\%\rvert$	bezwzględne odchylenie procentowe	(0,21 ÷ 3,27%)

Ogólnie można stwierdzić, że dla dowolnie wybranego z tej grupy wzoru średnia odchyłka wyników od wartości pomiarowej powinna być mniejsza niż 3,3%. Wykonanie porównań o szerszym zakresie mogłoby pozwolić może na wyodrębnienie grupy dokładniejszych wzorów, co zasadniczo nie zmieniłoby konieczności poszukiwania doskonalszych rozwiązań teoretycznych.

Dalszą analizę dokładności tych wzorów wykonano na drodze teoretycznej badając poprawność założeń i charakteru otrzymanych zależności. Badania te przedstawiono w następnym rozdziale.

2.2.2. Ocena zgodności z założonymi warunkami

Celem sprawdzenia od strony formalnej poprawności przedstawionych wzorów postanowiono dla kilku szczególnych przypadków sprawdzić ich zgodność z teorią.

Przyjęto zatem następujące warunki:

1. Dla $\theta_{02} = 0$, $\lambda = \lambda_1$ - pasmo zostaje zamienione na płaskownik o wymiarach części 1 i wydłużenie całości równa się wydłużeniu części 1.
2. Dla $\theta_{02} = 1$, $\lambda = \lambda_2$ - pasmo zostaje zamienione na płaskownik o wymiarach części 2 i wydłużenie całości równa się wydłużeniu części 2.
3. Dla $\theta_{02} \longrightarrow 0$ i $\gamma_1 = 1$, $\dfrac{d(\frac{\varphi}{\varphi_2})}{d\theta_{02}} \longrightarrow 0$
   dla odpowiednio małych udziałów części BO, 2 naprężenia w części PO nie spełniają warunku plastyczności i pasmo nie wydłuża się plastycznie, przejście to odbywa się w sposób ciągły.
4. Dla wszystkich badanych procesów, gdy $0 < \gamma < 1$ wtedy $1 < \lambda < \frac{1}{}$
5. Gęstość umownego podziału pasma nie może wpływać na wynik otrzymanego wydłużenia.
6. Gdy walcowanie pasma kształtowego upodabnia się do walcowania płaskownika wydłużenie całości pasma powinno być większe od wydłużenia wydzielonych - samodzielnie walcowanych części. Wynika to z większej szerokości pasma od szerokości jego elementów.

Wyniki sprawdzenia umieszczono w tablicy 6.

Założone warunki dotyczą na ogół przypadków dla praktyki mało interesujących, gdyż dla nich praktycy potrafią wyznaczyć szukane parametry bez uciekania się do przedstawionych wzorów. Należy jednak sądzić, że wzory które nie spełniają tych warunków, w pobliżu badanych miejsc, będą także dawać duże odchylenia od rzeczywistych wyników.

Ogólne sprawdzenie zgodności wzorów z wynikami doświadczeń dotyczy wnętrza przedziału, natomiast sprawdzenie zgodności z teorią dotyczy

Tablica 6

Zgodności wzorów z przyjętymi warunkami

Wzór	$\theta_{02} = 0$ $\lambda = \lambda_1$	$\theta_{02} = 1$ $\lambda = \lambda_2$	$\theta_{02} = 0$ $\frac{d(\varphi/\varphi_2)}{d\theta_{02}}$	$1 \le \lambda \le \frac{1}{\gamma}$	nie zależy od gęstości podziału	$h_{0i} < h_0$ $\lambda_i < \lambda$	Ilość spełnionych warunków
1	-	-	n	+	+	-	2
2	+	-	n	-	n	-	1
3	-	-	n	-		-	0
4	+	+	-	-	n	-	2
5^1	+	+	n	+	n	-	3
5^2	+	+	n	+	n	-	3
6	-	-	-	-	n	-	0
7	+	+	+	+	n	-	4
8^1	+	+	-	+	n	-	3
8^2	-	+	-	-	n	-	1
8^3	-	-	-	-	n	-	0
9	+	+	-	+	n	-	3
10	+	+	-	-	n	-	2
11	+	+	n	+	n	-	3
12	+	+	n	+	n	-	3
14	-	-	-	-	n	-	0
15^1	-	+	b	-	n	-	1
15^2	-	+	b	-	n	-	1
16	+	+	-	+	n	-	3
17	+	+	+	-	n	-	3
18	+	+	-	-	n	-	2
19	+	+	+	+	n	-	4
20^1	-	+	n	-	n	-	1
20^2	-	+	n	-	n	-	1

Zastosowano oznaczenia:
"-" - brak zgodności,
"+" - zgodność z przyjętym warunkiem,
"n" - niezgodność zakresu warunku z zakresem wzoru,
"b" - brak możliwości sprawdzenia.

krańców przedziału zmian parametrów walcowania. Oba zakresy sprawdzeń dotyczą odmiennych obszarów tej samej funkcji i przez to ich sumaryczny wynik jest wiarygodniejszy od wyników każdego testu z osobna.

Najlepsze zatem wzory powinny spełniać warunki dla obu testów.

Wzory (7 i 19) spełniają największą ilość warunków (warunki 1, 2, 3, 4). Wzory te w poprzednich badaniach ilościowych dawały dobre wyniki. Szczególnie wzór (19) został zakwalifikowany do grupy dokładnych. Wzór (7) dla pierwszego porównania znajdował się tuż za obszarem grupy dokładnych i dlatego został odrzucony z grupy dokładnych.

Wzory (5^1, 5^2, 8^1, 8^2, 9, 11, 12, 16, 17) (uwaga! dla wzorów (11) i (12) przyjęto podział jak, dla pozostałych, tzn. na część zgniataną i niezgniataną wg sugestii autorów tych wzorów) spełniają następujące trzy warunki: 1, 2, 3 lub 4 ;(oprócz 5^2) znajdują się dla obu etapów sprawdzenia w grupie dokładnych. Poza tym wzory (4, 10, 18) spełniają jedynie dwa warunki 1, 2 choć należą do grupy dokładnych. Pozostałe wzory spełniają jeszcze mniejszą ilość warunków, a dodatkowo są poza grupą dokładnych.

Pokrywanie się w olbrzymiej większości dokładności praktycznej ze zgodnością teoretycznych założeń pozwala sądzić o poprawności tych założeń, a także wzorów je spełniających.

W zależności o takie formalne założenia powstał jeden z najdokładniejszych wzorów, wzór (19), w efekcie porównań uznany został całościowo za najlepszy. Stosowany jest on dla próbek o zgniatanej części środkowej.

Warunek 5 nie jest zasadniczo spełniony przez zdecydowaną większość wzorów, jednakże tylko w stopniu formalnym; bowiem wzory te przyjmują podział jedynie na dwie odmiennie zgniatane części, co nie uwzględnia różnorodność rozkładu gniotu w każdej z nich. Przyjęcie podziału na dwie części jest dobre dla budowy uproszczonego modelu odkształcenia lecz wydaje się być nie do przyjęcia przy rozwoju tego modelu.

Przy sprawdzaniu zgodności wzorów z przyjętymi warunkami nie wspomniano o warunku 6, gdyż żadna ze znanych metod nie sprawdziła go.

Wydaje się zatem koniecznością opracowanie zależności, która dając dobre lub bardzo dobre wyniki sprawdzałaby w szerszym zakresie założenia teoretyczne i tworzyła ogólny model opisujący i wyjaśniający procesy zachodzące w paśmie walcowanym ze zróżnicowanym gniotem na szerokości.

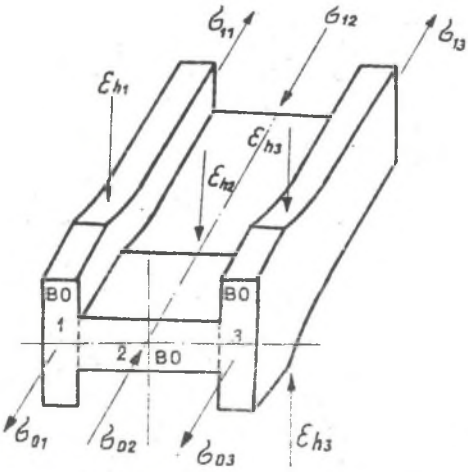
Analiza wzorów w aspekcie stosowania sił przewidzianych przyjętą hipotezą nie dała rezultatu. Siły takie w bezpośredniej postaci w tych wzorach nie występują. Pośrednio występują, jako udziały wydzielonych części, jako składowe przy minimalizacji energii odkształcenia lub chyba najbardziej jawnie przy porównaniu tzw. prac dodatkowych, lecz i tym razem w postaci udziałów wydzielonych części. Proponowana hipoteza stworzyła zatem sytuację, w której nie ma możliwości bezpośrednich porównań z poprzednimi wzorami, czy metodami w aspekcie domniemanych sił.

3. CEL, ZAKRES I PLAN PRACY

Celem pracy jest stworzenie fizycznego modelu odkształcenia walcowanego pasma,[48], który ujmowałby działanie naprężeń dopełniających i wyjaśniał zachodzące w tym procesie zjawiska ściśle związane z niejednorodnością odkształcenia na szerokości. Sądzi się zatem, że istnieje możliwość opisu niejednorodnego odkształcenia pasma, jako funkcji jednorodnie odkształcanych jego elementów walcowanych w warunkach naciągu i przeciwciągu symulującego działanie naprężeń dopełniających.

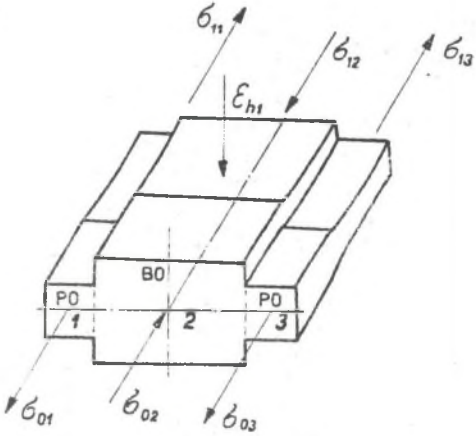
Sposób w jaki starano się to zrealizować opiera się głównie o :

1. hipotezę [30] autora niniejszej pracy mówiącą, że jednakowe wydłużenie całego pasma spowodowane jest występowaniem dopełniających sił (naprężeń) ukierunkowanych wzdłuż pasma, których działanie jest analogiczne do działania naciągu i przeciwciągu (rys.3,4),
2. budowę, analizę i weryfikację modeli odkształcenia pasm walcowanych z:
   a/ gniotem jedynie na część środkową pasma typ PBP,
   b/ gniotem jedynie na części boczne pasma, typ BPB,
   c/ gniotem (różnym) na części boczne i środkową, typ BBB.



Rys. 3. Schemat walcowania próbki dwuteowej w której większą tendencję do wydłużania ma środnik niż stopki $\sigma_{11} > 0$, $\sigma_{12} < 0$

Fig. 3. A schema of the rolling of the D-sample with the flanges more susceptible to the elongation than

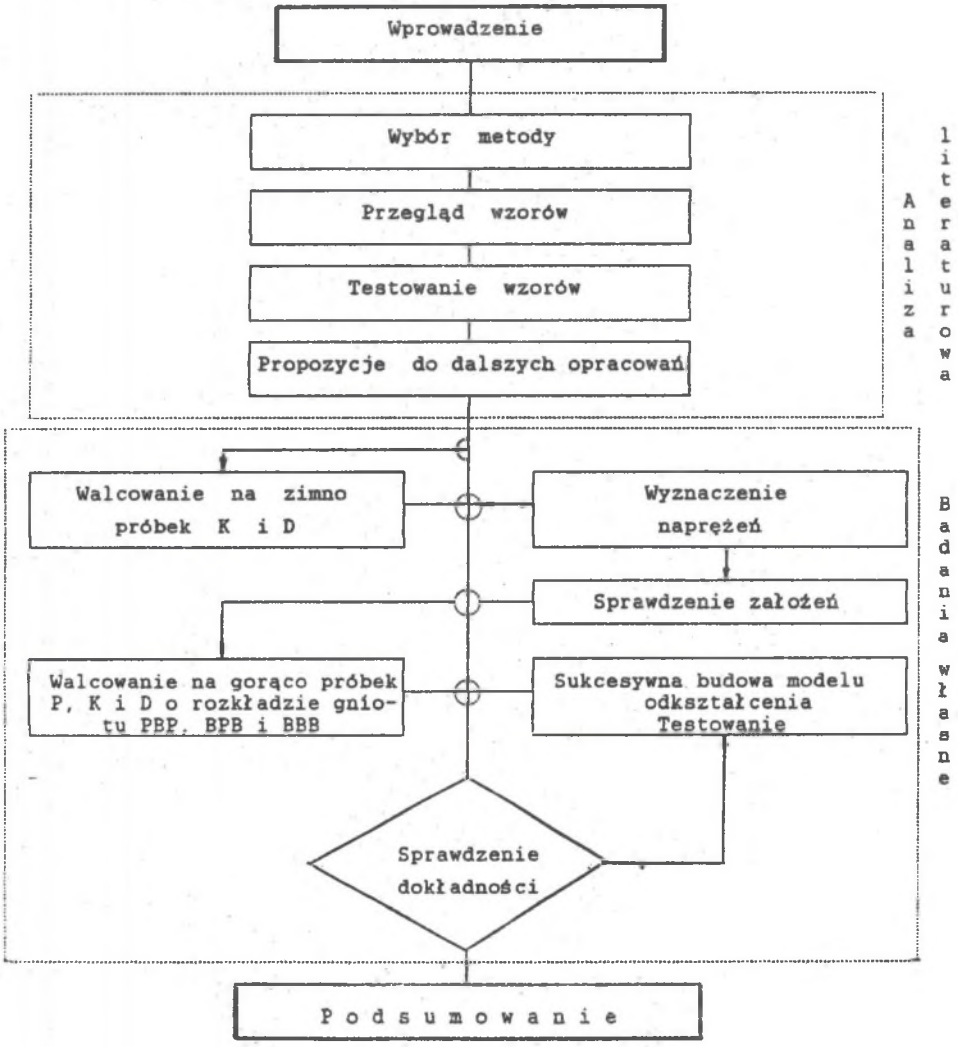


Rys. 4. Schemat walcowania próbki krzyżowej zgniatanej wg sposobu PBP

Fig. 4. The rolling schema of the K-sample, draft distribution according to PBP

3. eksperymenty obejmujące:
   a/ walcowanie na zimno w celu wyznaczenia naprężeń pozostałych po nim,
   b/ walcowanie na gorąco pasma o gniocie rozłożonym wg typów : PBP, BPB i BBB w celu wyznaczenia odkształceń,
   c/ walcowanie na gorąco wydzielonych elementów pasm poprzednio walcowanych (pkt.b) w celu wyznaczenia naprężeń i odkształceń dopełniających [42,43].

Badania wykonano na próbkach z ołowiu i z miedzi.
Plan pracy przedstawiono schematycznie na rys.5.



Rys. 5. Plan pracy
Fig. 5. A plan of the research work

4. BADANIA WŁASNE

4.1. Plan badań

Uwzględniając publikacje autora [21,30,31,32,33,40,56] oraz dotychczasowe wyniki pracy ustalono plan badań. Celem badań było sprawdzenie przedstawionej hipotezy oraz zbudowanie w oparciu o nią ogólnego modelu odkształcenia walcowanego pasma, w którym każdy wydzielony element szerokości poddany jest ogólnie odmiennemu gniotowi, działaniu odmiennej średnicy walca, a ogólnie odmiennym warunkom walcowania, a zatem odkształca się nierównomiernie, co w efekcie powoduje wystąpienie naprężeń, przewidzianych hipotezą.

Sprawdzenie występowania tych naprężeń w postaci naprężeń resztkowych stanowi pierwszą część badań własnych. Druga część badań ma za zadanie przygotowanie materiału do budowy modelu odkształcenia. Część ta podzielona jest ogólnie na trzy etapy, w których prowadzi się próby, analizuje wyniki i buduje coraz bardziej ogólne modele odkształcenia.

Pierwszy etap obejmuje: badania dotyczące charakteru i wpływu na odkształcenie naprężeń dopełniających dla przypadku gniotu jedynie na część środkową szerokości pasma PBP i budowę modelu odkształcenia.

Drugi etap obejmuje: badania naprężeń poprzecznych, budowę modelu BPB oraz uogólnienie go z modelem PBP.

Trzeci etap obejmuje budowę takiego modelu BBB z gniotem na wszystkie części, który zawiera także poprzednio zbudowane modele.

