Prof. dr hab. Oleg Tikhonenko.
Profesor zwyczajny.
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy.
Szkoła Nauk Ścisłych.
Uniwersytet Kardynała Stefana
Wyszyńskiego w Warszawie

Warszawa, dnia 15 września 2016 r.

Biuro Dziekana
Wpłynęło dnia 21.09.2016
Nr 588 / zał.

RECENZJA

rozprawy doktorskiej: mgr inż. Dariusz Kurzyk

Modele kolejkowe z opóźnionym wybudzaniem serwera

wykonanej pod kierunkiem: dr hab. inż. Wojciech Kempa

I. Przedmiot i zakres rozprawy

Rozprawa dotyczy zagadnień związanych z modelowaniem jednoliniowych systemów kolejkowych z ograniczoną kolejką oraz dwoma różnymi typami wybudzania serwera. Pierwszy typ (z N-dyscypliną wybudzania serwera) polega na tym, że serwer rozpoczyna obsługę pakietów w chwili, kiedy ich liczba w systemie osiąga daną z góry liczbę N i trwa w ciągu czasu dalszej zajętości serwera, tj. do tej najbliższej chwili, kiedy system okaże się być w stanie wolnym od pakietów. Drugi typ (z probabilistycznym wybudzaniem serwera) polega na tym, że serwer rozpoczyna pracę w momencie przybycia pakietu do pustego systemu oraz obsługa takiego pakietu jest poprzedzona losowym czasem rozruchu serwera, dalsze przybywające podczas zajętości serwera pakiety są obsługiwane w trybie zwykłym, obsługa trwa do chwili, kiedy system nie okaże się ponownie pusty. Wszystkie wyniki analityczne rozprawy otrzymano przy założeniu, że strumień wejściowy pakietów jest strumieniem Poissona lub złożonym strumieniem Poissona, tj. strumieniem Poissona grup pakietów. Autor rozprawy opracował także model symulacyjny dla analizy podobnych systemów, w których strumień wejściowy jest dowolnym strumieniem rekurencyjnym.

Cele szczegółowe pracy i jej teza są sformułowane we Wstępie (s. 17, 18). Wyniki teoretyczne są otrzymane za pomocą aparatu matematycznego rachunku prawdopodobieństwa, teorii łańcuchów Markowa, funkcji tworzących, transformat Laplace'a i Laplace'a–Stieltjesa, teorii potencjału błądzenia losowego itd. Mianowicie w terminach wskazanych transformat oraz funkcji tworzących przedstawiono wyniki teoretyczne rozprawy. Za pomocą algorytmów numerycznych odwracania transformat Autor uzyskuje wartości liczbowe badanych charakterystyk w licznych przykładach podanych w rozprawie w postaci tablic i wykresów.

Otrzymane w rozprawie wyniki mogą być stosowane do analizy procesów zachodzących w sieciach komputerowych.

II. Opis struktury rozprawy

Rozprawa składa się ze spisu oznaczeń, rysunków i tablic, wstępu, czterech rozdziałów, podsumowania, bibliografii, załączników i indeksu.

Pierwszy rozdział zawiera krótki opis historii teorii kolejek. Podano w nim również podstawowe elementy składające się na system kolejkowy, notację przyjętą w teorii kolejek, charakterystyki wydajności systemów, typy metod analizy (analityczne i symulacyjne) itd.

W drugim rozdziale podano teorię systemu kolejkowego ze skończoną kolejką typu $M/G/1/K$. Na przykładzie wskazanego systemu Autor pokazuje możliwości wybranego aparatu matematycznego w sensie analizy jego charakterystyk w stanach nieustalonych.

