ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: ELEKTRYKA z. 181 Nr kol.1540

Jerzy AUGUSTYN
Samodzielny Zakład Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii
Politechnika Świętokrzyska

OCENA NIEPEWNOŚCI WYNIKU POMIARU SKŁADOWYCH IMPEDANCJI W UKŁADACH POMIAROWYCH Z PRZETWARZANIEM PRÓBKUJĄCYM

Streszczenie. W artykule przedstawiono wybrane algorytmy wyznaczania składowych impedancji w układach z przetwornikiem próbkującym. Opisano wyniki analizy propagacji niepewności w algorytmach aproksymacyjnych, odtwarzających pośrednią i bezpośrednią metodę pomiaru. Przeprowadzono symulacje wpływu błędu kwantowania przetworników A/C oraz nieokreśloności czasu próbkowania na wartość niepewności przetwarzania.

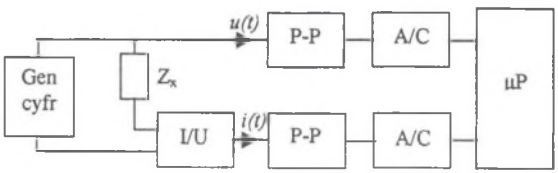
UNCERTAINITY EVALUATION OF MEASUREMENT RESULT OF IMPEDANCE COMPONENTS IN SAMPLING PROCESSING CIRCUITS

Summary. The paper presents some algorithms of impedance components evaluation in circuits with a sampling transducer. The results of uncertainty propagation by approximating algorithms reconstructing direct and indirect measurement methods are described. Simulations of the influence of quantization error of the AD converter and jitters of sampling time on the uncertainty processing results have been carried out.

1. WPROWADZENIE

W układach pomiarowych z przetwarzaniem próbkującym składowe mierzonej impedancji są obliczane na podstawie wyznaczonych w chwilach t_n (n=0,1,...,N-1) wartości próbek napięcia $u(t_n)$ i prądu $i(t_n)$. Strukturę toru pomiarowego takiego przetwornika przedstawiono na rys.1. Sinusoidalnie zmienne w czasie napięcie zasilające mierzoną impedancję oraz przetworzony w przetworniku I/U sygnał proporcjonalny do płynącego przez nią prądu są próbkowane w układach próbkująco-pamiętających (P-P) i kwantowane w

przetwornikach analogowo-cyfrowych (A/C). Zastosowanie odpowiednich algorytmów przetwarzania ciągów skwantowanych wartości chwilowych $\{u(n)\}$ i $\{i(n)\}$ umożliwia estymację składowych impedancji [1-5,9,13].



Rys. 1. Struktura układu pomiarowego do wyznaczania składowych impedancji z przetwarzaniem próbkującym

Fig.1. Structure of the measurement circuit for evaluating impedance components with sampling processing

Postać zastosowanego algorytmu przetwarzania jest w największym stopniu zdeterminowana zastosowaną metodą próbkowania synchronicznie lub asynchronicznie z częstotliwością generatora f_g. Stosowane współcześnie do wytwarzania przebiegów generatory z syntezą cyfrową umożliwiają łatwe uzyskanie impulsów próbkujących synchronicznych z częstotliwością f_g. Dlatego ze względu na możliwość dopasowania długości okna pomiarowego $T_m=NT_p$ do częstotliwości przetwarzanych sygnałów f_g najczęściej stosowane jest próbkowanie synchroniczne z częstotliwością $f_p=f_g/M$, ($T_p=1/f_p$ jest okresem próbkowania, a N i M są liczbami naturalnymi N) [1,3]. W niektórych sytuacjach, gdy pomiary wykonywane są na obiektach zasilanych z zewnętrznego źródła, na przykład podczas pomiarów impedancji elementów sieci elektroenergetycznej, badań maszyn elektrycznych stosowane są dodatkowe układy synchronizujące bądź też stosowane są pomocnicze procedury estymacji rzeczywistej wartości częstotliwości sygnału wymuszającego f_g [12,13].