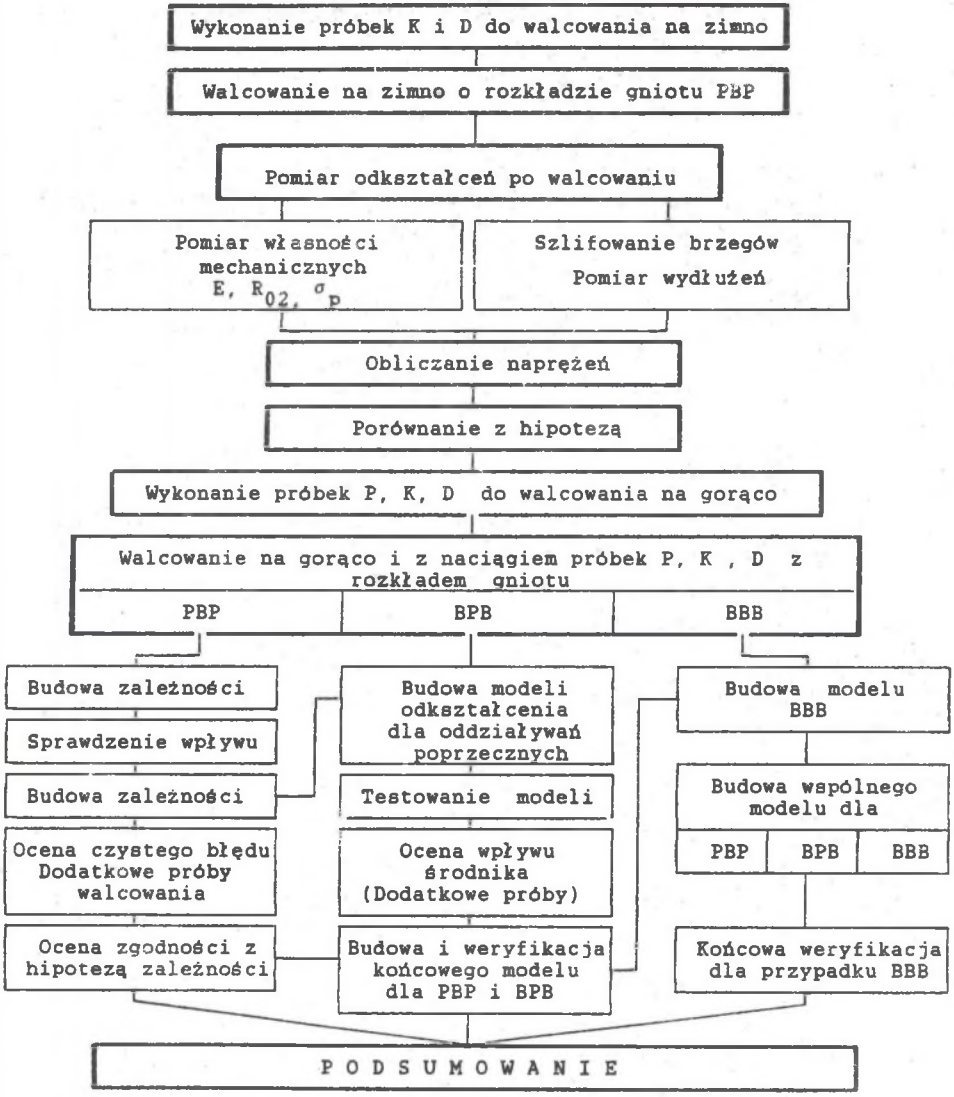
W każdym z tych etapów oprócz badań i konstrukcji kolejnych modeli jest także ich weryfikacja doświadczalna.

Schematyczny plan badań obejmujący doświadczenia i analizę przedstawiono na rys. 6.

4.2. Badania naprężeń po walcowaniu

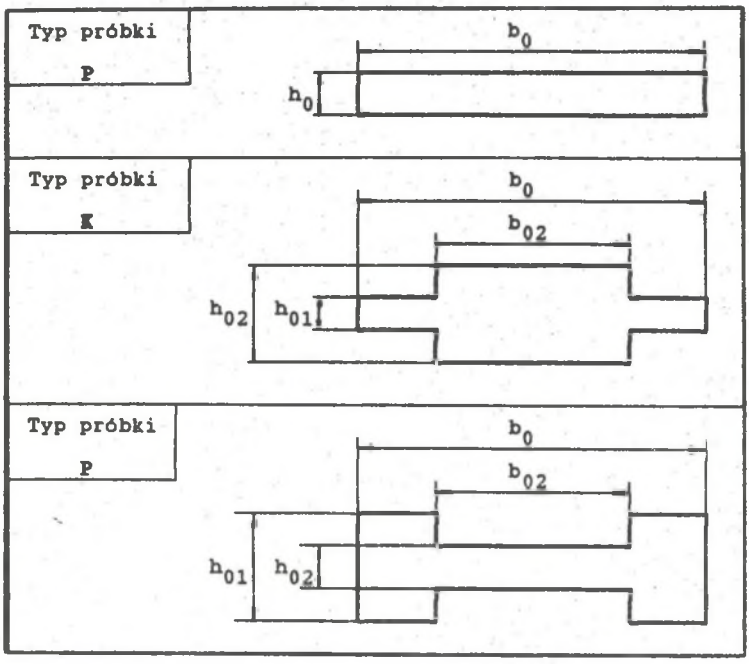
Podstawą dla tych badań były próbki miedziane walcowane z gniotem tylko na wybraną część.Próbki te o kształcie krzyżowym, typ K (rys.7) i o kształcie dwuteowym, typ D wykonano poprzez struganie z miedzianych prętów. Otrzymane próbki były wyżarzone odprężająco w piecu próżniowym, po czym mierzone przy użyciu śruby mikrometrycznej.

Walcowanie próbek odbyło się na zimno w walcarce laboratoryjnej. Tylko środkowe części próbek krzyżowych i dwuteowych - środniki, były



Rys. 6. Plan badań

Fig. 6. A plan of the investigations



Rys. 7. Przekroje poprzeczne zastosowanych próbek
Fig. 7. Simplified figures of the samples used

poddane gniotowi. Do badań użyto 16 próbek walcowanych walcami o średnicy 120 mm. Po walcowaniu pomierzono próbki i naniesiono za pomocą rysika bazy pomiarowe wynoszące ≈ 200 mm. Następnie poprzez szlifowanie zmniejszano wielokrotnie szerokość części bocznych PO próbek. Obawiając się wyginania próbek w czasie szlifowania umieszczono je w specjalnie do tego celu zaprojektowanym przyrządzie - rys. 8. Przy każdorazowym

Rys. 8. Przyrząd usztywniający szlifowaną próbkę
Fig. 8. A device stiffening the ground sample

przejściu tarczą szlifierską, zbierano nie więcej niż ok. 0,02 mm .

Po kilkudziesięciu symetrycznych szlifowaniach z obu stron wyjmowano próbki z usztywniającego przyrządu i mierzono długość bazy pomiarowej za pomocą mikroskopu warsztatowego (o podwyższonej dokładności z cyfrowym wskaźnikiem).

Moduł Younga E, jak i naprężenie uplastyczniające konieczne do obliczenia naprężeń wewnętrznych wyznaczono na specjalnie w tym celu przygotowanych próbkach rozciąganych w maszynie wytrzymałościowej typu Instron. Do pomiaru wydłużenia przy wyznaczaniu modułu Younga stosowano ekstensometr o bazie pomiarowej 60 mm.

Do obliczenia naprężeń w usuniętej warstwie "i" przyjęto wg [34,35] następującą zależność :

$$\sigma_i = \frac{E}{L \cdot \Delta A} \left(\Delta L_i \cdot A_{pi} - \Delta L_{(i-1)} \cdot A_{p(i-1)} \right) \qquad (25)$$

gdzie:

σ_i - średnie naprężenie w odciętej warstwie "i",

E - moduł Younga,

L - długość bazy pomiarowej,

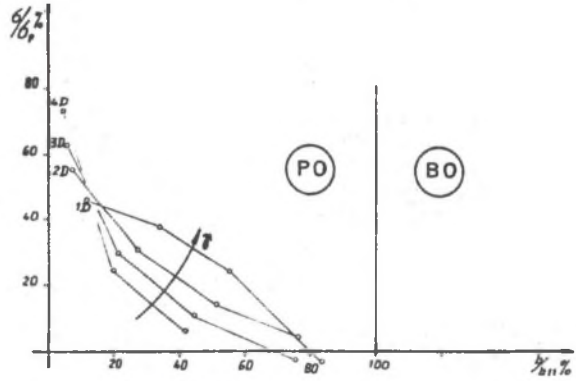
A - pole przekroju poprzecznego,

Δ - zmiana długości lub pola przekroju próbki,

i - numer odciętej warstwy,

A_{pi} - pole przekroju poprzecznego próbki po odcięciu warstwy "i".

Wyniki obliczeń naprężenia średniego wg powyższej zależności odniesiono do σ_p i umieszczono w tablicach 7 i 8. Celem przejrzystego przedstawienia wyników naniesiono je na wykresy rys. 9 i 10, gdzie zaznaczono granice pomiędzy częściami BO i PO.



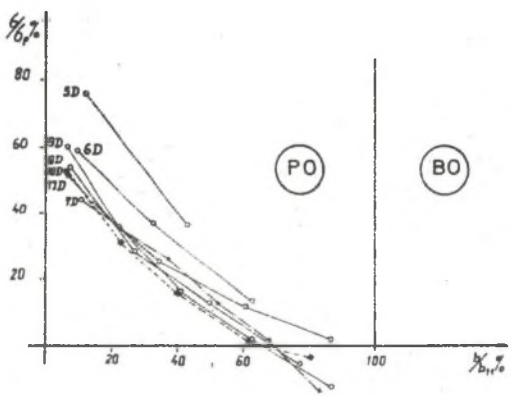
Rys. 9. Pozostałe po walcowaniu naprężenia σ/σ_p w bocznych częściach, PO, zmienne na szerokości próbki b/b_{11} i zależne od θ_{02} (udziału części zgniatanej). Próbki typu K.

Fig. 9. Residual stresses after rolling in the lateral, non-drafted shape parts

Tablica 7

Naprężenia w bocznych częściach próbek K

Próbka	Szerokość całkowita L_0 mm	Baza i jej zmiany ΔL mm	Względne naprężenie σ/σ_p
E = 125000 N/mm^2		σ_p = 168 N/mm^2	
1K	24.42	220.080	---
	19.98	0.010	0.407
	18.43	0.015	0.219
	16.75	0.020	0.165
	15.03	0.025	0.126
	13.08	0.030	0.070
	10.96	0.035	0.024
2K	18.84	243.125	---
	16.86	0.005	0.257
	15.61	0.010	0.212
	13.46	0.015	0.086
	10.83	0.020	0.034
3K	14.84	250.480	---
	12.99	0.005	0.233
	11.15	0.010	0.100
4K	16.31	220.320	---
	12.50	0.005	0.099
	9.75	0.010	0.057
	7.47	0.015	0.039
	5.10	0.020	0.002
5K	13.51	238.565	---
	10.86	0.005	0.087
	8.48	0.010	0.047
	5.73	0.015	0.007



Rys. 10. Pozostałe po walcowaniu naprężenia σ/σ_p w bocznych częściach, PO, zmienne na szerokości próbki b/b_{11} i zależne od gniotu γ. Próbki typu D.

Fig. 10. Residual stresses after rolling in the lateral, non-drafted sample parts

Tablica 8

Naprężenia w bocznych częściach próbek D

Próbka	Szerokość całkowita L_0 mm	Baza i jej zmiany ΔL mm	Względne naprężenie σ/σ_p
E = 125000 N/mm^2		σ_p = 168 N/mm^2	
1D	15.34	209.015	---
	14.24	0.005	0.229
	13.24	0.010	0.187
	12.24	0.015	0.121
	10.63	0.020	-0.016
2D	15.73	211.830	---
	14.93	0.005	0.275
	13.88	0.010	0.155
	12.63	0.015	0.072
	11.41	0.020	0.023
3D	15.76	217.250	---
	15.21	0.005	0.312
	14.30	0.010	0.148
	13.01	0.015	0.053
	11.32	0.020	-0.012
4D	16.25	221.465	---
	15.84	0.005	0.363
	14.93	0.010	0.124
	13.92	0.015	0.031

4.3. Badania naprężeń przewidzianych hipotezą [30]

Podstawą badań dla stworzenia opisu niejednorodnego odkształcenia pasma przedstawionego w wprowadzeniu, były próbki dwuteowe, płaskie i krzyżowe (rys.7) wykonane z ołowiu [42,43,56] i walcowane powyżej temperatury rekrystalizacji z użyciem naciągu.

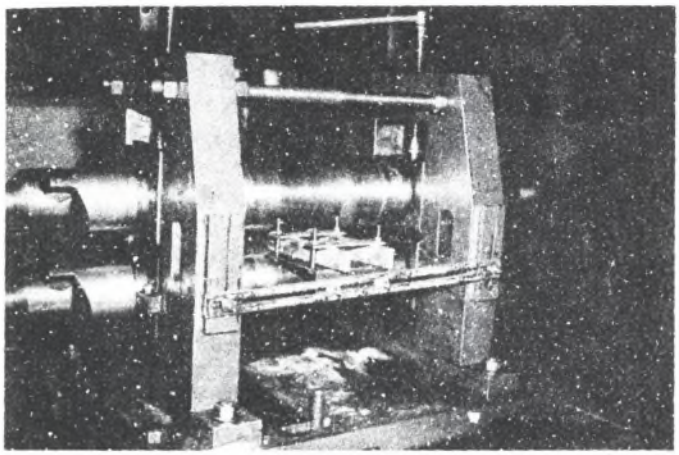
Próbki płaskie P walcowane były z jednakowym gniotem na całej szerokości.

Próbki krzyżowe K walcowane były ze stałym gniotem działającym tylko na część środkową, typ PBP.

Próbki D walcowane były wg trzech sposobów różniących się miejscem działania gniotu:

- na część środkową, PBP
- na części boczne, BPB
- na część środkową i części boczne, z zasadniczo odmiennym gniotem na każdą z nich, BBB.

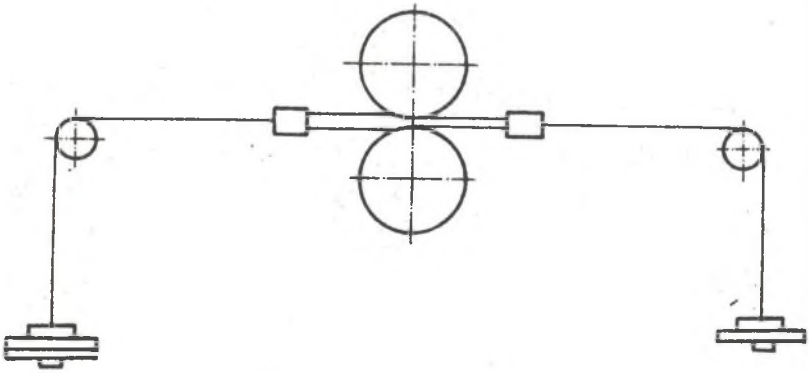
Walcowanie próbek wykonano w walcarce laboratoryjnej (rys.11) walcami o średnicy czynnej od 100 - 120 mm. Przyjęto dla wszystkich prób równość naprężeń naciągu i przeciwciągu, w których wartości sięgały około



Rys. 11. Walcarka laboratoryjna stosowana w badaniach
Fig. 11. The laboratory rolling mill used in the investigation

0,5 σ_p. Gniot był symetryczny względem podłużnej osi próbki.

Naciąg i przeciwciąg były wytwarzane przez specjalnie w tym celu wykonane, urządzenie linowo-ciężarowe, którego schemat przedstawiono na rys.12.



Rys. 12. Schemat urządzenia do wytwarzania naciągu
Fig. 12. A schema of the device for tension generation

Regulację wielkości naciągu i przeciwciągu dokonywano poprzez zmianę obciążenia (ciężarków) końców lin.

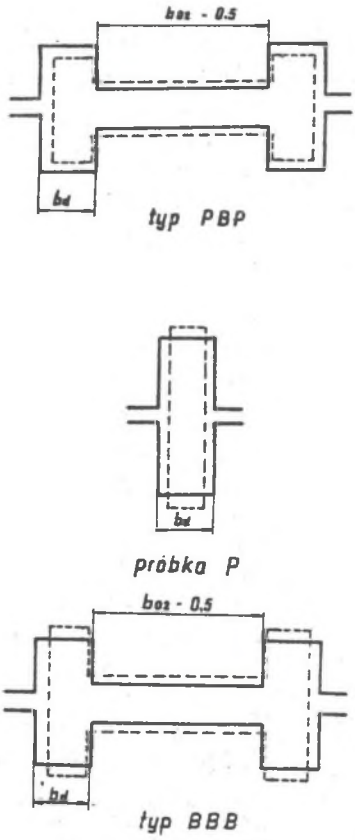
Walcowanie próbek z naciągiem (i przeciwciągiem) odbywało się w trzech etapach:

1. przewalcowanie początku próbki bez naciągu (i przeciwciągu),
2. obciążenie obu końców próbki naciągiem (i przeciwciągiem) oraz przewalcowanie próbki aż do szczęk przeciwciągu,
3. usunięcie szczęk od naciągu (i przeciwciągu) oraz przewalcowanie reszty próbki.

Do prób użyto walce gładkie i bruzdowe.

Walce gładkie stosowano do walcowania:
- próbek płaskich o $\delta > 0,5$,
- środkowych części próbek krzyżowych,
- bocznych części próbek dwuteowych.

Walce bruzdowe (rys.13) stosowano do walcowania :
- środnika próbek dwuteowych,
- równocześnie wszystkich części pasma kształtowego,
- płaskich próbek o małych wartościach $\delta < 0,5$.



