

Janusz M. JAWORSKI
Politechnika Lubelska
Główny Urząd Miar

BŁĄD POMIARU A NIEPEWNOŚĆ POMIARU

Streszczenie. W artykule porównano dwa modele niedokładności pomiaru: model „błędowy” (opisujący niedokładność za pomocą błędu) i model „niepewnościowy” (opisujący niedokładność za pomocą niepewności). Wykazano, że model „niepewnościowy” mieści się w teorii błędów. Podano praktyczne wskazówki pomocne przy obliczaniu niepewności.

MEASUREMENT ERROR AND MEASUREMENT UNCERTAINTY

Summary. Two models of the measurement inaccuracy: error model (describing inaccuracy by means of the error) and uncertainty model (describing inaccuracy by means of the uncertainty) are compared. The author shows that the uncertainty model is a kind of the error one. Some practical remarks about the expanded uncertainty calculation are given.

1. WPROWADZENIE

Pomiar jest zawsze operacją niedokładną, a wynik pomiaru bez miary jego niedokładności jest bezwartościowy. Z tym twierdzeniem godzą się już wszyscy metrologowie, większość inżynierów i fizyków. Klasyczna metrologia [1] opisywała niedokładność pomiaru **błędem pomiaru** definiowanym jako różnica między wartością zmierzoną \hat{y} a wartością prawdziwą $\overset{\circ}{y}$ wielkości mierzonej.

$$\Delta\hat{y} = \hat{y} - \overset{\circ}{y}, \quad (1)$$

a jako miarę niedokładności stosowała **graniczny błąd pomiaru** $\Delta_{\max}\hat{y}$, często nazywany także błędem. Dla uniknięcia nieporozumień terminologicznych błąd zdefiniowany równaniem (1) lepiej jest nazywać **błędem prawdziwym**, zachowując nazwę błąd dla kategorii nadrzędnej obejmującej błędy prawdziwe, błędy graniczne i inne rodzaje błędów.

W 1986 r. *Comité international des poids et mesures* (CIPM – Międzynarodowy Komitet Miar) zalecił wszystkim uczestnikom prac wykonywanych pod auspicjami CIPM ocenianie

niedokładności pomiaru za pomocą **niepewności**. W 1993 r. *International Organization for Standardization* (ISO – Międzynarodowa Organizacja Normalizacyjna), występując w imieniu siedmiu organizacji międzynarodowych działających w dziedzinie metrologii, elektrotechniki, chemii, fizyki i normalizacji, wydała dzieło zatytułowane *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* [2], stanowiące kompendium wiedzy o niepewności pomiaru. Niepewność stała się obowiązująca w kręgach związanych ze służbą miar. Organizacja zrzeszająca europejskie laboratoria akredytowane, *European cooperation for Accreditation of Laboratories* (EAL, obecnie *European cooperation for Accreditation – EA*) przyjęła jako obowiązujące wyrażanie niedokładności pomiaru za pomocą niepewności. Niepewność jest stosowana przez wielu wytwórców sprzętu pomiarowego do opisu niedokładności swoich wyrobów. Niepewność jest także stosowana w badaniach statystycznych i we wszystkim, co jest związane z systemami jakości.

Pojęcie niepewności jest zdefiniowane (patrz [2] i [3]) jako parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, który można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej. Definicja nie wyjaśnia, jak w uzasadniony sposób przypisać rozrzut wielkości mierzonej, jeżeli pomiary tej wielkości, powtarzane w warunkach powtarzalności, dają identyczne wyniki. Definicja odcina się od pojęcia błędu, pojęcia dobrze zdefiniowanego i w matematyce i w metrologii. Artykuł jest próbą usunięcia tych niedogodności definicji niepewności.

