

**ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ**

Anna BŁACH

**WYBRANE ZAGADNIENIA GEOMETRII
BUDOWLANYCH STRUKTUR OBROTOWYCH**

GEOMETRIA I GRAFIKA INŻYNIERSKA

**ANEKS
DO Z. 4**



GLIWICE 2000

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1458

Anna BŁACH

**WYBRANE ZAGADNIENIA GEOMETRII
BUDOWLANYCH STRUKTUR OBROTOWYCH**

**Aneks
do z. 4**

**GEOMETRII I GRAFIKI
INŻYNIERSKIEJ**

SPIS TREŚCI

WSTĘP.....	5
I. KONSTRUKCJA STOŻKOWYCH WYSTĘPUJĄCYCH W ROZDZIALE II	7
II. MAKROKONSTRUKCJE W PROGRAMIE CABRI II	17
III. PRZYKŁAD KOMPUTEROWEGO ZAPISU ALGORYTMU MAKROKONSTRUKCJI, TZW. LISTINGU.....	54

WSTĘP

W pracy habilitacyjnej „Wybrane zagadnienia geometrii budowlanych struktur obrotowych” do wykonania materiału ilustracyjnego zastosowano program komputerowy CABRI II. W programie tym występujące krzywe stopnia drugiego były konstruowane przy wykorzystaniu opcji „conic” lub „locus”.

W niniejszym aneksie, w rozdziale I, pokazano tradycyjny sposób określenia elementów definiujących krzywą w zależności od jej rodzaju.

Natomiast w rozdziale II dla osób zainteresowanych przedstawiono algorytmy powstawania niektórych makrokonstrukcji używanych do wykonywania ilustracji graficznych omawianych tematów.

Jako ciekawostkę zamieszczono w rozdziale III listing przykładowego pliku makrokonstrukcji.

I. KONSTRUKCJA STOŻKOWYCH WYSTĘPUJĄCYCH W ROZDZIALE II

Rozdział II pracy habilitacyjnej zawiera twierdzenia dotyczące miejsc geometrycznych środków okręgów przecinających współpłaszczyznowy lub współpłaszczyznowe z nimi dane okręgi pod kątami o zadanych miarach. Tyimi miejscami geometrycznymi są krzywe stopnia drugiego.

W rozdziałach III, IV i V występują kwadryki, które powstają przez obrót krzywych stożkowych, ustalonych jak dla rozdziału II, wokół prostej będącej osią każdej z krzywych.

Występujące w rozdziale II pracy krzywe stożkowe wykreślane są przy użyciu programu komputerowego CABRII. W programie tym, wprowadzając odpowiednie algorytmy, utworzono makrokonstrukcje, pozwalające na generowanie krzywych, stanowiących rozważane miejsca geometryczne.

W niniejszym rozdziale dla Czytelników nie postępujących się programem CABRII przedstawiono tradycyjny sposób wyznaczania krzywych stopnia drugiego, występujących w rozdziale II. Poniższe przykłady opracowane są dla dowolnych miar kątów $\phi \in (0^\circ, 90^\circ)$.

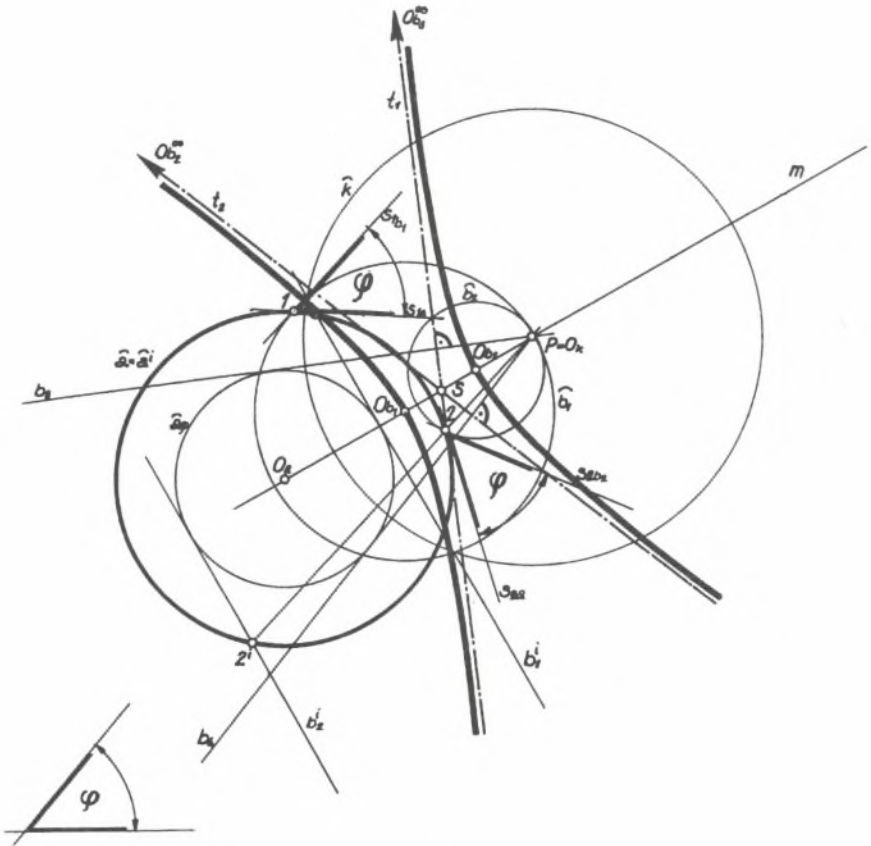
1. Stożkowe c^2 zawierające środki $O_{b_{1,2,3,\dots}}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3,\dots}$ przechodzących przez dany punkt P i przecinających dany, współpłaszczyznowy z nimi okrąg \widehat{a} pod kątami o mierze ϕ (II.1)

W zależności od położenia punktu P względem danego okręgu \widehat{a} oraz od miary kąta ϕ stożkowa ta jest hiperbolą, parabolą lub elipsą (może też występować w postaci zdegenerowanej).

