ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: GEOMETRIA I GRAFIKA INŻYNIERSKA z. 3 Nr kol. 1453

Jacek ABRAMCZYK
Zakład Geometrii i Grafiki Inżynierskiej
Politechniki Rzeszowskiej
E-mail: jacabram@prz.rzeszow.pl

STRUKTURY POWŁOKOWE JAKO ZESTAWY POWTARZALNYCH WYCINKÓW POWIERZCHNI STOPNIA DRUGIEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono pewien sposób ustalania geometrycznej budowy struktur powierzchniowych o rozbudowanym ukształtowaniu, złożonych z niewielu typów wycinków powierzchni stopnia drugiego, przy założeniu, że liczba wszystkich wycinków współtworzących strukturę jest stosunkowo duża.

SHELL STRUCTURES BASED ON RECURRENT SECTORS OF QUADRIC SURFACES

Summary. The paper presents some observations collected on the basis of scientific research on shaping of the shell structures Σ. The essence of this presentation is the description of methods of shaping structures Σ, which are composed of reccurent sectors $\bar{\Omega}_i$ of quadric surfaces and their shape aproximate to regular surfaces. The conclusions of the conducted discussion are illustrated by concrete examples of shell structures Σ, which fulfil the preliminary geometric conditions. Rectilinearity of the edge lines of the sectors $\bar{\Omega}_i$ is only one of these conditions.

1. WPROWADZENIE

Celem artykułu jest przedstawienie pewnych zależności geometrycznych przybliżających rozwiązanie zagadnienia prefabrykacji powłok budowlanych o ukształtowaniu zbliżonym do najczęściej przedstawianych w literaturze budowli w postaci regularnych powierzchni, w tym np. powierzchni prostokreślnych o zmieniających się wartościach krzywizn głównych.

Charakterystyczną cechą tych powłok powinna być duża liczba elementarnych prefabrykatów, czyli dwukrzywiznowych łupin, spośród których możliwe byłoby wyróżnienie tylko niewielkiej liczby różnych typów.

Referat prezentuje dyskusję na temat możliwości ustanawiania zestawów Σ charakteryzujących się:

1) stosunkowo dużą liczbą współtworzących je wycinków $\bar{\Omega}_i$ powierzchni stopnia drugiego,
2) niewielką liczbą różnych grup wzajemnie przystających wycinków $\bar{\Omega}_i$, a więc stosunkowo dużą liczbą przystających wycinków w każdej grupie,
3) ukształtowaniem zbliżonym w zauważalny sposób do powierzchni regularnych.

Opis prezentowanych zagadnień rozpoczęto od omówienia jedynie najważniejszych reguł wyznaczania zestawów Σ w najbardziej ogólnym przypadku, tj. gdy linie brzegowe wycinków $\bar{\Omega}_i$ są sumami łuków krzywych stożkowych.

Węzłowym zagadnieniem referatu jest opis ustalania zestawów Σ złożonych wyłącznie z wycinków $\bar{\Omega}_i$ (kwadryk skośnych) o liniach brzegowych w postaci zamkniętych czworoboków przestrzennych, zamieszczony w rozdziale 4.

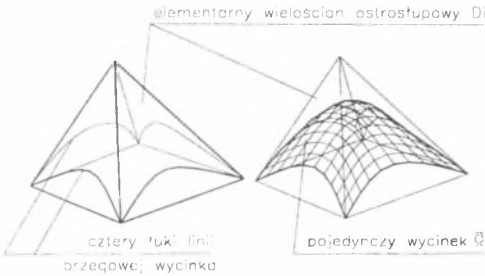
2. IDEA TWORZENIA ZESTAWÓW Σ ZŁOŻONYCH Z WYCINKÓW POWIERZCHNIOWYCH

W algorytmie działań prowadzących do utworzenia zestawu (o w/ w właściwościach) wyróżniono trzy zasadnicze etapy. Pierwszy etap obejmuje czynności, których efektem jest ustanowienie wstępnej struktury wielościennej D, złożonej z małej liczby wielościanów D_i w taki sposób, aby powtarzalność wielościanów D_i była stosunkowo duża oraz aby każde dwa sąsiednie wielościany D_i i D_{i+1} posiadały wspólną ścianę. W drugim etapie dokonywany jest podział każdego z wielościanów D_i na mniejsze mikrowielościany $D_{i,j}$ w sposób prowadzący do dużej liczby przystających mikrowielościanów $D_{i,j}$. Założono, że podział każdego wielościanu D_i dokonywany jest jednym z dwu sposobów:

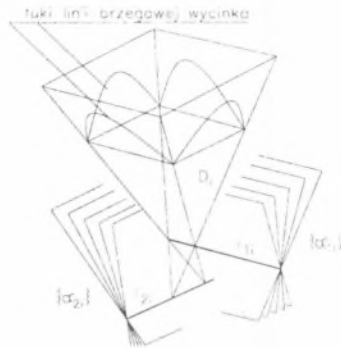
a) na podstawie dwóch wiązek płaszczyzn $\{\alpha_{1i}\}$ oraz $\{\alpha_{2i}\}$, których rdzeniami są proste l_{1i} oraz l_{2i} (rys.2),
b) z wykorzystaniem jednej lub dwu płaszczyzn symetrii σ i δ, np. podział wielościanu ostrosłupowego <ABCDW> na przystające mikrowielościany <ABSW>, <BCSW>, <DCSW>, <DASW> (rys.3).

