Krzysztof KONOPKA Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej Politechnika Śląska

# NIEPEWNOŚĆ KOREKCJI DYNAMICZNEJ WYZNACZANA PRZY UŻYCIU REDUKCYJNEJ ARYTMETYKI INTERWAŁOWEJ

Streszczenie. Algorytmy korekcji błędów dynamicznych wykorzystywane są między innymi w przetwornikach próbkujących, w których występuje przetwarzanie analogowe, analogowocyfrowe i programowe. W artykule rozpatrywany jest algorytm budowany na zasadzie odtwarzania. Wyznaczanie niepewności w torze-pomiarowym z przetwarzaniem próbkującym jest zadaniem złożonym ze względu na dużą liczbę błędów cząstkowych i fakt różnego ich przenoszenia przez poszczególne elementy toru. W referacie przedstawiono procedurę wyznaczania niepewności w takim torze pomiarowym za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej i zilustrowano ją przykładem obliczeń dla prostej struktury przetwornika próbkującego.

# DYNAMIC CORRECTION UNCERTAINTY CALCULATED BY MEANS OF REDUCTIVE INTERVAL ARITHMETIC

Summary. Dynamic error correction algorithms are used in sampling converters, where analog, analog-to-digital and digital conversion is present. The algorithm considered in this paper is the reconstruction one. Uncertainty calculation in the measuring chain with the sampling conversion is a complex task because of numerous partial errors and because these errors are converted by particular elements in different way. The paper presents uncertainty calculation procedure, which uses reductive interval arithmetic. This procedure is illustrated by an example of calculations for a simple structure of the sampling converter.

# 1. WSTĘP

We współczesnej technice pomiarowej powszechnie wykorzystuje się przetwarzanie próbkujące [3]. Przetwarzanie tego typu realizowane jest w przetwornikach próbkujących. W przetwornikach tych obok przetwarzania analogowego i analogowo-cyfrowego występuje przetwarzanie programowe realizowane przy użyciu odpowiednich algorytmów przetwarzania w celu uzyskania odpowiedniej dokładności i postaci wyników końcowych. Przetwornik próbkujący może być samodzielną konstrukcją, można też za taki przetwornik uznać elementy składowe przyrządów i systemów pomiarowych.

Jak w każdym przyrządzie pomiarowym w przetworniku próbkującym konieczne jest wyznaczenie niepewności wyników uzyskiwanych na jego wyjściu. W przetworniku tym może występować wiele źródeł błędu na każdym z etapów przetwarzania, ponadto błędy różnego typu są w różny sposób przenoszone przez algorytmy [1]. W wyniku tego modele błędów, a co za tym idzie również modele niepewności są złożone.

W artykule rozpatrywany jest przetwornik próbkujący, w którym zastosowano algorytm korekcji dynamicznej budowany na zasadzie odtwarzania. Jego działanie polega na tym, że dąży się do przywrócenia, inaczej odtworzenia, przebiegu wielkości mierzonej. Przedstawiono procedurę wyznaczania niepewności w takim torze pomiarowym za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej [1],[2].

#### 2. KOREKCJA DYNAMICZNA

Odtwarzanie polega w rozpatrywanej sytuacji na wyznaczaniu przebiegu wielkości wejściowej przetwornika na podstawie znajomości przebiegu wielkości na wyjściu łańcucha przetworników analogowych. Oprócz przebiegu wyjściowego niezbędna jest znajomość modelu opisującego przetwarzanie analogowe, a właściwie modelu odwrotnego tego rodzaju przetwarzania [3].

W rozpatrywanym przypadku odtwarzania dynamicznego przetwarzanie analogowe opisywane jest liniowym, zwyczajnym równaniem różniczkowym rzędu n

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1\dot{y} + a_0y = b_0x, \qquad (1)$$

przy czym zakłada się, że równanie to jest idealne statycznie, czyli zachodzi zależność:

$$a_0 = b_0 . \tag{2}$$

Odtwarzanie dynamiczne polega na rozwiązywaniu równania (1) ze względu na wielkość wejściową x. Można w tym celu zastosować metodę bazującą na zapisie równania różniczkowego w postaci równań stanu.