2. APROKSYMACYJNE ALGORYTMY PRZETWARZANIA

Dla układów z próbkowaniem synchronicznym zasilanych napięciem sinusoidalnie zmiennym do opisu większości stosowanych algorytmów przetwarzania można wykorzystać algorytmy dopasowania ciągów próbek napięcia i prądu do przebiegu sinusoidalnie zmiennego [1-3,7-9,14]. Dla znanej wartości częstotliwości sygnału przy wyznaczaniu składowych we współrzędnych prostokątnych metoda aproksymacji jest liniowa ze względu na estymowane parametry składowych ortogonalnych napięcia i prądu. Po wprowadzeniu upraszczającego analizę założenia o zerowej wartości składowej stałej w próbkowanych przebiegach można je przedstawić modelami sygnałów postaci:

$$y(t) = \tilde{X}_c \sin\omega t + \tilde{X}_s \cos\omega t \,. \tag{1}$$

Dla N-elementowych ciągów spróbkowanych sygnałów zależność (1) można wyrazić w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(n) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \sin\omega T_p & \cos\omega T_p \\ \vdots & \vdots \\ \sin\omega n T_p & \cos\omega n T_p \\ \vdots & \vdots \\ \sin\omega(N-1)T_p & \cos\omega(N-1)T_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_c \\ \tilde{X}_s \end{bmatrix} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}}. \tag{2}$$

Wyznaczane są współczynniki X_c i X_s modelu (1). Identyfikowane sygnały dla n=0,1,...,N-1 można więc opisać równaniami

$$u(n) = U_c \sin\omega n T_p + U_s \cos\omega n T_p + \varepsilon_u(n), \tag{3a}$$

$$i(n) = I_c \sin\omega n T_p + I_s \cos\omega n T_p + \varepsilon_i(n). \tag{3b}$$

Najczęściej minimalizowane są sumy kwadratów błędów $\varepsilon_u(n)$ $\varepsilon_i(n)$ sygnałów (3) [1-2,7-8,14]. Estymator $\mathbf{X}$ poszukiwanych parametrów w metodzie najmniejszych kwadratów definiowany jest jako wektor minimalizujący funkcję strat postaci

$$\min_{\tilde{\mathbf{X}}} \mathbf{J}(\tilde{\mathbf{X}}) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{y} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}}\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{y} - \mathbf{A}\tilde{\mathbf{X}}\right). \tag{4}$$

Na podstawie (4) wektory estymatorów najmniejszych kwadratów poszukiwanych współczynników dla napięcia i prądu można wyliczyć z równania:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{y}. \tag{5}$$

Wartości składowych dla impedancji o strukturze szeregowej wyznacza się wtedy ze wzorów:

$$R_x = \frac{U_c I_c + U_s I_s}{I_c^2 + I_s^2}, \qquad X_x = \frac{U_s I_c - U_c I_s}{I_c^2 + I_s^2}, \tag{6}$$

gdzie U_c , I_c oraz U_s , I_s oznaczają odpowiednio amplitudy składowych rzeczywistych i urojonych napięcia i prądu [2-4,13].

Estymacja dwóch parametrów zgodnie ze wzorem (5) jest możliwa począwszy od czterech próbek (N=4). Jeżeli do estymacji parametrów sygnałów wykorzystuje się próbki z okna pomiarowego T_m, obejmującego całkowitą wielokrotność okresu generowanego przebiegu T_g ($N/M \in N$), macierz $(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})^{-1}$ o wymiarach (2×2) staje się macierzą skalarną o wartości $2/N$, a (5) upraszcza się do postaci:

$$\mathbf{X} = \frac{2}{N}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{y} = \frac{2}{N}\left[\mathrm{Im}(Y)\ \mathrm{Re}(Y)\right]^{\mathrm{T}}, \tag{7}$$

w której elementami wektora $\mathbf{X}$ są składowe zespolone dyskretnej transformaty Fouriera ciągu $\mathbf{y}$.