Rys.13. Ideowy rysunek wykrojów i wsadów

Fig.13. Simplified figures of passes and charges

Pomiary próbek przed i po walcowaniu wykonano w trzech przekrojach środkowej części tzn. części podlegającej ustalonemu procesowi walcowania. Do pomiaru używano głównie śruby mikrometrycznej, jedynie w przypadku pomiaru szerokości środnika próbki D, suwmiarki. Wydłużenie próbki określano na podstawie wydłużenia bazy pomiarowej oznaczonej dwoma rysami. Pomiar długości bazy wykonano za pomocą mikroskopu warsztatowego.

Do badań odkształcenia dla przypadku PBP użyto 266 próbek, w których 129 było typu K, 82 typu D i 55 typu P. Grupowano je w zależności od wymiarów części środkowej:

- 10 x 10mm i δ = 1,
- 15 x 5 mm i δ = 3,
- 25 x 5 mm i δ = 5.

Części boczne próbek były tak dobrane, że θ_{02} dla próbek:

- K wynosiło od 0,49 do 0,90,
- D wynosiło od 0,20 do 0,71.

Gnioty na część środkową wynosiły γ 0,5; 0,7; 0,8.

Naciąg zewnętrznie przyłożony liczony na całą powierzchnię przekroju równy przeciwciągowi, był stosowany w zakresie 0 - 7,55 MPa.

Grupę niezbędną do oceny tzw. "błędu czystego" stanowiły 32 próbki, 8 typu P, 8 typu K, 16 typu D, walcowane wg sposobu PBP. Walcowanie to różniło się tym od poprzednich, że przed każdym przepustem następowała każdorazowo pełna regulacja walcarki poprzedzona jej rozregulowaniem. Regulacja obejmowała nastawę: walców, naciągu, prowadnic. Ta procedura była stosowana celem określenia rozrzutu wyników występującego przy przejściu z jednej grupy próbek na drugą. Wyniki łączne ze statystycznym opracowaniem umieszczono w tablicy 9. W pierwszym wariancie stosowano gniot γ w przybliżeniu równy dla stopki i środnika a wynoszący ok. 0,8. W drugim wariancie gniot na środnik zwiększono do ok. 0,5.

W badaniach odkształcenia dla przypadku BPB użyto 75 próbek, w których było: 22 próbki typu D, 26 próbek typu P o pojedynczej szerokości i 27 próbek typu 2P - płaskie o podwójnej szerokości. W zależności od kształtu części bocznych (zgniatanych) δ i wymiarów rozróżniano próbki o:

δ = 0,14; 2,7 x 20 mm typ P i D
δ = 0,28; 5,5 x 20 mm typ 2P
δ = 0,39; 5 x 15 typ P i D
δ = 0,66; 10 x 15 typ 2P
δ = 0,50; 10 x 20 typ P i D
δ = 1,00; 20 x 20 typ 2P
δ = 0,70; 7 x 10 typ P i D
δ = 1,40; 14 x 10 typ 2P

Części środkowe (niezgniatane) dobrano tak, że θ_{02} wynosiło od 0,46 do 0,80. Gnioty γ wynosiły 0,80-0,86. Naciąg zewnętrznie przyłożony liczony

na całą powierzchnię przekroju równy przeciwciągowi nie przekraczał wartości 6,77 MPa.

Odmienną grupę próbek użyto do badań wpływu środnika na odkształcenie typu BPB. Było w niej 36 próbek typu D i 12 próbek typu P. Próbki typu D posiadały stałą wysokość stopek 20 mm i stałą szerokość całkowitą = 30 mm. Wymiary środnika ulegały zmianom poprzez zmianę szerokości środnika, która przyjmowała wartości 5, 10, 15mm. Powstało zatem 12 rodzajów próbek D i 4 rodzaje próbek P odpowiadających zgniatanym stopkom. Przyjęto trzy wielkości gniotu γ 0,75, 0,82, i 0,90. Podczas walcowania nie stosowano naciągu ani przeciwciągu.

W badaniach odkształcenia typu BBB użyto 60 próbek typu D (które podzielono na 5 grup pod względem wsadu):

b x h (stopki) / b x h środnika

2,6 x 22 / 25 x 5 mm
2,9 x 20 / 25 x 5 mm
10 x 20 / 10 x 10 mm
5 x 15 / 10 x 10 mm
7 x 10 / 15 x 5 mm

Stosując w tych grupach różne gnioty otrzymano w efekcie 8 grup po 7 - 8 próbek. Podczas walcowania stosowano naciągi równe przeciwciągom do maksymalnych wartości 6,04 MPa.

5. ANALIZA WYNIKOW

5.1. Naprężenia po walcowaniu

Szukając dowodów na potwierdzenie lub odrzucenie wysuniętej hipotezy naprężeń dopełniających postanowiono w pierwszym etapie sprawdzić czy w efekcie walcowania wg PBP czyli z gniotem jedynie na środkową część próbki wystąpią po walcowaniu resztkowe naprężenia dopełniające, w częściach PO rozciągające i ściskające w BO.

Obliczone z pomiarów odkształcenia naprężenia (tab.7 i 8), ukierunkowane równolegle do osi próbki posiadają we wszystkich przypadkach charakter zgodny z hipotezą naprężeń dopełniających [30]; ich rozkład przedstawia rys.9 i 10. Zmieniają się od wartości maksymalnych na brzegu próbki, poprzez wartośco zero w rejonie rozdziału na części BO, PO, by w części środkowej osiągnąć minimalną wartość. Średnia wartość naprężeń w częściach pośrednio odkształcanych PO jest większa od zera, a w częściach BO mniejsza od zera. Naprężenia te, jak sądzi się w oparciu o badaną hipotezę są efektem występowania w procesie walcowania analogicznych do nich naprężeń dopełniających, których działanie podobne jest do działania naciągu, a zwrot zależny od podatności na wydłużenie każdej z badanych części pasma.

Granica między naprężeniami rozciągającymi a ściskającymi, czyli linia gdzie $\sigma = 0$, leży w pobliżu rozdziału na części PO i BO. Niewielka rozbieżność tych granic wynika, prawdopodobnie ze zmiany równowagi sił wewnętrznych spowodowanej nie występowaniem po walcowaniu sił wymuszających wydłużenie części PO. Usunięcie tych sił powodujących wydłużenie obu części próbki, zmniejsza wartości naprężeń w obu częściach, a także nieznacznie zmienia położenia linii podziału naprężeń dopełniających.

5.2. Odkształcenie pasma modelowego

Poprawność przyjętej hipotezy jej jakościową i ilościową zgodność z doświadczeniem należy ocenić wykorzystując próby modelowego [36] walcowania pasma, typu: P, K, D.

Badania odkształcenia takich próbek z uwzględnieniem naciągu zewnętrznego, jak i przewidzianego hipotezą naciągu wewnętrznego (dopełniającego), pozwolą ocenić przydatność przyjętej hipotezy i związanych z nią założeń.

Postanowiono kolejno analizować odkształcenia pasma o zgniatanych w trakcie walcowania: częściach środkowych PBP, częściach bocznych BPB,

i wszystkich częściach BBB. Ostatni etap jest w pewnym sensie podsumowaniem dwóch poprzednich oraz sprawdzeniem hipotezy w przypadku ogólnym.

5.2.1. Odkształcenie pasma o środkowej części walcowanej, typ PBP

Próbki pogrupowano wg kształtu, gniotu i naciągu. Wydłużenie przyjęto jako podstawową wielkość poddaną analizie, gdyż pomiar jego jest dokładniejszy od pomiaru poszerzenia.

Poszukując dla procesu walcowania liniowej zależności wydłużenia od naciągu przyjęto wstępnie układ współrzędnych φ_1, σ_Z otrzymując:

$$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z \tag{26}$$

Opracowane wyniki badań dla zależności (22) znajdują się w tablicach 9-15. Otrzymano wysokie współczynniki korelacji, które świadczą, że zależność (22) usuwa średnio 97% rozrzutu wyników od wartości średniej. Graficzna prezentacja kilku z tych zależności przedstawiona jest na rys. 14-17. Pochylenie wykresów świadczy o silnym wpływie naciągu na φ_1. Przez porównanie między zbiorami, wykresami, wynikają dodatkowe informacje o wpływie θ_{02}, czyli udziału części niezgniatanych. Okazuje się mianowicie, że wzrost udziału tych części, czyli zmniejszenie θ_{02}, powoduje także istotne zmniejszenie φ_1.

Efekt widoczny jest w każdym przypadku. Widać także wpływ θ_{02} na współczynniki a_0' i a_1'. Istotne zmiany a_0' związane są ściśle ze zmianami φ_1 natomiast zmiany a_1', czyli tangensa kąta pochylenia prostych wykresu

Tablica 9

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=1; γ_{12}= 0,5)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^4$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^3$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^4$	$A_1 \cdot 10^4$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
7	457	288	995	774	528	993	109	27	148		
K											
5	384	345	985	804	623	992	104	40	245		
7	331	348	988	600	551	990	126	35	252		
6	301	282	980	777	460	982	186	40	312		
7	224	302	991	725	483	987	348	36	363		
32				754	468	986	77	14	411	2,67	2,78
D											
8	173	303	993	656	535	992	376	25	354		
8	132	134	910	205	580	894	582	118	1754		
48				751	470	996	130	6	767	0,39	2,36

Tablica 10

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=1; γ_{12}= 0,8)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^4$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^2$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^4$	$A_1 \cdot 10^5$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
6	130	152	979	203	900	982	306	867	482		
K											
6	118	123	995	196	714	985	153	617	371		
8	106	145	982	176	673	985	202	483	451		
7	92	116	987	185	563	989	175	374	325		
7	71	121	971	175	554	966	615	661	748		
34				187	482	930	184	337	957	0,373	2,78
D											
8	61	145	985	159	614	976	823	555	775		
8	11	56	931	85	656	910	6007	1223	1811		
50				185	452	987	224	1064	1312	0,805	2,36

Tablica 11

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=3; γ_{12}= 0,5)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^4$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^3$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^5$	$A_1 \cdot 10^5$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
6	616	74	987	485	118	987	249	97	39		
K											
8	581	120	996	502	167	995	192	68	50		
8	558	135	972	498	170	973	486	165	121		
6	520	155	990	495	174	991	752	115	77		
28				499	167	991	169	44	87	2,07	3,10
D											
6	386	217	988	485	181	984	3672	161	200		
6	198	240	995	465	194	992	5922	120	258		
40				495	186	999	3239	152	1740	1,51	2,56

Tablica 12

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=3; γ_{12}= 0,8)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^5$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^2$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^4$	$A_1 \cdot 10^5$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
8	193	554	947	164	272	947	83	378	142		
K											
8	200	600	990	155	235	991	44	127	108		
8	187	661	993	156	235	990	50	137	142		
6	168	861	982	158	319	984	112	291	209		
30				159	252	905	74	223	402	4,31	3,05
D											
8	72	857	956	167	330	958	990	405	468		
6	22	531	893	174	357	853	5419	1093	2196		
44				159	377	992	156	73	891	0,58	2,51

Tablica 13

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=5; γ_{12}= 0,5)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^5$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^3$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^5$	$A_1 \cdot 10^5$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
3	646	926	995	437	136	997	594	114	62		
7	644	835	859	440	127	859	695	336	94		
K											
8	627	654	938	451	91	938	414	137	97		
8	621	889	983	444	116	984	232	86	63		
26				445	119	929	296	97	125	1,96	3,16
D											
6	529	1481	991	458	151	991	823	94	87		
32				450	142	982	235	50	133	3,06	2,82

Tablica 14

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=5; γ_{12}= 0,7)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^4$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^2$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^5$	$A_1 \cdot 10^5$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
8	331	80	974	111	232	976	410	214	70		
K											
8	330	72	970	108	184	969	581	192	136		
16				109	195	929	525	207	162	1,73	4,60
D											
3	231	129	999	112	246	1000	241	24	20		
19				110	253	988	443	97	193	5,04	3,80

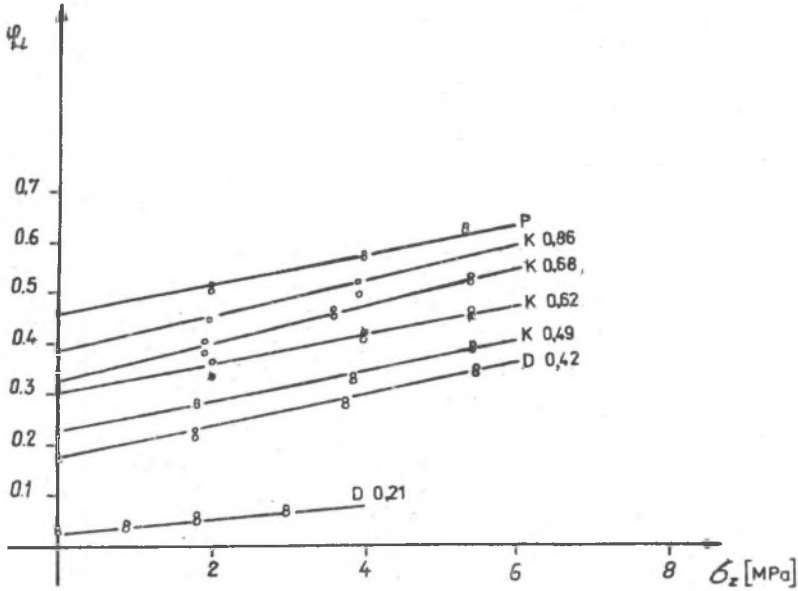
Tablica 15

Parametry zależności $\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$ i $\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$
(σ_{02}=5; γ_{12}= 0,8)

Rodzaj	$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot \sigma_Z$			$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \cdot \sigma_{02}$			dokładność $\ln\varphi_L(\sigma_{02})$			Sprawdzenie	
Ilość n	$a_0' \cdot 10^3$	$a_1' 10^5$	$r \cdot 10^3$	$-a_0 10^2$	$a_1 10^4$	$r \cdot 10^3$	$A_0 \cdot 10^3$	$A_1 \cdot 10^5$	$S(\ln\varphi_L) \cdot 10^4$	F_{obl}	F_{kr}
P											
3	216	453	927	153	200	929	285	775	312		
6	214	209	972	154	94	975	30	107	44		
K											
8	200	373	950	157	149	948	55	205	150		
17				156	169	883	68	233	233	1,98	3,98
D											
8	187	436	977	158	155	978	49	135	121		
7	176	629	963	151	176	967	176	208	199		
32				156	144	929	51	105	277	1,33	2,82

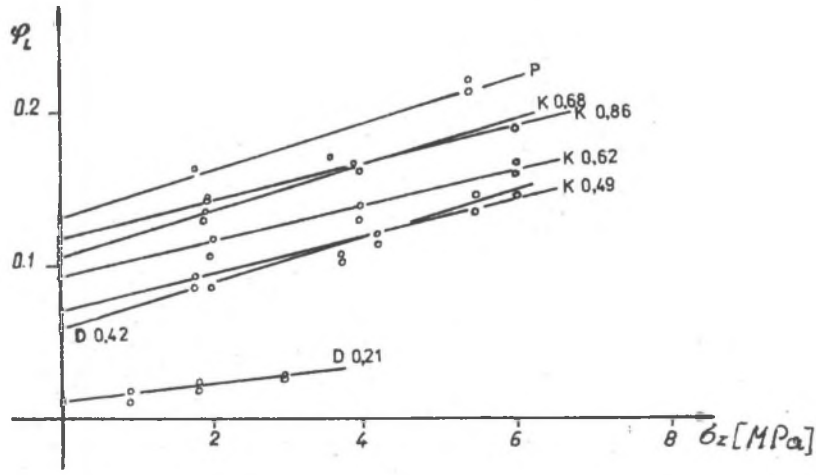
(widoczne szczególnie w tablicy 9 - 15) mają tendencje wzrostu wraz ze zmniejszeniem θ_{02}. Wynika z tego, że efekt oddziaływania naciągu na pasmo zależy od wielkości części bocznych, im większe są te części tym efekt oddziaływania mniejszy.

Podobnie przedstawia się efekt oddziaływania naciągu przy różnym gniocie. Wzrost gniotu powiększa oddziaływanie naciągu, zwiększając wartość nachylenia prostych a_1'. Tak samo zmiana szerokości pasma a konkretnie $\delta_{02} = \frac{b}{h}$ powoduje zmiany oddziaływania naciągu. Szersze pasma mające większe początkowe wydłużenia niż wąskie dają mniejszy przyrost wydłużenia spowodowany naciągiem.