Po przeprowadzeniu rozumowania przedstawionego np. w pracy [3] uzyskuje się następujący układ równań rekurencyjnych:

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{\psi_1} \left[ -\phi_{11} \tilde{y}(k) - \phi_{12} \hat{y}_2(k) - \dots - \phi_{1n} \hat{y}_n(k) + \tilde{y}(k+1) \right],$$
(3)  

$$\hat{y}_2(k) = \phi_{21} \tilde{y}(k) + \phi_{22} \hat{y}_2(k) + \dots + \phi_{2n} \hat{y}_n(k) + \psi_2 \hat{x}(k),$$

$$\vdots$$
(4)  

$$\hat{y}_n(k) = \phi_{n1} \tilde{y}(k) + \phi_{n2} \hat{y}_2(k) + \dots + \phi_{nn} \hat{y}_n(k) + \psi_n \hat{x}(k),$$

gdzie  $\hat{x}(k)$  jest oceną wielkości wejściowej w chwili k wyznaczaną na podstawie wyników pomiaru wielkości wyjściowej y w chwilach k+1 i k, oznaczonych jako  $\tilde{y}(k+1)$  i  $\tilde{y}(k)$ , oraz przechowanych z poprzedniej chwili ocen zmiennych stanu  $\hat{y}_2(k),...,\hat{y}_n(k)$ . Współczynniki  $\varphi_n$  oraz  $\psi_n$  są elementami macierzy, odpowiednio  $\Phi$  i  $\Psi$ , przy czym

$$\Phi = e^{\mathbf{F}T_d}, \ \Psi = \left(\int_{0}^{T_d} e^{\mathbf{F}(T_d - \tau)} d\tau\right) \mathbf{G}$$
(5)

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}.$$
(6)

Algorytm w postaci równań rekurencyjnych (3) i (4) stanowi dobrą podstawę do budowy programów korekcji dynamicznej, jednak dla potrzeb analizy metrologicznej konieczne jest rozwinięcie go do postaci szeregu czasowego [3]

$$\hat{x}(k) = a_{k+1}\tilde{y}(k+1) + a_k\tilde{y}(k) + a_{k-1}\tilde{y}(k-1) + \dots + a_{k-K-1}\tilde{y}(k-K-1) + \dots ,$$
(7)

w którym współczynniki przy wynikach pomiaru stanowią postęp geometryczny.

Powyższe równania dla przetworników o właściwościach, które można opisywać równaniem 1rzędu, przekształcają się do prostego równania nierekurencyjnego

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{\Psi} \left[ -\varphi \ \tilde{y}(k) + \tilde{y}(k+1) \right], \tag{8}$$

gdzie:

$$\varphi = e^{-a_0 T_d} \quad \psi = 1 - e^{-a_0 T_d} = 1 - \varphi \,. \tag{9}$$

W postaci szeregu czasowego można tę zależność zapisać jako

$$\hat{x}(k) = a_{k+1}\tilde{y}(k+1) + a_k\tilde{y}(k).$$
<sup>(10)</sup>

#### 3. MODEL BŁĘDU DYNAMICZNEGO

Proces przetwarzania próbkującego opisywany jest równaniami liniowymi, wobec czego budując modele błędów można zastosować zasadę superpozycji. Możliwe jest wyodrębnienie samych operacji na błędach i opis poszczególnych przetworników jako obiektów przenoszących błędy z wejścia na wyjście i wprowadzających błędy własne. Błąd wypadkowy jest sumą błędów cząstkowych [5].



Rys.1. Ogólny model propagacji błędów w rozpatrywanym przetworniku próbkującym Fig.1. General structure of error propagation model in the considered sampling converter

W przypadku gdy wartości błędu dynamicznego wprowadzanego przez przetwornik pomiarowy są większe od wartości dopuszczalnej, konieczna jest korekcja tego błędu. Błąd po korekcji nie powinien przekraczać wartości dopuszczalnej.

