ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2001

Seria: ELEKTRYKA z. 177 Nr kol. 1501

Grażyna FRYDRYCHOWICZ - JASTRZĘBSKA[1)]

ANALIZA JEDNOSTRONNEGO NACIĄGU MAGNETYCZNEGO Z UWZGLĘDNIENIEM WSPÓŁCZYNNIKÓW PODATNOŚCI WIRNIKA

Streszczenie. W pracy przeprowadzono analizę zależności siły jednostronnego naciągu magnetycznego w silniku indukcyjnym, i będącego wynikiem działania ugięcia wału, a także całkowitego mimośrodowego przesunięcia wirnika od odpowiednich współczynników podatności wirnika względem sił: grawitacji i działającej na czop końcowy wału. Wyznaczono zarówno jednostronny naciąg magnetyczny początkowy, jak i końcowy, ugięcie wału od sił naciągu i przesunięcie wirnika w wybranych silnikach indukcyjnych jednofazowych dwu- i czterobiegunowym w funkcji współczynnika podatności. Zagadnienie rozwiązano dla różnych wartości indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej i i różnych wartości początkowego przesunięcia montażowego.

ANALYSIS OF ONE- SIDED MAGNETIC PULL WITH REGARD TO ROTOR FLEXIBILITY COEFFICIENTS

Summary. Analysis of the dependence of one-sided magnetic pull force in an induction motor, a shaft deflection resulting thereof, and the total eccentric displacement of the rotor on the appropriate coefficients of rotor flexibility to gravitation force and the force acting on the shaft end pin, has been made. Initial and final values of one-sided magnetic pull, the shaft deflection and the rotor displacement in selected two-and four-pole single-phase induction motors as a function of rotor flexibility coefficient have been determined. The problem has been solved for various values of the magnetic induction on the air gap and various values of the initial assembly displacement

Key words: induction motor, one-sided magnetic pull, shaft deflection, rotor displacement, shaft rigidity, rotor flexibility coefficient

1. WPROWADZENIE

W zakresie odkształceń sprężystych jednostronny naciąg magnetyczny jest wprost proporcjonalny do przesunięcia mimośrodowego rdzeni, na które w ogólnym przypadku składają się: ugięcie wału, odkształcenie stojana oraz ewentualne początkowe przesunięcie osi wirnika względem osi stojana. Ugięcie wału pochodzi od siły grawitacji (wirnika i części wału pod wirnikiem), siły działającej na czop końcowy oraz od siły naciągu. Do obliczeń strzałki ugięcia siły rozłożone zastąpiono siłami skupionymi i przyjęto najbardziej niekorzystny wariant, gdy siły te sumują się. Ze względu na to, że w rozpatrywanych silnikach indukcyjnych małej i średniej mocy największe znaczenia ma wpływ sprężystego ugięcia wirnika, przyjęto założenie o nieodkształcalności stojana.

Współczynniki podatności wirnika dla dwóch pierwszych sił są przede wszystkim funkcjami wymiarów wału i jego własności materiałowych, ujętych modułem sprężystości podłużnej Younga, a w przypadku siły działającej na czop końcowy zależą także od punktów podparcia wału [1]. Ugięcia od sił naciągu - natomiast – zależą również od wymiarów wirnika (średnica i długość), liczby par biegunów, początkowego przesunięcia montażowego oraz indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej. Dla ugięcia, pochodzącego od sił naciągu magnetycznego końcowego, uwzględnić należy wpływ wymiarów wału oraz jego własności materiałowych.

[1)] Dr hab. inż., Instytut Elektrotechniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, tel. 6652382, fax.6652389, E-mail:Grazyna.Jastrzebska@put.poznan.pl