Przedstawiony podział pozwala na znaczne zwiększenie powtarzalności mikrowielościanów struktury D_m w stosunku do powtarzalności wielościanów D_i w strukturze D. W trzecim etapie na podstawie struktury D (D_m) kształtowane są wycinki $\bar{\Omega}_i$ ($\bar{\Omega}_{i,j}$) z powierzchni stopnia drugiego w taki sposób, żeby:

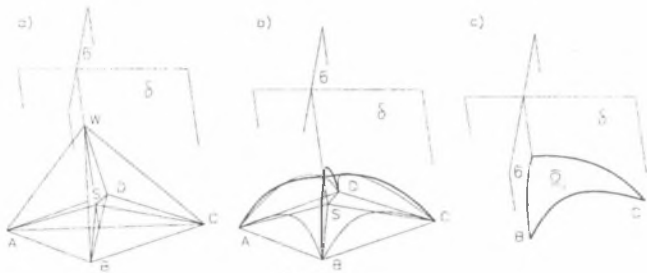
a) linia brzegowa każdego wycinka $\bar{\Omega}_i$ ($\bar{\Omega}_{i,j}$) była sumą czterech łuków krzywych stożkowych,
b) każdy wycinek $\bar{\Omega}_i$ ($\bar{\Omega}_{i,j}$) odpowiadał dokładnie jednemu wielościanowi D_i ($D_{i,j}$) i był w nim zawarty,
c) łuki linii brzegowej każdego z wycinków $\bar{\Omega}_i$ ($\bar{\Omega}_{i,j}$) były w całości zawarte w odpowiedniej ścianie wielościanu D_i ($D_{i,j}$), który dodatkowo musi posiadać odpowiednie właściwości umożliwiające powyższy podział,
d) ponadto każde dwa sąsiednie wycinki $\bar{\Omega}_i$ i $\bar{\Omega}_{i+1}$ ($\bar{\Omega}_{i,j}$ i $\bar{\Omega}_{i,j+1}$) zestawu Σ muszą posiadać zjednoczone łuki linii brzegowych.



Rys.1
Fig.1



Rys.2
Fig.2



Rys.3
Fig.3

Żeby w wyniku podziału można było uzyskać dużą powtarzalność mikrowielościanów $D_{i,j}$, duże wielościany D_i muszą być symetryczne względem dwu płaszczyzn symetrii, ewentualnie posiadać jedną płaszczyznę symetrii, lecz ustanawiane na ich podstawie wycinki $\bar{\Omega}_i$ muszą być obrotowe.

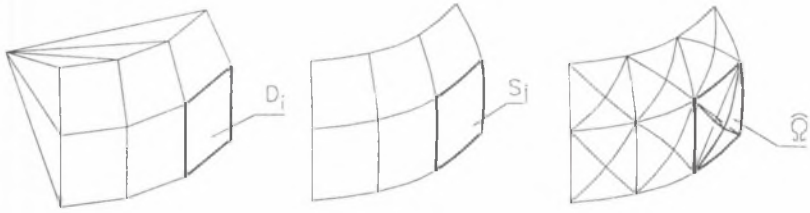
Ostatecznym celem jest ustanowienie zestawów Σ jako ciągłych sum odpowiednich płatów powierzchniowych. Stąd utworzone struktury D muszą gwarantować nie tylko jednoczenie się ścian sąsiednich wielościanów D_i i D_{i+1} ($D_{i,j}$ i $D_{i,j+1}$), ale również jednoczenie się linii brzegowych sąsiednich wycinków $\bar{\Omega}_i$ i $\bar{\Omega}_{i+1}$ ($\bar{\Omega}_{i,j}$ i $\bar{\Omega}_{i,j+1}$), zawartych w zjednoczonych ścianach.

W wyniku złożenia wycinków $\bar{\Omega}_{i,j}$ w większe wycinki $\bar{\Omega}_i$, a tych w zestaw Σ, łuki linii brzegowych wszystkich wycinków $\bar{\Omega}_i$ tworzą zgrubną sieć S, zaś łuki wycinków $\bar{\Omega}_{i,j}$ mikrosieć S_m.