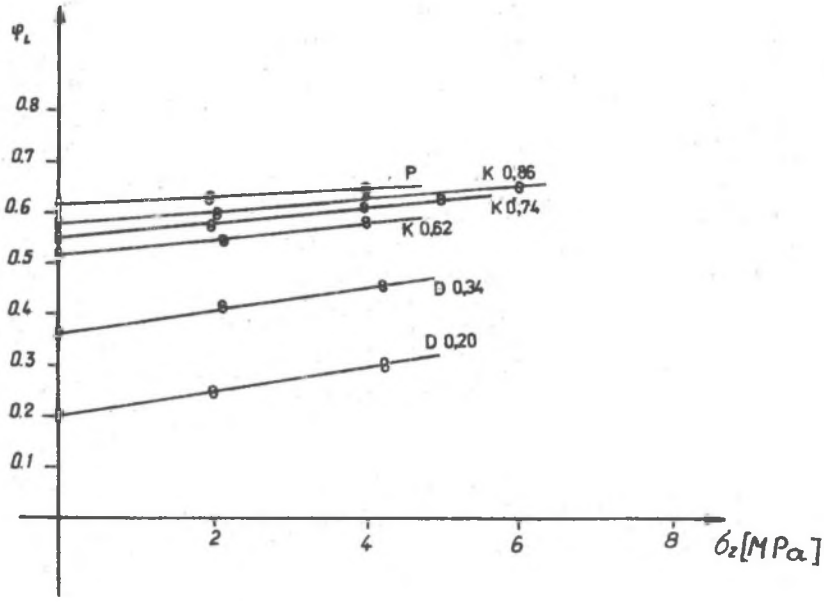
Rys. 14. Zależność $\varphi_L(\sigma_Z)$ dla modelu PBP i próbek P, K, D, dla δ_{02}= 1; γ = 0.5; $\theta_{02} \in$ (0.2-1)

Fig. 14. The $\varphi_L(\sigma_Z)$ relations for the PBP model and P,K, D samples rolled



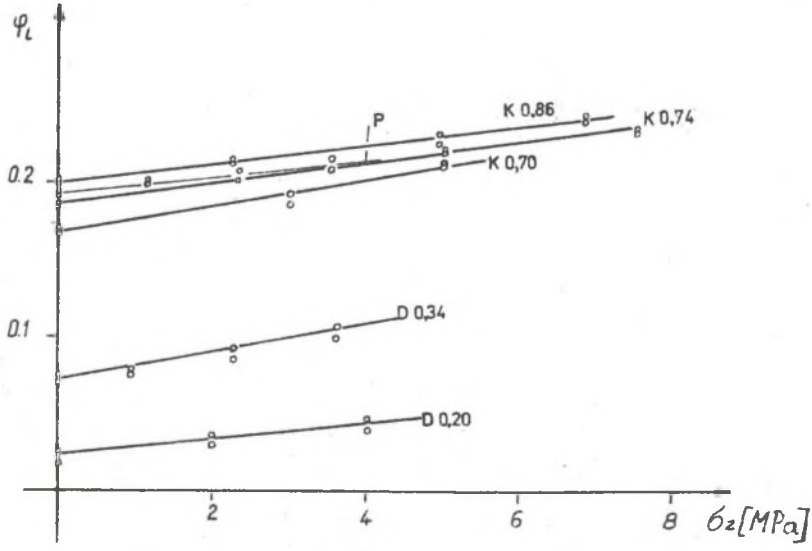
Rys. 15. Zależność $\varphi_L(\sigma_Z)$ dla modelu PBP i próbek P, K, D, dla δ_{02}= 1; γ = 0.8; $\theta_{02} \in$ (0.2-1)

Fig. 15. The $\varphi_L(\sigma_Z)$ relations for the PBP model and P,K, D samples rolled



Rys. 16. Zależność $\varphi_L(\sigma_Z)$ dla modelu PBP i próbek P, K, D, dla δ_{02}= 3; γ = 0.5; $\theta_{02} \in$ (0.2-1)

Fig. 16. The $\varphi_L(\sigma_Z)$ relations for the PBP model and P,K, D samples rolled



Rys. 17. Zależność $\varphi_L(\sigma_Z)$ dla modelu PBP i próbek P, K, D, dla δ_{02}= 3; γ = 0.2; $\theta_{02} \in$ (0.2-1)

Fig. 17. The $\varphi_L(\sigma_Z)$ relations for the PBP model and P,K, D samples rolled

Zjawisko to, jak i poprzednio opisane, ma swoje uzasadnienie w ilości materiału przemieszczonego na poszerzenie.

Jeśli przyjmiemy, że w pasmach o mniejszym θ_{02} występuje mniejszy naciąg w części zgniatanej tzn. często ujemny, możemy przypuszczać, że dla takich wartości naciągu wpływ jego jest inny niż przyjęty. To znaczy, że w szerszym zakresie działania naciągu staje się lepiej widoczne, że wcześniejsze założenie o liniowej zależności pomiędzy φ_1 i σ_z może nie być zadawalające.

Przyjęcie hipotezy o wewnętrznych naprężeniach dopełniających spowodowanych równoczesnym wydłużaniem części niezgniatanych i zgniatanych doprowadza do stwierdzenia, że istnieje możliwość opisu odkształcenia pasma o różnym udziale części niezgniatanych jedną zależnością φ_1 /σ/, gdzie σ będzie sumą naprężeń naciągu zewnętrznie przyłożonego i naprężeń wewnętrznych wytwarzanych przez niezgniatane części pasma.

Ogólnie jest to zgodne z wykresami otrzymanymi we współrzędnych φ_1, σ_z i opisanymi zależnościami liniowymi tab. 9 - 15. Przesunięcie bowiem każdego z wykresów o odmiennym θ_{02} o pewną wartość σ spowoduje pokrycie się i wytworzenie wspólnego wykresu. Rzeczą do sprawdzenia jest,,czy przesunięcie to jest ilościowo zgodne z przesunięciem wynikającym z hipotezy o wewnętrznych naciągach (naprężeniach).

Przyjmując, że części niezgniatane są rozciągane naprężeniem równym naprężeniu uplastyczniającemu otrzymanemu w statycznej próbie rozciągania oraz, że suma sił od naprężeń wewnętrznych dla całego przekroju jest równa zero otrzymamy, że środkowa część pasma jest poddana dodatkowo naprężeniom ściskającym, ukierunkowanym wzdłuż pasma, o średniej wielkości:

$$\sigma_{02} = \left(1 - \theta_{02}^{\frac{1}{}} \right). \tag{27}$$

Jeśli przyjmiemy, że ich działanie jest analogiczne do działania naprężeń naciągu zewnętrznego, to otrzymamy, że całkowite naprężenie naciągu dla części środkowej (zgniatanej) wyniesie:

$$\sigma_{02} = (1 - \frac{1}{\theta_{02}})\sigma_P + \sigma_Z \tag{28}$$

gdzie:
σ_Z - naprężenie naciągu od sił zewnętrznie przyłożonych.

Faktycznie naprężenie działające od sił zewnętrznych na zgniataną część jest większe niż wynikałoby to z podziału siły zewnętrznie działającej przez przekrój pasma. Większość bowiem siły jest przenoszona jedynie przez zgniataną część pasma, ponieważ części nie zgniatane są w stanie przenieść tylko naprężenia mniejsze lub równe uplastyczniającym naprężeniom rozciągającym.

Tym samym po osiągnięciu przez te części naprężeń uplastyczniających reszta sił rozciągających jest przenoszona przez zgniataną część pasma, czyli:

$$F_Z = \sigma_Z A_0 = \sigma_p A_{01} + \sigma_{02} A_{02} \tag{29}$$

$$\sigma_{02} = \frac{A_o}{A_{02}} \cdot \sigma_Z - \frac{A_{01}}{A_{02}} \cdot \sigma_p \tag{30}$$

$$(30) \longrightarrow \sigma_{02} = (1 - \frac{1}{\theta_{02}}) \cdot \sigma_p + \frac{1}{\theta_{02}} \cdot \sigma_Z \tag{31}$$

Otrzymane w ten sposób σ_{02} uwzględnia niejednakowy udział σ_Z w zgniatanych i niezgniatanych częściach pasma. Zależność zatem pomiędzy naciągiem, a odkształceniem powinna opisywać odkształcenie w funkcji σ_{02}- całkowitego naciągu w zgniatanej części. Wtedy możemy wyeliminować zmienną θ_{02}.

Ponieważ w częściach zgniatanych wystąpią znaczne naprężenia ściskające o charakterze naciągu, należy dobrać do dalszej analizy taką funkcję pomiędzy naciągiem σ_{02} a wydłużeniem φ_1, aby zapewniała poprawne odwzorowania nie tylko w dotychczasowym dodatnim zakresie σ_{02}, ale także w zakresie ujemnych wartości. Dotychczasowa zależność (26) w postaci

$$\varphi_L = a_0' + a_1' \cdot (1 - \frac{1}{\theta_{02}}) \cdot \sigma_p + \frac{1}{\theta_{02}} \cdot \sigma_Z \tag{32}$$

przy założeniu $0 < \sigma_z < \sigma_p$ staje się sprzeczna z rzeczywistością dla $\theta_{02} < \frac{\sigma_p - \sigma_Z}{a_0' + a_1' \cdot \sigma_p}$.

Zatem nie może być przyjęta do analizy dla zakresu $\sigma_{02} < 0$. Sądzi się zatem, że wraz z zmniejszającym udziałem części zgniatanych θ_{02} wydłużenie, np φ_L będzie asymptotycznie zbliżała się do zera.

Prosta zależność spełniająca powyższy warunek, a równocześnie dająca dobre wyniki w zakresie dodatnim jest funkcją:

$$\varphi_L = a_0' \cdot e^{a_1' \sigma_{02}} \tag{33}$$

Aby zależność tą przedstawić w postaci liniowej należy przyjąć układ współrzędnych $\ln \varphi_l$, σ, bowiem

$$\ln \varphi_L = \ln a_0' + a_1' \sigma_{02} \tag{34}$$

Wprowadzenie w miejsce ogólnie określonego naprężenia naciągu σ naprężenie σ_{02} wzór (31) będącego sumą oddziaływania zewnętrznego σ_Z i wewnętrznego od części PO doprowadziło do zależności:

$$\ln\varphi_L = a_0 + a_1\cdot\left[\left(1 - \frac{1}{\theta_{02}}\right)\cdot\sigma_p + \frac{1}{\theta_{02}}\cdot\sigma_Z\right] \qquad (35)$$

Sprawdzenie poprawności wzoru (35) stosowanego dla wspólnego opisu zależności $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$, czyli wspólnej zależności dla różnych naciągów i różnych udziałów części PO wykonano w trzech etapach:

1. Sprawdzono, czy opis zależności $\varphi_L = a_0'\cdot e^{a_1'\sigma_{01}}$, czyli w postaci liniowej $\ln\varphi_L = a_0 + a_1\sigma_{02}$ jest dla badanych grup pod względem dokładności dopuszczalny.

2. Sprawdzono, czy różnice pomiędzy wartościami a_1 są dla porównywanych grup nieistotne.

3. Sprawdzono, czy rozrzut wyników po przyjęciu zależności (35) $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ nie jest istotnie większy od błędu "czystego" [38] pomiarów.

Szczegółowy opis sprawdzenia:

ad 1. Zależności $\boxed{\ln\varphi_L = a_0 + a_1\sigma_{02}}$ opracowano dla wszystkich 53 grup porównywanych próbek. Wyznaczono wartości a_0, a_1 i A_0, A_1 opisujące przedziały ufności w postaci:

$$P(a_0 - A_0\cdot t_\alpha \le \alpha_0 \le a_0 + A_0\cdot t_\alpha) = 1 - \alpha \qquad (36)$$

$$P(a_1 - A_1\cdot t_\alpha \le \alpha_1 \le a_1 + A_1\cdot t_\alpha) = 1 - \alpha \qquad (37)$$

Dodatkowo wyliczono współczynniki korelacji r oraz odchylenia standardowe wielkości mierzonych od obliczonych wg przyjętego opisu, $S(\ln\varphi_1)$. Wyniki umieszczono w tablicach 9 - 15.
Wyznaczone przedziały ufności a_0 i a_1 dla próbek o stałych wartościach γ i δ w znacznym stopniu pokrywają się. Dokładniejsze badania rozrzutu wartości a_1 wykazały związek z rodzajem próbek. Większe wartości a_1, a więc większa czułość na naciąg występowała dla próbek D. Związane to jest z odmiennym niż w próbkach K sposobem zgniatania środnika. Środnik próbek dwuteowych w efekcie zgniatania poszerzał się i tym samym wychodził ze strefy zgniatania stając się częścią pośrednio odkształconą. W próbkach K natomiast zgniatana część środkowa mimo poszerzenia się pozostawała stale bezpośrednio zgniataną.

ad 2. Pomijając wpływ rodzaju próbek na a_1 (patrz punkt 1) wykonano porównanie a_1 dla grup próbek P i K a następnie P, K i D o tym samym δ i γ. Wyznaczono zatem średni kwadrat odchyleń a_1 między grupami i odniesiono go do średniego kwadratu w grupach [37]. Wartość tą

porównano z F krytycznym z rozkładu Snedecora-Fischera. Obliczone wartości F_{obl} oraz wartości F_{kr} umieszczono w tablicach 9 - 15. Otrzymane wyniki dla 27 przypadków próbek P i K znajdują się w przedziale ufności i jedynie w jednym przypadku wychodzą za ten przedział. Przedział ten został skonstruowany dla prawdopodobieństwa 0,95. Otrzymany wynik jest zatem w pełni zadawalający. Porównywanie wartości a_1 dla grup próbek P, K i D o tym samym γ i δ dało podobny rezultat, w 39 porównywanych przypadkach 37 znajdowało się w przedziałach ufności. Jak się sądzi, występujące odchyłki spowodowane są znacznym w tych przypadkach rozrzutem zadawanego gniotu. Dodatkowo w obu przypadkach występowanie odchyłek wiązało się z wprowadzeniem próbek D (odmiennie odkształcanych).

ad 3. W ostatnim trzecim etapie sprawdzono całościowo poprawność przyjętego modelu. Określono w oparciu o dodatkowe badania tzw. czysty błąd, czyli wynikły z techniki prowadzonych badań, przeprowadzono próby walcowania próbek D, K i P w ten sposób, że za każdym razem nastawiano ponownie walce, prowadnice i osiowość naciągu. Czynności te były wykonywane przy przejściu z jednej grupy wyników do drugiej powodując wzrost rozrzutu wyników pomiędzy grupami i tworząc czynnik międzygrupowy, który przy formalnym podejściu mógłby być utożsamiany z błędami modelu, a pośrednio niepoprawnością hipotezy. Badaniom tym poddano próbki dwuteowe o $\delta_{02}= 1$, $\theta_{02} = 0,21$ i o $\delta_{02}= 3$, $\theta_{02}= 0,65$; próbki krzyżowe o $\delta_{02}=3$, $\theta_{02}=0,84$ oraz próbki płaskie o $\delta_{02}=5$ i $\theta_{02}=1$.
Wyniki badań umieszczono w tablicy 16. Obliczono sumy kwadratów odchyleń od wartości średniej dla każdej z par wyników sumując je także dla każdej grupy próbek. Otrzymano w ten sposób sumę kwadratów odchyleń w postaci:

$$\sum_{j=1}^{4} \sum_{i=1}^{2} (\ln\varphi_{ij} - \ln\bar{\varphi}_j)^2 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{4} (\ln\varphi_{1j} - \ln\varphi_{2j})^2 \qquad (38)$$

Dzieląc powyższą wartość przez ilość stopni swobody f = 4 otrzymano średni kwadrat czystego błędu [38]. Ponieważ średni kwadrat czystego błędu był dla każdej z grup odmienny, przyjęto do porównań z zależnością (35) średni kwadrat czystego błędu, jako średnią ważoną ilości stopni swobody i obliczonego średniego kwadratu dla każdego rodzaju próbek. Wyniki tych przeliczeń umieszczono w tablicy 17.

Stosunek odchyleń wyników od zależności $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ odniesiony do błędu czystego podzielonego przez stopnie swobody daje F_{obl}, które jest porównywane z $F_{(krytycznym)}$ (tabl.17).