Przedstawiony algorytm realizuje pośrednią metodę pomiaru. Do wyznaczenia złożonej niepewności standardowej stosuje się odpowiednie procedury obliczeniowe zgodnie z prawem propagacji niepewności [6,15].

Dla sygnałów napięcia i prądu na impedancji $Z_x = R_x + jX_x$ opisanych równaniami

$$u(n) = U_m \sin\left(\omega n T_p + \psi_u\right), \tag{8a}$$

$$i(n) = I_m \sin(\omega n T_p + \psi_i), \tag{8b}$$

obowiązuje zależność

$$u(n) = |Z_x| I_m \sin(\omega n T_p + \psi_i + \varphi), \tag{9}$$

gdzie $|Z_x| = \sqrt{R_x^2 + X_x^2}$, $\varphi = \arctan \frac{X_x}{R_x} = \psi_u - \psi_i$.

Po przekształceniu (9) uzyskuje się rozkład napięcia na impedancji Z_x na składowe ortogonalne

$$u(n) = R_x I_m \sin(\omega n T_p + \psi_i) + X_x I_m \cos(\omega n T_p + \psi_i), \tag{10}$$

wyrażony poprzez sumę napięć na składowej czynnej i biernej. Wzór (10) ma postać analogiczną do modelu (1). Uwzględniając (8b), można wyrazić(10) jako

$$u(n) = R_x i(n) + X_x i\left(n + \frac{M}{4}\right). \tag{11}$$

Do utworzenia macierzy **A** można w tym przypadku wykorzystać ciąg próbek prądu $\{i(n)\}$ oraz odpowiadający mu ciąg próbek przesuniętych o $M/4$. Metoda najmniejszych kwadratów zastosowana do estymacji parametrów równania (10) jest algorytmiczną realizacją układu równoprądowego komparatora impedancji ze wskaźnikiem zera [11]. Wartości składowych impedancji można wyznaczyć bezpośrednio z zależności (5).

3. OCENA NIEPEWNOŚCI WYNIKÓW POMIARU SKŁADOWYCH IMPEDANCJI

W celu wyznaczenia niepewności wyniku pomiaru składowych impedancji należy wykorzystać prawo propagacji niepewności. Ocena wartości niepewności wymaga oszacowania elementów macierzy kowariancji wielkości mierzonych [15].

3.1. Metoda pośrednia

W algorytmie obliczającym wartości składowych impedancji metodą pośrednią (ze wzoru (6)) na podstawie wyznaczonych metodą najmniejszych kwadratów wartości składowych ortogonalnych napięcia i prądu macierz wejść **A** jest zdeterminowana. Zakładając, że błędy ε_u i ε_i mają charakter losowy, wariancje σ_u, σ_i oraz zerowe wartości oczekiwane, macierze kowariancji składowych napięcia i prądu są dane wzorem [6-7,10]:

$$\mathbf{C}_y = \mathrm{cov}(\mathbf{X}_y) = \sigma_y^2 (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})^{-1}, \qquad y = u,\ i\ . \tag{12}$$

Po uwzględnieniu postaci modelu sygnałów (1) elementy macierzy kowariancji są równe:

$$\mathbf{C}_y = \sigma_y^2 \frac{1}{\det(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})} \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2 \omega n T_p & -\sum_{n=0}^{N-1} \sin \omega n T_p \cos \omega n T_p \\ -\sum_{n=0}^{N-1} \sin \omega n T_p \cos \omega n T_p & \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2 \omega n T_p \end{bmatrix}, \qquad y = u,\ i\ . \tag{13}$$