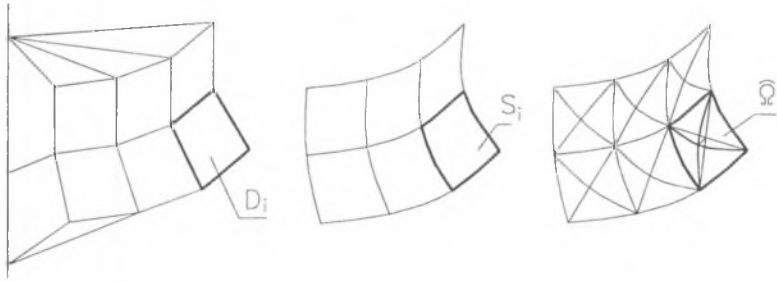
3. ZALEŻNOŚĆ POMIĘDZY SPOSOBEM KSZTAŁTOWANIA ZESTAWÓW Σ A WŁAŚCIWOŚCIAMI GEOMETRYCZNYMI WSPÓŁTWORZĄCYCH JE WYCINKÓW $\hat{\Omega}_i$

Ze względu na wzajemne usytuowanie sąsiednich wielościanów D_i i D_{i+1} w strukturze D wyróżniono dwa sposoby przypisywania wielościanom D_i wycinków $\hat{\Omega}_i$. Pierwszy sposób polega na odpowiednim wyróżnieniu wspólnej ściany każdej z par sąsiednich wielościanów D_i i D_{i+1} tak, aby możliwe stało się ustalenie wspólnego łuku linii brzegowych każdej pary sąsiednich wycinków $\hat{\Omega}_i$ i $\hat{\Omega}_{i,j}$, zawartego w tej ścianie. Drugi sposób bazuje na redukcji części wspólnej sąsiednich wielościanów do ich odcinków krawędziowych, a więc i redukcji wspólnych linii brzegowych sąsiednich wycinków do odcinków. Pozwala to zmniejszyć wymagania w stosunku do wzajemnego położenia sąsiednich wielościanów struktury D. Ponieważ tworzone przez autora pierwszym sposobem struktury D (oraz odpowiadające im zestawy Σ) cechowały wzajemnie różne właściwości geometryczne, zależne od budowy i wzajemnego położenia wielościanów D_i, to dokonano dalszego ich podziału na struktury złożone z:

a) jednego zbioru przystających wielościanów, np. ostrosłupowych o wspólnym wierzchołku (rys.4) lub wielościanów, z których każdy posiada dokładnie jedną krawędź zawartą w z góry założonej prostej (rys.5); cechą charakterystyczną tak tworzonych zestawów jest to, że linie brzegowe elementarnych wycinków są sumami najczęściej czterech łuków zamykających oczko sieci S;



Rys.4
Fig.4

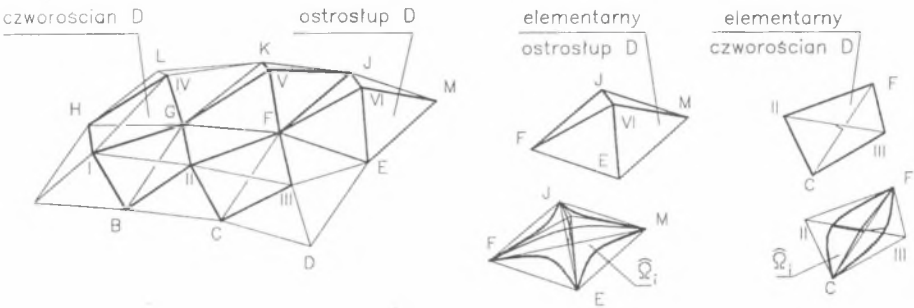


Rys.5
Fig.5

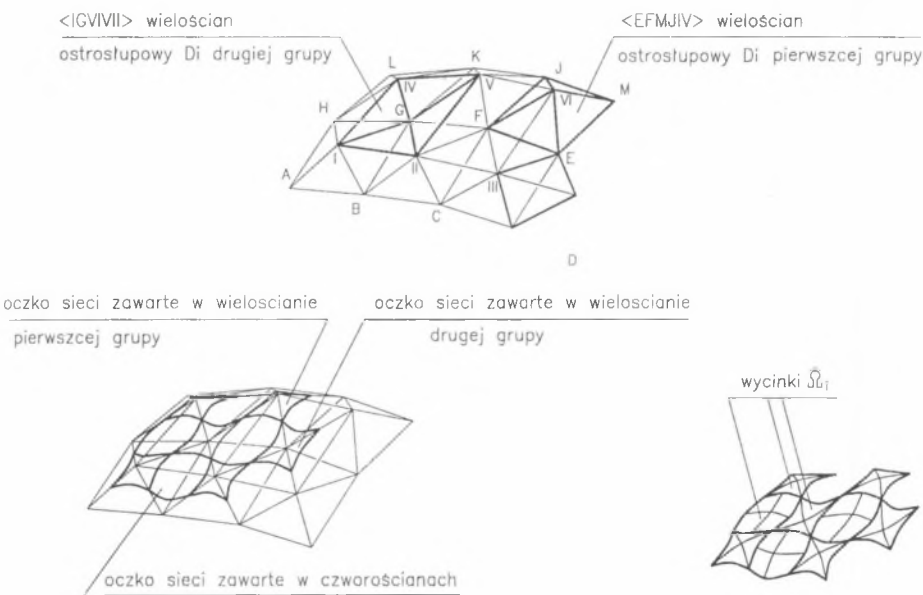
b) dwóch zbiorów wielościanów, np. ostrosłupowych: <EFJMVI>, <GKJFV>, ... , <CDEFIII> oraz łączących je czworościanów: <IHLG>, <BIGII>, <CIIIFII> itd. (rys.6); linia brzegowa każdego wycinka (zestawu Σ) ustalanego na podstawie wielościanów ostrosłupowych jest sumą łuków zawartych we wszystkich czterech ścianach, brzegiem