Oznacza to sprawdzenie, czy proponowany opis dla badanych zbiorów nie daje odchyłek większych niż otrzymane przy standardowych

Tablica 16

Próby porównawcze do oceny błędu czystego próbek walcowanych w środkowej części z gniotem $\gamma = 0,8$

dwuteowa $\theta_{02}=0,21$ $\delta_{02}=1$		dwuteowa $\theta_{02}=0,65$ $\delta_{02}=3$		krzyżowa $\theta_{02}=0,84$ $\delta_{02}=5$		płaska $\theta_{02}=1$ $\delta_{02}=5$	
σ_o	L_{50}	σ_o	L_{50}	σ_o	L_{50}	σ_o	L_{50}
0	50,4 50,2	0	58,2 57,5	0	59,6 60,3	0	61,3 60,4
0,9	50,5 50,8	2,0	59,3 58,5	2,0	60,5 61,2	2,0	61,7 62,1
1,8	50,8 52,0	4,0	59,5 60,7	4,0	61,4 62,1	4,0	62,0 62,4
2,7	51,1 51,3	6,0	60,8 61,8	6,0	62,0 62,3	6,0	62,8 62,3
Skln φ	0,35168	0,01600		0,00548		0,004	
Stopnie swobody l	4	4		4		4	
$\frac{Skln\ \varphi}{l}$	0,04596			0,00137		0,00109	

$$Skln\ \varphi = \frac{1}{2} \sum_{i=1} (\ln\varphi_{2i} - \ln\varphi_{2i-1})^2$$

Tablica 17

Statystyczna ocena dokładności opisu funkcji

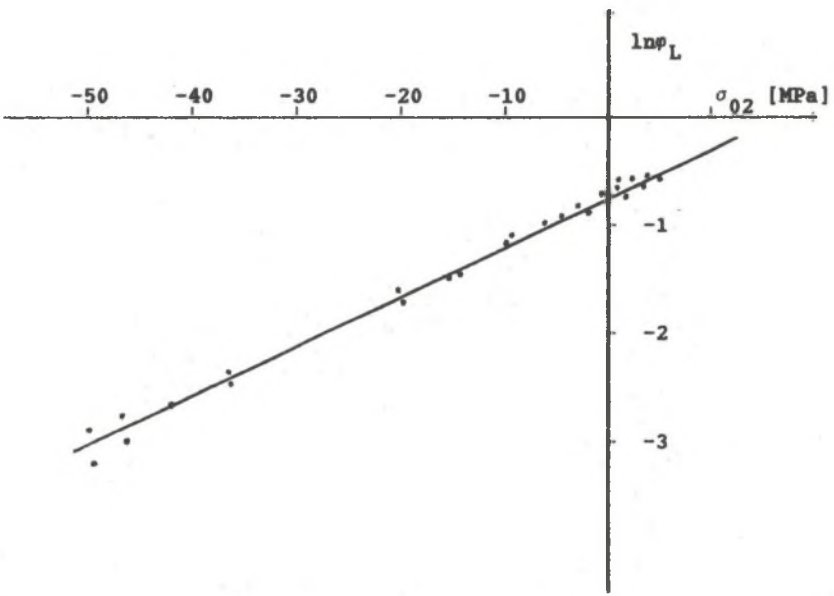
Rodzaj zbioru σ_{02}/γ_{12}	Skład zbioru $\frac{P+K}{D}$	SKbcz $\frac{P+K}{P+K+D}$	$S(\overline{\ln\varphi_L})$ $\frac{P+K}{P+K+D}$	F_{obl} $\frac{P+K}{P+K+D}$	$F_{0,05,N-2/16}$ $\frac{P+K}{P+K+D}$
1/0,5	7 + 25 / 16	0,00132 / 0,01553	0,0411 / 0,0767	1,276 / 0,379	2,20 / 2,13
1/0,8	6 + 28 / 16	0,00133 / 0,01553	0,0957 / 0,1312	6,872 / 1,108	2,20 / 2,13
3/0,5	6 + 22 / 12	0,00132 / 0,01445	0,00870 / 0,17398	0,0572 / 2,094	2,20 / 2,16
3/0,8	8 + 22 / 14	0,00131 / 0,01541	0,04021 / 0,08912	1,239 / 0,516	2,20 / 2,16
5/0,5	10 + 16 / 6	0,00127 / 0,00814	0,01254 / 0,01331	0,124 / 0,022	2,24 / 2,20
5/0,7	8 + 8 / 3	0,00123 / 0,00467	0,01620 / 0,01931	0,213 / 0,080	2,37 / 2,33
5/0,8	10 + 8 / 15	0,00121 / 0,02276	0,02332 / 0,02765	0,449 / 0,034	2,33 / 2,20

SKbcz - suma kwadratów odchyleń jako ocena czystego błędu.

próbach walcowania rozrzuty wyników. Dla 13 przypadków na 14 badanych nie stwierdzono istotnego błędu modelu. Oznacza to przyjęcie dla większości, że błąd modelu nie jest istotnie większy od błędu czystego, czyli błędu wynikłego z niedokładności pomiarów. A zatem badany model dla omawianych przypadków jest dokładny, co najmniej z dokładnością błędu czystego. We wszystkich badanych przypadkach stwierdzono większą jednorodność wyników w grupie próbek P i K niż w całości P, K i D.

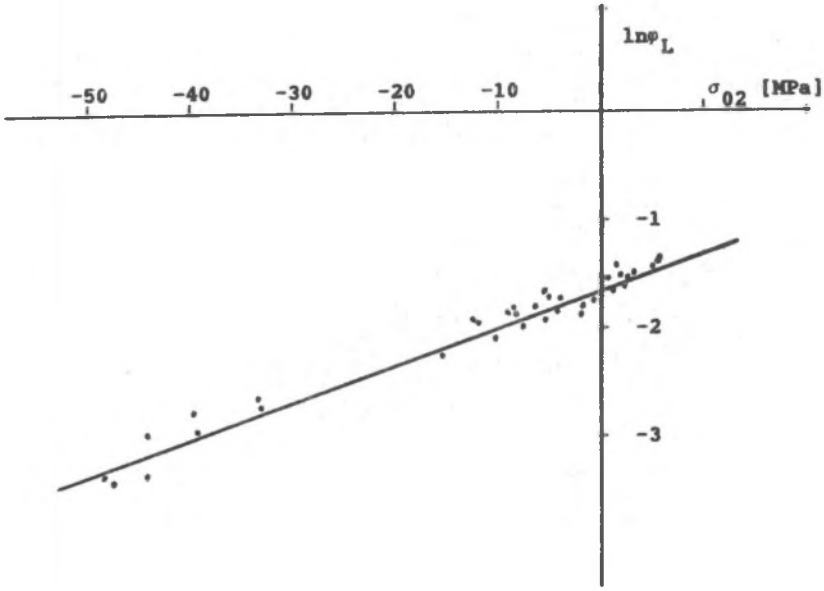
Większe rozrzuty wyników otrzymano dla próbek o δ_{02} mniejszym, jak i dla mniejszych wartości gniotu (większe γ).

Największe rozrzuty wyników dają próbki D, a szczególnie o małej wartości θ_{02}. Z tych też powodów należy sądzić, że zawyżony rozrzut wyników dla pierwszej grupy, δ_{02}= 1 i γ = 0,8 wykazany testem F, jako istotnie większy od pozostałych jest spowodowany skumulowanym oddziaływaniem czynników δ_{02}, γ i θ_{02} będących w zakresie powodującym duży rozrzut wyników, a nie wykazaniem błędu modelu. Dokładność przyjętego modelu można także oszacować przeglądając wykresy zależności $\ln \varphi_L\left[\sigma_p \left(1 - \frac{1}{\delta_{02}}\right) + \theta_{02}^{Z}\right]$ na rys. 18 - 24.



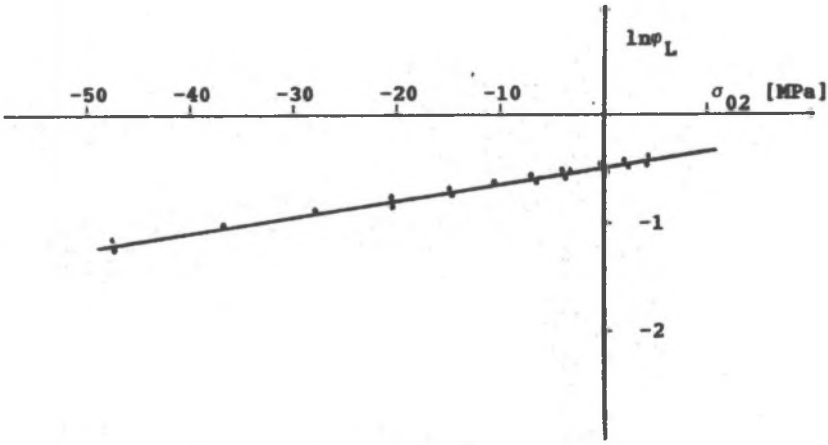
Rys. 18. Zależność $\ln \varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 1, γ_{12} = 0.5

Fig. 18. The $\ln \varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*



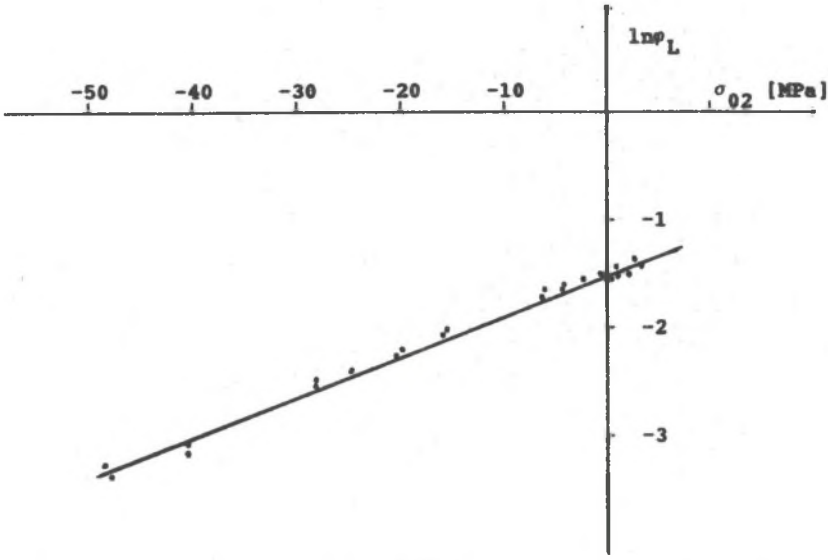
Rys. 19. Zależność ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\Theta_{02})]$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 1, γ_{12} = 0.8

Fig. 19. The ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\Theta_{02})]$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*



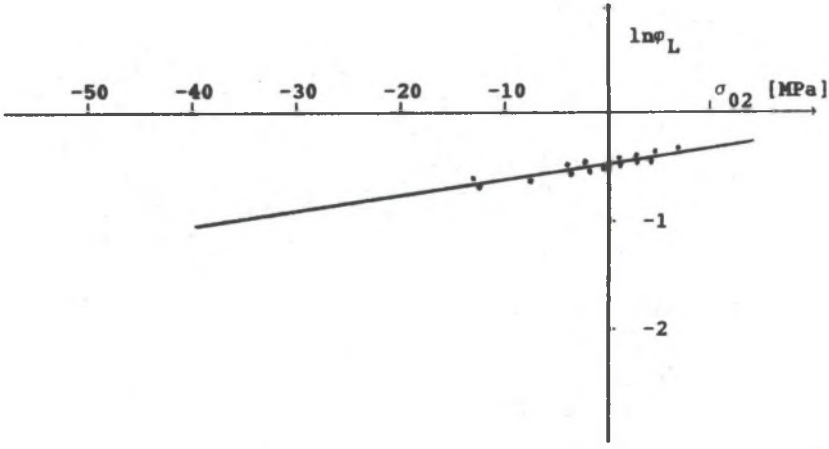
Rys. 20. Zależność ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\Theta_{02})[$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 3, γ_{12} = 0.5

Fig. 20. The ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\Theta_{02})]$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*



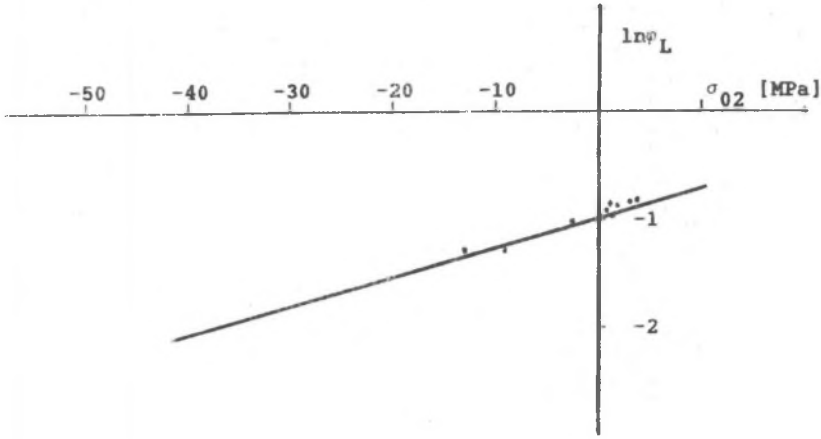
Rys. 21. Zależność ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 3, γ_{12} = 0.8

Fig. 21. The ln $\varphi_L(\sigma_{02}(\theta_{02}))$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*



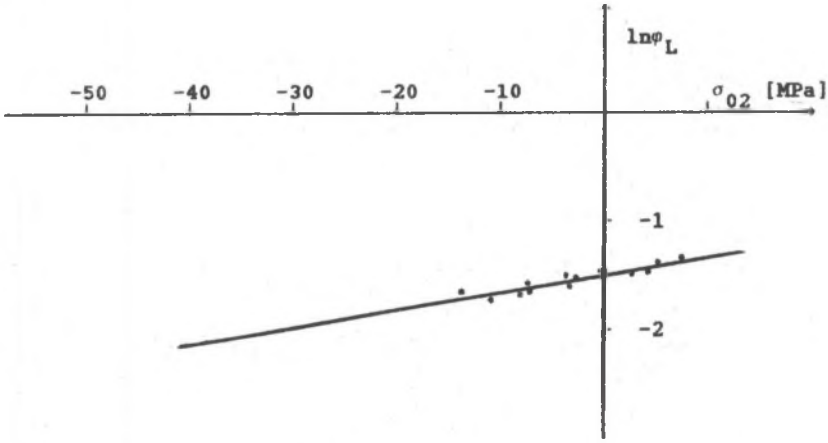
Rys. 22. Zależność ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 5, γ_{12} = 0.5

Fig. 22. The ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*



Rys. 23. Zależność ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 5, γ_{12} = 0.7

Fig. 23. The ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*



Rys. 24. Zależność ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ dla modelu PBP i próbek P, K, D o δ_{02}= 5, γ_{12} = 0.8

Fig. 24. The ln $\varphi_L[\sigma_{02}(\theta_{02})]$ *relations for the PBP model and P, K, D samples rolled*

Potwierdzają one całościowo tzn. pod względem pochylenia wykresów ich przesunięcia i rozrzutu wyników jednorodny charakter powyższej zależności dla poszczególnych grup pomiarów, zgodny z przyjętą hipotezą.

5.2.2. Odkształcenie pasma o bocznych częściach walcowanych

Badania zawarte w tej części stanowią podstawę do oceny, w jakim stopniu proponowany model odkształcenia jest zgodny z doświadczeniem, dla przypadku, gdy gniotowi poddane są tylko boczne części pasma, typ BPB.

Doświadczenie wykonano głównie na próbkach dwuteowych D, w których zgniatane były tylko stopki, obie w tym samym stopniu. Próbkami pomocniczymi były próbki płaskie P. Opracowane statystycznie wyniki doświadczeń podano w tablicy 18.

Na podstawie poprzednich doświadczeniach postanowiono analizować odkształcenie próbek typu D i P na płaszczyźnie odkształcenie, naprężenie ($\ln\varphi_L$, σ_{02}). Dla opisu odkształcenia przyjęto, jak poprzednio zależność (35):

$$\ln \varphi_L = a_0 + a_1 \left(\sigma_p \left(1 - \frac{1}{\theta_{01}}\right) + \frac{\sigma_Z}{\theta_{01}}\right) \qquad (39)$$

Tablica 18

Parametry zależności $\ln \varphi_L = a_0 + a_1\sigma_{01}$ dla modelu odkształcenia BPB

Próbki rodzaj/ilość	a_0 x 1	a_1 x 10^{-3}	r x 1	A_0 x 10^{-3}	A_1 x 10^{-3}	$S(\ln\varphi)$ x 10^{-3}	θ_{01} x 1
σ = 0.14 γ = 0.80							
D/6	-2.32	93	0.92	342	20	88	0.46
P/8	-2.54	134	0.98	34	12	59	1
2P/7	-2.11	83	0.99	12	4	21	1
σ = 0.34 γ = 0.80							
D/6	-1.93	78	0.99	40	6	44	0.59
P/7	-2.26	95	0.99	22	7	30	1
2P/6	-1.90	70	0.99	17	5	26	1
σ = 0.51 γ = 0.83							
D/5	-2.05	71	0.99	17	7	19	0.80
P/6	-2.10	81	0.97	32	11	49	1
2P/8	-1.79	66	0.97	12	17	20	1
σ = 0.74 γ = 0.86							
D/5	-2.34	66	0.97	36	10	79	0.67
P/5	-2.83	108	0.98	22	14	33	1
2P/6	-2.32	69	0.95	34	11	52	1

Zamiana θ_{02} na θ_{01} wynika ze zmiany numeru części zgniatanej.

Ponieważ metal bezpośrednio odkształcony BO znajduje się nie w jednej, jak poprzednio lecz w dwóch częściach, powstało pytanie do jakich płaskich próbek zgniatanych na całej szerokości należy odnieść odkształcenie tego dwuteownika.

Założono, że istnieją głównie dwa modele:

- pierwszy, będący granicą zmniejszania grubości środnika aż do zera, daje dwie oddzielnie walcowane płaskie próbki o wymiarach stopek dwuteownika. Ponieważ są to dwie identyczne próbki nie oddziałujące na siebie, ich wydłużenia powinny być sobie równe i równe pojedyńczo walcowanej próbce o wymiarach stopki dwuteownika,
- drugi, będący granicą zmniejszania szerokości środnika aż do zetknięcia się części bocznych, czyli odpowiadający płaskownikowi o wysokości równej stopce dwuteownika i szerokości dwukrotnie większej.

Różnica między tymi modelami nie polega tylko na przyjęciu zmiennej szerokości lub grubości środnika, ale jej istota tkwi w braku oddziaływania pomiędzy zgniatanymi stopkami w pierwszym modelu lub ich pełnego poprzecznego oddziaływania w modelu drugim.

Wydaje się, że dualizm stanowi graniczne przypadki tego samego procesu odkształcenia. Należy zatem spodziewać się w realnych procesach zbliżania do jednego lub drugiego granicznego modelu odkształcenia.