1.1. Hiperbola (rozdz. II.1.1a - rys II.1.2)

Dla przyjętych założeń (okrąg \widehat{a} , punkt P , miara kąta ϕ), aby środki $O_{b_{1,2,3,\dots}}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3,\dots}$ należały do hiperboli, przedstawiono w etapach jej konstrukcję:

- punkt P przyjęto jako środek inwersji $I_k \quad P=O_k$,
- okrąg bazowy \widehat{k} inwersji $I_k \quad \widehat{k} \perp \widehat{a} \quad (\widehat{a} = \widehat{a}')$,
- okrąg \widehat{a}_ϕ współśrodkowy z $\widehat{a} \quad r_{a\phi} = r_a \cos \phi$,
- prosta $m = O_a P$,
- proste $b'_{1,2} \perp m$ i styczne do \widehat{a}_ϕ ,
- $\widehat{b}_{1,2}$, o środkach $O_{b_{1,2}} \in m$ jako przekształcone w inwersji I_k proste $b'_{1,2}$,
- punkty $O_{b_{1,2}}$ jako położone najbliżej siebie są wierzchołkami hiperboli c^2 ,
- środek S odcinka $O_{b_1} O_{b_2}$ jest środkiem hiperboli c^2 ,
- proste $P \in b_{3,4}$ jako zdegenerowane okręgi o środkach $O_{b_{3,4}}^\infty$,
- asymptoty hiperboli $t_1 = SO_{b_3}^\infty$ i $t_2 = SO_{b_4}^\infty$.



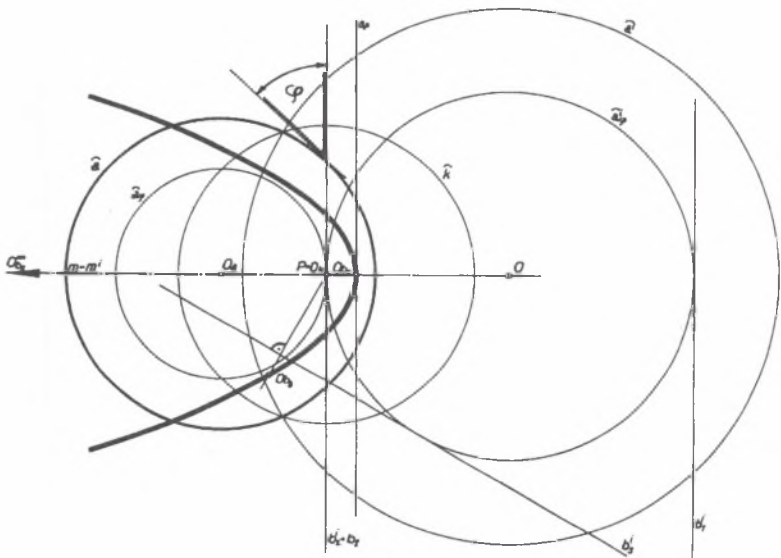
1.1

Przedstawiona na rysunku 1.1 hiperbola c^2 jest określona asymptotami t_1, t_2 oraz wierzchołkami O_{b_1}, O_{b_2} , będącymi środkami okręgów $\widehat{b}_1, \widehat{b}_2$ przechodzących przez punkt P i przecinających okrąg \widehat{a} pod kątem ϕ .

1.2. Parabola (rozdz. II.1.1b – rys. I.1.3)

Dla przyjętych założeń (okrąg \bar{a} , punkt P , miara kąta ϕ), aby środki $O_{b_1,2,3,\dots}$ okręgów $\bar{b}_{1,2,3,\dots}$ należały do paraboli, przedstawiono etapy konstrukcji tej krzywej:

- punkt P przyjęto jako środek inwersji I_k $P=O_k$,
- dowolnie przyjęty okrąg bazowy \bar{k} inwersji I_k ,
- okrąg \bar{a}' jako przyporządkowany okręgowi \bar{a} w inwersji I_k ,
- okrąg \bar{a}'_ϕ współśrodkowy z \bar{a}' , $r_{\bar{a}'_\phi} = r_{\bar{a}'} \cos \phi$,
- prosta $m = O_a P$,
- proste $b_{1,2}^i \perp m$ i styczne do \bar{a}'_ϕ ,
- punkt $O_{b_1} \in m$ jako środek \bar{b}_1 przyporządkowanego prostej b_1^i ,
- punkt $O_{b_2}^\infty \in m$ jako środek zdegenerowanego okręgu $b = b_2^i$,
- punkty O_{b_1} i $O_{b_2}^\infty$ są wierzchołkami paraboli c^2 ,
- dowolna prosta b_3^i styczna do \bar{a}'_ϕ ,
- punkt O_{b_3} jako środek okręgu \bar{b}_3 przyporządkowanego b_3^i w inwersji I_k .