2. PRZEDZIAŁOWY MODEL NIEDOKŁADNOŚCI POMIARU

Najbardziej oczywista jest przedziałowa interpretacja niedokładności pomiaru, traktująca wynik pomiaru jako liczbę przybliżoną utożsamianą z przedziałem $Y(\hat{y})$ wokół wartości zmierzonej \hat{y} [4]. Wartość prawdziwa \hat{y} leży (bądź powinna leżeć) w $Y(\hat{y})$

$$\hat{y} \in Y(\hat{y}). \quad (2)$$

Przedział $Y(\hat{y})$ będziemy dalej nazywali **przedziałem niepewności wyniku pomiaru**. Przedział niepewności można wyrazić jako

$$\left. \begin{aligned} Y(\hat{y}) &= [\hat{y}_-, \hat{y}_+] \\ Y(\hat{y}) &= [\hat{y} - \Delta_{\text{MIN}} \hat{y}, \hat{y} + \Delta_{\text{MAX}} \hat{y}] \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

gdzie \hat{y}_- i \hat{y}_+ – wartości zmierzone skrajne, dolna i górna,

$\Delta_{\text{MIN}} \hat{y}$ i $\Delta_{\text{MAX}} \hat{y}$ – błędy graniczne dolny i górny.

Najczęściej przyjmuje się symetryczny przedział niepewności

$$Y(\hat{y}) = [\hat{y} - \Delta_{\text{MAX}} \hat{y}, \hat{y} + \Delta_{\text{MAX}} \hat{y}] \quad (4)$$

i zależność (2), oddającą istotę niedokładności przedziałowego modelu niedokładności pomiaru, zapisuje się w postaci skróconej

$$\overset{\circ}{y} = \hat{y} \pm \Delta_{\max} \hat{y}. \quad (5)$$

Stosuje się dwa modele niedokładności pomiaru: **model deterministyczny**, zakładający zachodzenie (2), i **model losowy**, traktujący przedział niepewności $Y(\hat{y})$ jako przedział ufności na poziomie ufności p

$$\Pr \{ \overset{\circ}{y} \in Y(\hat{y}) \} \geq p. \quad (6)$$

Interpretacja przedziału niepewności jako przedziału ufności wymaga hipotetycznej randomizacji estymaty \hat{y} i, co za tym idzie, przedziału $Y(\hat{y})$. Hipotetyczna randomizacja polega na wyobrażeniu sobie, że pomiar jest powtarzany; \hat{y} staje się zmienną losową \hat{y} (podkreślenie symbolizuje losowy charakter zmiennej), tzn. dla hipotetycznie powtarzanych pomiarów przyjmuje różne (na ogół) wartości; przedziały $Y(\hat{y})$ dla powtarzanych pomiarów są także (na ogół) różne, gdyż różne mogą być estymaty \hat{y} i błędy graniczne $\Delta_{\max} \hat{y}$. Jeżeli hipotetycznie powtórzy się pomiar M razy, to spośród M przedziałów niepewności nie mniej niż pM powinno obejmować wartość prawdziwą $\overset{\circ}{y}$, przy czym prawidłowość ta ma charakter statystyczny – im większe jest M , tym mniejsze jest faktyczne od niej odstępstwo (patrz [5]).

Metrologia klasyczna dopuszczała zarówno deterministyczny jak i losowy model niedokładności pomiaru, przyjmując w tym ostatnim hipotetyczne powtarzanie pomiaru w warunkach powtarzalności. Sposób opisu niedokładności pomiaru za pomocą niepewności przyjmuje jako jedyny model losowy, zakładając specyficzny sposób hipotetycznego powtarzania pomiaru. Dalej rozważamy tylko model losowy niedokładności pomiaru.

3. MODEL POMIARU

Rozważamy pomiar, którego wynik \hat{y} (ściślej estymata wartości prawdziwej $\overset{\circ}{y}$ wielkości mierzonej) jest wyznaczany na podstawie serii pojedynczych obserwacji (tj. pojedynczych pomiarów) powtarzanych w warunkach powtarzalności

$$\{y(n) | n = 1, 2, \dots, N\}. \quad (7)$$

Obserwacje są wartościami zmiennej losowej y , której wartość oczekiwana i wariancja wynoszą

$$\left. \begin{aligned} E(y) &= \mu = \overset{\circ}{y} + \Delta_s y \\ \text{var}(y) &= \sigma^2(y) = \sigma^2 \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

gdzie $\Delta_s y$ – błąd systematyczny pojedynczej obserwacji.