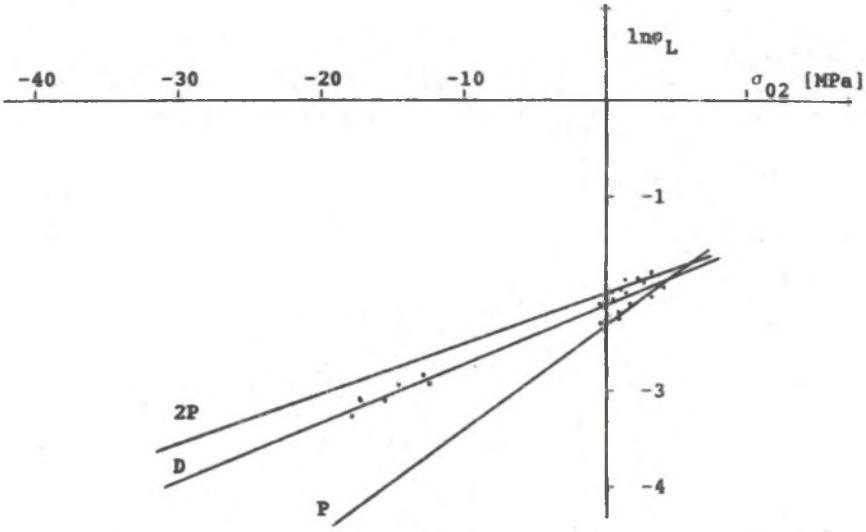
Postanowiono zatem sprawdzić na płaszczyźnie $\ln \varphi_L$, σ rozmieszczenie i charakter zależności $\ln \varphi_L/\sigma/$ dla próbek dwuteowych i odpowiadających im, wg powyższych modeli, próbek płaskich.

Sprawdzenie odkształcenia dla modelu BPB wykonano na podstawie zależności (35) przekształconą w związku ze zmianą numeru części zgniatanej BO w postać (38). Wyliczone dla zależności (38) współczynniki korelacji potwierdziły jej dobre dopasowanie do otrzymanych wyników (tabl.18). Potwierdza to możliwość rozszerzenia zakresu stosowanego dla PBP modelu odkształcenia także na model BPB.

Sprawdzenie przypuszczeń, że odkształcenie próbki D będzie znajdowało się pomiędzy odkształceniem granicznym wyznaczonym dla pojedynczych (P) i podwójnych (2P) próbek płaskich zostało dokonane w uwzględnieniu bezpośrednich wyników prób, jak też ich statystyczne opracowanie w tabl. 18. Porównanie odkształcenia próbek D i granicznych, odpowiadających im próbek P i 2P zostało zaprezentowane na wykresach rys. 25 - 28.

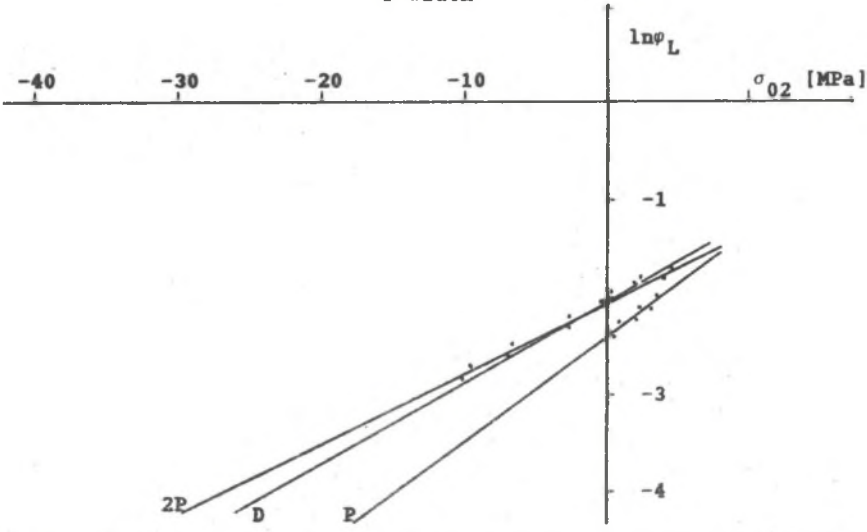
Stwierdzono, że we wszystkich przypadkach wydłużenie próbek D było pomiędzy wydłużeniami próbek P i 2P.

Dalsze wnikanie w charakter odkształcenia modelu BPB wykonano w celu wyjaśnienia wzajemnego oddziaływania części BO. Oddziaływanie to jest wynikiem niedopełniającego się poszerzenia części BO i PO. Stopki (BO) poszerzają się swobodnie na zewnątrz, natomiast od strony wewnętrznej ich



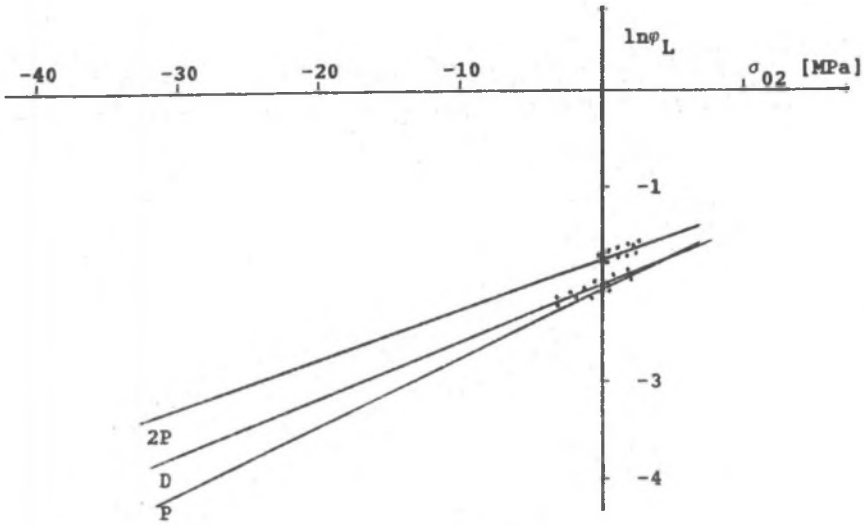
Rys. 25. Zależność wydłużenia ln φ_L od wielkości naciągu działającego na: D - zgniatane stopki dwuteownika, model BPB; P - płaskownik o wymiarach stopki D (dwuteownika), 2P - płaskownik dwukrotnie szerszy niż P; dla δ_{01}=0,14 i γ=0,8

Fig. 25. Change of deformation depends on the internal tension, for the BPB model; D - line only drafted flanges of the I beam; P - line only drafted flat with flange dimensions; 2P - line drafted flat with double P width



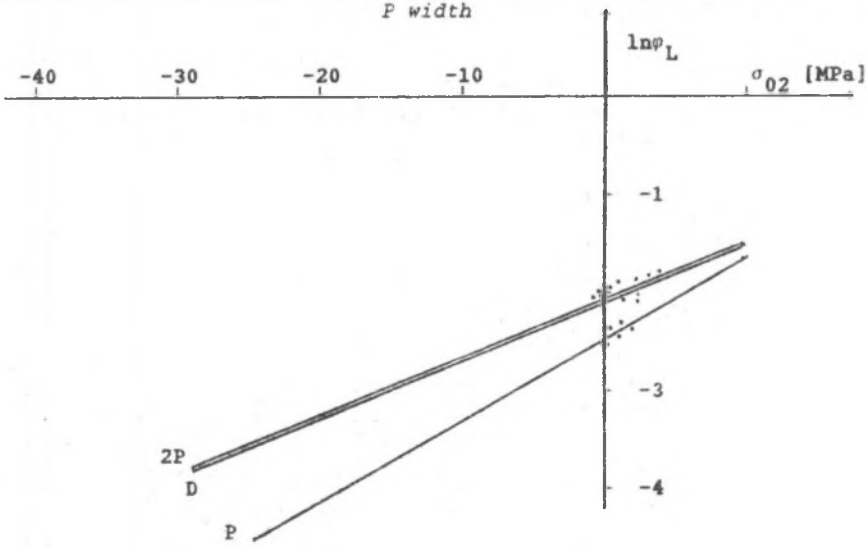
Rys. 26. Zależność wydłużenia ln φ_L od wielkości naciągu działającego na: D - zgniatane stopki dwuteownika, model BPB; P - płaskownik o wymiarach stopki D (dwuteownika), 2P - płaskownik dwukrotnie szerszy niż P; dla δ_{01}=0,3 i γ=0,8

Fig. 26. Change of deformation depends on the internal tension, for the BPB model; D - line only drafted flanges of the I beam; P - line only drafted flat with flange dimensions; 2P - line drafted flat with double P width



Rys. 27. Zależność wydłużenia ln φ_L od wielkości naciągu działającego na: D - zgniatane stopki dwuteownika, model BPB; P - płaskownik o wymiarach stopki D (dwuteownika), 2P - płaskownik dwukrotnie szerszy niż P; dla δ_{01}=0,5 i γ=0,83

Fig. 27. Change of deformation depends on the internal tension, for the BPB model; D - line only drafted flanges of the I beam; P - line only drafted flat with flange dimensions; 2P - line drafted flat with double P width



Rys. 28. Zależność wydłużenia ln φ_L od wielkości naciągu działającego na: D - zgniatane stopki dwuteownika, model BPB; P - płaskownik o wymiarach stopki D (dwuteownika), 2P - płaskownik dwukrotnie szerszy niż P; dla δ_{01}=0,7 i γ=0,86

Fig. 28. Change of deformation depends on the internal tension, for the BPB model; D - line only drafted flanges of the I beam; P - line only drafted flat with flange dimensions; 2P - line drafted flat with double P width

poszerzenie jest hamowane przez środnik, ściskany obiema poszerzającymi się stopkami. W wyniku tego oddziaływania części PO, jak i BO ulegają większemu wydłużeniu. Mechanizm tego oddziaływania staje się szczególnie dobrze widoczny, gdy szerokość środnika osiągając zero, powoduje zetknięcie się obu poszerzających się stopek, co całkowicie hamuje ich dalsze poszerzenie w kierunku osi pasma.Jeśli jednak pomiędzy tymi poszerzającymi się stopkami wystąpi środnik, to hamowanie ich poszerzenia jest dużo mniejsze, gdyż związane jest z odkształceniem (przewężeniem) środnika. Środnik w efekcie gniotu jedynie na części boczne ulega pośrednio wydłużaniu, co powoduje dodatkowe przewężanie.

Przyjmując hamujące działanie środnika na poszerzające się części otrzymujemy wzrost jego wydłużenia. Wydłużenie zatem jest większe niż, wynikające z udziału części odkształcanych, jak dla pasma zgniatanego wg modelu PBP.

Wydaje się jednak, że może zaistnieć przypadek, w którym przewężający się środnik będzie wymuszał poszerzenie stopek, co w efekcie zmniejszy wydłużenie pasm. Efektu tego, jak dalej widać w badaniach nie zauważono.Oba wyżej opisane graniczne przypadki mogą dawać zmniejszone efekty, gdy nastąpi wzrost możliwości poprzecznego (równoległego do osi walców) przesuwania się stopek po powierzchniach styku z walcami.

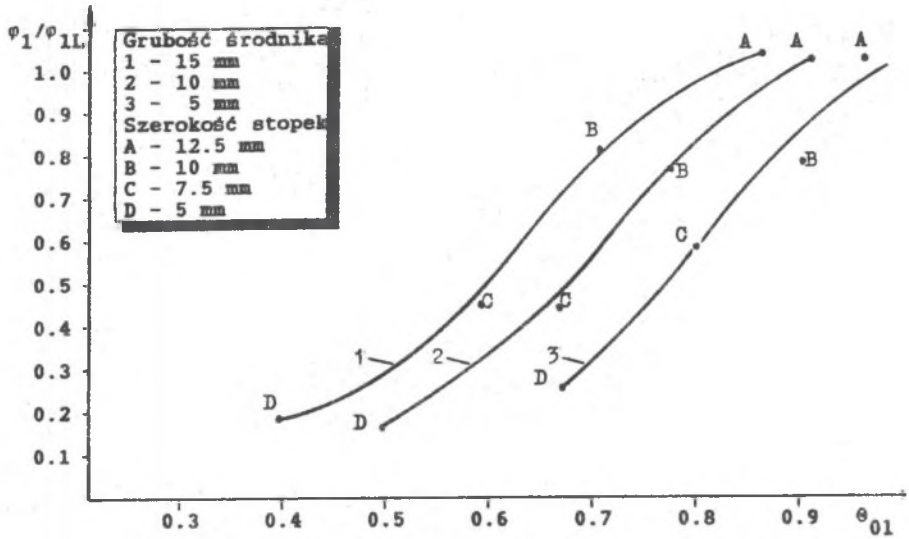
Wielkość tych efektów zależna będzie od sił tarcia pomiędzy walcem a stopkami pasma.

Sprawdzenie wpływu środnika

Celem sprawdzenia przypuszczenia o wpływie wymiarów niezgniatanego środnika na odkształcenie pasma, wykonano próby walcowania wg schematu BPB. Użyto 12 typów próbek D o różnych szerokościach, jak też i grubościach środników. Stosowano trzy wielkości gniotów γ = 0,75; 0,82; 0,90. Wyniki zaprezentowano na wykresach w układzie φ_1/φ_{11}, θ_{01} rys. 29-32, które w pełni potwierdziły wpływ grubości środnika na wydłużenie pasma typu D. Okazało się mianowicie, że wykresy powstałe z połączenia punktów odpowiadających pasmom o tych samych grubościach środnika znajdują się tym wyżej, im większa była grubość środnika.

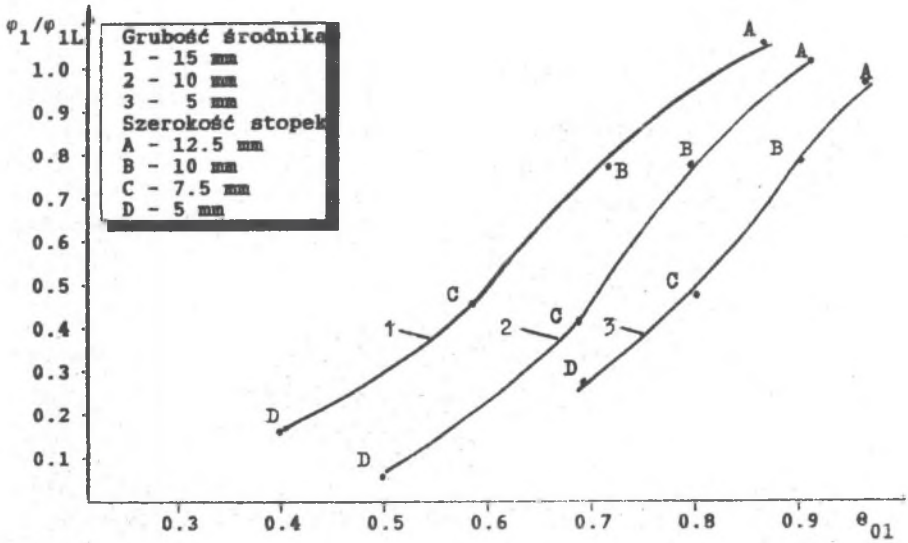
Celem graficznego przedstawienia odkształcenia próbek walcowanych wg schematu BPB przyjęto:
- układ odniesienia ln φ_L, σ_{01},
- liniową zależność ln $\varphi_L(\sigma)$, jak poprzednio uzasadniono,
- brak poszerzenia, φ_b = 0 przy użyciu naciągu σ = 0,5 σ_p, jak w pracy [27].