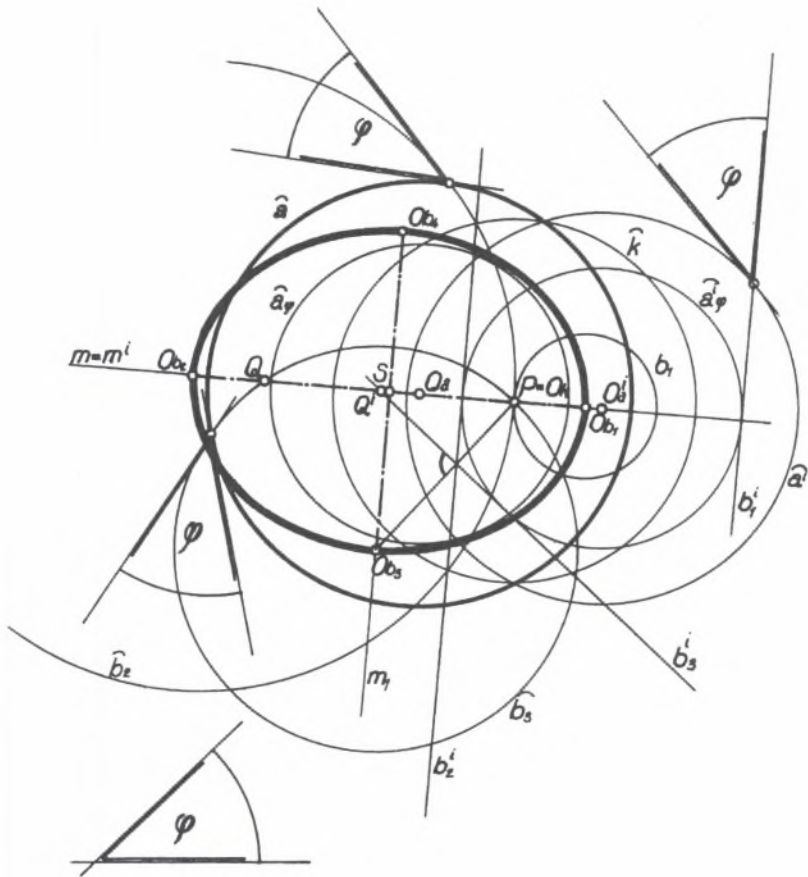


1.2

1.3. Elipsa (rozdz. II.1.1c – rys.II.1.4)

Dla przyjętych założeń (okrąg \widehat{a} , punkt P , miara kąta ϕ), aby środki $O_{b_{1,2,3\dots}}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3\dots}$ należały do elipsy, przedstawiono w etapach jej konstrukcję:

- punkt P przyjęto jako środek inwersji I_k $P=O_k$,
- dowolnie przyjęty okrąg bazowy \widehat{k} inwersji I_k ,
- okrąg \widehat{a}' jako przyporządkowany okręgowi \widehat{a} w inwersji I_k ,
- okrąg \widehat{a}'_ϕ współśrodkowy z \widehat{a}' , $r_{\widehat{a}'_\phi} = r_{\widehat{a}'} \cos \phi$,
- prosta $m = O_o P$,
- proste $b'_{1,2} \perp m$ i styczne do \widehat{a}'_ϕ ,
- $\widehat{b}_{1,2}$, o środkach $O_{b_{1,2}} \in m$ jako przekształcone w inwersji I_k proste $b'_{1,2}$,
- punkty $O_{b_{1,2}}$ są wierzchołkami osi elipsy c^2 ,
- środek S odcinka $O_{b_1} O_{b_2}$ jest środkiem elipsy c^2 ,
- prosta $S \in m_1$ i $m_1 \perp O_{b_1} O_{b_2}$,
- okręgi $\widehat{b}_{3,4}$ przechodzące przez P , o środkach $O_{b_{3,4}}$, muszą przechodzić przez punkt Q położony symetrycznie względem punktu P w symetrii o osi m_1 ,
- punkt Q' jest przekształconym w inwersji I_k punktem Q ,
- okręgi $\widehat{b}_{3,4}$ przyporządkowane są prostym $b'_{3,4}$, przechodzącym przez punkt Q' i stycznymi do \widehat{a}'_ϕ .



1.3

Elipsa c^2 jest określona parą osi $O_{b1}O_{b2}$ i $O_{b3}O_{b4}$.

2. Stożkowe c_z^2 i c_w^2 zawierające środki $O_{b_{1,2,3\dots}}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3\dots}$ przecinających dane, współpłaszczyznowe z nimi okręgi \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 pod kątami o miarach ϕ_1 i ϕ_2 (II.2)