zaś każdego wycinka ustalonego w oparciu o czworościan jest suma dwóch łuków zawartych w dwóch ścianach wspólnych sąsiednich wielościanów ostrosłupowych;

c) trzech dających się wyodrębnić grup, w tym np. dwóch grup wielościanów ostrosłupowych i jednym zbiorze czworościanów łączących (rys.7); podziału na dwie grupy wielościanów ostrosłupowych dokonano ze względu na to, że wierzchołki wielościanów ostrosłupowych jednej grupy są równocześnie wierzchołkami linii brzegowej „podstawy" wielościanów ostrosłupowych drugiej grupy; łuki linii brzegowych wycinków wyznaczanych na podstawie wielościanów dowolnej z tych trzech grup są sumami łuków zawartych we wszystkich ścianach rozpatrywanych wielościanów.



Rys.6
Fig.6

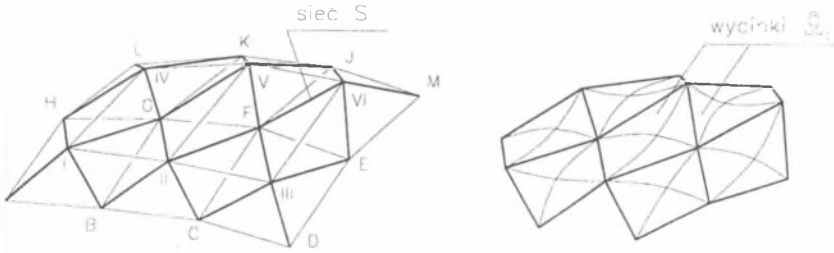


Rys.7
Fig.7

Ustalone drugim sposobem struktury D (zestawy Σ) również różnią się wzajemnie właściwościami geometrycznymi, a ponadto w tym przypadku wygodniej jest posługiwać się obiektami typu sieć S i oczko S_i, zamiast obiektami typu struktura D, wielościan D_i ($D_{i,j}$). Sieć S jednego z dwóch możliwych typów ustalana jest na podstawie wspólnych krawędzi każdej pary sąsiednich wielościanów D_i (rys.8), drugiego zaś na podstawie rozłącznych krawędzi każdej pary sąsiednich wielościanów D_i (rys.9). Linie brzegowe wycinków stają się teraz wielobokami przestrzennymi, wyjątkowo płaskimi (rys.8).

Rys.8
Fig.8

Asortyment zestawów Σ o różnych właściwościach ukształtowania jest największy dla sieci S ostatnio wymienionego typu. Stąd zestawom Σ dającym się ustalić na podstawie ostatniego rodzaju sieci poświęcono uwagę w dalszej części referatu. Ponadto różnorodność oczek S_i sieci S ograniczono do zamkniętych czworoboków przestrzennych.



Rys.9
Fig.9

4. SPOSOBY USTALANIA SIECI S DLA STRUKTUR POWIERZCHNIOWYCH UKSZTAŁTOWANYCH Z PRZYSTAJĄCYCH WYCINKÓW KWADRYK SKOŚNYCH O LINIACH BRZEGOWYCH W POSTACI ZAMKNIĘTYCH CZWOROBOKÓW PRZESTRZENNYCH

W niniejszym węzłowym fragmencie referatu zaprezentowano algorytm czynności, po wykonaniu których możliwe jest ustalenie zestawu Σ charakteryzującego się następującymi właściwościami geometrycznymi:

1) powtarzalnością współtworzących go wycinków $\hat{\Omega}_i$ kwadryk skośnych;
2) dużym polem powierzchni w stosunku do pola powierzchni elementarnego wycinka $\hat{\Omega}_i$;

3) niewielką liczbą różnych wycinków $\hat{\Omega}_i$;
4) prostoliniowością brzegów wycinków $\hat{\Omega}_i$, tzn. linia brzegowa każdego wycinka $\hat{\Omega}_i$ zestawu jest przestrzennym, zamkniętym czworobokiem zamykającym oczko S_i sieci;
5) ukształtowaniem o wyraźnie zauważalnym podobieństwie do powierzchni regularnej; ustanawiane zestawy Σ nie są z reguły powierzchniami regularnymi (zwłaszcza te o rozbudowanym ukształtowaniu) ze względu na pojawiające się krawędzie, będące odcinkami linii brzegowych sąsiednich wycinków $\hat{\Omega}_i$ i $\hat{\Omega}_{i,j}$; wielkość „efektów krawędziowych" musi być kontrolowana i ewentualnie redukowana tak, aby zestaw Σ nie stał się bardziej zbliżony do struktury wielościennej niż do powierzchni regularnej;
6) w każdym węźle sieci S wyznaczającej zestaw Σ schodzą się dokładnie cztery boki, należące do czterech sąsiednich czworokątowych oczek S_i, wyznaczających w sposób jednoznaczny poszczególne wycinki $\hat{\Omega}_i$ zestawu.