Po zsumowaniu składników występujących w wyrażeniu (13) otrzymuje się ostatecznie:

$$\mathbf{C}_y = \frac{2\sigma_y^2\omega}{\left(\omega NT_p\right)^2 - \sin^2\omega NT_p}\begin{bmatrix} \omega NT_p + \frac{1}{2}\sin 2\omega NT_p & -\sin^2\omega NT_p \\ -\sin^2\omega NT_p & \omega NT_p - \frac{1}{2}\sin 2\omega NT_p \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Wariancje i kowariancje składowych napięcia i prądu są więc funkcjami długości okna pomiarowego $T_m=NT_p$. Jedynie dla $T_m=kT_g/2$ ($k\in N$) elementy pozadiagonalne macierzy (14) są równe zeru, co świadczy o możliwości niezależnej estymacji składowych napięcia U_c i U_s lub prądu I_c i I_s.

3.2. Metoda bezpośrednia

W algorytmie obliczającym wartości składowych impedancji bezpośrednio ze wzoru (5) elementy macierzy wejść **A** są wynikami pomiaru prądu. Nie można wtedy założyć, że błędy pomiaru są statystycznie niezależne. W takiej sytuacji do estymacji składowych impedancji należy zastosować metodę najmniejszej uogólnionej sumy kwadratów. Wymagana jest wtedy jednak znajomość ($N\times N$) wymiarowej macierzy kowariancji zakłóceń [7,10]. Do przybliżonej analizy wariancji składowych impedancji można wykorzystać macierz kowariancji opisaną zależnością (14). Dla zdeterminowanej macierzy wymuszeń **A** elementy diagonalne macierzy kowariancji $\mathbf{C}_z$ są miarą niepewności pomiaru składowych impedancji, a wartość kowariancji świadczy o stopniu zależności estymacji obu składowych. W macierzy kowariancji $\mathbf{C}_z$ należy dodatkowo uwzględnić, że zgodnie z modelami sygnałów opisanymi wzorami (8) próbkowanie rozpoczyna się w chwili odpowiadającej wartościom napięcia i prądu

$$u(0) = U_m \sin\psi_u, \tag{15a}$$

$$i(0) = I_m \sin\psi_i. \tag{15b}$$

Macierz kowariancji składowych impedancji jest wtedy opisana zależnością

$$\mathbf{C}_z = \frac{2\sigma_z^2\omega}{I_m^2\left(\left(\omega NT_p\right)^2 - \sin^2\omega NT_p\right)}\begin{bmatrix} \omega NT_p + \frac{\beta}{2}\sin 2\omega NT_p & \frac{1}{2}\cos 2\left(\omega NT_p + \psi_i\right) \\ \frac{1}{2}\cos 2\left(\omega NT_p + \psi_i\right) & \omega NT_p - \frac{\beta}{2}\sin 2\omega NT_p \end{bmatrix}, \tag{16}$$

gdzie $\beta = 2\sin 2\psi_i - \cos 2\psi_i$.

Z analizy funkcji opisującej wartości elementów diagonalnych macierzy kowariancji (16) wynika, że wariancje składowych impedancji są okresowymi funkcjami fazy początkowej prądu. Wariancje obu składowych oscylują wokół wartości średniej z częstotliwością $2f_g$. Składniki okresowe obu wariancji są w przeciwfazie, a ich amplitudy zależą od kąta ψ_i.