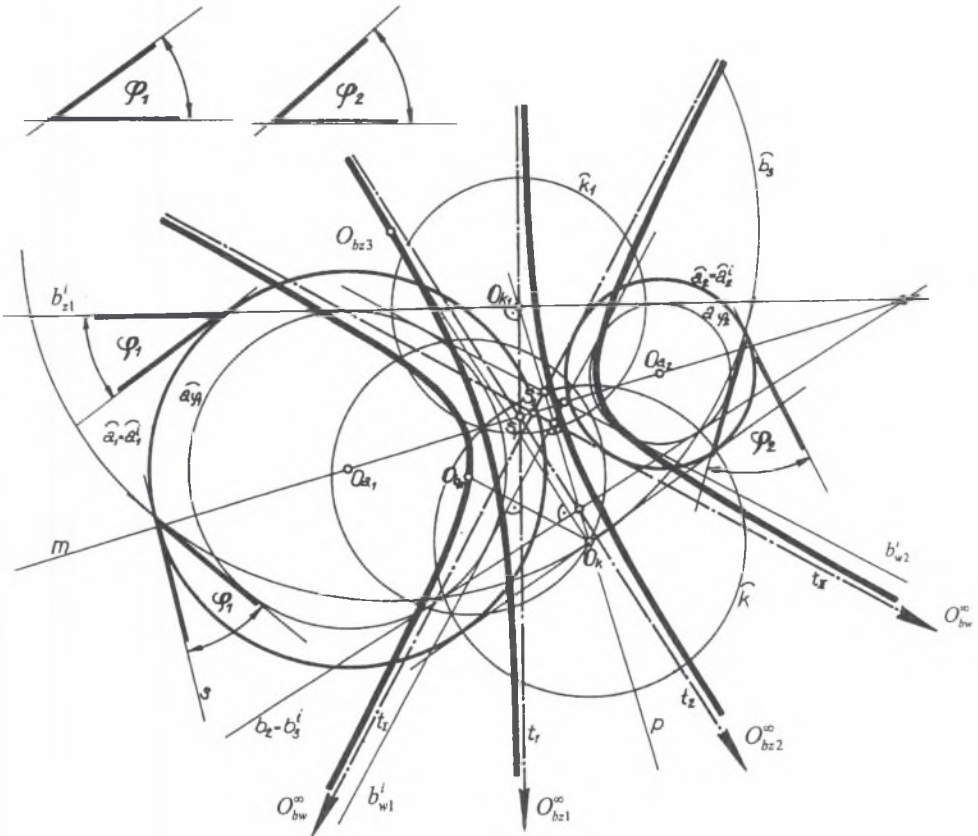
W zależności od wzajemnego położenia danych okręgów \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 oraz od miar kątów ϕ_1 i ϕ_2 każda z tych stożkowych może być hiperbolą, parabolą lub elipsą (może też występować w postaci zdegenerowanej).

2.1. Hiperbole jako stożkowe wewnętrzne i zewnętrzne (rozdz. II.2.1a – rys. II.2.2)

Dla przyjętych założeń (okręgi \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 oraz miary kątów ϕ_1 i ϕ_2) aby środki $O_{b_{z1,2,3\dots}}$ okręgów $\widehat{b}_{z1,2,3\dots}$ należały do hiperboli c_z^2 , przedstawiono etapy konstrukcji hiperboli c_z^2 :

- okręgi a_{ϕ_1} i a_{ϕ_2} współśrodkowe z okręgami \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 , których długości promieni wynoszą odpowiednio $r_{\widehat{a}_1} \cos \phi_1$ i $r_{\widehat{a}_2} \cos \phi_2$,
- proste b'_{z1} i b'_{z2} styczne zewnętrznie do okręgów a_{ϕ_1} i a_{ϕ_2} ,
- oś potęgowa p okręgów \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 ,
- punkty $O_{k1} = p \cap b'_1$ i $O_{k2} = p \cap b'_2$ są środkami dwóch inwersji I_{k1} i I_{k2} ,
- okręgi bazowe \widehat{k}_1 i \widehat{k}_2 inwersji I_{k1} i I_{k2} ; $\widehat{k}_1 \perp (a_1, a_2)$ i $\widehat{k}_2 \perp (a_1, a_2)$,
- należy zauważyć, że $(\widehat{a}_1 = \widehat{a}'_1)$, i $(\widehat{a}_2 = \widehat{a}'_2)$,
- proste b'_{z1} i b'_{z2} traktuje się jako zdegenerowane okręgi o środkach w punktach niewłaściwych O_{bz1}^∞ i O_{bz2}^∞ ; punkty te należą do prostych t_{z1} i t_{z2} przechodzących przez punkty O_{k1} i O_{k2} i prostopadłych odpowiednio do prostych b'_{z1} i b'_{z2} ,
- proste t_{z1} i t_{z2} są asymptotami hiperboli c_z^2 ,
- punkt O_{k3} w dowolnym miejscu na osi potęgowej p jako środek inwersji I_{k3} ,
- okrąg bazowy inwersji $\widehat{k} \perp (a_1, a_2)$,
- prosta $b'_{z3} = b'_{z2}$ (jedna ze stycznych zewnętrznie do okręgów a_{ϕ_1} i a_{ϕ_2}),
- okrąg \widehat{b}_{z3} jest to przekształcona w inwersji I_{k3} prosta b'_{z3} ,

- punkt O_{bz3} jako środek okręgu \widehat{b}_{z3} jest punktem hiperboli c_z^2 ,
- prosta $m = O_{a1}O_{a2}$ jest osią hiperboli c_z^2 .