Pojedyncza obserwacja jest obciążona błędem

$$y(n) = \overset{\circ}{y} + \Delta_R y(n) + \Delta_s y. \quad (9)$$

Zmienna losowa y modelująca obserwacje ma postać

$$y = \overset{\circ}{y} + \Delta_R y + \Delta_S y, \quad (10)$$

gdzie $\Delta_R y$ jest zmienną losową modelującą błąd przypadkowy, której realizacjami są błędy przypadkowe $\Delta_R y(n)$ pojedynczych obserwacji. Wartość oczekiwana i wariancja błędu przypadkowego obserwacji wynoszą

$$\left. \begin{aligned} E(\Delta_R y) &= 0 \\ \text{var}(\Delta_R y) &= \sigma^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Estymatą \hat{y} wartości prawdziwej $\overset{\circ}{y}$ wielkości mierzonej jest średnia arytmetyczna \bar{y} serii pojedynczych obserwacji

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y(n). \quad (12)$$

Średnia arytmetyczna \bar{y} jest obarczona błędem

$$\bar{y} = \overset{\circ}{y} + \Delta_R \bar{y} + \Delta_S \bar{y}, \quad (13)$$

składającym się z błędu „przypadkowego” średniej arytmetycznej

$$\Delta_R \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Delta_R y(n), \quad (14)$$

i błędu systematycznego równego błędowi systematycznemu pojedynczej obserwacji $\Delta_S y$.

Określenie błędu granicznego $\Delta_{\max} \hat{y}$ estymaty \hat{y} wymaga jej randomizacji czyli hipotetycznego powtarzania pomiaru, tj. serii obserwacji.

4. BŁĄD GRANICZNY – METODA PBS

Metrologia klasyczna preferowała hipotetyczne powtarzanie pomiaru (tj. serii obserwacji) w warunkach powtarzalności, zachowujących niezmiennie charakterystyki probabilistyczne błędów przypadkowych i niezmiennosc, czyli powtarzanie błędu systematycznego – stąd proponowana nazwa **metoda powtarzania błędu systematycznego** (w skr. **metoda PBS**).

Randomizowana estymata \hat{y} ma jako zmienna losowa postać

$$\hat{y} = \bar{y} = \overset{\circ}{y} + \Delta_R \bar{y} + V_S y, \quad (15)$$

gdzie $\Delta_R \bar{y}$ – randomizowany błąd przypadkowy średniej arytmetycznej.

Wartość oczekiwana randomizowanej estymaty \hat{y} jest obciążona błędem systematycznym

$$E(\hat{y}) = \overset{\circ}{y} + \Delta_S y. \quad (16)$$

Wartość oczekiwana i wariancja randomizowanego błędu przypadkowego $\Delta_R \bar{y}$ średniej arytmetycznej wynoszą

$$\left. \begin{aligned} E(\Delta_R \bar{y}) &= 0 \\ \text{var}(\Delta_R \bar{y}) &= \text{var}(\bar{y}) = \sigma^2(\bar{y}) = \sigma^2/N \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

a o randomizowanym błędzie średniej arytmetycznej można przyjąć hipotezę, że ma rozkład normalny, co prowadzi do zależności określającej graniczny błąd pomiaru (patrz [4] i [6])

$$\Delta_{\max} \hat{y} = Z_p \sigma(\bar{y}) + D, \quad (18)$$

gdzie: $Z_p \sigma(\bar{y}) = \sigma_{R_{\max}} \bar{y}$ – graniczny błąd przypadkowy,

p – poziom ufności granicznego błędu przypadkowego $\Delta_{R_{\max}} \bar{y}$,

Z_p – wartość krytyczna rozkładu normalnego standaryzowanego $N(0, 1)$,

{przedział $[-Z_p, Z_p]$ obejmuje p -tą część rozkładu $N(0, 1)$ },

$D = \Delta_{S_{\max}} y$ – graniczny błąd systematyczny.