Główne etapy algorytmu prowadzącego do ustalenia zestawu Σ to:

a) ustanowienie sieci S czworokątowych oczek S_i;
b) ewentualny podział każdego z czworoboków S_i na mniejsze przestrzenne mikroczworoboki $S_{i,j}$, których sumą jest mikrosieć S_m;
c) przypisanie każdemu oczku S_i ($S_{i,j}$) dokładnie jednego wycinka $\hat{\Omega}_i$ ($\hat{\Omega}_{i,j}$) kwadryki skośnej.

Wynikiem opisanych działań jest zestaw Σ jako suma elementarnych wycinków (mikrowycinków).

Cechą charakterystyczną przedstawianego sposobu tworzenia zestawów Σ jest wstępne przyjęcie liczby wszystkich wycinków, liczby różnych typów ustanawianych wycinków (oczek) oraz kilku różnych układów wzajemnego położenia wycinków w zestawie Σ (sieci S). Przyjęcie jednego z założonych układów jako spełniającego wymagania następuje w wyniku sprawdzenia (wg niżej podanych wytycznych): czy jest możliwe utworzenie tak przyjętego zestawu (sieci), czy liczba różnych wycinków (oczek) jest możliwie mała oraz czy zestaw wystarczająco dobrze przybliża odpowiednią powierzchnię regularną. Przy tworzeniu ww. algorytmu szczególną uwagę zwrócono na pojawiające się ograniczenia w stosunku do właściwości geometrycznych tworzonych zestawów Σ. Powyższe ograniczenia w istotny sposób wpływają na zmniejszenie różnorodności ustalanych zestawów.

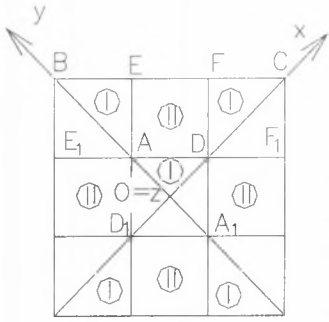
4.1. Algorytm ustalania sieci S

W niniejszym rozdziale na przykładzie sieci złożonej z 9 oczek, umieszczonych w prostokątnym układzie współrzędnych, omówiono sposób ustalania sieci S typu „n x n", tzn. takich, które dają się schematycznie przedstawić w postaci kwadratu utworzonego z mniejszych kwadratów (odpowiedników oczek S_i), ułożonych w n kolumnach i n wierszach. Założono, że sieć S:

a) jest symetryczna względem płaszczyzn (Oxz), (Oyz) układu współrzędnych,
b) jest równoboczna oraz złożona z dwóch rodzajów oczek,
c) posiada schemat przedstawiony na rysunku 10, na którym oczka jednego typu oznaczono jednakowymi pozycjami I lub II.

Korzystając z tych założeń przeprowadzono następującą analizę budowy geometrycznej tworzonej sieci. W wyniku przyjęcia wartości R długości wszystkich boków oraz d_{11} i d_{12} długości przekątnych ustalono budowę jednego z dwóch rodzajów czworobocznych oczek sieci (oczek typu I). Z oczkiem $<ADA_1D_1>$ typu I związano układ współrzędnych [x,y,z] w taki sposób, żeby wartości następujących współrzędnych wyniosły: $xA = zA = 0$, $yA = |AA_1|/2 = d_{11}/2$, $xD = |DD_1|/2 = d_{12}/2$, $yD = 0$. Wartość współrzędnej zD wynika z budowy

oczka oraz z założonych wartości współrzędnych. Następnie przyjęto długość przekątnej $AF = d_{21}$ oraz dokonano obrotu czworoboku $<DF_1CF>$ typu I (a więc o ustalonej już budowie: $|CD| = d_{11}$ i $|FF_1| = d_{12}$) dokoła osi równoległej do y i przechodzącej przez punkt D tak, aby punkt C przemieszczał się w płaszczyźnie (x,y) symetrii sieci, zaś punkt F stał się odległy od punktu A o d_{21}. Kolejną czynnością był analogiczny obrót czworoboku $<AEBE_1>$ typu I ($|AB| = d_{11}$ i $|EE_1| = d_{12}$) wokół osi równoległej do x oraz przechodzącej przez punkt A tak, aby z kolei punkt B przemieszczał się w płaszczyźnie symetrii (y,z), zaś punkt E stał się odległy od punktu F o R. W ten sposób uzyskano ostatnią, brakującą długość przekątnych sieci. Z przedstawionego rozumowania wynika, że dopuszczalne jest wstępne przyjęcie wartości długości d_{11}, d_{12} oraz np. d_{21} niezależnie od innych wielkości. Nie jest to natomiast możliwe w przypadku długości d_{22}, gdyż jest ona zależna od wcześniej założonych długości przekątnych. Ponadto wielkościami, których wartości należało obliczyć, były współrzędne wierzchołków A, B, C, D, E, F jednego z czterech przystających fragmentów rozpatrywanej sieci. Liczba W ustalanych wielkości wyniosła więc $3 \cdot 6 + 1 + 2 \cdot 2 = 23$ (18 współrzędnych węzłów, 1 długość boków oraz 4 długości przekątnych). Stąd utworzono układ równań (*), którego rozwiązaniem były poszukiwane wartości. Składa się on z jedenastu równań, z których pierwszych dziesięć wykorzystuje wzór na kwadrat długości odcinka w zależności od współrzędnych jego końców, jedenaste zaś opisuje wzajemne położenie oczek $<ADA_1D_1>$ oraz $<DFCF_1>$. Droga prowadząca do utworzenia powyższego układu jest następująca. Spośród W = 23 wyróżnionych różnych wielkości w sieci wybrano 13 i uczyniono je wielkościami stałymi (L_p = 13). Są to: R, d_{11}, d_{12}, d_{22}, $xA = zA = yD = xB = yC = 0$, $yA = d_{11}/2$, $xD = d_{12}/2$, $xE = d_{12}/2$, $yF = d_{12}/2$. Ponieważ liczba L_p niezależnych parametrów rozpatrywanej sieci wynosi $3 \cdot 6 = 18$ (gdzie 6 oznacza liczbę węzłów sieci), to liczna L_s przyjętych stałych musi być mniejsza od L_p i taka sytuacja ma miejsce. Ponadto założone stałe wielkości muszą być parametrami wzajemnie niezależnymi sieci S i tak rzeczywiście jest również w przypadku rozpatrywanej sieci S, co wynika z przeprowadzonej na wstępie analizy. Nieznane dziesięć wielkości, wśród których występują parametry zależne, daje się wyliczyć, rozwiązując układ dziesięciu równań kwadratowych powstałych w wyniku porównania odległości punktów A i E, E i B, E i F, F i C, F i D, A i D do stałej R oraz A i B, D i C, A i F, E i D odpowiednio do d_{11}, d_{11}, d_{21}, d_{22}.



