

## INTERNATIONAL SEMINAR ON MODERNIZATION OF HOISTING MACHINES—RELIABILITY AND WORK SAFETY

Ропай В.

Колосов Л.

Dniepropietrowski Gornyj Instytut

## О КРУЧЕНИИ ТРОСОВ В РЕЗИНОТРОСОВОМ КАНАТЕ

Резюме.

В статье приводится качественная и количественная оценка деформаций кручения тросов в резинотросовом канате РТК и величин максимальных касательных напряжений в резиновой матрице по периметру тросов при растяжении РТК. При решении задачи введена и обоснована гипотеза, что резиновая оболочка РТК препятствует повороту сечений троса с распределенной по длине троса моментной нагрузкой, пропорциональной повороту сечений троса, подобно гипотезе Винклера, используемой при расчете балок на упругом основании. Описаны эксперименты по определению жесткости резиновой матрицы РТК с тросами диаметром 7,4 мм / тип РТК РТЛ-2500/. Определены параметры отдельного троса и сделана оценка величин деформаций кручения тросов при использовании РТЛ-2500 в качестве головных и уравнивающих канатов на вертикальной шахтной подъемной установке. Получено, что деформаций кручения тросов в РТК практически нет, при этом максимальные касательные напряжения вследствие кручения тросов незначительны и в РТЛ-2500 составят 12,6 Па независимо от длины отвеса каната и веса поднимаемого груза.

Резинотросовый канат (РТК) представляет собой систему (рис.1) параллельных металлотросов, заключенных в резиновую оболочку. При этом, с целью уравнивания РТК от кручения используется равное число тросов левой и правой свивки. Однако при растяжении РТК происходит раскручивание тросов, что обуславливает появление крутящих моментов в сечениях тросов и дополнительных напряжений в резиновой матрице. Ниже выполнена оценка величин указанных моментов и напряжений.

При решении задачи будем полагать, что реакция резиновой матрицы при кручении тросов пропорциональна углу поворота троса  $\nu$ .

Условие равновесия выделенного элемента троса длиной  $dx$  (рис.2) имеет вид

$$\frac{dP}{dx} = -q ; \quad (1)$$

$$\frac{dM}{dx} = -m(x) , \quad (2)$$

где  $P, M$  - продольное усилие и крутящий момент в сечении троса,  $q$  - вес единицы длины троса и резиновой матрицы,  $m(x)$  - интенсивность распределенной по длине троса реакции резиновой матрицы при кручении троса

$$m(x) = -C_p \nu(x) , \quad (3)$$

где  $C_p$  - коэффициент жесткости резиновой матрицы.

Продольное усилие и крутящий момент в сечениях троса [1]

$$P = A \frac{du}{dx} + C \frac{dv}{dx} ; \quad M = G \frac{d\theta}{dx} + B \frac{d\nu}{dx} , \quad (4)$$

где  $A, B, C$  - агрегатные коэффициенты жесткости троса,  $u$  - полное продольное перемещение сечений троса (с учетом раскручивания при растяжении)

Выражения (4) представим в виде

$$P = A \frac{du_0}{dx} , \quad (a) \quad M = KA \frac{d\theta_0}{dx} + B_k \frac{d\nu}{dx} , \quad (6) \quad (5)$$

где  $K = \frac{C}{A}$  - коэффициент раскрутки [2],

$$\frac{d\theta_0}{dx} = \frac{d\theta}{dx} + k \frac{d\nu}{dx} \quad - \text{ продольная}$$

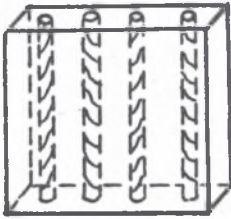


Рис.1. Образец РТК

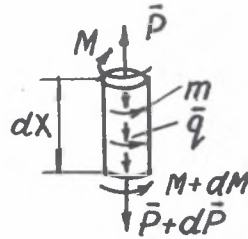


Рис.2. Расчетная схема для вывода условий равновесия троса в РТК

деформация троса,  $A$  - продольная жесткость троса,  $B_k$  - жесткость троса на кручение. При этом  $B = B_k + k^2 A$  [2]

Первое слагаемое выражения (5,6) представляет момент раскрутки, а второе - момент упругих сил.