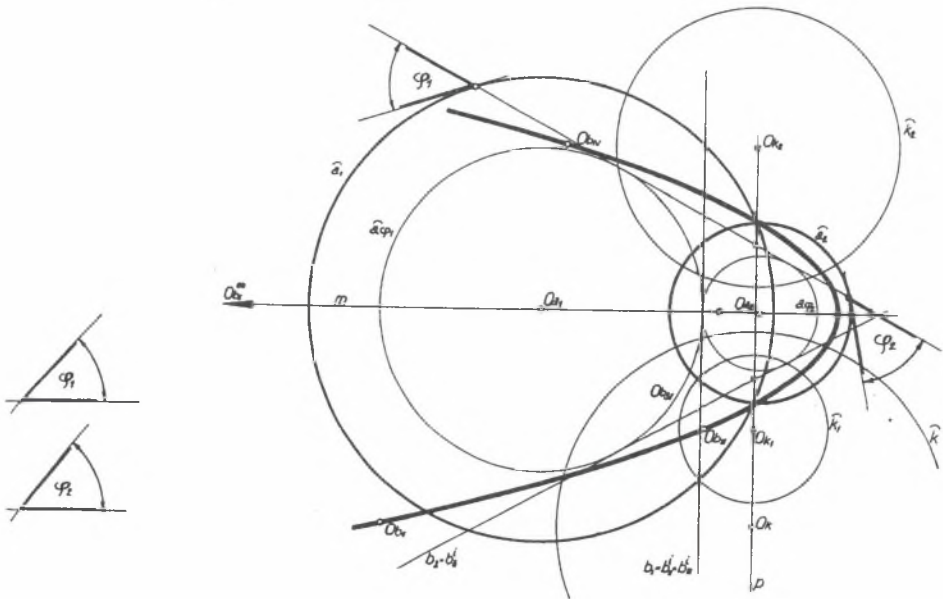
2.1

Przebieg konstrukcji c_w^2 hiperboli jest analogiczny do przypadku hiperboli c_z^2 , gdy zamiast prostych b_{z1}^i i b_{z2}^i stycznych zewnętrznych weźmie się pod uwagę proste b_{w1}^i i b_{w2}^i styczne wewnętrznie do okręgów $a_{\phi 1}$ i $a_{\phi 2}$. Hiperbola c_z^2 jest określona asymptotami t_{z1} i t_{z2} oraz punktem hiperboli O_{bz3} , zaś hiperbola c_w^2 jest określona asymptotami t_{w1} i t_{w2} oraz punktem hiperboli O_{bw3} .

2.2. Parabola (rozdz. II.2.1b – rys. II.2.3)

Dla przyjętych założeń (okręgi \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 oraz miary kątów ϕ_1 i ϕ_2), aby środki $O_{b_1,2,3\dots}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3\dots}$ należały do paraboli c^2 , przedstawiono etapy jej konstrukcji:

- prosta $m = O_{a_1}O_{a_2}$,
- okręgi a_{ϕ_1} i a_{ϕ_2} styczne zewnętrznie, współśrodkowe z okręgami \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 , o długościach promieni wynoszących odpowiednio $r_{\widehat{a}_1} \cos \phi_1$ i $r_{\widehat{a}_2} \cos \phi_2$,
- prosta b' styczna do okręgów a_{ϕ_1} i a_{ϕ_2} w ich punkcie wspólnym,
- oś potęgowa p okręgów \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 ,
- w każdej inwersji $I_{k_1,2,3\dots}$, której środkami są punkty $O_{k_1,2,3\dots}$ należące do prostej p , okręgi bazowe $\widehat{k}_{1,2,3\dots} \perp \widehat{a}_{1,2}$,
- w tak przyjętej inwersji $\widehat{a}_1 = \widehat{a}_1^i$,
- prostej b' przyporządkowane są w każdej z inwersji $I_{k_1,2,3\dots}$ okręgi $\widehat{b}_{1,2,3\dots}$,
- środki $O_{b_1,2,3\dots}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3\dots}$ należą do omawianej paraboli.



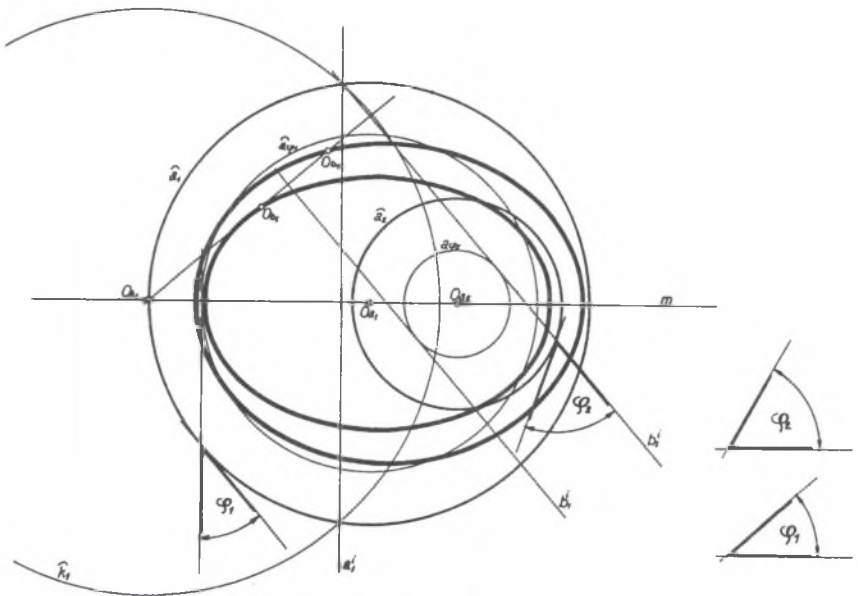
2.2

Parabola c^2 jest określona osią m oraz punktami $O_{b_1,2,3}$.