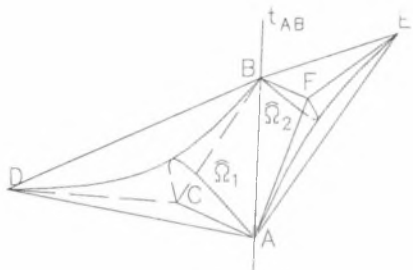
Układ (*):

$$(1)\quad (xA - xD)^2 + (yA - yD)^2 + (zA - zD)^2 = R^2$$
$$(2)\quad (xA - xE)^2 + (yA - yE)^2 + (zA - zE)^2 = R^2$$
$$(3)\quad (xF - xD)^2 + (yF - yD)^2 + (zF - zD)^2 = R^2$$
$$(4)\quad (xB - xE)^2 + (yB - yE)^2 + (zB - zE)^2 = R^2$$
$$(5)\quad (xF - xE)^2 + (yF - yE)^2 + (zF - zE)^2 = R^2$$
$$(6)\quad (xF - xC)^2 + (yF - yC)^2 + (zF - zC)^2 = R^2$$
$$(7)\quad (xA - xB)^2 + (yA - yB)^2 + (zA - zB)^2 = d_{11}^2$$
$$(8)\quad (xA - xF)^2 + (yA - yF)^2 + (zA - zF)^2 = d_{21}^2$$
$$(9)\quad (xC - xD)^2 + (yC - yD)^2 + (zC - zD)^2 = d_{11}^2$$
$$(10)\quad (xE - xD)^2 + (yE - yD)^2 + (zE - zD)^2 = d_{22}^2$$
$$(11)\quad \frac{d_{12}/2\ (xF - d_{12}/2) + zD\ zF}{\sqrt{(d_{12}/2)^2 + zD^2}\ \sqrt{(xF - d_{12}/2)^2 + zF^2}} = g_m$$

Rys.10
Fig.10

Przyjęte założenia nie stawiały wymagań w stosunku do wzajemnego położenia sąsiednich oczek (a więc i położenia sąsiednich wycinków zestawu), a tym samym nie mówiły nic o ukształtowaniu sieci (zestawu). Stąd ostatecznie również d_{22} uczyniono zmienną, a w ostatecznie ustalonym układzie (*) (rys.10) pojawiło się jedenaste równanie, gwarantujące wartość cosinusa kąta nachylenia trójkątów <AA_1D> i <DFF_1> równą założonej wstępnie wartości stałej g_m. Im bardziej wartość stałej g_m jest bliższa jedności, tym bardziej w otoczeniu punktu D ustanawiany zestaw będzie zbliżony do powierzchni regularnej.

Podjęto więc próbę wyjaśnienia zagadnienia dotyczącego możliwości ustalania sieci w taki sposób, żeby tworzone wycinki $\bar{\Omega}_i$ (na podstawie oczek tej sieci) współtworzyły zestaw Σ o ukształtowaniu przynajmniej zbliżonym do powierzchni regularnej. Rozpatrzono sytuację, w której dwa sąsiednie przestrzenne czworoboki <ABCD> i <ABEF> (rys.11) pewnej sieci S ustalają wycinki $\bar{\Omega}_1$ i $\bar{\Omega}_2$ kwadryk skośnych. Regularność zestawu złożonego z obydwóch wycinków jest zagwarantowana w punktach A oraz B komplanarnością (współpłaszczyznowością) par trójkątów <ABD> i <BFA> oraz <ABC> i <ABE>. Natomiast w pozostałych punktach boku <AB> styczność tych wycinków nie jest zachowana (z wyjątkiem przypadku, w którym oba wycinki są wycinkami przystających powierzchni).