W efekcie skonstruowano wykresy, jak na rys.28, ułożone w postaci wachlarza, gdzie proste ograniczające ten obszar odpowiadają przyjętym modelom: braku oddziaływania stopek i pełnego ich oddziaływania. Pomiędzy tymi prostymi znajduje się wachlarz prostych dla próbek typu D o jednakowych



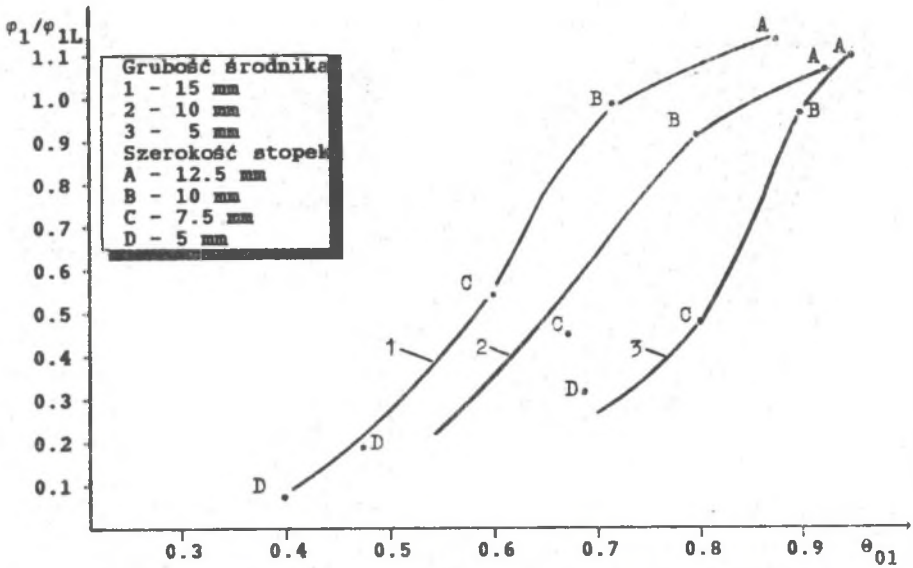
Rys. 29. Zależność wydłużenia $\varphi_L/\varphi_1(\theta_{01})$ od grubości środnika h_{02} próbek D, γ = 0,75, model BPB

Fig. 29. The change of deformation $\varphi_L/\varphi_1(\theta_{01})$ depends on the h_{02} thickness of the web D - samples, BPB model



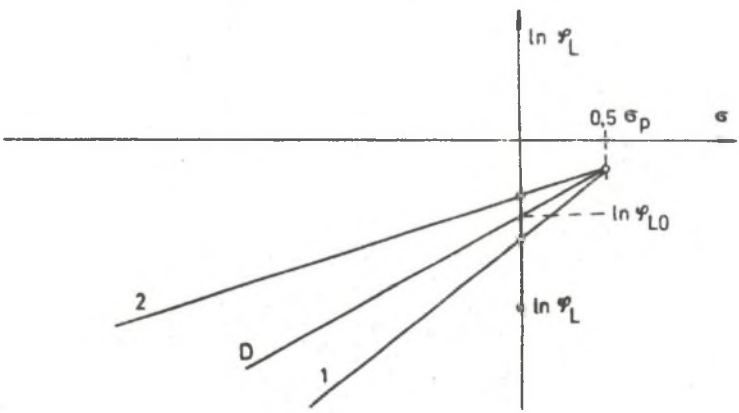
Rys. 30. Zależność wydłużenia $\varphi_L/\varphi_1(\theta_{01})$ od grubości środnika h_{02} próbek D, γ = 0,83, model BPB

Fig. 30. The change of deformation $\varphi_L/\varphi_1(\theta_{01})$ depends on the h_{02} thickness of the web D - samples, BPB model



Rys. 31. Zależność wydłużenia $\varphi_L/\varphi_1(\theta_{01})$ od grubości środnika h_{02} próbek D, γ = 0,90, model BPB

Fig. 31. The change of deformation $\varphi_L/\varphi_1(\theta_{01})$ depends on the h_{02} thickness of the web D - samples, BPB model



Rys. 32. Interpretacja zależności zmian odkształcenia od względnej grubości środnika h_{02}/h_{01}

Prosta 1 - odpowiada płaskownikowi o wymiarach h_{01} x b_{01},

Prosta 2 - odpowiada płaskownikowi o wymiarach h_{01} x $2b_{01}$,

Prosta D - odpowiada próbce D o wymiarach h_{01} x b_{01}, h_{02} x b_{02}, model BPB

Fig. 32. The function of deformation changes depending on the relative thickness of the web h_{02}/h_{01}

1 line P - sample, h_{01} x b_{01} dimensions,

2 line P - sample, h_{01} x $2b_{01}$ dimensions,

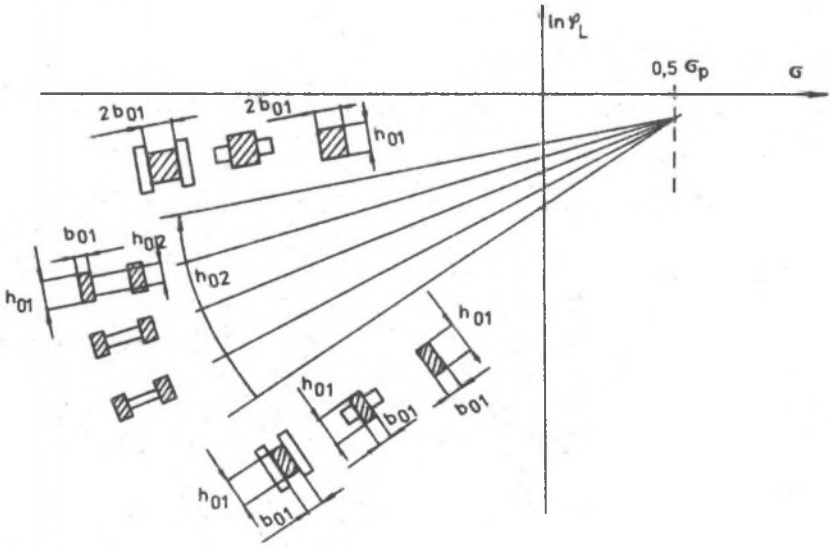
D line D - sample, h_{01} x b_{01}, h_{02} x b_{02} dimensions, BPB model

częściach bocznych (stopkach) $\frac{b}{h} = \delta_{01}$ walcowanych wg BPB lecz o zmiennej grubości h_{02}, której wzrost, jak wykazano powoduje także wzrost wydłużenia. Ten wzrost wydłużenia jest interpretowany, jako wzrost oddziaływania na siebie bocznych zgniatanych części pasma. Przy braku oddziaływania tych części opis odkształcenia przedstawia prosta 1. Natomiast w przypadku pełnego przenoszenia przez środnik ich oddziaływania odkształcenie opisuje prosta 2. Wszelkie pośrednie proste są opisem częściowego oddziaływania zgniatanych bocznych części na siebie.

5.2.3. Wpływ miejsca gniotu pasma na odkształcenie

Podsumowując analizę odkształcenia pasm zgniatanych jedynie w środkowej części (PBP) i jedynie w częściach bocznych BPB stwierdzono możliwość wspólnego przedstawienia tych obu sposobów odkształcenia na płaszczyźnie $\ln\varphi_L$, σ.

Przyjmując założenia, jak dla rys. 32 skonstruowano następujący wykres przedstawiony na rys. 33.



Rys. 33. Odkształcenie próbek walcowanych sposobem BPB i PBP;
Prosta 1 - dla płaskownika h_{01} x b_{01},
Prosta 2 - dla płaskownika h_{01} x $2 \cdot b_{01}$.
Części zgniatane zakreskowano.

Fig. 33. The deformations of the samples rolled by the BPB and PBP;
1 line P -sample, h_{01} x b_{01} dimensions,
2 line P -sample, h_{01} x $2 \cdot b_{01}$ dimensions
Drafted parts are lined

Próbki odkształcone wg PBP o jednakowych wymiarach części zgniatanych, jak też i płaskowniki, w tym graniczne modele dla BPB opisane są prostymi:

1. dla $\frac{b}{h} = \delta_{01}$,

2. dla $\frac{b}{h} = 2 \cdot \delta_{01}$

Zależności reprezentowane prostymi 1 i 2 dotyczą modeli odkształcenia wg schematu BPB, w których kolejno:

1. brak oddziaływania między stopkami próbki D
2. występuje pełne oddziaływanie zgniatanych stopek.

Proste te dotyczą także odkształcenia wg schematu PBP próbek K i D oraz próbek P zgniatanych na całej szerokości. Pomiędzy tymi granicznymi prostymi znajduje się pęk prostych o położeniu zależnym od grubości środnika h_{02}, czyli stopnia oddziaływania zgniatanych stopek.

Całość wykresu daje pogląd na współzależności obu schematów odkształcenia i uwidacznia przesłanki do zastąpienia obu modeli odkształcenia PBP i BPB jednym ogólnym.

5.2.4. Odkształcenie pasma zgniatanego na całej szerokości

Badania zawarte w tej części stanowią próbę przeniesienia modelu odkształcenia, tworzonego dla przypadków gniotu: tylko środkowych PBP oraz tylko bocznych BPB części pasma, na ogólny przypadek, gdy wszystkie części pasma są zgniatane.

Walcowaniu poddano próbki D stosując gniot na całej szerokości. Gniot ten był rozłożony symetrycznie względem wydłużonej osi próbki. Ponieważ wszystkie części próbek w tym przypadku były bezpośrednio odkształcane oznaczano ten sposób walcowania BBB.

Przyjęte w tej części pracy próbki miały wymiary jak poprzednio stosowane. Zakres gniotów wynosił od 0,5 - 0,9, a naciągów σ_z od 0 - 5 MPa. Użyte do walcowania wykroje nie posiadały ograniczających poszerzenie ścian bocznych, co znacznie upraszczało analizę.

Ze względu na dużą teoretyczną, jak i doświadczalną przydatność tego typu badań zrezygnowano z wykreślnego przedstawienia wyników zastępując je dokładniejszym opracowaniem.

Przy konstruowaniu analitycznego opisu tego typu odkształcenia oparto się na następujących założeniach:

1. Podzielono pasmo na części:
   - NR - część rozciągana przez naciąg dopełniający, odpowiada dotychczasowej części PO.
   - NS - część ściskana przez naciąg dopełniający, odpowiada dotychczasowej części BO.

2. Opisano działanie naciągów funkcją:

$$\varphi\ (\sigma) \tag{40}$$

3. Przyjęto takie dopełniające naciągi, które dla różnych warunków odkształcenia każdej części dają ich jednakowe wydłużenie, czyli:

$$\lambda\ (\sigma) = \lambda_i(\sigma_i) = \text{constans} \tag{41}$$

4. Przyjęto równowagę siły od naciągów wewnętrznych, dopełniających i zewnętrznych:

$$\Sigma\ \sigma_i A_i - \sigma_z A = 0 \tag{42}$$

5. Przyjęto równość naprężeń naciągu i przeciwciągu dopełniającego.

Dla tak przyjętych założeń możliwym stało się wyprowadzenie zależności na naprężenia dopełniające σ_i, a także na całkowite wydłużenie pasma walcowanego ze zróżnicowanym gniotem na szerokości.

Przyjmując zależność $\varphi(\sigma)$ stosowaną wcześniej do opisu doświadczeń:

$$\ln\varphi_L = \ln \varphi_{L0} + a\sigma^* \tag{43}$$

gdzie:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_p}$$

i korzystając z zasady (41) otrzymano dla części "i"

$$\sigma_i^* = \frac{\ln\varphi_L - \ln\varphi_{L0i}}{a_i} \tag{44}$$

wprowadzając zależność (44) do (41) otrzymano:

$$\ln\varphi_L = \frac{\sigma_z^* + \sum \frac{\theta_{0i}}{a_i} \ln\varphi_{L0i}}{\sum \frac{\theta_{0i}}{a_i}} \tag{45}$$

lub, gdy wystąpią części niezgniatane (PO), zależność (44) przybiera postać:

$$\sigma_i^* = \begin{cases} \dfrac{\ln\varphi_L - \ln\varphi_{L0i}}{a_i} & \text{dla częsci BO,} \\ 1 & \text{dla częsci PO} \end{cases} \tag{46}$$

natomiast ogólna postać wzoru (45) będzie:

$$\ln\varphi_i = \frac{\sigma_z^* - 1 + \sum\limits_{BO} \theta_{0i} + \sum\limits_{BO} \frac{\theta_{0i}}{a_i} \ln\varphi_{L0i}}{\sum\limits_{BO} \frac{\theta_{0i}}{a_i}} \tag{47}$$

Wyprowadzone zależności (44) i (45) są matematycznym opisem fizycznego modelu odkształcenia. Zależności te służą do obliczenia naprężenia dopełniającego σ_i (44) w części "i" oraz całkowitego wydłużenia pasma (45). Stosuje się je, gdy cała szerokość pasma poddana jest gniotowi. Gniot ten rozłożony jest tak, że można go zastąpić niezmiennym w każdej części "i", ale zmiennym skokowo między częściami.

Aby otrzymać szczegółowe zależności typu (44) i (45) skorzystano z rozpowszechnionej w literaturze funkcji $\varphi(\sigma)$ [27] w postaci

$$\Delta b = \Delta b_0 (1 - 2\sigma^*) \tag{48}$$

która po przekształceniu dla samodzielnie walcowanej części "i" wynosi:

$$\lambda_i = \left\{ \gamma_i \left[\frac{\Delta b_{0i}}{b_{0i}} (1 - \sigma_i^*) + 1 \right] \right\}^{-1} \tag{49}$$

gdzie:

Δb - jest przyrostem szerokości części "i" walcowanej pojedynczo bez działania naciągu.

Przekształcając poprzednią zależność oraz korzystając z (41) otrzymano wzór na naprężenia dopełniające w części "i"

$$\sigma_i = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{b_{0i}}{\Delta b_{0i}} \left(\frac{1}{\lambda \gamma_i} - 1 \right) \right] \cdot \sigma_p \tag{50}$$

analogiczny do zależności (44).
Wprowadzając zależność (50) do (42) i przekształcając otrzymano wzór na wydłużenie walcowanego pasma ze zróżnicowanym gniotem na szerokości:

$$\lambda = \frac{\sum \frac{b_{0i} \theta_{0i}}{\Delta b_i \gamma_i}}{1 - \frac{2\sigma_z}{\sigma_p} + \sum \frac{b_{0i}}{\Delta b_i} \cdot \theta_{0i}} \tag{51}$$

gdzie: wg [27]:

$$\Delta b = c_b \cdot a \left(l_d - \frac{\Delta h}{2\mu} \right) \cdot (-\varphi_h)$$

$$a = 0.5 + 0.48 \cdot \gamma \cdot \varepsilon_h$$

$$c_b = k \cdot \gamma \left(\frac{b_o}{l_d} - 0.15 \right) \cdot e^{1 - \frac{b_o}{l_d} m} + \varepsilon_h$$

$$k = \frac{\delta^2}{0.85 \cdot \delta^2 - 1}$$

$$m = \frac{\delta^2}{\delta^2 - 1}$$

$$\delta = \frac{2\mu}{\Delta h} \cdot l_d$$

Podobne zależności do (44) i (45) można wyprowadzić biorąc pod uwagę inne wzory typu $\varphi_1(\sigma)$.

Wprowadzenie w powyższych zależnościach hipotezy naciągu dopełniającego (założenie (41)(42)) pozwoliło uwzględnić wzdłużne oddziaływanie wydzielonych części pasma, co początkowo uważano za wystarczająco dokładne przybliżenie. Jednak badania odkształcenia próbek typu D walcowanych wg schematu BPB doprowadziły do stwierdzenia istotnej roli także poprzecznego oddziaływania wydzielonych części rys. 29-31. Wielkość tego oddziaływania wiąże się z przenoszonymi przez środnik siłami od poszerzających się w kierunku osi pasma stopek. Największe oddziaływanie stwierdzono w przypadkach grubych środników lub bezpośredniego stykania się stopek, zgniatanych części. W takich przypadkach obie stopki traktowano, jako całość i zastępowano je pasmem o szerokości równej sumie szerokości zgniatanych części. Takie samo podejście przyjęto dla przypadku, gdy wszystkie wydzielone części walcowanego pasma są zgniatane. Zatem szerokość strefy odkształcenia każdej ze zgniatanych części była przyjęta jako równa sumie szerokości wszystkich zgniatanych części czyli szerokości zgniatanego pasma. Sposób ten pomógł uwzględnić poprzeczne oddziaływanie zgniatanych części pasma.

Praktycznie, przyjęcie to stosowano przy obliczaniu czynników uwzględniających wpływ szerokości strefy odkształcenia na poszerzenie pasma. I tak dla obliczeń C_b z wzorów (50 i 51) przyjęto.

Celem zbadania poprawności otrzymanych wyników, wyliczono współczynnik wydłuzenia λ wg (51) oraz naprężenia dopełniające σ_i wg (48), wyniki umieszczono w tabl. 19-22.

Sprawdzenie poprawności wyliczonych wydłużeń wykonano porównując wyniki obliczeń z wynikami pomiaru odkształcenia walcowanych próbek (tabl. 19-22). Dla każdej z badanych próbek wykonano oddzielne obliczenia, uwzględniając indywidualne odchyłki wymiarowe, jak i odchyłki warunków walcowania. Przyjęto do obliczeń wartość współczynnika tarcia $\mu = 0,3$ wynikającą z pomiarów maksymalnego kąta chwytu.

Średnie odchyłki wydłużenia dla ośmiu grup próbek, jak też i średnie odchyłki dla wszystkich 60 próbek zamieszczono w tablicy 23.

Zasadniczo za miarę odchyłek przyjęto odchylenie standardowe wartości obliczonych od pomierzonych, φ_1 i $\ln\varphi_1$. Dodatkowo wyznaczono względną wartość powyższego odchylenia standardowego odniesionego do średnich wartości φ_1 i oznaczono ją jako V.