Wariancja obserwacji σ jest jednak nieznaną, stąd też błąd graniczny należy liczyć jako

$$\Delta_{\max} \hat{y} = T_p(v) s(\bar{y}) + D, \quad (19)$$

gdzie: $T_p(v)$ – wartość krytyczna rozkładu t -Studenta o $v = N - 1$ stopniach swobody,

$s^2(\bar{y}) = s^2/N$ – estymata wariancji średniej arytmetycznej \bar{y} randomizowanej przez hipotetyczne powtarzanie w warunkach powtarzalności,

s^2 – estymata wariancji zmiennej losowej modelującej pojedyncze obserwacje

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N [y(n) - \bar{y}]^2. \quad (20)$$

Faktyczny poziom ufności granicznego błędu pomiaru $\Delta_{\max} \hat{y}$ jest wyższy niż poziom ufności p granicznego błędu przypadkowego $\Delta_{R_{\max}} \bar{y} = T_p(v) s(\bar{y})$. Zwykle jednak graniczny błąd pomiaru można liczyć z zależności

$$\Delta_{\max} \hat{y} = k s(\bar{y}) + D, \quad (21)$$

gdzie k jest tzw. współczynnikiem rozszerzenia, dla którego przyjmuje się standardowe wartości (i odpowiadające im poziomy ufności) $k = 2$ ($p \approx 0,95$) i $k = 3$ ($p \approx 0,99$).

5. BŁĄD GRANICZNY – METODA RICBS, NIEPEWNOŚĆ STANDARDOWA I ROZSZERZONA

Zamiast hipotetycznego powtarzania pomiaru (tj. serii obserwacji) w warunkach powtarzalności można przyjąć inne warunki prowadzące do takiej randomizacji estymaty \hat{y} , że

$$E(\hat{y}) = \bar{y} \quad (22)$$

Takie warunki powtarzalności wymagają hipotetycznej randomizacji i centrowania błędu systematycznego $\Delta_s y$ – stąd proponowana nazwa **metoda randomizacji i centrowania błędu systematycznego** (w skr. **metoda RiCBS**). Randomizowana estymata \hat{y} ma teraz postać

$$\hat{y} = \bar{y} = \bar{y} + \Delta_R \bar{y} + \Delta_S \hat{y}. \quad (23)$$

Randomizowany błąd systematyczny $\Delta_S \hat{y}$ (na ogół inny dla każdej serii) powinien spełniać

$$\left. \begin{array}{l} E(\Delta_S \hat{y}) = 0 \\ |\Delta_S \hat{y}| \leq D \end{array} \right\}. \quad (24)$$

Wariancja randomizowanej estymaty \hat{y} wynosi

$$\sigma^2(\hat{y}) = \sigma^2(\bar{y}) + \sigma^2(\Delta_S \hat{y}), \quad (25)$$

gdzie $\sigma^2(\Delta_S \hat{y})$ – wariancja randomizowanego błędu systematycznego.

Ponieważ wariancja $\sigma^2(\bar{y})$ jest nieznaną, zamiast wariancji $\sigma^2(\hat{y})$ oblicza się jej estymatę

$$s^2(\hat{y}) = s^2(\bar{y}) + \sigma^2(\Delta_S \hat{y}), \quad (26)$$

która jest miarą rozrzutu całkowitego błędu, a więc i miarą niedokładności.

Metoda określania niedokładności za pomocą niepewności jest w swojej istocie identyczna z metodą RiCBS, różni się od niej tylko terminologią. Podstawowymi pojęciami „niepewnościowego” modelu niedokładności są: niepewność standardowa, niepewność rozszerzona i współczynnik rozszerzenia. Kwadrat niepewności standardowej estymaty x obciążonej randomizowanym (faktycznie lub hipotetycznie) błędem Δx zdefiniujemy

$$u^2(\Delta x) = \left\{ \begin{array}{ll} \sigma^2(\Delta x) & \text{jeżeli znana jest wariancja} \\ s^2(\Delta x) & \text{jeżeli znana jest estymata wariancji} \end{array} \right\}. \quad (27)$$

Niepewność standardowa estymaty \hat{y} , a więc niepewność standardowa pomiaru wynosi

$$u^2(\hat{y}) = u^2(\bar{y}) + u^2(\Delta_S \hat{y}), \quad (28)$$

gdzie: $u(\bar{y}) = s(\bar{y})$ – niepewność standardowa wynikająca z rozrzutu obserwacji serii,

$u(\Delta_S \hat{y}) = \sigma(\Delta_S \hat{y})$ – niepewność standardowa wynikająca z błędów systematycznych.