2.3. Elipsy (rozdz. II.2.1e – rys. II.2.6)

Dla przyjętych założeń (okręgi \widehat{a}_1 i \widehat{a}_2 oraz miary kątów ϕ_1 i ϕ_2), aby środki $O_{b_{1,2,3}}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3}$ należały do elipsy c^2 , przedstawiono etapy jej konstrukcji:

- prosta $m = O_{a_1}O_{a_2}$,
- okrąg a_{ϕ_2} współśrodkowy z okręgiem \widehat{a}_2 o długości promienia $r_{\widehat{a}_2} \cos \phi_2$,
- w każdej inwersji $I_{k_{1,2,3}}$, której środkami są punkty $O_{k_{1,2,3}} \in \widehat{a}_1$, okręgi bazowe $\widehat{k}_{1,2,3} \perp \widehat{a}_2$,
- w tak przyjętej inwersji ($\widehat{a}_2 = \widehat{a}_2'$),
- proste $a'_{1,2,3}$ przyporządkowane odpowiednio w inwersjach $I_{k_{1,2,3}}$ okręgowi \widehat{a}_1 ,
- proste $b'_{1,2,3}$ styczne do okręgu a_{ϕ_2} i przecinające proste $a'_{1,2,3}$ pod kątami o mierze ϕ_1 ,
- prostym $b'_{1,2,3}$ przyporządkowane są w każdej z inwersji $I_{k_{1,2,3}}$ okręgi $\widehat{b}_{1,2,3}$,
- środki $O_{b_{1,2,3}}$ okręgów $\widehat{b}_{1,2,3}$ należą do omawianej elipsy.



2.3

Elipsy c_1^2 i c_2^2 są określone osią m oraz punktami $O_{b_{1,2,3}}$.

II. MAKROKONSTRUKCJE W PROGRAMIE CABRI II

Do pracy „Wybrane zagadnienia geometrii budowlanych struktur obrotowych” wykonano w programie CABRI GEOMETRE II wiele makrokonstrukcji, które pozwalają na szybkie i automatyczne generowanie często skomplikowanych graficznie elementów.

W niniejszym rozdziale podaje się dla zainteresowanych algorytmy powstawania niektórych ważniejszych makrokonstrukcji zastosowanych w publikacji.

Układ opisu każdej z makrokonstrukcji ma jednolitą formę:

- 1) kolejny numer i nazwa występująca w aneksie oraz numer rysunku w publikacji, np. rys.V.1.12,
- 2) wynik końcowy makrokonstrukcji,
- 3) elementy dane,
- 4) nazwa rysunku zawierającego założenia do makrokonstrukcji (te rysunki zawsze mają oznaczenie „fz”),
- 5) nazwa makrokonstrukcji zamieszczona w publikacji (zawsze z oznaczeniem „m”) oraz zapis kolejności,
- 6) rysunek pokazujący efekt końcowy zastosowania makrokonstrukcji,
- 7) tekst objaśniający powstawanie makrokonstrukcji opracowany „krok po kroku” jako kolejność konstrukcji,
- 8) w razie potrzeby rysunek ilustrujący algorytm powstawania makrokonstrukcji (z oznaczeniem fk).

Pokazano również jeden przykład komputerowego zapisu algorytmu makrokonstrukcji tzw. listingu.

Nazwy procedur zawartych w programie CABRI są opisywane *kursywą*, np. *reflection* – „ $t_{z1} / l = t_{z2}$ ” oznacza, że prosta t_{z2} jest położona symetrycznie do prostej t_{z1} w symetrii o osi l , *locus* – oznacza miejsce geometryczne.

Przykład układu opisu makrokonstrukcji nie zamieszczonej w aneksie

1. **an_mac_53** (rys.V.1.12)
2. **Krzywa rzędu czwartego, będąca miejscem geometrycznym środków okręgów przechodzących przez dany punkt P i przecinających zadany okrąg \hat{a} pod kątami o mierze ϕ i wierzchołku W należącym do okręgu \hat{a}**
3. Dane: $\hat{a}, <\phi, W \in \hat{a}, os x, P'', 3'$
4. Założenia – „mac54_fz” (rysunek)
5. Makrokonstrukcja – „mac76_m”, (kolejność :1,2,3.....)
6. Rezultat „mac53_f”
7. Kolejność konstrukcji
8. Przebieg konstrukcji „mac53_fk”

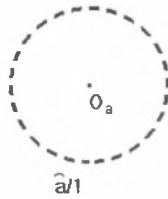
1. „an_mac_1”

Proste styczne do okręgu

Dane: \hat{a} , A

Założenia - „mac1_fz”

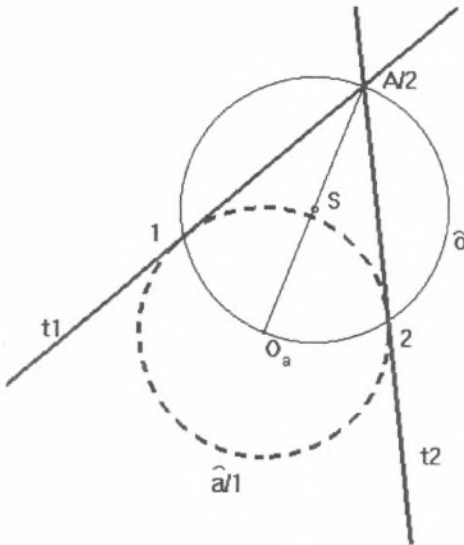
o $A/2$



mac1_fz

Makrokonstrukcja - „mac1_m” (kolejność: 1,2)

Rezultat „mac1_f”



mac1_f

Konstrukcja: - środek S odcinka $O_a A$,

- okrąg \hat{o} o środku S i promieniu $r_o = SA$,

- $1 = \hat{o} \cap \hat{a}$, $2 = \hat{o} \cap \hat{a}$,

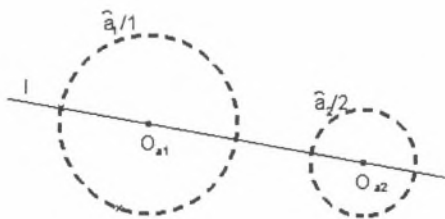
- $t_1 = A1$, $t_2 = A2$

2. „an_mac_2”