2. UGIĘCIE WAŁU

Przy założeniu, że wyważony wirnik podparty jest na łożyskach poziomych, linię ugięcia wyraża równanie:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EJ(x)} + \frac{\psi}{G_{sp}S(x)} \cdot \frac{dQ(x)}{dx}, \tag{1}$$

przy czym: w przybliżonym rozwiązaniu równania (1) ugięcie całkowite potraktować można jako sumę ugięcia $y_M(x)$, pochodzącego od momentu zginającego M(x) oraz ugięcia $y_Q(x)$, od siły poprzecznej Q(x). Zatem (1) zapisać można w postaci układu równań:

$$\begin{aligned} \frac{d^2y_M}{dx^2} &= -\frac{M(x)}{EJ(x)}, \\ \frac{d^2y_Q}{dx^2} &= \frac{\psi}{G_{sp}S(x)} \cdot \frac{dQ(x)}{dx}, \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie: J(x)- moment bezwładności pola powierzchni przekroju poprzecznego wału w punkcie o współrzędnej x, ψ-współczynnik zależny od kształtu przekroju wału i od jego materiału, E-moduł sprężystości podłużnej Younga, G_{sp}-moduł sprężystości poprzecznej Coulomba, S(x)-powierzchnia przekroju wału w punkcie o współrzędnej x.

Ze względu na proporcje pomiędzy wymiarami poprzecznymi i podłużnymi wału w rozpatrywanych silnikach indukcyjnych pominąć można ugięcia wywołane siłą poprzeczną i ograniczyć rozważania do ugięcia $y_M(x)$.

Statyczna strzałka ugięcia wału f_G, wywołana skupioną siłą ciężkości równa jest maksymalnemu ugięciu od momentu zginającego $[y_M(x)]_{max.}$, występującemu przy odpowiedniej współrzędnej x.

Przy założeniu, że siła ciężkości G działa pośrodku wału oraz po podstawieniu do równania (2) zależności określającej moment bezwładności J przekroju kołowego na zginanie otrzymano:

$$f_G = \frac{4}{3\pi}\frac{1}{E}\frac{l^3}{d^4}G, \tag{3}$$

gdzie: d i l odpowiednio średnica i długość wału, pozostałe oznaczenia jak poprzednio.

Do ugięcia wału przyczynia się również siła F, działająca na jego czop końcowy:

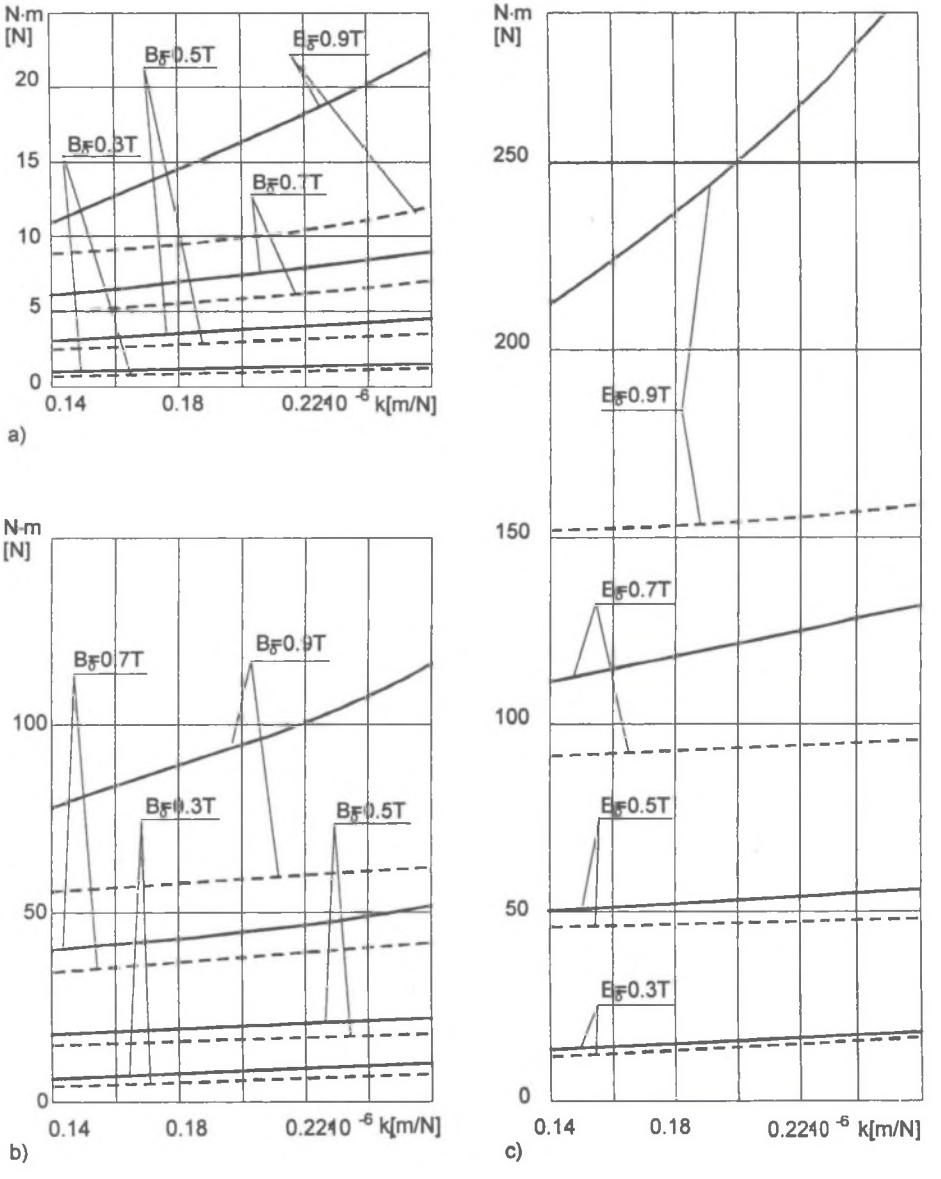
$$f_F = \frac{lbc}{6EJ}\left(\frac{b^2}{l^2} - 1\right)F, \tag{4}$$