Подставляя (3) и (5) в (1) и (2), получим следующие дифференциальные уравнения равновесия троса РТК

$$A \frac{d^2 u_0}{dx^2} = -q; \quad kA \frac{d^2 u_0}{dx^2} + B_k \frac{d^2 v}{dx^2} = c_p v. \quad (6)$$

Определение параметров троса и резины выполняли экспериментальным путем на основе испытаний образцов резинотросовой ленты РТЛ-2500 (диаметр троса  $d = 7,5$  мм).

В первом опыте по методике [1, 2] определяли параметры одиночного очищенного от резины троса. К нижнему концу отрезка троса длиной  $l = 1,8$  м подвешивали груз  $Q$  и с помощью динамометра измеряли значения момента  $M$ , необходимого для удерживания груза от поворота. Коэффициент раскрутки  $K$  определяли по формуле

$$K = \frac{\Delta M}{\Delta Q}.$$

Жесткость троса на кручение определяли, измеряя приращение угла поворота  $\Delta v$  отрезка троса при увеличении внешнего крутящего момента на  $\Delta M$ , по формуле

$$B_k = \frac{\Delta M}{\Delta v} l.$$

При этом было получено  $K = 2,7 \cdot 10^{-4}$  м,  $B_k = 0,1 \text{ Нм}^2$ .

Во втором опыте оценивали изменение деформации кручения по

длине троса. Образец РТК из 5 тросов длиной 1,5 м закрепляли на горизонтальном столе. В резиновой оболочке над средним тросом (рис.3) были вырезаны окошки размером 5х5 мм, через которые к поверхности троса вертикально приклеивали спицы. Фиксировали отклонения спиц от вертикали при закручивании крайнего сечения среднего троса. Установлено, что угловые перемещения сечений троса затухают по его длине по экспоненциальному закону и на расстоянии 70 мм от торца РТК практически равнялись нулю даже при значительном угле закручивания крайнего сечения троса  $\psi = 0,8$  рад. (рис.4).

Для исследуемого троса образца РТК, расположенного на горизонтальном столе можем воспользоваться уравнениями (6), положив  $q = 0$ .

Уравнение, описывающее деформации кручения троса, имеет вид

$$\frac{d^2 v}{dx^2} - \eta^2 v = 0, \quad (7)$$

где  $\eta = \sqrt{\frac{C_p}{B_k}}$ .

Его решение с учетом граничных условий в концевых сечениях РТК

$$v(0) = v_0; \quad \frac{dv}{dx}(l) = 0 \quad \text{имеет вид}$$

$$v(x) = v_0 \left( \operatorname{ch} \eta x - \frac{\operatorname{sh} \eta l}{\operatorname{ch} \eta l} \operatorname{sh} \eta x \right). \quad (8)$$

С учетом результатов эксперимента, полагая  $\eta l > 3$ , найдем

$$v(x) = v_0 e^{-\sqrt{\frac{C_p}{B_k}} x}, \quad (9)$$

Выражение (9) качественно достаточно хорошо описывает результаты второго опыта.

В третьем опыте на основе результатов первых двух экспериментов определяли значение коэффициента  $C_p$ , характеризующего жесткость резиновой матрицы при кручении троса. Образец РТК из (рис.5) 5 тросов длиной 1,2 м закрепляли вертикально в зажимах испытательной машины. Средний трос в срединном между зажимами сечении очищали от резины и с помощью жимков и рычага прикладывали крутящий момент  $M$ . При этом фиксировали зависимость угла поворота  $\psi_0$  сечения троса, к которому прикладывали момент, от величины момента  $M(\psi_0)$  при натяжении образца усилием до 2 кН. Зависимость (рис.6) является линейной при  $0 < \psi_0 \leq 1$  рад и  $M = 6,7$  Нм. при  $\psi_0 = 1$  рад

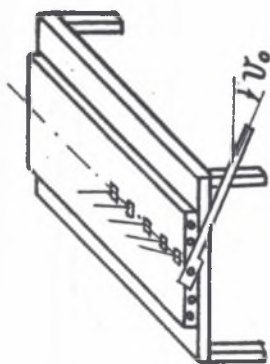


Рис.3. Расположение образца РТК в эксперименте по определению распространения деформации кручения по длине троса