W pracy [3] pokazano, że w przypadku korygowania błędów dynamicznych o dużych wartościach celowe jest traktowanie przy modelowaniu błędów zarówno przetwornika pomiarowego, jak i algorytmu jako jednej całości, która generuje błąd dynamiczny o wartościach równych nieskorygowanej części błędu dynamicznego.

W przypadku gdy mierzona jest wielkość o przebiegu sinusoidalnym, właściwości przetwornika pomiarowego można zapisać w postaci transmitancji widmowej

$$S(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}.$$
(11)

Błąd dynamiczny wyznacza się jako różnicę między rzeczywistym przebiegiem wyjściowym przetwornika a przebiegiem wyjściowym przetwornika idealnego:

$$\delta_{DW}(j\omega) = Y(j\omega) - Y_{ideal}(j\omega) = X(j\omega)[S(j\omega) - 1].$$
(12)

Dla przetwornika 1 rzędu wyrażenie to ma postać:

$$\delta_{DW}(j\omega) = X(j\omega) \frac{-j\frac{\omega}{\omega_p}}{1+j\frac{\omega}{\omega_p}},$$
(13)

gdzie w, jest pulsacją graniczną.

Biorąc pod uwagę wspomniane wcześniej połączenie układu analogowego i korektora błąd dynamiczny na wyjściu algorytmu korekcji dynamicznej przyjmuje postać [3]:

$$\delta_{DUV}(j\omega) = X(j\omega)[S(j\omega)A(j\omega) - 1], \tag{14}$$

gdzie  $A(j\omega)$  jest transmitancją zespoloną algorytmu korekcji dynamicznej i opisuje ją wyrażenie

$$A(j\omega) = \left[a_{k+1}e^{j\omega T_d} + a_k + \dots + a_{k-K-1}e^{-j\omega(K-1)T_d}\right] \cdot e^{-j\omega \frac{T_d}{2}}.$$
(15)

W wyrażeniu na transmitancję uwzględniono fakt, że najmniejsze wartości błędu dynamicznego uzyskuje się przesuwając w czasie wyniki odtwarzania o  $-\frac{T_d}{2}$  [3].

Dla przetwornika 1 rzędu wyrażenie opisujące transmitancję algorytmu korekcji ma postać:

$$A(j\omega) = (a_{k+1}e^{j\omega T_d} + a_k)e^{-j\omega \frac{T_d}{2}},$$
(16)

a wypadkowy błąd dynamiczny po korekcji zgodnie z wyrażeniem (14) opisuje zależność:

$$\delta_{DAK}(j\omega) = X(j\omega) \left[ \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_p}} \left( a_{k+1}e^{j\omega\frac{T_d}{2}} + a_k e^{-j\omega\frac{T_d}{2}} \right) - 1 \right].$$
(17)

#### Przykład 1

Przykładowy przetwornik próbkujący składa się ze wzmacniacza pomiarowego, układu próbkująco-pamiętającego, przetwornika analogowo-cyfrowego i algorytmu korekcji błędów dynamicznych.



Rys.2. Przykładowy przetwornik próbkujący

Fig.2. Exemplary sampling converter

Współczynnik wzmocnienia wzmacniacza jest równy  $k_u = 1$ , zakres napięciowy  $\pm 1$ V. Założono, że ma on właściwości liniowego przetwornika 1 rzędu o częstotliwości granicznej  $f_p=100$ kHz. 10-bitowy przetwornik A/C ma zakres wejściowy  $\pm 1$ V.

Algorytm korekcji dla przetwornika o dynamice opisywanej równaniem różniczkowym 1 rzędu ma postać (10).

Założono, że mierzone napięcie zmienia się sinusoidalnie z częstotliwością f = 10kHz i po przejściu przez wzmacniacz jest próbkowane z częstotliwością  $f_d = 2$ MHz. Amplituda przebiegu wejściowego wynosi 1V. Tworząc model błędów założono, że błąd kwantowania i błąd dynamiczny są dominujące, a pozostałe błędy pomijalnie małe. Błędy losowe i błędy dynamiczne przenoszone są w różny sposób przez algorytm korekcji, wobec tego model składa się z dwóch gałęzi opisujących przetwarzanie tych błędów.