W pracy [2] niepewność standardowa $u(\hat{y})$ jest nazywana niepewnością standardową złożoną i oznaczana symbolem $u_c(\hat{y})$, składowe niepewności $u(\hat{y}) = u_A(\hat{y})$ i $u(\Delta_S \hat{y}) = u_B(\hat{y})$ są nazywane, odpowiednio do metod ich obliczania, niepewnością liczoną metodą typu A i niepewnością liczoną metodą typu B

$$u^2(\hat{y}) = u_c^2(\hat{y}) = u_A^2(\hat{y}) + u_B^2(\hat{y}), \quad (29)$$

przy czym metoda typu A jest metodą statystyczną, polegającą na obliczaniu niepewności na podstawie serii faktycznie powtórzonych (w warunkach powtarzalności) obserwacji, a metoda typu B jest każdą inną, niestatystyczną, metodą obliczania niepewności.

Zwykle przyjmuje się, że randomizowany błąd systematyczny $\Delta_S \hat{y}$ ma rozkład prostokątny w przedziale $[-D, D]$, jego wariancja (czyli kwadrat niepewności standardowej) wynosi

$$\sigma^2(\Delta_S \hat{y}) = u_B^2(\hat{y}) = \frac{1}{3} D^2. \quad (30)$$

Niepewność rozszerzoną jest identyczna z błędem granicznym

$$U(\hat{y}) = \Delta_{\max} \hat{y} = k u(\hat{y}), \quad (31)$$

gdzie k – współczynnik rozszerzenia.

6. OBLICZANIE NIEPEWNOŚCI ROZSZERZONEJ

Wartość współczynnika rozszerzenia zależy od przyjętego poziomu ufności p i od postaci rozkładu sumy randomizowanego błędu przypadkowego $\Delta_R \bar{y}$ średniej arytmetycznej i randomizowanego błędu systematycznego $\Delta_S \hat{y}$. Zakłada się, że $\Delta_R \bar{y}$ ma rozkład normalny, a $\Delta_S \hat{y}$ ma rozkład prostokątny. Dokładne obliczenie współczynnika rozszerzenia jest dość pracochłonne, przyjmuje się więc jego wartości standardowe $k=2$ ($p \approx 0,95$) i $k=3$ ($p \approx 0,99$).

Obliczanie niepewności rozszerzonej można udoskonalić, zastępując standardowe wartości współczynnika rozszerzenia wartościami krytycznymi rozkładu t -Studenta

$$U(\hat{y}) = T_p[\text{int}(v_U)] u(\hat{y}), \quad (32)$$

gdzie: v_U – umyślona liczba stopni swobody przypisywana kwadratowi niepewności standardowej $u^2(\hat{y})$ jako estymacie wariancji $\sigma^2(\hat{y})$, wyliczana z formuły Welcha-Satterthwaite'a [2]

$$\frac{u^4(\hat{y})}{v_U} = \frac{u_A^4(\hat{y})}{N-1} + \frac{u_B^4(\hat{y})}{v_B}, \quad (33)$$

v_B – liczba stopni swobody przyporządkowana niepewności standardowej $u_B^2(\hat{y})$.