gdzie b i c stanowią odległości od punktów podparcia do punktów przyłożenia odpowiednio sił F i G.

Po podstawieniu zależności na moment bezwładności J oraz po przyjęciu odpowiednio $b=\xi_1 l$, $c=\xi_2 l$, otrzymano:

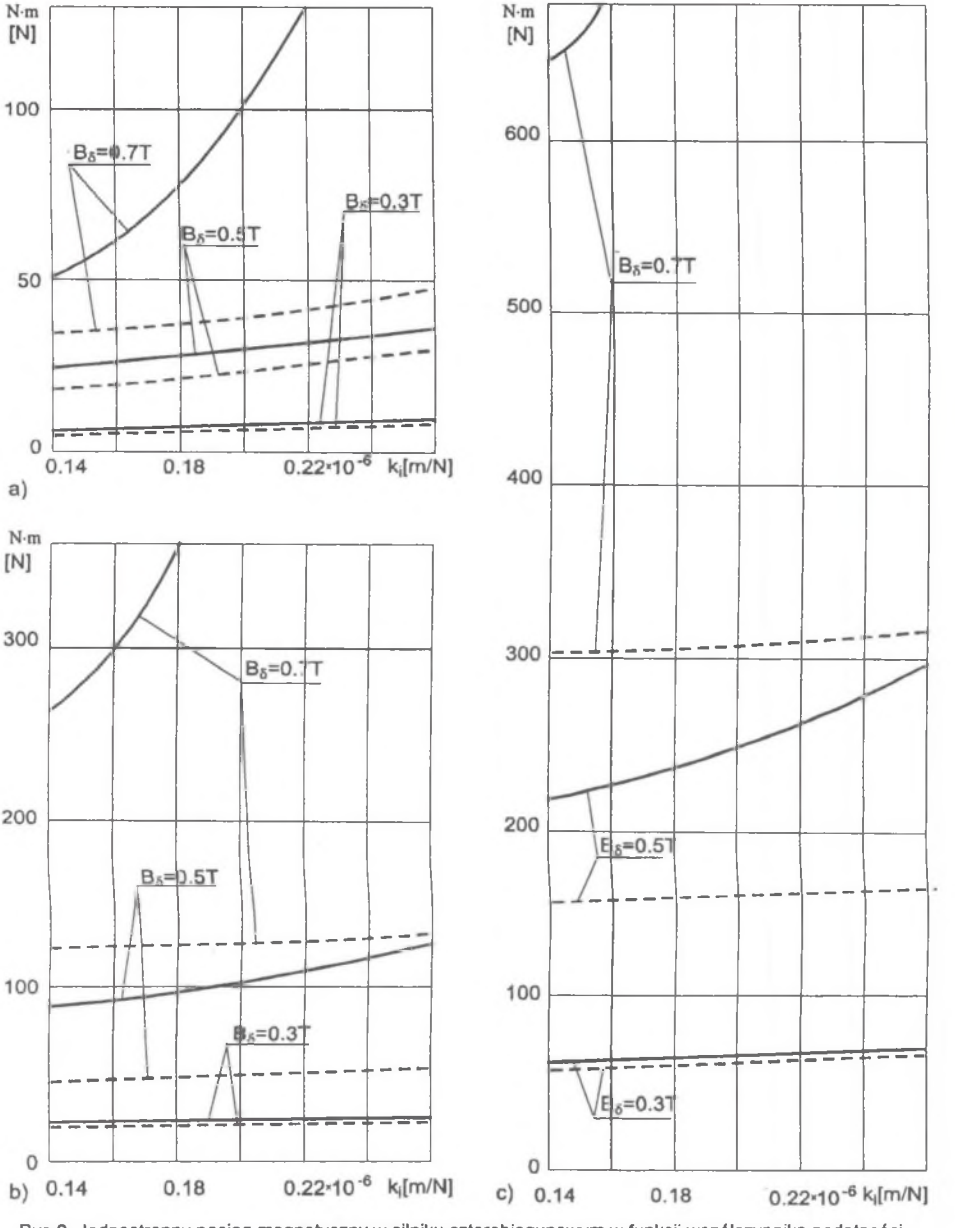
$$f_F = \frac{4}{3\pi}\frac{1}{E}\xi\frac{l^3}{d^4}F, \tag{5}$$