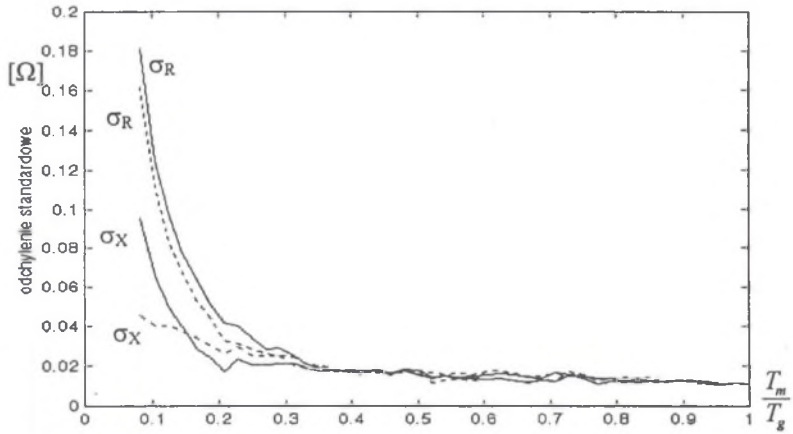
Poprzez wybranie odpowiedniego położenia okna pomiarowego względem przebiegów sygnałów napięcia i prądu można więc minimalizować wariancje składowych impedancji. Warunek minimalnej wariancji jednej składowej maksymalizuje wartość wariancji drugiej ze składowych.

4. BADANIA SYMULACYJNE PROPAGACJI NIEPEWNOŚCI W ALGORYTMACH DO POMIARU SKŁADOWYCH IMPEDANCJI

Działanie przedstawionych algorytmów pomiaru składowych impedancji poddano symulacji w środowisku programu MATLAB 5. Sprawdzono poprawność pracy zaprezentowanych algorytmów oraz przeprowadzono badania symulacyjne propagacji błędu kwantowania przetworników A/C oraz nieokreśloności chwil próbkowania przez analizowane algorytmy. Przyjęto, że wartości parametrów układu pomiarowego są analogiczne do zaproponowanych w pracach [1-2,9]. Stąd częstotliwość sinusoidalnego generatora zasilającego o wartości maksymalnej 20V ustalono na f_g=1kHz. Do badań, zgodnie z [1], przyjęto przetwornik o rozdzielczości 16 bitów. Dodatkowo, w celu uproszczenia rozważań, przyjęto, że niezależnie od wartości mierzonych impedancji zakresy przetworników A/C odpowiadały amplitudom mierzonych sygnałów. Wpływ nieokreśloności chwil próbkowania mierzonych sygnałów uwzględniono przez dodanie przypadkowych zakłóceń o rozkładzie równomiernym, zmieniających chwilę próbkowania przebiegów napięcia i prądu. Amplitudę tego zakłócenia określono na $\pm 0{,}001\% T_p$. Na podstawie badań przedstawionych w [2] przyjęto częstotliwość próbkowania f_p=48kHz, przy długości okna pomiarowego $T_m=(4....48)T_p$. Symulacje przeprowadzono dla serii 100 pomiarów.

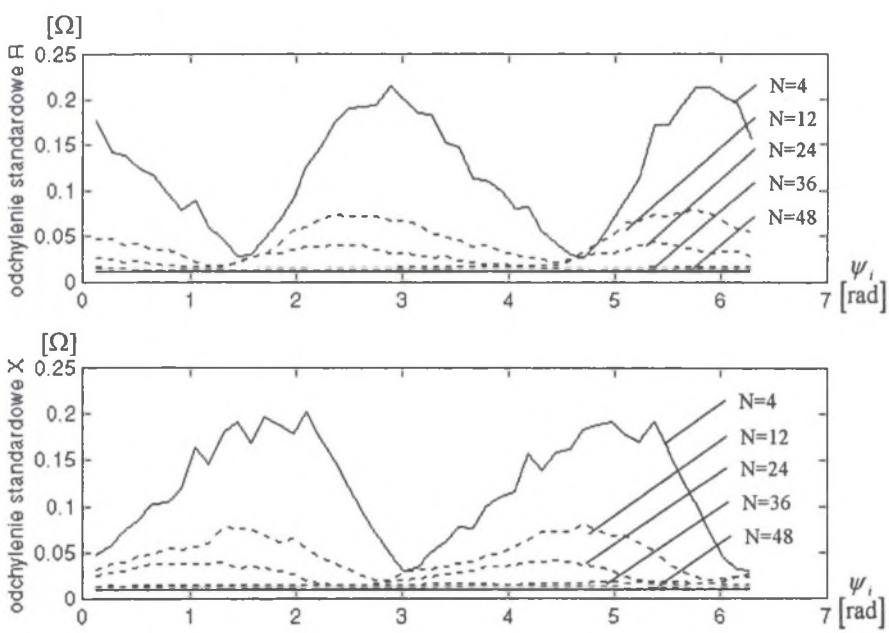
Dla obu analizowanych algorytmów wyznaczono zależność odchylenia standardowego składowych impedancji $Z_x=(1000+j1000)\Omega$ od względnej długości okna pomiarowego $\sigma=f(T_m/T_g)$. Wyniki symulacji dla serii 100 pomiarów przedstawiono na rys.2. Linią ciągłą przedstawiono rezultaty badań dla metody pośredniej, a kropkowaną – dla metody bezpośredniej.