Liczba stopni swobody ν jest związana z niedokładnością niepewności standardowej $u^2(x)$ jako estymaty wariancji $\sigma^2(x)$, której jest ona przypisana. Niepewność rozszerzona względna niepewności standardowej $u(x)$ (i rozszerzonej $U(x)$) liczona dla współczynnika rozszerzenia $k = 2$ wiąże się z liczbą stopni swobody zależnością (patrz [2] i [8])

$$U_{\text{rel}}[u(x)] = U_{\text{rel}}[U(x)] = \sqrt{\frac{2}{\nu}}. \quad (34)$$

Jeżeli znana jest niedokładność niepewności liczonej metodą typu B, tj. $U_{\text{rel}}[u_B(\hat{y})]$, to można obliczyć liczbę stopni swobody ν_B

$$\nu_B = \frac{2}{U_{\text{rel}}[u_B(\hat{y})]}, \quad (35)$$

a stąd ν_U . Zwykle niepewność $u_B(\hat{y})$ traktuje się jako dokładną, przypisując jej $\nu_B = \infty$. Liczba stopni swobody ν_U niepewności $u(\hat{y})$ wynosi wówczas

$$\nu_U = (N-1) \frac{u^4(\hat{y})}{u_B^2(\hat{y})} = (N-1)(1 + \lambda^2)^2, \quad (36)$$

gdzie

$$\lambda = \frac{u_B(\hat{y})}{u_A(\hat{y})}.$$

Niepewność rozszerzona względna $U_{\text{rel}}[U(\hat{y})]$ niepewności rozszerzonej $U(\hat{y})$ obliczonej z zależności (32) wynosi

$$U_{\text{rel}}[U(\hat{y})] = \sqrt{\frac{2}{\nu_U}}. \quad (37)$$

Przyjęcie standardowej wartości współczynnika rozszerzenia $k = 2$ pociąga za sobą zmniejszenie faktycznego poziomu ufności niepewności rozszerzonej liczonej z zależności (30) poniżej wartości $p = 0,95$. W tabeli 1 zestawiono wartości współczynników rozszerzenia $T_{0,95}(\nu)$ z rozkładu t -Studenta, faktyczne poziomy ufności dla współczynnika rozszerzenia $k = 2$, i niepewności rozszerzone względne $U_{\text{rel}}[U(\hat{y})]$ niepewności (standardowej i rozszerzonej) dla różnych liczby stopni swobody ν .

7. WNIOSKI

Na podstawie przytoczonej tabeli wyciągamy wnioski praktyczne ułatwiające obliczanie niepewności rozszerzonej. Niepewność rozszerzoną można obliczać z zależności

$$U(\hat{y}) = 2 u(\hat{y}), \quad (38)$$

tn. przyjmując współczynnik rozszerzenia $k = 2$ dla

(1) $v_U \geq 9$, poziom ufności tak policzonej niepewności rozszerzonej $p \geq 0,92$,

a względna niepewność rozszerzona niepewności $U_{rel}[u(\hat{y})] = U_{rel}[U(\hat{y})] \leq 0,5$,

(2) $v_U \geq 12$, poziom ufności tak policzonej niepewności rozszerzonej $p \geq 0,93$,

a względna niepewność rozszerzona niepewności $U_{rel}[u(\hat{y})] = U_{rel}[U(\hat{y})] \leq 0,4$,

(3) $v_U \geq 19$, poziom ufności tak policzonej niepewności rozszerzonej $p \geq 0,94$,

a względna niepewność rozszerzona niepewności $U_{rel}[u(\hat{y})] = U_{rel}[U(\hat{y})] \leq 0,33$.

Tabela 1

Liczba stopni swobody, współczynnik rozszerzenia z rozkładu t -Studenta, faktyczny poziom ufności dla współczynnika rozszerzenia $k = 2$, niepewność rozszerzona względna niepewności (standardowej i rozszerzonej)							
v	$T_{0,95}$	p	$U_{rel}(U)$	v	$T_{0,95}$	p	$U_{rel}(U)$
2	4,303	0,817	1,000	12	2,179	0,931	0,408
3	3,182	0,861	0,816	13	2,160	0,933	0,392
4	2,776	0,884	0,707	14	2,145	0,935	0,378
5	2,571	0,898	0,632	15	2,131	0,936	0,365
6	2,447	0,908	0,577	16	2,120	0,937	0,354
7	2,365	0,914	0,535	17	2,110	0,938	0,343
8	2,306	0,919	0,500	18	2,101	0,939	0,333
9	2,262	0,923	0,471	19	2,093	0,940	0,324
10	2,228	0,927	0,447	24	2,064	0,943	0,2,89
11	2,201	0,929	0,426	30	2,042	0,945	0,258
				40	2,021	0,948	0,224
				60	2,000	0,950	0,183
				120	1,984	0,952	0,129
				∞	1,960	0,9545	0,000