Proste styczne zewnętrznie do dwóch okręgów

Założenia - „mac2_fz”

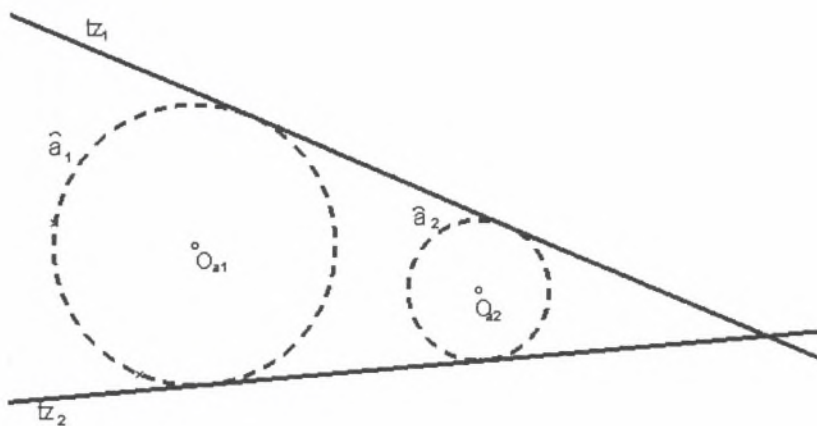
Dane: \hat{a}_1, \hat{a}_2



mac2_fz

Makrokonstrukcja - „mac2_m” (kolejność: 1,2)

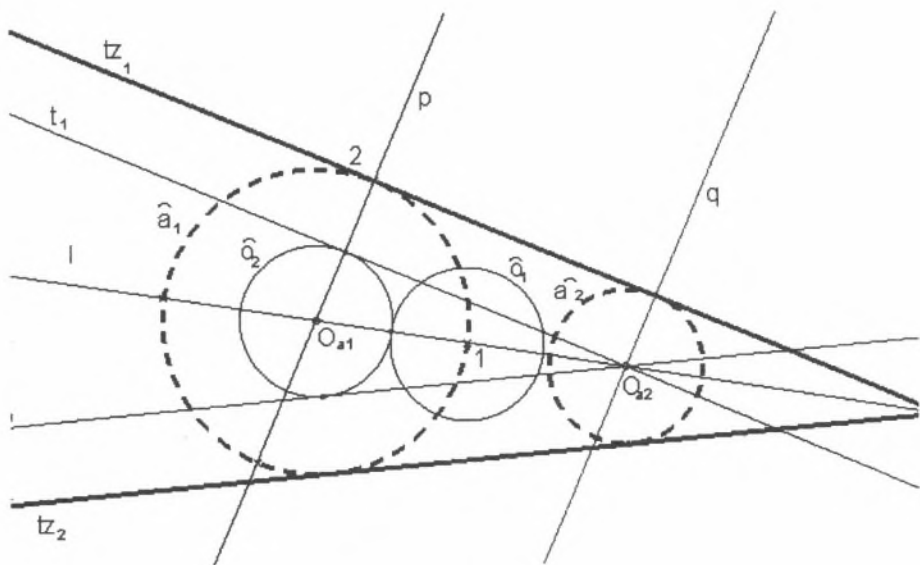
Rezultat „mac2_f”



mac2_f

Kolejność konstrukcji:

- $l = O_{a_1}O_{a_2}$
- $l \cap \hat{a}_1 = 1$
- \hat{o}_1 (środek 1, $r_{o_1} = r_{a_2}$)
- \hat{o}_2 (środek O_{a_2} , $r_{o_2} = r_{a_1} - r_{a_2}$)
- „mac1_m” - $t_{1,2}$
- $O_{a_1} \in p \perp t_1$, $O_{a_2} \in q \perp t_1$
- $p \cap a_1 = 2$
- $2 \in t_{z_1}$, $t_{z_1} \parallel t_1$
- reflection $t_{z_1} / l = t_{z_2}$



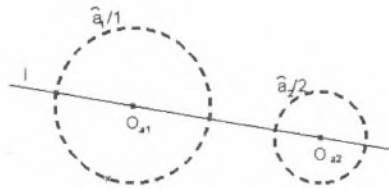
mac2_fk

3. „an_mac_3”

Proste styczne wewnętrznie do dwóch okręgów

Założenia - „mac3_fz”

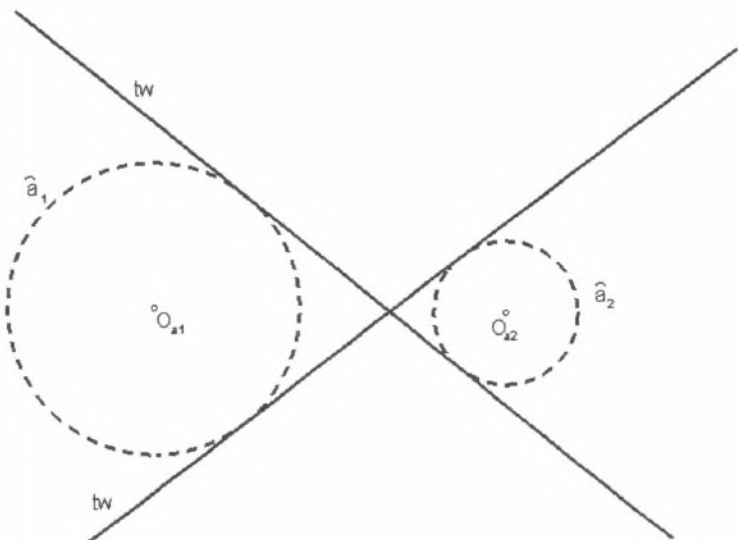
Dane: \hat{a}_1, \hat{a}_2



mac3_fz

Makrokonstrukcja - „mac3_m” (kolejność: 1,2)