Rys.11
Fig.11

Sytuacja taka bierze się z tego, że kąt nachylenia ϕ płaszczyzny stycznej do powierzchni kwadryki skośnej w dowolnym punkcie M, tworzącej np. t_{AB} do płaszczyzny centralnej, zawierającej tę tworzącą, zmienia się w sposób nieproporcjonalny do zmiany położenia punktu P, przemieszczającego się wzdłuż tej tworzącej, tj. według wzoru ϕ = arctg $|CM|/p$, gdzie p = const jest parametrem dystrybucji odpowiedniej tworzącej [3], zaś $|CM|$ odległością punktu M od jej punktu centralnego. Stąd, jeżeli punkty obu czworoboków są niezbyt odległe od punktów centralnych odpowiednich tworzących, to tangensy miar kątów ϕ płaszczyzn stycznych do jednego i drugiego wycinka, a tym bardziej odpowiednie różnice tangensów tych kątów w każdym punkcie odcinka <AB> posiadają niewielkie wartości, a oba rozpatrywane wycinki mają niemalże jednoczące się płaszczyzny styczne w każdym punkcie odcinka <AB> (wycinki te będą więc niemalże wzajemnie „styczne" w każdym punkcie odcinka <AB>). Z zadowalającym dla potrzeb rozpatrywanych zagadnień przybliżeniem założono więc, że w przypadku niewielkich różnic w budowie obu opisywanych czworo-boków (zwłaszcza w długościach ich boków) współpłaszczyznowość odpowiednich trójkątów gwarantuje oprócz regularności (gładkości) zestawu w punktach wspólnych A i B ustalanych wycinków $\bar{\Omega}_i$ i $\bar{\Omega}_{i+1}$, odpowiadających tym czworobokom, również niemalże regularność (gładkość) zestawu w pozostałych punktach odcinka <AB>. Im bardziej czworoboki brzegowe obu wycinków będą się różniły budową, tym bardziej wycinki te będą odbiegać od wycinków wzajemnie „stycznych". Równanie (11) układu (*) wskazuje zatem, że w otoczeniu punktu D zestaw Σ będzie zbliżony do powierzchni regularnej, gdy g_m będzie bliskie jedności. Nic natomiast nie wiadomo o ukształtowaniu zestawu w otoczeniach punktów A, E, F. Do układu (*) należałoby więc dopisać następne cztery równania, opisujące zachowanie współpłaszczyznowości odpowiednich par trójkątów w punktach A, D, E, F (rys. 10).

Wówczas jednak niemożliwe jest rozwiązanie układu o tylu równaniach, nawet gdyby wielkości d_{11} i d_{12} zostały przyjęte jako zmienne, gdyż liczba przyjętych stałych wartości przekroczyłaby liczbę parametrów niezależnych sieci. W układzie (*) pojawiło się tylko jedno równanie (11). Ostatecznie pożądane ukształtowanie sieci S najlepiej jest narzucić za pomocą wartości:

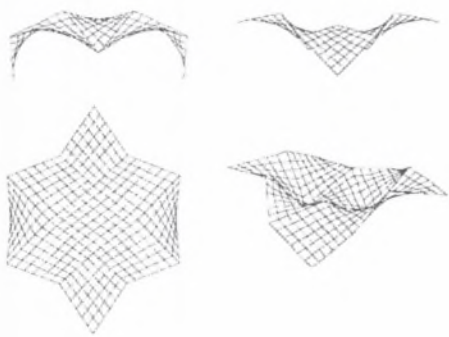
a) g_m = const - określającej minimalną dopuszczalną wartość sumy cosinusów kątów dwóch par trójkątów <AA_1D> i <DF_1F> oraz <ADD_1> i <AEE_1>;

b) g_{m2} = const - określającej minimalną dopuszczalną wartość sumy cosinusów kątów dwóch par trójkątów <BEA> i <AEF> oraz <CFD> i <EFD>.

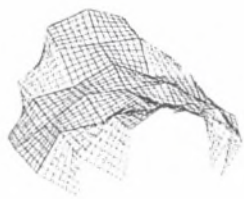
4.2. Podsumowanie

Przedstawione rozważania pokazują, że dążenie do maksymalnego ograniczenia różnorodności oczek sieci (zmiennych tworzonych układów równań) prowadzi do coraz większych zaburzeń regularności zestawów Σ, związanych z niemożnością uzyskania współpaszczyznowości odpowiednich par trójkątów. Ilustrują to rys. 12 i 13, przedstawiające odpowiednio zestaw 3 x 3, utworzony z jednego typu wycinków oraz zestaw 6 x 6, złożony z dwóch typów wycinków.

Zwiększenie powtarzalności wycinków Ω_i możliwe jest na dwa sposoby. Pierwszy, opisany wyżej, polega na zmniejszeniu liczby różnych typów wycinków zestawu Σ (oczek sieci np. w przypadku sieci wyżej omawianej do jednego typu poprzez przyjęcie np. $d_{21} = d_{11}$, $d_{22} = d_{12}$), natomiast drugi sposób polega na ustaleniu dwóch różnych zestawów Σ_1 i Σ_2, składających się w całości lub przynajmniej w dużej mierze z przystających wycinków.