Pokazano, że aparat oparty na transformatach całkowych, funkcji tworzących oraz teorii potencjału błądzenia losowego pozwala na otrzymanie rozkładów liczby obecnych w systemie pakietów oraz opóźnienia kolejkowania (wirtualnego czasu oczekiwania pakietów; w pracy założono, że czas oczekiwania straconego pakietu jest równy 0). Mimo tego, że wyniki teoretyczne przedstawiono w postaci wskazanych przekształceń (np. rozkład opóźnienia kolejkowania przedstawiono w postaci podwójnej transformaty Laplace'a), okazuje się, że, za pomocą metod numerycznych ich odwracania, możliwe są obliczenia rozkładu prawdopodobieństwa liczby pakietów w systemie i charakterystyk opóźnienia kolejkowania (prawdopodobieństw tego, że opóźnienie kolejkowania jest większe od danej z góry wielkości).

Podano przykłady potwierdzające wskazane możliwości w postaci wykresów i tablicy (dla rozkładu liczby pakietów w systemie w stanie ustalonym).

Najbardziej znaczące wyniki rozprawy przedstawiono w rozdziałach trzecim i czwartym.

W trzecim rozdziale zbadano jednoliniowy system kolejkowy z N-dyscypliną wybudzania serwera. Na początku rozdziału w terminach transformat Laplace'a-Stieltjesa otrzymano rozkład czasu trwania okresów ładowania bufora, tj. czasu, w którego ciągu liczba pakietów w systemie wzrasta od 0 do N przy niepracującym serwerze (jest oczywiste, że dla strumienia najprostszego ten rozkład jest rozkładem Erlanga rzędu N).

Następnie otrzymano transformatę Laplace'a-Stieltjesa rozkładu okresu zajętości systemu, który rozpoczyna się kiedy w systemie $M/G/1/K$ zakumuluje się $N \le K$ pakietów. Dla pewnych rozkładów czasu obsługi otrzymany wynik pozwala na obliczanie dystrybuanty okresu zajętości. W pracy podano wykresy takich dystrybuant dla różnych wartości N w przypadku, gdy czas obsługi ma rozkład Erlanga drugiego rzędu.

W dalszym ciągu w pracy otrzymano transformaty Laplace'a względem czasu t prawdopodobieństw obecności w systemie danej z góry liczby pakietów w określonej chwili czasu (twierdzenie 3.1.1). Za pomocą algorytmów odwracania numerycznego obliczono zależne od czasu i warunków początkowych charakterystyki liczby pakietów. Dla różnych przypadków szczególnych otrzymane w pracy wyniki przedstawiono w postaci licznych wykresów. Przedstawiono również wykresy trójwymiarowe rozkładów liczby obecnych pakietów w zależności od czasu $\mathbf{P}\{X(t) = m\}$.

Kolejny wynik teoretyczny dotyczący transformaty Laplace'a względem czasu t prawdopodobieństwa $\mathbf{P}\{V(t) > x \mid X(0) = n\}$, gdzie $V(t)$ jest wirtualnym czasem oczekiwania, a wielkość $X(0)$ określa warunki początkowe, przedstawiono w twierdzeniu 3.1.2. Dla różnych przypadków szczególnych podano wykresy pokazujące zależność od czasu wskazanego prawdopodobieństwa dla danych wielkości x.

Filut

Następnie w tym rozdziale Autor bada proces liczący obsłużone pakiety, tj. rozkład liczby $H(t)$ obsłużonych pakietów do danej chwili czasu t (w przypadku prostego procesu Poissona). Odpowiedni wynik teoretyczny przedstawiono w twierdzeniu 3.1.3, w którym uzyskano wzór na funkcję tworzącą transformaty Laplace'a prawdopodobieństwa $\mathbf{P}\{H(t)=m \mid X(0)=n\}$. Autor wprowadza tu stosunek średniej liczby obsłużonych do chwili t pakietów $\mathbf{E}H(t)$ i średniej liczby przybywających do tej chwili pakietów λt, co pozwala na oszacowanie wielkości współczynnika utraty pakietów $LR(t)=1-\frac{\mathbf{E}H(t)}{\lambda t}$. Odpowiednie wyniki liczbowe przedstawiono w pracy w postaci wykresów.