Następnie dla metody bezpośredniej zbadano wpływ wyboru położenia okna pomiarowego względem przebiegów sygnałów napięcia i prądu. Symulacje przeprowadzono dla różnych długości okna pomiarowego (N=4, 12, 24, 36, 48), dla impedancji różniących się wartością kąta przesunięcia fazowego φ. Przebadano wpływ algorytmów na rozproszenie wyników estymowanych składowych dla impedancji Z_x o stosunku wartości składowych 1:1, 1:1000 i 1000:1 dla obu znaków składowej biernej. Na rys.3 i 4 zaprezentowano przykładowe zależności odchylenia standardowego składowych impedancji od wartości kąta fazowego prądu $\sigma=f(\psi_i)$ dla ustalonych wartości długości okna pomiarowego. Charakterystyki pokazane na rys.3 dotyczą impedancji $Z_x=(1000+j1000)\Omega$, a na rys.4 - $Z_x=(1-j1000)\Omega$. Podobnym kształtem charakteryzują się wykresy odchylenia standardowego składowych dla pozostałych badanych impedancji.



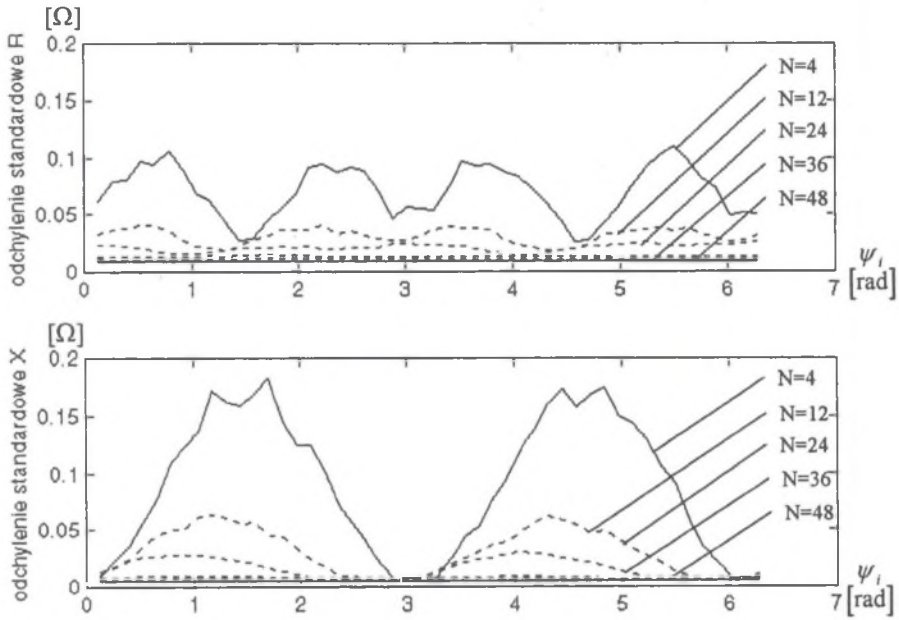
Rys. 2. Zależność odchylenia standardowego składowych impedancji od względnej długości okna pomiarowego dla metody pośredniej (linia ciągła) i bezpośredniej (linia kropkowana)