Rys.12
Fig.12



Rys.13
Fig.13

Ponadto istnieje możliwość podziału każdego z oczek sieci S na mniejsze czworokątowe mikrooczka S_{mi}. Proste rdzeniowe odpowiednich wiązek płaszczyzn podziałowych są w przypadku wycinków paraboloid skośnych niewłaściwymi tworzącymi tych paraboloid, zaś w przypadku wycinków hiperboloid skośnych dwoma wzajemnie symetrycznymi tworzącymi, należącymi do różnych rodzin tych hiperboloid. Ten sposób podziału na wycinki $\Omega_{i,j}$ prowa-

Rys.14
Fig.14

dzi do znacznego zwiększenia liczby wzajemnie przystających wycinków jedynie w przypadku sieci równobocznej. W przypadku sieci S, złożonej z oczek o bokach parami równych przedstawiony podział nieznacznie tylko zwiększa powtarzalność oczek S_{mi}. W wyniku podziału każdego z 9 oczek S_i równobocznej sieci (o dwóch typach oczek) na 25 mikrooczek $S_{i,j}$ mikrosieci S_m utworzono zestaw Σ złożony z 225 mikrowycinków, wśród których daje się wyróżnić $2 \cdot 5 = 10$ różnych typów mikrowycinków (rys.14).

LITERATURA

1. Przewłocki S.: Kształtowanie geometryczne konstrukcji powłokowych. Biblioteka Inżynierii i Budownictwa, t.22, Warszawa 1969
2. Przewłocki S.: Geometria wykreślna w budownictwie. Arkady, Warszawa 1982
3. Biernacki M.: Geometria różniczkowa. cz.1,2, PWN, Warszawa 1955
4. Kobiak J. , Stachurski W. Konstrukcje żelbetowe. cz.2, 3, 4, Arkady, Warszawa 1989
5. Rębielak J.: Modularne struktury powierzchniowe. Prace Naukowe Instytutu Architektury i Urbanistyki Politechniki Wrocławskiej nr 25, Seria: Monografie 14, WPW Wrocław 1988
6. Michajlenko W. E., Muradow Sz. „Konstruirowanie obołocek iż powerchnostiej 2 poriadka po napierjed zadannomu mietricieskomu usłowiu. Budivielnik, t. 7 Kijów 1968, s. 58-70
7. Pugaciew E. W.: Formoobrazawanie powerchnostiej obołociek posriedstwom ortogonalnych prieobrazawani wintowoj połosy iz unificirowannych plit." Budivielnik, t. 42 Kijów 1986, s. 47-48
8. Podgornyj A.L.: Geometricieskoje modelirowanije transformirujemych prostranstwiennych sistem iż moduliej. Budivielnik, t. 27 Kijów 1979r., s. 8-10
9. Głuchowskoj K. A., Kupersztejn B. G., Łukin A. P.: Produkcja i montaż prefabrykowanych łupin żelbetowych. Arkady, Warszawa 1971
10. Oliwa Salinas J.G.: Folding structure for the university of Mexico. Inetrnational Colloquium 1997 „Structural morphology. Towards the New Millennium" University of Nottingam, United Kingdom, 1997, s. 100-106
11. Makowski Z. S.: Konstrukcje przestrzenne japońskiego inżyniera dra Fujio Matsushita. Inżynieria i Budownictwo nr 10/1997, s. 503-507
12. Nooshin H., Tomatsuri H., Fujimoto M.: „Scallop Domes." IASS International Symposium '97 on Shell & Spatial Structures, Singapore, 1997, s. 651- 660
13. P. Huyberts „Polyhedra for building structures: Why and how?" International Conference on Lightweight Structures in Civil Engineering, s. 589-598, Warsaw, 1995

Recenzent: Dr inż. Jarosław Mirski
Politechnika Świętokrzyska

Abstract

The paper presents the description of methods of shaping structures Σ, which are composed of reccurent sectors $\bar{\Omega}_i$. The essence of this presentation is a disscusion about a form of reply to the following questions. 1. What preliminary conditions should be taken so that the structures Σ might be shaped ? 2. What kind of limitations occur during the shaping of structures Σ of reccurent sectors. 3. Is it possible to shape structures Σ of reccurent sectors, which hold simultaneously the following chracteristics:

- considerable number of reccurent sectors $\bar{\Omega}_i$,
- little number of different kind of sectors,
- the shape aproximate to regular surfaces, that is to say, not to make considerably worse smoothness of structure Σ by the singular points,
- the shape was compareable with often defined kind of surfaces, for example, quadric surfaces,
- rectilinearity of the edge lines of the sectors $\bar{\Omega}_i$.

The conclusions of this discussion permit us to formulate the following ascertainments. It is possible to shape great assortment of structures Σ based on a limited number of different kind of sectors but they will not be regular surfaces. However, if the preliminary conditions are chosen correctly, the steady structures will not be far removed from regular surfaces.