Warto zauważyć, że charakterystyki dotyczące liczby pakietów w systemie i procesu liczącego obsłużone pakiety otrzymano dla przypadków prostego i złożonego procesów Poissona (twierdzenia 3.2.1, 3.2.2 i odpowiednie wykresy).

W czwartym rozdziale przeanalizowano system kolejkowy z probabilistycznym mechanizmem wybudzania serwera.

W twierdzeniu 4.1.1 otrzymano wzór na transformatę Laplace'a zależnego od czasu prawdopodobieństwa obecności w systemie danej liczby pakietów przy ustalonym warunku początkowym. Na licznych wykresach podano zależności od czasu charakterystyk liczby pakietów w systemie analogicznie do tego, jak było to zrobione w trzecim rozdziale.

Wynik teoretyczny dla opóźnienia kolejkowania (wirtualnego czasu oczekiwania) podano w twierdzeniu 4.1.2 w postaci transformaty Laplace'a funkcji $\mathbf{P}\{V(t)>x \mid X(0)=n\}$. Wyniki liczbowe analogiczne do przestawionych w rozdziale 3 podano w postaci wykresów i tablicy przy założeniu, że czas rozruchu serwera ma rozkład wykładniczy.

W twierdzeniu 4.1.3 podano wzór na funkcję tworzącą transformaty Laplace'a prawdopodobieństwa $\mathbf{P}\{H(t)=m \mid X(0)=n\}$. Wyniki liczbowe analogiczne do przedstawionych w trzecim rozdziale podano w postaci wykresów przy założeniu, że czas rozruchu serwera ma rozkład wykładniczy. Wszystkie wyniki uzyskano dla prostych procesów Poissona. Dla złożonych zbadano charakterystyki liczby obecnych w systemie pakietów.

W podsumowaniu podano krótki opis otrzymanych w rozprawie wyników oraz ocenę ich wartości teoretycznych i praktycznych.

Bibliografia pracy zawiera 180 tytułów.

Załącznik rozprawy zawiera dwa dodatki.

W dodatku A podano narzędzia matematyczne, z których Autor korzysta w rozdziałach 2, 3, 4. Podano tu w skrócie elementy teorii prawdopodobieństwa (przestrzeń probabilistyczna, prawdopodobieństwo łączne i warunkowe, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, elementy teorii zmiennych losowych, wybrane rozkłady prawdopodobieństwa), elementy teorii procesów stochastycznych (proces liczący, proces Poissona, złożony proces Poissona, proces Markowa), elementy teorii całki Riemanna-Stieltjesa, transformat Laplace'a-Stieltjesa, numerycznego odwracania transformat Laplace'a, funkcji tworzących i ich odwracania numerycznego, potencjału błądzenia losowego.

W dodatku B podano kod źródłowy programu symulacyjnego, za którego pomocą możliwe jest przeprowadzenie symulacji ogólniejszego niż $M/G/1/K$ systemu, tj. systemu kolejkowego $G/G/1/K$ z odpowiednimi dyscyplinami wybudzania serwera.

III. Ocena ogólna rozprawy

Przedstawiona do recenzji Rozprawa Doktorska jest kompletną pracą naukową. Badania przeprowadzone w rozdziałach 3, 4 potwierdzają, iż cel Rozprawy został zrealizowany. Przedstawione i opracowane przez Autora metody matematyczne analizy jednoliniowych systemów kolejkowych ze skończoną kolejką i wybudzaniem serwera oraz otrzymane w postaci zwartej relacje dla ich charakterystyk w stanach nieustalonym i ustalonym są znaczącym osiągnięciem teoretycznym, wzbogacającym teorię kolejek.

Otrzymane w Rozprawie rezultaty są również interesujące z punktu widzenia praktycznego, ponieważ pozwalają na obliczenia numeryczne otrzymanych charakterystyk. Rezultaty Rozprawy mogą być wykorzystane do oceny wydajności oraz zapewnienia jakości różnego rodzaju usług telekomunikacyjnych.