przy czym: $\xi = 8\xi_1\xi_2(\xi_1^2 - 1)$.



Rys. 1. Jednostronny naciąg magnetyczny w silniku dwubiegunowym w funkcji współczynnika podatności.
Naciąg początkowy - - - - - - -, naciąg końcowy ————.
Początkowe względne przesunięcie montażowe: a) em/δ = 0; b) em/δ = 0,1; c) em/δ = 0,3

Fig.1. One - sided magnetic pull in two - pole motor as a function of rotor flexibility coefficient.
Initial pull - - - - - -, final pull ————.
Assembly displacement of: a) em/δ = 0; b) em/δ = 0.1; c) em/δ = 0.3



Rys.2. Jednostronny naciąg magnetyczny w silniku czterobiegunowym w funkcji współczynnika podatności.
Naciąg początkowy - - - - - - -, naciąg końcowy ————.
Początkowe względne przesunięcie montażowe: a) e/mδ = 0; b) e/mδ = 0.1; c) e/mδ= 0.3

Fig.2. One - sided magnetic pull in four - pole motor as a function of rotor flexibility coefficient.
Initial pull - - - - - -, final pull ————
Assembly displacement of: a) e/mδ = 0; b) e/mδ = 0.1; c) e/mδ= 0.3

Zatem wartość początkowa przesunięcia mimośrodowego rdzeni (przed działaniem naciągu) [2]:

$$e_0 = e_m + f_G + f_F\,, \tag{6}$$

gdzie e_m – początkowe przesunięcie montażowe osi wirnika względem osi stojana.

3. NACIĄG MAGNETYCZNY

Opisane zależnością (6) początkowe przesunięcie osi wirnika względem osi stojana jest przyczyną powstania początkowego naciągu magnetycznego N_{m0}, który w granicach sprężystości jest do niego wprost proporcjonalny [2]:

$$N_{m0} = C(e_m + f_G + f_F)\,, \tag{7}$$

przy czym C jest funkcją zarówno wymiarów wirnika, liczby par biegunów jak i indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej.

Naciąg magnetyczny początkowy zwiększa ugięcie wału. Jest to przyczyną dalszego wzrostu tej siły, aż do osiągnięcia przez układ stanu równowagi, co jest możliwe tylko przy odpowiedniej sztywności wału K>C [2]:

$$N_{mk} = \frac{CK}{K-C}(e_m + f_G + f_F)\,. \tag{8}$$

W wyniku działania siły N_{mk} powstaje dodatkowe ugięcie wału f_N [2]:

$$f_N = \frac{C}{K-C}(e_m + f_G + f_F)\,, \tag{9}$$

zwiększające początkowe ugięcie wału oraz całkowite przesunięcie wirnika:

$$e = e_0 + f_N\,. \tag{10}$$

Z jednej strony zatem całkowite ugięcie wału (a tym samym przesunięcie wirnika) zależy od działających sił, z drugiej – od sztywności wału. Z uwagi na proporcje pomiędzy wymiarami liniowymi wirnika a szczeliną powietrzną odpowiednio dobrana sztywność wału powinna zapewniać jego małe ugięcie.