W celu wygodnego dla praktyki określenia odchyłek wprowadzono wartość:

$$a = \Sigma(\lambda_{pom} - \lambda_{obl}) \quad i \quad |a| = \Sigma|\lambda_{pom} - \lambda_{obl}| \tag{52}$$

Różnice pomiędzy porównywanymi wielkościami okazały się bardzo małe i tak średnie wyniki dla 60 porównywanych próbek wynoszą:

$$S(\lambda) = 0.0305 \qquad V = 0.0219 \qquad |a| = 0.0262,$$

Tablica 19

Wyniki obliczeń dla próbek modelu BBB

Numer próbki	σ_Z/σ_p	λ_L	λ_{obl}	σ_1/σ_p	σ_2/σ_p
γ = 0,8/ 0,8				δ = 0,3/1,0	
1	0	1,22	1,19	0,096	-0,135
2	0,068	1,24	1,21	0,182	-0,092
3	0,068	1,24	1,20	0,174	-0,081
4	0,150	1,25	1,22	0,260	-0,005
5	0,150	1,25	1,22	0,261	-0,007
6	0,204	1,26	1,23	0,324	+0,036
7	0,204	1,26	1,23	0,320	+0,041
γ = 0,8/ 0,5				δ = 0,3/1,0	
8	0	1,29	1,26	0,402	-0,565
9	0	1,29	1,26	0,400	-0,563
10	0,075	1,30	1,25	0,490	-0,510
11	0,075	1,30	1,28	0,458	-0,464
12	0,136	1,31	1,26	0,580	-0,488
13	0,136	1,31	1,26	0,574	-0,481
14	0,211	1,32	1,28	0,675	-0,443
15	0,211	1,32	1,28	0,668	-0,443

Tablica 20

Wyniki obliczeń dla próbek modelu BBB

Numer próbki	σ_Z/σ_p	λ_L	λ_{obl}	σ_1/σ_p	σ_2/σ_p
γ = 0,8/ 0,8				δ = 0,5/1,0	
1	0	1,215	1,213	-0,039	0,146
2	0	1,216	1,211	-0,049	0,185
3	0,082	1,224	1,217	0,044	0,224
4	0,082	1,225	1,216	0,037	0,250
5	0,146	1,234	1,220	0,100	0,321
6	0,146	1,232	1,220	0,106	0,298
7	0,204	1,238	1,224	0,169	0,335
γ = 0,8/ 0,5				δ = 0,5/1,0	
8	0	1,224	1,238	0,177	-0,665
9	0	1,226	1,236	0,181	-0,679
10	0,082	1,230	1,242	0,275	-0,646
11	0,082	1,232	1,243	0,276	-0,648
12	0,150	1,237	1,250	0,355	-0,621
13	0,150	1,238	1,251	0,357	-0,630
14	0,204	1,255	1,256	0,424	-0,620

Tablica 21

Wyniki obliczeń dla próbek modelu BBB

Numer próbki	σ_Z/σ_p	λ_L	λ_{obl}	σ_1/σ_p	σ_2/σ_p
γ = 0,86/0,78				δ = 0,7/3,4	
1	0	1,15	1,16	0,936	-1,849
2	0,068	1,15	1,16	1,038	-1,849
3	0,068	1,16	1,17	0,964	-1,703
4	0,136	1,16	1,17	1,092	-1,752
5	0,136	1,16	1,16	1,120	-1,808
6	0,204	1,17	1,17	1,165	-1,695
7	0.204	1.17	1,17	1.150	-1.666

Tablica 22

Wyniki obliczeń dla próbek modelu BBB

Numer próbki	σ_Z/σ_p	λ_L	λ_{obl}	σ_1/σ_p	σ_2/σ_p
γ = 0,8/ 0,7				δ = 0,1/4,8	
1	0	1.29	1.30	0.795	-0.748
2	0	1.28	1.28	0.723	-0.681
3	0.143	1.32	1.32	0.805	-0.481
4	0.143	1.32	1.33	0.842	-0.515
5	0.286	1.34	1.35	0.857	-0.252
6	0.286	1.36	1.36	0.800	-0.199
7	0.408	1.39	1.38	0.847	-0.005
8	0.408	1.41	1.37	0.857	-0.014
γ = 0,6/ 0,5				δ = 0,1/4,8	
9	0	1.61	1.57	0.491	-0.462
10	0	1.60	1.53	0.457	-0.431
11	0.143	1.74	1.63	0.538	-0.229
12	0.143	1.67	1.59	0.508	-0.201
13	0.279	1.80	1.72	0.594	-0.018
14	0.279	1.75	1.66	0.551	-0.009
15	0.408	1.88	1.84	0.630	0.199
16	0.415	1.87	1.76	0.596	0.244
γ = 0,8/ 0,8				δ = 0,1/5,0	
17	0	1.23	1.217	0.526	-0.433
18	0	1.22	1.223	0.531	-0.437
19	0.137	1.23	1.225	0.567	-0.218
20	0.137	1.24	1.226	0.552	-0.206
21	0.272	1.25	1.237	0.594	0.007
22	0.272	1.26	1.234	0.591	0.010
23	0.407	1.26	1.246	0.619	0.233
24	0.407	1.26	1.244	0.603	0.246

Tablica 23

Odchyłki wydłużenia obliczonego względem pomiarów

Zbiór	Tablica 18 nr próbek		Tablica 19 nr próbek		Tablica20 nr próbek	Tablica 21 nr próbek			Średnia
Miara	1 - 7	8 - 15	1 - 7	8 - 14	1 - 7	1 - 8	9 - 16	17-24	
a	0.0307	0.0401	0.0174	0.0106	0.0009	0.0044	0.0775	0.0105	0.0240
|a|	0.0307	0.0401	0.0174	0.0106	0.0106	0.0114	0.0775	0.0113	0.0262
ν	0.0266	0.0351	0.0195	0.0094	0.0109	0.0130	0.0496	0.0109	0.0219
S(λ)	0.0330	0.0446	0.0241	0.0122	0.0128	0.0175	0.0863	0.0135	0.0305
S(lnλ)	0.1311	0.1394	0.0917	0.0465	0.0696	0.0396	0.0972	0.0498	0.0831

czyli średnia odchyłka λ wynosi poniżej 0,03.

Porównując otrzymane odchylenie S (λ) z odchyleniem dla wzorów wstępnie (w analizie literaturowej) prezentowanych i sprawdzonych na prostych próbkach (tabl. 3 i 5), stwierdzono, że otrzymane odchylenie jest najmniejsze, a skonstruowany model spełnia wszystkie przyjęte warunki (tabl.6). Zatem można go uznać za najdokładniejszy model odkształcenia pasma w procesie walcowania ze zróżnicowanym gniotem na szerokości.

6. WNIOSKI

1. Przedstawiona w pracy hipoteza naciągów dopełniających została potwierdzona doświadczalnie i stała się podstawą do opracowania modeli odkształcenia pasma walcowanego w niejednorodnych warunkach na szerokości.

2. Wyniki doświadczeń w pełni potwierdziły poprawność modeli zarówno pod względem opisywanych zjawisk, jak i dokładności wyników.

3. W opracowanych modelach udało się połączyć zależności typowe dla walcowania gładkimi i bruzdowymi walcami. Uogólnienie to znacznie poszerzyło sposób rozumienia tych procesów.

4. Opracowane modele odkształcenia i wyprowadzone dla nich zależności (46,47) oraz (50,51) stworzyły możliwość uwzględnienia zmian na szerokości walcowanego pasma takich czynników jak: gniotu, średnicy walców naciągów, warunków tarcia a także własności materiałów. Zmiany te obecnie przyjmowane są jako skokowe w miejscach podziału pasma.

5. Podział pasma na elementy o większej i mniejszej podatności na wydłużenie okazał się być zgodny z podziałem ze względu na zwrot naciągów dopełniających. Podział ten stosowano w całej pracy.

6. Następne badania powinny iść w kierunku opracowania takiego modelu, a dalej wzorów, które umożliwiłyby stosowanie komputerowego projektowania dla przypadku ciągłej zmiany warunków odkształcenia na szerokości walcowanego pasma.

7. LITERATURA

[1] Tafel W.: Walzen und Walzenkalibrieren. Dortmund 1923.

[2] Puppe H.: Stahl und Eisen 1930, nr 50.

[3] Szadrin W.A.: Uralskaja Metallurgija 1936, nr 10.

[4] Ledniew M.P.: Uralskaja Metallurgija 1936, nr 8.

[5] Szadrin W.A.: Inzieniernyje mietody raszietow dieformacji mietalla pri prokatkie. Metallurgija, Moskwa 1973.

[6] Lendl E.: Iron and Steel 1943, nr 5.

[7] Tarnowski J.Ja.: Stal 1941, nr 5.

[8] Čauševič M.: Utjecaj faktora valjanja na srednji koeficijent izduženja (praca doktorska), Univerza Ljubljana 1969.

[9] Tarnowski J.Ja., Skorochodow A.N., Iljukowicz B.M.: Eliementy tieorii prokatki słożnych profiliej. Mietallurgija, Moskwa 1972.

[10] Sokołow A.D.: Stal 1946, nr 6.

[11] Mutiew M.S.: Obrabotka mietallow dawlieniem. Mietallurgizdat 1952, nr 1.

[12] Mutiew M.S.: Kalibrowka czernowych walkow, Mietallurgija, Moskwa 1972.

[13] Zaruiew W.M.: Obrabotka mietallow dawleniem. Mietallurgizdat 1954, nr 3.

[14] Pałuchin P.I., Jegorow B.W.: Obrabotka stali i splawow. Mietallurgizdat 1957, nr 36.

[15] Gorecki W.: Hutnik nr 5, t.18, 1951.

[16] Wusatowski Z.: Podstawy walcowania. WGH Katowice 1960.

[17] Tarnowski J.Ja., Skorochodow A.N.: IWUZ Czarnaja Mietallurgija 1962, nr 6.

[18] Koncewicz St.: Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Seria Mechanika, nr 3 1956.

[19] Starczenko D.J., Wlasow T.F.: IWUZ Czarnaja Mietallurgija 1964, nr 12.

[20] Starczenko D.J., Wlasow T.F.: IWUZ Czarnaja Mietallurgija 1966, nr 6.

[21] Mazurkiewicz J., Hadasik E., Piela A.: Hutnik, nr 12, 1975.

[22] Wusatowski Z.: Neue Hütte, nr 2,1957.

[23] Iljukowicz A.B., Skorochodow N.E., Esjupow W.D., Wołoszyn W.F.: IWUZ Czarnaja Mietallurgija, nr 10, ss. 77-79, 1982.

[24] Iljukowicz A.B., Skorochodow N.E., Esjupow W.D., Wołoszyn W.F.: IWUZ Czarnaja Mietallurgija, nr 10, ss. 61-63, 1982.

[25] Materialy po teorii prokatki cz. V, Mietallurgizdat, Moskwa 1960.

[26] Wusatowski Z., Rytel K.: Prace Instytutów Ministerstwa Hutnictwa z.5-6 1955.

[27] Celikow A.J, Griszkow A.J.: Tieorija prokatki. Mietallurgija, Moskwa 1970.

[28] Wusatowski Z.: Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Seria Mechanika 1958, nr 5.

[29] Bazan J.: Hutnik, nr 1, 1962.

[30] Mazurkiewicz J.: Archiwum Hutnictwa, nr 1, 1976.

[31] Mazurkiewicz J., Hadasik E., Piela A.: Hutnik, nr 5, 1976.

[32] Hadasik E., Mazurkiewicz J., Piela A.: Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Seria Hutnictwo, nr 6, 1976.

[33] Mazurkiewicz J., Hadasik E., Piela A.: Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, nr 15, 1978.

[34] Łuksza I, Wosiek E.: Hutnik, nr 4, 1977.

[35] Lamber T., Wojnarowski J.,: Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Seria Hutnictwo, nr 1, 1971.

[36] Mazurkiewicz J., Hadasik E., Piela A.: Hutnik, nr 3, 1977.

[37] Folk W.: Statystyka stosowana dla inżynierów. WNT, Warszawa 1970.

[38] Draper N.R., Smith H.: Analiza regresji stosowana. BNI, Warszawa 1973.

[39] Mazurkiewicz J., Steinerowski St.: Hutnik, nr 3, 1973.

[40] Mazurkiewicz J.: Hutnik, nr 9, 1987.

[41] Morawiecki M., Sadok L., Wosiek E.: Przeróbka plastyczna. Podstawy teoretyczne. Wyd. "Śląsk" Katowice 1986.

[42] Misawa T., Nakayama K.: Development of new computer control for universal rolling of H beams. 2 Int Walzwerkskongress 25-27. 06.1984 t.2, Dusseldorf.

[43] Klimienko W.M., Filipow E.L.: IWUZ Czarnaja Mietallurgija. 1987, nr 4.

[44] De Vafhaire M., Faessel A.: Definition et mise au point dun nouveau calibrage de palplanches. 2 Int Walzwerkskongress 25-27.06. t. 2, 1884.

[45] Yoshida H.: Trans. Iron and Steel Inst. Jap., t. 24, 1984 .

[46] Onda S., Ishida K.: Development of rolling techniques of wider flange H-shapes from steel blooms of smaller section aera: 2 Int. Walzwekskongress 25-27.06. Dusseldorf 1984 .

[47] Potapkin W.F., Biełkin L.M.: Izw. Akad. Nauk SSSR, Mietałły, nr 1,1988.

[48] Szusc E.: Modelowanie matematyczne w fizyce i technice. WNT, Warszawa 1977.

[49] Kobayashi S.: Metalworking, t.2, nr 3, 1982.

[50] Metha H.S., Kobayashi S.: Transactions of ASME, J. Engineering for Industry, t. 95, 1973.

[51] Herbertz R., Kopp R.: Stahl und Eisen, t.104, nr 8, 1984.

[52] Grzymkowski M.: Obróbka Plastyczna, t.16, nr 1, 1977.

[53] Pietrzyk M.: Matalurgia i Odlewnictwo, z.97, Kraków 1983.

[54] Pietrzyk M.: Hutnik, t.49, nr 11-12, 1982.

[55] Pietrzyk M.: Głowacki M.: Hutnik,nr 7-8, 1985.

[56] Mazurkiewicz J., Myszkowski P.: Journal of Materials Processing Technology, nr 26, 1991.

MODEL ODKSZTAŁCENIA PASMA WALCOWANEGO ZE ZROŻNICOWANYM NA SZEROKOŚCI GNIOTEM

S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono kolejne etapy budowy fizycznego modelu odkształcenia pasma walcowanego z niejednakowym gniotem na szerokości. Zaprezentowano i porównano wzory stosowane dla tego typu procesów. Porównanie wykonano uwzględniając publikowane wyniki doświadczeń, oceniono wielkość błędów oraz sprawdzono zgodność stosowanych wzorów z teoretycznymi wymaganiami.

Przedstawiona w pracy hipoteza dotycząca mechanizmu odkształcenia pasma, walcowanego z niejednakowym gniotem na szerokości oraz wnioski z porównań stały się podstawą do budowy wstępnego fizycznego modelu odkształcenia tak walcowanego pasma. W modelu tym przyjęto, że naprężenia dopełniające ze strefy odkształcenia działają podobnie do naciągów i przeciwciągów zarówno rozciągających, jak i ściskających (ekstrapolowanych).

Doskonalenie i weryfikację kolejno coraz lepszych wersji modelu wykonano w oparciu o wyniki walcowania dwuteowych, krzyżowych i płaskich próbek z ołowiu walcowanych z użyciem naciągu i przeciwciągu. Kolejne etapy dotyczyły walcowania pasma z gniotem: jedynie części środkowej, jedynie części bocznych oraz równoczesnym, na ogół różnym gniotem wszystkich części.

Opracowany model odkształcenia łączy zjawiska i zależności typowe dla dwóch różnych procesów walcowania: gładkimi i bruzdowymi walcami; stając się wspólnym dla obu procesów.

DEFORMATION OF THE SHAPE ROLLED WITH NON-UNIFORM DRAFT ON ITS WIDTH

S u m m a r y

The succesive stages of the physical model construction of the deformation of the shape rolled with non-uniform draft on the widyh has been presented. The formulas used for this type of the processes have been presented and compared. The comparison formula has been made on the basis of the published experimental results errors have been estimated and the consistency of the formulas used with the theoretical requirements has been tested.

An initial deformation model of the shape rolled with non-uniform draft on the width has been built on the basis of the hypothesis concerning deformation mechanism of the shape rolled in such a way and conclusions from the comparisions presented above. In this model it has been assumed that compementary stresses in the deformation zone act similary to both tensile and compressive extrapolated back and front tensions.

The succesive stages of the investigation have dealt with the shape rolling with draft: only middle part, lateral parts and all the shape parts.

The deformation model developed combines phenomena and relationships wich are typical for two different rolling processes, barrel-type and section rolls and this it is a general model for those two processes.

МОДЕЛЬ ДЕФОРАМЦИИ ПРОКАТЫВАЕМОЙ ПОЛОСЫ С НЕОДНОРОДНЫМ ОБЖАТИЕМ ПО ШИРИНИЕ

Р Е З Ю М Е

В настоящи труде представлены очередные этапы постройки физической модели прокатываной полосы с неодихаковым обжатием на её ширине.

Представлено, а также проведено сравнения математических формул применяемых для этого типа процесса.

Сравнение выполнено на основании публикованных результатов испытаний проведено оценку погрешности, а также соответвенностъ применяемых формул с теоретическими требованиями.

Представленный в настоящим труде гипотез касающийся механизма деформации полосы прокатываной с неодинаковым обжатием вдолъ её ширины, а также итоги вытекающие из сравнений, являются осиовой для постройки первичной физичекой модели деформации таким образом прокатаной полосы.

В этой модели принято, что дополнителъные напряжениа из зоны деформации действуют похоже к натяжении и протибонатяжении так растягивающих как и сжимающих (экстраполированных).

Совершенствование и проверка очередных, всё лучших версии модели, выполнено на основании результатов прокатывания двутавровых, крестообразных и плоских образцов из свинца, которые подвергнуты были прокатке с применением натяжения и противонатяжения.

Очередные этапы касалисъ прокатки: полосы с обжатием лиш только середней части, лиш только боковых частей, а также одновременным обычно разным обжатием всех частей.

Разработанная моделъ деформации соединяет явлениия и зависимости характерные для двух разных процессов прокатки: плющилъными валками и калиброванными валками и становится совместиой для обоих процессов.