Większą część otrzymanych przez Autora wyników przedstawiono w opublikowanym artykule [148] oraz w złożonych do druku artykułach [145, 146, 159, 160–163]. Uważam, że dorobek naukowy Autora jest wystarczający.

Podana w Rozprawie bibliografia wystarczająco charakteryzuje współczesny stan odpowiedniego kierunku teorii kolejek, na którego tle Autor prowadzi swoje badania.

Stwierdzam, że wartość naukowa przedstawionych w pracy wyników jest wysoka oraz, że praca nie wymaga uzupełnień, które byłyby istotne merytorycznie dla jej treści.

IV. Uwagi szczegółowe

Strona edytorska pracy nie budzi zastrzeżeń. Szata graficzna pracy jest przejrzysta. Tekst napisano językiem klarownym i profesjonalnym. Materiał graficzny (rysunki i tablicy) jest ściśle powiązany z materiałem merytorycznym.

W tym miejscu chcę zaznaczyć pewne uwagi krytyczne dotyczące pracy.

1. Pewne nieścisłości matematyczne są obecne w rozdziale 1. Na s. 29 Autor określa intensywność obsługi jako liczbę zgłoszeń obsługiwanych w jednostce czasu. Ściśle mówiąc, intensywnością obsługi serwera jest średnia liczba zgłoszeń obsługiwanych w jednostce czasu przy warunku, że wskazany serwer cały czas jest zajęty. Podany niżej wzór na obciążenie serwera jest prawdziwy, jeżeli c jest liczbą nie dowolnych, lecz dowolnych **identycznych** serwerów.

2. Na s. 30 przy opisie procesów narodzin i śmierci Autor pisze, że takie procesy (mając na myśli liczbę zgłoszeń obecnych w systemie) opisują modele kolejkowe typu $M/M/C/K$ z dyscypliną FIFO. Natomiast dla dowolnych dyscyplin konserwatywnych rozkład liczby zgłoszeń w systemie $M/M/C/K$ będzie taki sam.

3. Na s. 38 zamiast „czas obsługi jest zmienną losową o dystrybuancie F", Autor pisze: „obsługa zgłoszeń następuje według zmiennej losowej o rozkładzie prawdopodobieństwa określonym dystrybuantą F". Na tej samej stronie we wzorze (2.1.4), a także we

wzorach (2.1.7), (2.1.8) na s. 39, nie określono funkcji $f(s)$. Dla wzorów (2.1.3) – (2.1.8) należałoby dodać, że $k = 0, 1, \ldots$.

4. W tablicy 2.1.1 na s. 41 zamiast $\mathbf{P}\{X(\infty) = m \mid X(0) = 0\}$ lepiej byłoby napisać $\mathbf{P}\{X(\infty) = m\}$, ponieważ stacjonarny rozkład liczby zgłoszeń w systemie nie zależy od warunków początkowych.

5. Na s. 150 w dodatku A1. Autor pisze, że Kołmogorow w roku 1933 sformułował 5 aksjomatów teorii prawdopodobieństwa. Specjalne sprawdzanie tej pracy Kołmogorowa pokazało jednak, że naprawdę takich aksjomatów jest 3. Kołmogorow podaje ich 4, przyjmując jako jeden z nich określenie ciała zdarzeń (Kołmogorow w tej pracy określa prawdopodobieństwo nie na σ-ciele, lecz na ciele), które naprawdę aksjomatem nie jest. W ogóle aksjomatów może być 3, jeżeli jednym z nich jest przeliczalna addytywność prawdopodobieństwa, lub 4, jeżeli zakłada się addytywność skończoną.

6. Przy określeniu funkcji zmiennej losowej na s. 151 funkcja g nie jest funkcją dowolną, lecz dowolną funkcją mierzalną.