4. WSPÓŁCZYNNIKI PODATNOŚCI WIRNIKA NA DZIAŁAJĄCE SIŁY

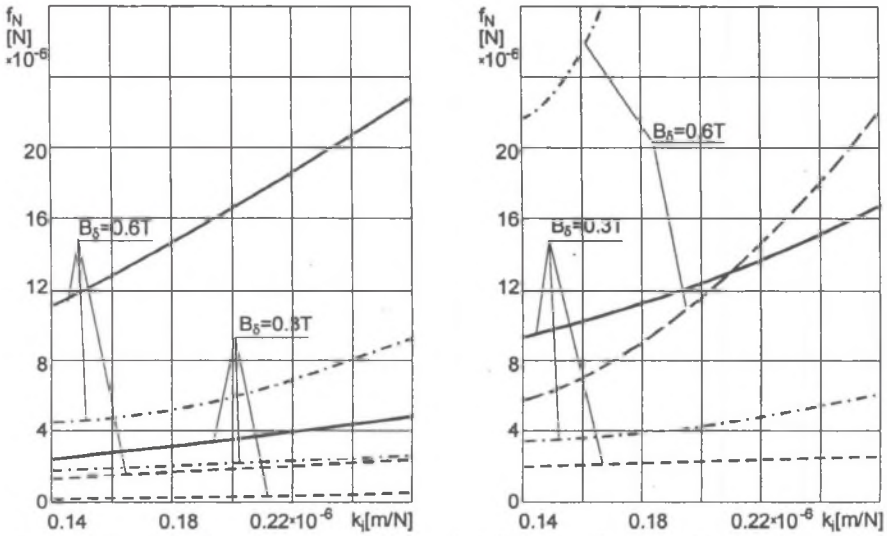
Wymagana sztywność wału decyduje o jego wymiarach, współczynnik zaś podatności wirnika względem siły ciężkości G, (3) stanowi jego odwrotność:

$$k_i = \frac{4}{3\pi}\frac{1}{E}\frac{l^3}{d^4}\,. \tag{11}$$

Z zależności (11) widać jednoznacznie, że największy wpływ na zmianę współczynnika podatności ma zmiana średnicy wału d. Zmniejszenie współczynnika podatności można również stosunkowo łatwo uzyskać poprzez zmniejszenie długości l. W bardzo nieznaczny sposób można sterować wielkością k_i poprzez zmianę współczynnika sprężystości podłużnej Younga E, gdyż w zależności (11) występuje on w pierwszej potędze. Ponadto stale wałowe zwykłej i podwyższonej jakości różnią się wartościami E zaledwie o kilka procent, nawet w przypadku zastosowania specjalnych konstrukcyjnych stali stopowych.

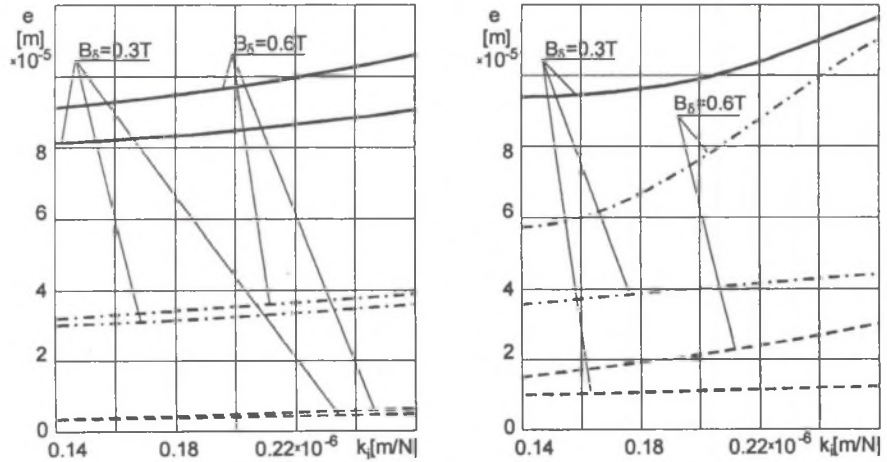
Ugięcie f_F (5) zależy również wprost proporcjonalnie od działającej siły F, przy czym współczynnikiem proporcjonalności jest tu iloczyn ξk_i, (5), gdzie dla stałych b i c współczynnik ξ=const.