Rys.3. Model błędów przykładowego przetwornika próbkującego Fig.3. An error model of the exemplary sampling converter

Zgodnie z tym, co napisano wcześniej, w gałęzi opisującej błędy dynamiczne wzmacniacz i korektor potraktowano jako jeden element generujący błąd dynamiczny, będący w istocie pozostałością błędu dynamicznego wzmacniacza po korekcji. Błąd ten opisywany jest równaniem (17).

Błąd kwantowania przetwornika A/C ma rozkład jednostajny w granicach  $\pm \frac{h}{2}$ , gdzie  $h = \frac{1 - (-1)}{2^{10}} = 1,952 \cdot 10^{-3} \text{ V}.$ 

Na wyjściu algorytmu błąd dynamiczny sumuje się z błędem kwantowania przetworzonym przez ten algorytm. Zgodnie z wyrażeniem (10) propagację błędu kwantowania przez algorytm opisuje równanie

$$\delta_{RT}(0,5) = a_{k+1}\delta_{R,\tilde{y}}(1) + a_k\delta_{R,\tilde{y}}(0) = 3,7 \cdot \delta_{R,\tilde{y}}(1) - 2,7 \cdot \delta_{R,\tilde{y}}(0).$$
(18)

Wartości współczynników  $a_{k+1}$  i  $a_k$  wyliczono na podstawie zależności (8), (9) i (10). Biorąc pod uwagę zależność (23) w modelu błędów należy uwzględnić dwa błędy kwantowania  $\delta_{R,\tilde{y}}(1), \delta_{R,\tilde{y}}(0)$  dodawane do dwóch kolejnych próbek przetwarzanych przez algorytm. Błędy te mają rozkład jednostajny w przedziale  $(-0.976 \cdot 10^{-3}; +0.976 \cdot 10^{-3})$ V.

Wymienione błędy sumują się na wyjściu, zatem wypadkowy błąd na wyjściu rozpatrywanego toru ma postać:

$$\delta_x(0,5) = \delta_{DA}(0,5) + \delta_{RT}(0,5).$$
<sup>(19)</sup>

# 4. MODEL NIEPEWNOŚCI

Wynik pomiaru wielkości x można ogólnie zapisać jako parę liczb:

$$x = \hat{x} \pm \Delta_x, \tag{20}$$

gdzie  $\hat{x}$  jest oceną wartości wielkości mierzonej, a  $\Delta_x$  niepewnością tej oceny. Niepewność traktowana jest jako parametr zbioru wartości błędu pomiaru [3] i przyjęto jej definicję jak w pracy [1] i [5]. Błędy cząstkowe w rozpatrywanym torze po przemnożeniu przez odpowiednie współczynniki sumują się na wyjściu toru. Rozkład błędu wypadkowego wyznaczany jest ze splotu rozkładów błędów cząstkowych, a następnie wyznaczana jest z niego niepewność zgodnie z definicją. Jednak wyznaczanie splotów wielu funkcji jest w praktyce trudne do zrealizowania. Z tego powodu skorzystano z przybliżonych, ale relatywnie prostych zależności, jakie oferuje redukcyjna arytmetyka interwałowa [1][2]. Zgodnie z jej zasadami niepewność wypadkową wyznacza się na podstawie następującej zależności:

$$\Delta_{x} = \sqrt{\mathbf{u}_{x}^{\mathsf{T}} \mathbf{A}_{tr}^{\mathsf{T}} \mathbf{R}_{n} \mathbf{A}_{tr} \mathbf{u}_{x}}, \qquad (21)$$

gdzie

$$\mathbf{u}_{\mathbf{x}} = [\mathbf{u}_{\mathbf{y}} \quad \mathbf{u}_{\mathbf{D}} \quad \mathbf{u}_{\mathbf{R}} \quad \mathbf{u}_{\mathbf{A}}]^{\mathrm{T}} =$$