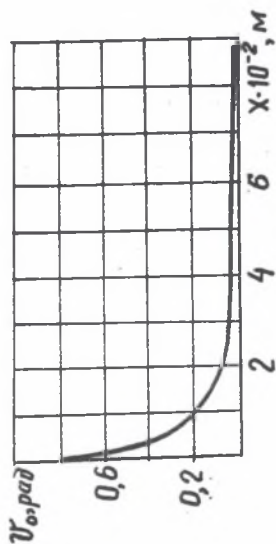


Рис.4. Результаты эксперимента по определению зависимости

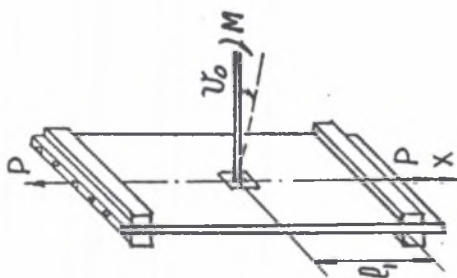


Рис.5. Схема нагружения образца РТК и троса при определении жесткости на кручение резиновой матрицы

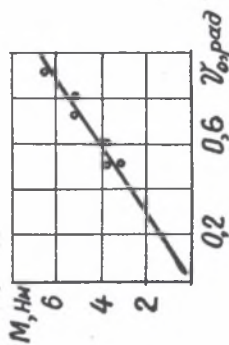


Рис.6. Результаты опытов по определению зависимости от поворота нагружаемого сечения троса от величины приложенного момента

Для троса, натянутого в зажимах испытательной машины можно пренебречь изменением натяжения по его длине от собственного веса троса. Тогда изменение деформации кручения сечений троса по длине будет описываться уравнением (7).

Граничные условия для среднего троса будут следующие:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad \frac{d\sigma}{dx} &= \frac{M}{2B_k}; \\ \text{при } x = \ell, \quad \sigma &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение уравнения (7) при граничных условиях (10) имеет вид

$$\sigma(x) = \frac{M}{2\sqrt{C_p B_k}} \left( \operatorname{sh} \eta x - \frac{\operatorname{sh} \eta \ell}{\operatorname{ch} \eta \ell} \operatorname{ch} \eta x \right) \quad (11)$$

С учетом результатов предыдущих опытов и достаточно большой длины испытываемого образца можно упростить выражение (II) положив

. Тогда для сечения  $x = 0$  получим

$$\sigma_0 = \frac{M}{2\sqrt{C_p B_k}}. \quad (12)$$

Из этого выражения находим  $C_p = 112 \text{ н}$ .

Полученное значение  $C_p$  характеризует ленту РТЛ-2500.

Оценим деформации кручения тросов в головном и уравновешивающем РТК и величины максимальных касательных напряжений в резиновой матрице вследствие кручения тросов.

Проинтегрируем систему уравнений (6) при следующих граничных условиях.

1. Трос подъемного (головного) РТК. Для верхнего сечения

$$u_0(\ell) = 0; \quad \sigma(\ell) = 0; \quad \text{для нижнего сечения } \frac{du_0(\ell)}{dx} = \frac{Q_1}{A}; \quad v(\ell) = 0,$$

где  $Q_1$  - часть веса подъемного сосуда, приходящаяся на I трос РТК.

2. Трос уравновешивающего РТК. Для верхнего сечения  $u_0(0) = 0$ ,

$$v(0) = 0; \quad \text{для нижнего сечения } \frac{du_0(\ell)}{dx} = 0; \quad \frac{dv(\ell)}{dx} = 0.$$

Из уравнений (6) с учетом указанных выше граничных условий получаем:

для троса головного РТК

$$v(x) = -\frac{\kappa}{C_p} (q_r + q_r) \left[ \frac{\operatorname{ch} \eta \ell - 1}{\operatorname{sh} \eta \ell} \operatorname{sh} \eta x - \operatorname{ch} \eta x + 1 \right]; \quad (13)$$

для троса уравновешивающего РТК

$$v(x) = -\frac{\kappa}{C_p} (q_r + q_r) \left[ \frac{\operatorname{sh} \eta \ell}{\operatorname{ch} \eta \ell} \operatorname{sh} \eta x - \operatorname{ch} \eta x + 1 \right], \quad (14)$$

где  $\eta = \sqrt{\frac{C_p}{B_k}}$   $q_r, q_p$  - вес единицы длины троса и резины в расчете на I трос.