7. Moim zdaniem, nie warto było podawać w Rozprawie aż tylu dodatków. Wystarczyłoby podać wiadomości o numerycznym odwracaniu transformat i funkcji tworzących oraz teorii potencjału błądzenia losowego. Starania Autora i jego chęć ścisłości czasem prowadzą do przeciwnego wyniku. Na s. 150–151 Autor podaje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe $P(B \mid A)$ przy założeniu, że $P(A) > 0$ (wzór (A.1.2)). Na s. 153 we wzorze (A.1.14) jest obecne prawdopodobieństwo warunkowe $\mathbf{P}\{X < x \mid Y = y\}$, gdzie Y jest zmienną losową, która niekiedy może być zmienną losową absolutnie ciągłą. Wówczas mamy $\mathbf{P}\{Y = y\} = 0$, a więc prawdopodobieństwo warunkowe względem zdarzenia $Y = y$ w tym przypadku nie może być zdefiniowane wzorem (A.1.2). Czyli, skoro w pracy podano pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego, które jest wykorzystane we wzorze „dyskretnym" na prawdopodobieństwo całkowite, to należałoby podać takie pojęcie i dla wzoru „ciągłego" na prawdopodobieństwo całkowite.

8. W opisach wybranych rozkładów prawdopodobieństwa na s. 154–157 Autor czasem nie określa zakresów wartości ich parametrów.

9. Na s. 152 Autor określa dystrybuantę zmiennej losowej za pomocą nierówności ostrej (wzór (A.1.7) na s. 152). Natomiast, we wzorze na splot dystrybuant $F^{n*}(t)$, który oczywiście także jest dystrybuantą (wzór (A.5.1)), użyto nierówności nieostrej. Wszędzie w pracy należy trzymać się identycznych definicji takich samych pojęć matematycznych.

10. Trochę niedbale w pracy podano teorię potencjału błądzenia losowego (s. 168). We wzorze (A.9.2) sumowanie należy prowadzić względem k od 0, a nie od 1, jak podano w Rozprawie. W twierdzeniu A.9.1 funkcje ψ_k określono dla $k \geq 1$, lecz dalej we

K. Filat

wzorze (A.9.4) dla $n = 0$ w prawej części jest obecne ψ_0. We wzorze (A.9.7) zamiast α powinno być α_0.

11. Moim zdaniem, listę źródeł w bibliografii lepiej byłoby ułożyć w kolejności alfabetycznej. Należało również podać oddzielną listę publikacji Autora ze wskazaniem czasopism, do których wysłano złożone do druku artykuły.

Pragnę zauważyć, że nie mam żadnych uwag co do materiału podanego w rozdziałach 3, 4 rozprawy zawierającego oryginalne rezultaty otrzymane przez Autora, co prowadzi do następującego wniosku:

Powyższe uwagi czasem mają charakter dyskusyjny i pozostają bez znaczącego wpływu na moją pozytywną merytoryczną ocenę Rozprawy. Podobnie, przytoczone uwagi nie podważają ważnych naukowych wyników pracy. W mojej opinii praca odpowiada wymaganiom stawianym rozprawom doktorskim.

V. PODSUMOWANIE

Wyniki rozważań przedstawione w pracy upoważniają do stwierdzenia, że zarówno cel główny pracy, jak i wszystkie cele pośrednie (szczegółowe), zostały osiągnięte. Przedstawiony materiał świadczy o wniesieniu do badanego obszaru (teoria kolejek i jej zastosowania przy badaniach ruchu sieciowego w systemach telekomunikacyjnych) wielu elementów nowości i o ich pozytywnym zweryfikowaniu. Autor dowiódł, iż swobodnie porusza się po zagadnieniach związanych z teorią kolejek i jej zastosowaniami, krytycznie podchodzi do metod i wyników zawartych w literaturze naukowej oraz twórczo je uzupełnia i rozwija.

Na podstawie przytoczonych faktów **stwierdzam, że opiniowana Rozprawa Doktorska *„Modele kolejkowe z opóźnionym wybudzaniem serwera"* spełnia wymagania Ustawy o tytule naukowym i stopniach naukowych i wnioskuję o dopuszczenie p. mgr. inż. Dariusza Kurzyka do dalszych etapów przewodu doktorskiego.**

Oleg Tikhonenko