 $= [\Delta_{S}(0) \dots \Delta_{S}(K-1)\Delta_{D}(0) \dots \Delta_{D}(K-1)\Delta_{R}(0) \dots \Delta_{R}(K-1)\Delta_{SA} \Delta_{DA} \Delta_{RA}]^{T}$ jest wektorem niepewności cząstkowych odpowiednio statycznych, dynamicznych, losowych i niepewności własnych algorytmu.  $\mathbf{R}_{n}$  jest macierzą koherencji, która opisuje związki między zbiorami wartości błędu

$$\mathbf{R}_{n} = \begin{bmatrix} 1 \ r_{12} \ r_{13} \dots r_{1N} \\ r_{21} \ 1 \ r_{23} \ \dots r_{2N} \\ \vdots \\ r_{N1} \ r_{N2} \ r_{N3} \dots 1 \end{bmatrix}.$$
 (23)

Współczynniki koherencji zależą od kształtu rozkładu błędów i korelacji między tymi błędami [2][6].

Macierz A<sub>tr</sub> zawiera współczynniki, przez które mnożone są niepewności cząstkowe przenoszone z wejścia na wyjście algorytmu.

$$\mathbf{A}_{tr} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_i & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{K-1} \end{bmatrix}.$$
(24)

Zastosowanie tego modelu ilustruje drugi przykład.

#### Przykład 2

W przykładzie tym wyznaczana jest niepewność toru przetwarzania opisanego w przykładzie 1 na podstawie opisanego tam modelu błędów. Do wyznaczenia niepewności wypadkowej wykorzystano redukcyjną arytmetykę interwałową, czyli omawianą wcześniej zależność (21). W modelu błędów występowały trzy błędy cząstkowe, wobec tego wektor niepewności również składa się z trzech odpowiadających im elementów:

$$u = \begin{bmatrix} \Delta_{R,y}(0) \\ \Delta_{R,y}(1) \\ \Delta_{DA}(0,5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,927 \\ 0,927 \\ 0,828 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \, \mathrm{V} \,.$$
(25)

Niepewność wynikającą z błędu kwantowania obliczono zgodnie z definicją z granicznych wartości błędu  $\Delta_{R,y} = 0,997 \cdot 0,976 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 0,927 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ . Niepewność dynamiczną opisującą nieusunięte resztki błędu dynamicznego obliczono z zależności wyprowadzonej w pracy [3], zgodnie z którą

$$\Delta_{DA} = \Delta_{DW} \cdot \frac{1}{12} \left( T_d \omega_p \right)^2 \sqrt{1 + \left( \frac{3\omega}{2\omega_p} \right)^2} , \qquad (26)$$

gdzie  $\Delta_{DW}$  jest niepewnością charakteryzującą błąd dynamiczny wprowadzany przez wzmacniacz pomiarowy (przed korekcją). Dla przetwornika 1 rzędu niepewność ta wynosi:

$$\Delta_{DW} = \left| \delta_{DW} \left( j \omega \right) \right| = X \frac{\frac{\omega}{\omega_{p}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p}}\right)^{2}}} = 0.0995 \text{V} .$$
(27)

Wstawiając niepewność (27) do zależności (6) uzyskuje się niepewność  $\Delta_{DA} = 0.828 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ . Na podstawie zależności (24) macierz  $\mathbf{A}_{\nu}$  przyjmuje postać:

$$\mathbf{A}_{\nu} = \begin{bmatrix} -2,7 & 0 & 0\\ 0 & 3,7 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (28)

Macierz koherencji R, określa związki między poszczególnymi zbiorami błędów

$$\mathbf{R}_{n} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{bmatrix}.$$
 (29)

Współczynniki koherencji w rozpatrywanej sytuacji są wypadkową współczynnika kształtu i współczynnika korelacji. Procedury wyznaczania współczynnika koherencji ze znanych współczynników kształtu i korelacji są w trakcie badań, których wyniki opublikowano w pracy [6]. Problem w tym przypadku polega na tym, że stwierdzono wprawdzie, iż proces korekcji powoduje skorelowanie błędów losowych z błędem dynamicznym i między sobą.