С учетом измеренных параметров тросов и резины для РТЛ-2500 ( $B_k = 0,1 \text{ Нм}^2$ ,  $C_p = 112 \text{ Н}$  ( $\eta > 30$ )) найдем, что деформация  $\frac{dv}{dx}$  кручения тросов РТК затухает на длине 10-20 см от прицепных устройств, и по всей длине отвеса РТК будет практически равна нулю. Угол поворота сечений троса  $v(x)$  будет постоянным и одинаковым для тросов подъемного и уравнивающего РТК и независимо от веса подъемного сосуда.

$$v = -\frac{K}{C_p} (q_r + q_p) \quad (15)$$

Это означает, что резиновая матрица РТК воздействует на трос с распределенной моментной нагрузкой постоянной интенсивности

$$m = -C_p v = K (q_r + q_p) \quad (16)$$

Касательные напряжения  $\tau$  в резиновой матрице РТК вследствие кручения тросов будут постоянны по длине отвеса, не зависят от длины отвеса и максимальные их значения могут быть оценены как для резинометаллического шарнира

$$\tau_{\max} = \frac{2 m c d x}{\pi d^2 d x} = \frac{2 K (q_r + q_p)}{\pi d^2} \quad (17)$$

Поскольку коэффициент раскрутки троса  $k$  пропорционален его  $d$ , а погонный вес  $q_r$  - квадрату его  $d$ , то из выражения (17) следует, что касательные напряжения в резиновой матрице вследствие кручения троса пропорциональны диаметру тросов в РТК. Для РТЛ-2500 с тросами  $d = 7,4 \text{ мм}$ , для которых  $K = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ ,  $q_r = q_p = 2 \text{ Н/м}$ ,  $\tau_{\max} = 12,6 \text{ Па}$ .

Приведенные цифры свидетельствуют о незначительности величин деформаций кручения тросов и величин касательных напряжений в резиновой матрице вследствие кручения тросов при использовании РТК в качестве подъемных и уравнивающих на шахтной подъемной установке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты. К.: Техника, 1966.- 328с
2. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. К.: Изд-во АН УССР, 1962.- 331с

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jerzy Antoniak

Wpłynęło do Redakcji w styczniu 1992 r.

SELF-ROTATION PHENOMENON OF STEEL ROPES IN  
THE STEEL-RUBBER FLAT ROPE

S u m m a r y

In the paper the quality and quantity analysis of twist distortion assessment for steel ropes being structural elements of the RTK type steel-rubber flat rope is shown. The maximum shearing stress occurring on the rope diameter in the rope rubber layer due to the tension load is given. It was assumed that the rope rubber layer counteracts of the structural steel ropes self-rotation phenomenon and its value is equally distributed over the flat rope length being proportional to the value of cross-section revolution (Winkler's hypothesis). Some lab test results of the flat rope rigidity investigation are shown for the steel ropes of 7.4 mm in diameter (RTK type and RTL-255 type). Parameters for the single steel structural rope are described together with the corresponding twist magnitudes - all for the flat ropes being in operation in vertical shafts. It was shown that the steel structural rope twist distortion of cross-section area is small. Also, the maximum shearing stress being the result of rope twist is small and for the flat rope of RTL-2500 type equals 12.6 Pa independently on the rope length as well as on the load being suspended on that rope.

KRĘCENIE SIĘ LINEK STALOWYCH  
W LINACH PŁASKICH STALOWO-GUMOWYCH

S t r e s z c z e n i e. Przedstawiono analizę jakościową i ilościową oceny odkształceń skrętnych linek stalowych w linie płaskiej stalowo-gumowej typu RTK oraz wielkość maksymalnych naprężeń stycznych występujących na średnicy liny w powłoce gumowej pod wpływem obciążenia rozciągającego linę. Przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych sztywności liny stalowo-gumowej z linkami o średnicy 7,4 mm. Określono parametry pojedynczej linki stalowej i wielkości ich skręcenia w linach stalowo-gumowych nośnych i wyrównawczych eksploatowanych w szybach pionowych. Wykazano, że odkształcenia skrętne przekrojów linek są niewielkie, a maksymalne naprężenia styczne w wyniku kręcenia się linek są również małe i w linie typu RTL-2500 wynoszą 12,6 Pa niezależnie od jej długości i podnoszonego ciężaru.