Tabela 2

Wartości stosunku λ , powyżej którego można liczyć niepewność rozszerzoną jako $U(\hat{y}) = 2 u(\hat{y})$ dopuszczając poziomy ufności			
N	$p \geq 0,92$	$p \geq 0,93$	$p \geq 0,94$
5	0,707	0,856	1,086
7	0,474	0,644	0,883
10	0	0,393	0,673
15	0	0	0,406

Liczba stopni swobody ν_U zależy od stosunku λ niepewności liczonej metodą typu B do niepewności liczonej metodą typu A (patrz zależność (37)). W tabeli 2 podano wartości stosunku λ , powyżej którego, dla niektórych licznosci serii obserwacji N , można liczyć niepewność rozszerzoną ze wzoru (38), dopuszczając niższe wartości poziomu ufności.

LITERATURA

1. Obalski J.: Podstawy metrologii. Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej 1970.
2. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO 1993, 1995. Tłum. pol.: Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. GUM 1999.
3. International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology. ISO 1993. Tłumaczenie polskie *Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii*. GUM 1996.
4. Jaworski J. M., Morawski R. Z., Olędzki J. S.: Wstęp do metrologii i techniki eksperymentu. WNT, Warszawa 1992.
5. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1958.
6. Sydenham P. H. (ed.): Handbook of Measurement Science. Vol.1. Theoretical Fundamentals. J.Wiley, Chichester, 1982. Tłum. pol.: Podręcznik metrologii. T.1. Podstawy teoretyczne. WKŁ, Warszawa 1988.
7. Zieliński, R.: Tablice statystyczne. PWN, 1972.
8. Jaworski J. M.: Błąd błędu i niepewność niepewności. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka z. 178, Gliwice 2001.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Stefan Kubisa

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 stycznia 2001 r.

Abstract

A measurement always is inaccurate, it means that the measurement result is an interval in the number axis. The random model of the measurement inaccuracy treats this interval as the confidence interval. To interpret the confidence interval we must randomize the measurement result by hypothetical repeating the measurement. Two models of the measurement inaccuracy may be used: the classical „error” model describing inaccuracy by means of the limit error and now recommended „uncertainty” model describing inaccuracy by means of the standard and expanded uncertainty. The classical model assumes the hypothetical repeating of the measurement in repeatability conditions (i. e. systematic error repeating) and calculates the limit error as the sum of the limit random error and the limit

systematic error. The „uncertainty” model assumes the hypothetical repeating of the measurement in such conditions that the expectation of the measurement result (arithmetic mean) is equal to the true value, standard uncertainty is defined as a standard deviation or experimental standard deviation of the measurement result. The limit random error is the product of the coverage factor and the experimental standard deviation of arithmetical mean, the expanded uncertainty is the product of the coverage factor and standard uncertainty. The first approximations of the coverage factor are 2 (for the confidence level 0,95) and 3 (for the confidence level 0,99). The second approximations are given by t-factors from Student distribution for N-1 degrees of freedom in the classical model (N is the number of repeated observations) and for number of degrees calculated from Welch-Satterthwaite formula in the „uncertainty” model. The „uncertainty” model may be derived from the „error” model assuming the hypothetical repeating of the measurement in conditions randomizing and centring the systematic errors. The standard uncertainty is a (experimental) standard deviation of the random error and randomized and centred error, the expanded uncertainty is identical with the limit error. Number of degrees calculated from Welch-Satterthwaite formula depends on the factor λ (the standard uncertainty obtained from Type B evaluation divided by the standard uncertainty obtained from Type A evaluation) and on N. If we calculate the expanded uncertainty using coverage factor 2, we reduce the confidence level. Analysis of the calculated data comes to practical recommendations how to evaluate the expanded uncertainty.