jednak nie są znane odpowiadające temu współczynniki korelacji. Wobec tego w celu wyznaczenia wartości omawianych współczynników koherencji przeprowadzono badania symulacyjne. Symulacje przeprowadzono w ten sposób, że dla założonego przebiegu wejściowego o postaci

$$x(t) = X\sin(\omega t) \tag{30}$$

wyznaczano odpowiedź wzmacniacza zgodnie z zależnością

$$y(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_p}\right)^2}} \sin\left[2\pi f t + \arctan\left(-\frac{f}{f_p}\right)\right].$$
(31)

Odpowiedź ta próbkowana jest następnie w dwóch losowo wybranych punktach *t* oraz  $t+T_d$ , gdzie  $T_d=0.5\mu s$  jest okresem próbkowania. Wyniki próbkowania  $y(0) = y(0 \cdot T_d)$  i  $y(1) = y(1 \cdot T_d)$  kwantowane są zgodnie z zależnością:

$$\widetilde{y}(kT_d) = \text{INT}[y(kT_d)2^{10-1} + 0.5]\frac{1}{2^{10-1}},$$
(32)

gdzie k= 0, 1, a INT oznacza część całkowitą argumentu. Wyniki kwantowania przetwarzane są przez algorytm korekcji zgodnie z zależnością

$$\hat{x}(0,5) = -2,7\tilde{y}(0) + 3,7\tilde{y}(1).$$
(33)

W wyniku korekcji uzyskuje się ocenę wartości wielkości wejściowej wzmacniacza w chwili  $t + \frac{T_d}{2}$ . Następnie wyznaczany był błąd wprowadzany przez cały tor przetwarzania jako różnica wielkości wyjściowej i wejściowej toru w tej samej chwili

$$\delta_x = \hat{x} \left( t + \frac{T_d}{2} \right) - x \left( t + \frac{T_d}{2} \right). \tag{34}$$

Obliczenia przeprowadzono 100000 razy dla momentu *t* wybieranego losowo z przedziału o szerokości równej okresowi sygnału wejściowego. Z uzyskanego zbioru błędów wyznaczano niepewność zgodnie z definicją. Dla założonych parametrów niepewność ta wynosi  $\Delta_{x,sym} = 4,93 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ . Obliczenia wykonano też dla przetworników analogowocyfrowych o innej liczbie bitów. Wyniki obliczeń zestawione są w tab. 1. Na podstawie wyników symulacji dobrano współczynniki macierzy koherencji. Dobrano je tak, aby wyznaczona z zależności (21) na ich podstawie niepewność jak najmniej różniła się od niepewności będącej wynikiem symulacji. Współczynniki te zestawione są w macierzy:

$$\mathbf{R}_{n} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.334 & 1 \\ -0.334 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (35)

Współczynnik  $r_{12}$  określa związki między zbiorami błędów losowych. Współczynniki  $r_{13}$  i  $r_{23}$  określają zależności między błędem dynamicznym i błędem losowym i są sobie równe.

Wartości tych współczynników wskazują, że realizacja algorytmu korekcji dynamicznej powoduje ujemne skorelowanie błędów losowych między sobą i silne skorelowanie błędów losowych z błędami dynamicznymi.

Wykorzystując współczynniki macierzy (35) i (28) oraz wektor (25) we wzorze na niepewność końcową (21) uzyskuje się dla założonych na początku parametrów toru niepewność  $\Delta_x = 5,34 \cdot 10^{-3}$  V. Niepewności wyliczone dla przetworników analogowocyfrowych o innej liczbie bitów również zestawiono w tab. 1.