Ugięcie – natomiast – f_N, (9) jest iloczynem działającej siły naciągu (8) i współczynnika podatności k_i (11), przy czym naciąg również stanowi funkcję omawianego współczynnika.



Rys. 3. Ugięcie wału fn od sił naciągu magnetycznego w funkcji współczynnika podatności:
a) silnik dwubiegowy, b) silnik czterobiegunowy.
Początkowe względne przesunięcie montażowe - - - $e_m/\delta=0$; - · - $e_m/\delta=0.1$; —— $e_m/\delta=0.3$

Fig. 3. Shaft deflection as a function function of motor flexibility coeficient: a) two – pole motor, b) four – pole motor.
Assembly displecement: - - - $e_m/\delta=0$; - · - $e_m/\delta=0.1$; —— $e_m/\delta=0.3$



Rys. 4. Ugięcie wału fn od sił naciągu magnetycznego w funkcji współczynnika podatności
a) silnik dwubiegowy, b) silnik czterobiegunowy.
Początkowe względne przesunięcie montażowe - - - $e_m/\delta=0$; - · - $e_m/\delta=0.1$; —— $e_m/\delta=0.3$

Fig. 4. Deflection of shaft in function of coeficient of flexibility of motor: a) two – pole motor, b) four – pole motor
Displecement of assembly: - - - $e_m/\delta=0$; - · - $e_m/\delta=0.1$; —— $e_m/\delta=0.3$

5. WYNIKI OBLICZEŃ

Wyznaczono siły naciągu początkowego i końcowego rys.1 (silnik dwubiegunowy) i rys.2 (silnik czterobiegunowy), a także ugięcie wału pochodzące od sił naciągu rys.3 i całkowite przesunięcie wirnika – rys.4. – w odniesieniu do współczynnika podatności k_l. Obliczenia wykonano dla różnych wartości indukcji magnetycznej B_δ w szczelinie powietrznej i różnych wartości początkowego przesunięcia montażowego e_m, przy zachowaniu stałych wymiarów wirnika, w silnikach jednofazowych dwubiegunowych mocy 1,1 kW i czterobiegunowych mocy 1,5 kW [3].

6. PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonych rozważań i obliczeń stwierdzono:

- Współczynnik podatności wirnika k_l (11) względem siły ciężkości G (3) i siły F (5), działającej na czop końcowy wału oraz siły jednostronnego naciągu magnetycznego po osiągnięciu jego wartości końcowej N_{mk} (tj. po ustaleniu się warunków równowagi układu) jest funkcją wymiarów wału (średnicy i długości) oraz jego współczynnika sprężystości podłużnej, przy czym w przypadku siły F uwzględnić należy również odległości między punktami podparcia wału a punktami przyłożenia sił. Współczynnik dla N_{mk} zależy również od innych parametrów.
- Zmniejszenie współczynnika podatności wirnika najszybciej osiągnąć można poprzez zwiększenie średnicy wału lub zmniejszenie jego długości. Zmiany gatunku stali wałowej (zmiana współczynnika sprężystości podłużnej) nie dają tak znaczących efektów.
- Jednostronny naciąg magnetyczny początkowy zarówno w silniku dwu- jak i czterobiegunowym prawie nie zależy od współczynnika podatności wirnika, szczególnie dla początkowego przesunięcia montażowego wirnika, $e_m>0$ (7) – rys.1 i rys.2, gdyż od tego współczynnika zależą tylko bezpośrednio składniki ugięcia f_G i f_F (7). W przypadku $e_m>0$ ich udział w całkowitym przesunięciu wirnika jest stosunkowo mały. Bardziej znaczący jest tu wpływ indukcji magnetycznej B_δ w szczelinie i ewentualna zmiana wymiarów wirnika, ujętych współczynnikiem proporcjonalności C (7).
- Zmiana współczynnika podatności wirnika ma większy wpływ w przypadku naciągu magnetycznego końcowego, gdyż występuje on zarówno w złożonej postaci jako współczynnik proporcjonalności, jak i ma wpływ także na składniki f_G i f_F sumy przesunięcia wirnika, (8) i rys.1, rys.2. I tu większe względne zmiany naciągu obserwuje się dla $e_m=0$ (większy względny udział ugięć zależnych od k_l w przesunięciu wirnika).
- Ugięcie wału f_N od sił naciągu zależy od współczynnika podatności wirnika k_l, przy czym w większym stopniu dla początkowej mimośrodowości montażowej $e_m=0$, Rys.3. Wniosek ten dotyczy również całkowitego przesunięcia wirnika w wyniku działania naciągu magnetycznego końcowego (rys.4).