Fig.2. Relation between the standard deviation of impedance components and the relative length of measurement window for indirect (solid line) and direct measurement methods (dotted line)



Rys.3. Zależność odchylenia standardowego składowych impedancji Z_x=(1000+j1000)Ω od kąta fazowego prądu dla ustalonych wartości długości okna pomiarowego

Fig.3. Relation between the standard deviation of impedance components Z_x=(1000+j1000)Ω and the current phase angle for the determined values of measurement window length



Rys.4. Zależność odchylenia standardowego składowych impedancji Z_x=(1-j1000)Ω od kąta fazowego prądu dla wybranych wartości długości okna pomiarowego

Fig.4. Relation between the standard deviation of impedance components Z_x=(1-j1000)Ω and the current phase angle for the selected values of measurement window length

5. WNIOSKI

Z przeprowadzonej analizy propagacji niepewności przez algorytmy realizujące pośrednią i bezpośrednią metodę pomiaru składowych impedancji wynika, że rozproszenie wyników pomiaru składowych dla obu algorytmów jest funkcją długości oraz położenia okna pomiarowego względem przebiegów sygnałów napięcia i prądu. Dla metody pośredniej, dla $T_m \neq kT_g/2$, podczas wyznaczania złożonej niepewności standardowej należy uwzględnić kowariancje pomiędzy składowymi napięcia oraz prądu zawarte w elementach pozadiagonalnych macierzy kowariancji $\mathbf{C_u}$ i $\mathbf{C_i}$. Wyniki symulacji wykazały, że oba proponowane algorytmy charakteryzują się zbliżoną wrażliwością na długość względnego okna pomiarowego. Dla T_m/T_g>0,4 rozproszenie wyników pomiaru obu składowych zmienia się w niewielkim stopniu, przyjmując najmniejszą wartość dla okna pomiarowego równego okresowi sygnału wymuszającego. Algorytm metody pośredniej realizuje wtedy procedurę dyskretnej transformaty Fouriera dla ciągów $\{u(n)\}$ i $\{i(n)\}$. Z analizy przybliżonej postaci macierzy kowariancji dla metody bezpośredniej (16) wynika, że nawet dla okna pomiarowego

o minimalnej długości (N=4) można zmniejszyć wartość niepewności dla określonej składowej poprzez odpowiedni dobór chwili rozpoczęcia próbkowania sygnałów. Wyniki symulacji potwierdziły, że niepewności wyznaczenia składowych impedancji są okresową funkcją kąta fazowego prądu. Niezależnie od kąta fazowego mierzonej impedancji minimum niepewności jednej ze składowych odpowiada maksymalnej wartości niepewności dla drugiej składowej. Dla impedancji o skrajnie dużym stosunki wartości składowych, w przebiegu charakterystyki $\sigma=f(\psi_i)$ składowej o małej wartości, uwidacznia się składowa o pulsacji $4\omega_g$, zmniejszająca dwukrotnie wartość niepewności dla tej składowej. Przedstawione wyniki mogą być wykorzystane do modyfikacji algorytmów, zapewniającej zmniejszenie niepewności wyznaczania składowych impedancji dla okna pomiarowego o długości znacznie mniejszej od okresu przebiegu zasilającego mierzoną impedancję.