Tabela 1

niepewności $\Delta_x$ wyliczonej z zależności (21)		
Liczba bitów przetwornika AC	$\Delta_{x,sym}$ ×10 <sup>-3</sup> V	Δ <sub>x</sub> x10 <sup>-3</sup> V
10	4,93	5,34
12	1,64	1,65
14	0,97	0,94
16	0,84	0,85

Porównanie niepewności wyznaczonej symulacyjnie  $\Delta_{x,sym}$  i



Rys.4. Porównanie niepewności wyznaczonej symulacyjnie  $\Delta_{x,xym}$  i niepewności  $\Delta_x$  wyliczonej z zależności (21)

Fig.4. Comparison of the uncertainty  $\Delta_{x,sym}$  determined simulatively with the uncertainty  $\Delta_x$ calculated using relation (21)

# 5. UWAGI KOŃCOWE

Przeprowadzone badania pokazują, że przyjęte współczynniki macierzy koherencji pozwalają na obliczenie wypadkowej niepewności wprowadzanej przez przetwornik próbkujący wystarczająco dokładnie. Błąd wyznaczania niepewności tą metodą nie przekracza kilku procent, co jest wystarczającą dokładnością przy tego typu szacunkach.

Realizacja algorytmu korekcji dynamicznej powoduje silne skorelowanie błędów losowych. Wynika z tego, że nieuwzględnienie tej korelacji prowadzi do dużych niedokładności wyznaczania niepewności.

#### LITERATURA

- Jakubiec J.: Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniu do wyznaczania niepewności algorytmów przetwarzania danych pomiarowych. Application of Reductive Interval Arithmetic to Uncertainty Evaluation of Measurement Data Processing Algorithms. Monografia. Wydawnictwo Pol. Śl., Gliwice 2002.
- Jakubiec J.: Zastosowanie redukcyjnej arytmetyki interwałowej do obliczania niepewności algorytmów przetwarzania pomiarowego. X Sympozjum Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych, str.67-74, 18-22 września 2000, Krynica Górska.
- Jakubiec J., Roj J.: Pomiarowe przetwarzanie próbkujące. Podręcznik Akademicki, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2000.
- Jakubiec J., Konopka K.: Uncertainty Propagation Model of A/D Measuring Chain. IMEKO TC-4 Symposium on Development in Digital Measuring Instrumentation and 3rd Workshop on ADC Modelling and Testing, Neapol, Włochy 1998, p. 831-836.
- Jakubiec J.: Wyznaczanie niepewności przetwarzania próbkującego za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej. Materiały II Sympozjum nt. "Metrologiczne właściwości programowanych przetworników pomiarowych", 19-20 listopada 2001, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Elektryka z. 181, Gliwice 2002.
- Konopka K.: Wpływ korelacji między błędami na współczynnik koherencji w ocenie niepewności za pomocą redukcyjnej arytmetyki interwałowej. XXXIII Międzyuczelniana Konferencja Metrologów, Łódź, 2001, s. 335-343.

Recenzent: Dr hab. inż. Adam Kowalczyk, prof. Politechniki Rzeszowskiej Wpłynęło do Redakcji dnia 1 grudnia 2001

#### Abstract

Dynamic error correction algorithms are used in sampling converters, where analog, analog-to-digital and digital conversion is present. The algorithm considered in this paper is the reconstruction one. Metrological analysis of this algorithm is based on its time-series expansion (7). The sampling conversion is described by linear equations, so to build error models the superposition theorem can be used. It is possible to separate operations on errors and to treat particular converters as objects, which transfer errors from the input to the output and introduce their own errors (Fig. 1). Example 1 shows how to build an error model for the measuring chain with the converter described with the first order differential equation. To calculate the final uncertainty the reduction interval arithmetic is used. Example 2 shows the use of this arithmetic to the measuring chain presented in Example 1. Coherence matrix  $\mathbf{R}_{n}$  (29) used there defines relations between particular error sets. In the considered situation coherence coefficients are resultants of shape coefficient and correlation coefficient. The discussed coherence coefficients were calculated in simulative way. The results are presented in Table 1 and in Fig. 4.

Investigations made show that the assumed coherence coefficients enable calculating the final uncertainty of a sampling converter accurately enough. The error of the uncertainty calculations using this method does not exceed several percent, and such accuracy is sufficient in such estimations.

The dynamic correction algorithm produces strong correlation of random errors. Thus, when this correlation is not considered it can lead to big inaccuracy in uncertainty calculations.