LITERATURA

1. Dąbrowski M.: Promieniowy naciąg magnetyczny w maszynach dwutwornikowych, Materiały konferencyjne XXX Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Warszawa – Kazimierz Dolny, 13-17.06.1994, ss.76-80.
2. Dąbrowski M.: Wpływ sprężystości elementów maszyny elektrycznej na naciąg magnetyczny, Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Elektryka, 47, Poznań, 2000, ss.13-25.
3. Jastrzębska G.: Drgania i szumy pochodzenia magnetycznego jednofazowych silników indukcyjnych, Politechnika Poznańska, Poznań 1997.

Recenzent: Dr hab. inż. Bronisław Drak

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 lutego 2001 r.

Abstract

Within elastic strain one-sided magnetic pull is in direct proportion to eccentric displacement of the poles consisting, in general case, of the following components: shaft deflection, stator deformation, and possible initial rotor displacement with regard to the stator. The shaft deflection is due to the following forces: gravitation force (connected to the rotor and a part of the shaft under the rotor), the force acting on shaft end pin, and the pulling force. In order to calculate the deflection concentrated forces have been substituted for the distributed ones and the most unfavourable variant of summing all of them has been assumed. Taking into account that in the considered induction motors of low- and medium power the effect of elastic rotor deflection predominates, stator undeformability has been assumed.

The paper presents analysis of the dependence of the power of one-sided magnetic pull in an induction motor and shaft deflection resulting thereof as well as the total eccentric displacement of the rotor, on appropriate coefficients of rotor flexibility to the forces occurring in the system, i.e. gravitation and the force acting on the shaft end pin.

Rotor deflection values due to the following factors have been determined: the deflection (3) due to gravitation force, the deflection (5) due to the force acting on the end pin, and the deflection due to the force of one-sided magnetic pull, as well as total eccentric displacement of the rotor (10) as a function of rotor flexibility (11). Initial and final values of one-sided magnetic pull are given by the equations (7) and (8). The problem has been solved for various magnetic flux densities in the air gap and various values of initial assembly displacement in selected two- and four-pole induction motors as a function of the flexibility coefficient.

The consideration and calculations allowed to ascertain the following:

- The coefficient of rotor flexibility to gravitation force G, the force F acting on the shaft end pin, and the force of one-sided magnetic pull taking its final value (i.e. upon reaching system equilibrium) is a function of shaft dimensions (diameter and length) and its coefficient of elongation elasticity. In case of the force F the distance between the points of support and application of the force should be taken into consideration.
- Reduction of the rotor flexibility coefficient may be achieved in the easiest way by increasing diameter of the shaft or decreasing its length. Changing the shaft steel (resulting in change in coefficient of elongation elasticity) does not bring so important influence.
- Initial one-sided magnetic pull, both in two- and four-pole motor, does not practically depend on the rotor flexibility coefficient, particularly for initial assembly displacement of the rotor $e_m>0$ (7), Figs 2 and 3, as the coefficient directly affects only the deflection components f_G and f_F (7). Their contribution to the total rotor displacement in case of $e_m>0$ is relatively small. The effects of magnetic flux density B_0 in the gap and of possible change in rotor dimensions, described by the constant of proportionality C (7), are more important.
- Change in the rotor flexibility coefficient affects more effectively the final magnetic pull, as it acts as a constant of proportionality and, at the same time, influences the components f_G and f_F of total rotor displacement (8), (9), Figs. 2 and 3. In this case the more important relative changes are observed for $e_m=0$ (greater relative contribution of k_i-dependent deflection to the rotor displacement.).

The rotor deflection f_N due to the pull depends on the rotor flexibility coefficient k_i, particularly for the initial value of assembly eccentricity $e_m=0$, Fig 4. The conclusion applies to the total rotor displacement due to the effect of final value of the magnetic pull, Fig. 5.