LITERATURA

1. Angrasani L., Baccigalupi A., Petrosanto A.: A Digital Signal-Processing Instrument for Impedance Measurement. IEEE Trans. on Instr. and Meas., 1996, vol. 45, nr 6, s. 930-934.
2. Augustyn J.: Wybrane algorytmy wyznaczania składowych impedancji w układach porównawczych i mostkowych. Materiały XI Sympozjum Modelowanie i symulacja systemów pomiarowych, Krynica, 17-21 września 2001. Wydawnictwo Zakładu Metrologii AGH, s. 57-64, Kraków 2001.
3. Augustyn J.: Pomiary składowych impedancji w układach pomiarowych z przetwarzaniem próbkującym. Materiały Krajowego Kongresu Metrologii KKM'2001, T.III, s.801-804. Warszawa 2001.
4. Augustyn J.: Badania symulacyjne wybranych algorytmów do wyznaczania składowych impedancji w układach cyfrowego przetwarzania sygnału. Materiały X Sympozjum Modelowanie i symulacja systemów pomiarowych, Krynica 18-22 września 2000. Wydawnictwo Zakładu Metrologii AGH, s. 51-58, Kraków 2000.
5. Augustyn J.: Algorytmy przetwarzania sygnałów pomiarowych w układach do pomiarów składowych immitancji. Metrologia i Systemy Pomiarowe, tom VI, z. 4/1999, s. 223-230, PWN, Warszawa 2000.
6. Brandt S.: Analiza danych. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
7. Gajda J., Szyper M.: Modelowanie i badania symulacyjne systemów pomiarowych. Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej, Kraków 1998.
8. Micheletti R.: Phase Angle Measurement between Two Sinusoidal Signals. IEEE Trans. on Instr. and Meas., 1991, vol.40, nr 1, s. 40-42.
9. Soliman S.A., El-Hawary M.E.: A Digital Estimation Algorithm for Impedance Measurements. Electric Machines and Power Systems, vol. 27, nr 12, Dec. 1999, s. 1279-1288.
10. Söderström T., Stoica P.: Identyfikacja systemów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.

11. Szadkowski B.: Synteza metod pomiaru immitancji. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka, z.93, Gliwice 1984.
12. Winkler W., Wiszniewski A.: Automatyka zabezpieczeniowa w systemach elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1999.
13. Wiszniewski A.: Algorytmy pomiarów cyfrowych w automatyce elektroenergetycznej. WNT, Warszawa 1990.
14. IEEE Standard for Digitizing Waveform Recorders. IEEE Std 1057-1994.
15. Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Marian Miłek

Wpłynęło do Redakcji dnia 1 grudnia 2001

Abstract

The algorithms based on digital signal processing for impedance components evaluation in circuits with a sampling transducer (presented in Fig.1) have been analysed. Two approximating algorithms based on the least square method (LSM) have been described. It is supposed that the sinusoidal signal (1) is sampled with sampling frequency f_p synchronous to the fundamental frequency f_g of the generated sinusoidal signal. Expression (1) can be written in the matrix form (2). The voltage $u(n)$ and current $i(n)$ of sampled signals can be written in the time domain as (3). In this algorithm the objective is to find the estimates **X** of the unknown parameters that minimises the sum of the squared errors (4) in equations (3). The least-squares solution that minimises (4) is given by (5). The impedance components of unknown impedance can be computed by using formulae (6). The above algorithm reconstructs indirect measurement method. The second algorithm estimates the unknown impedance components by direct method. Equivalently, we may write $u(n)$ and $i(n)$ in Eq. (3) as (8). For equations (8) relationship (9) is valid. Before conversion to the form (10) the data can be modelled by (11), analogous to expression (1). The matrix **A** is then created by the sequence of samples $\{i(n)\}$ and the sequence shifted by one fourth of the period T_g. The uncertainty propagation by described algorithms can be analysed by means of covariance matrix (12). If the signals are modelled by (1) the covariance matrix can be transformed to form (13). Finally, after summation of components, $\mathbf{C}_y$ can be written as (14). For direct measurement method in the covariance matrix $\mathbf{C}_z$ it is necessary to consider the phase angles of signals (8). Inserting phase angle ψ_i into (14) gives (16). Simulations of the influence of quantization error of the AD converter and jitters of sampling time for the described algorithms on uncertainty processing results have been carried out. The results of simulations are presented in Figs.2-4.