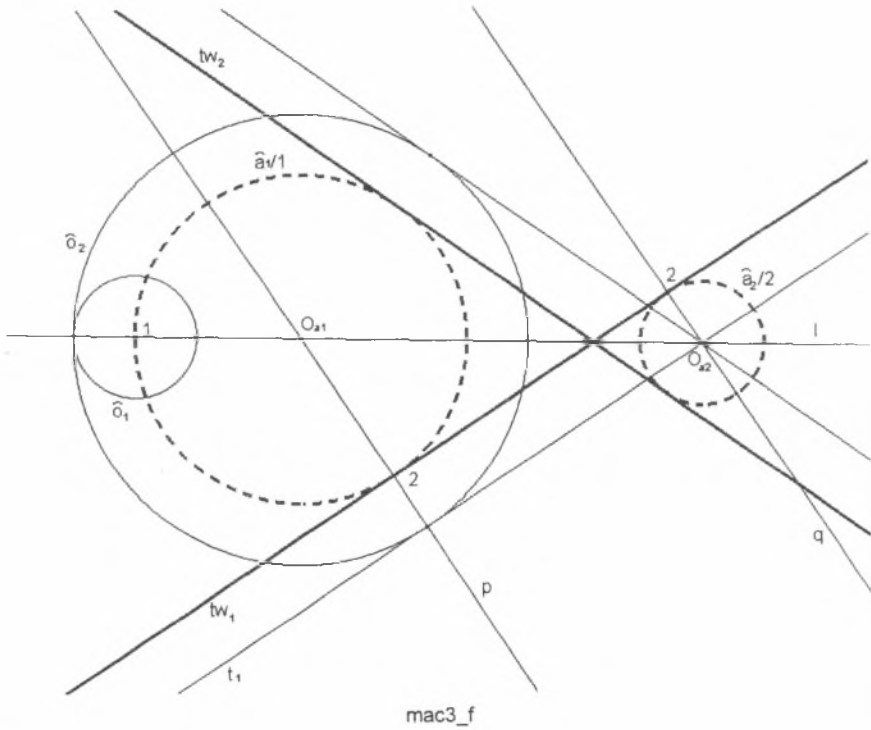
Rezultat „mac3_f”



mac3_f

Konstrukcja:

- $l = O_{a_1}O_{a_2}$
- $l \cap \hat{a}_1 = 1$
- \hat{o}_1 (środek 1, $r_{o_1} = r_{a_2}$)
- \hat{o}_2 (środek O_{a_1} , $r_{o_2} = r_{a_1} + r_{a_2}$)
- „mac1_m” - $t_{1,2}$
- $O_{a_1} \in p \perp t_1$, $O_{a_2} \in q \perp t_1$
- $p \cap a_1 = 2$
- $2 \in t_{w_1}$, $t_{w_1} // t_1$
- reflection $t_{w_1} / l = t_{w_2}$

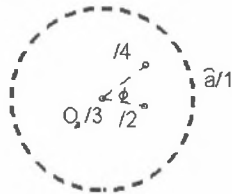


4. an_mac_4

Konstrukcja okręgu, do którego proste styczne przecinają okrąg \widehat{a} pod kątem ϕ

Założenia mac4_fz

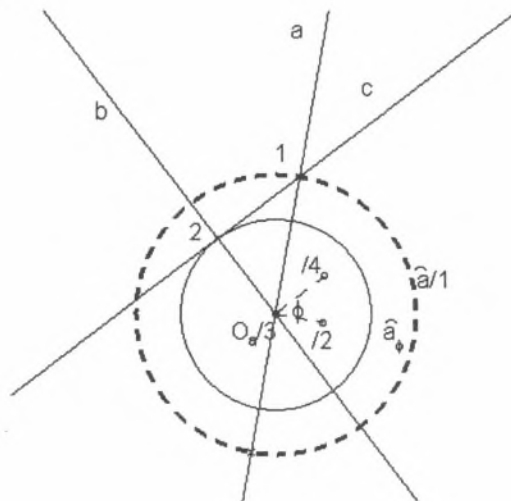
Dane: $\widehat{a}_1, <\phi$



mac4_fz

Makrokonstrukcja „mac4_m” (kolejność 1,2,3,4)

Rezultat mac4_f



mac4_f

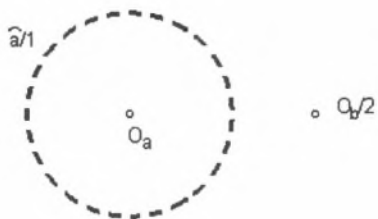
- Kolejność konstrukcji:
- $O_a \in a \perp 23$
 - $a \cap \widehat{a} = 1$
 - $O_a \in b \perp 34$
 - $1 \in c // 34$
 - $b \cap c = 2$
 - $\widehat{a}_\phi (O_a, r_{a\phi} = O_a 2)$

5. an_mac_5

Okrąg \widehat{b} o środku O_b prostopadły do okręgu \widehat{a}

Założenia mac5_fz

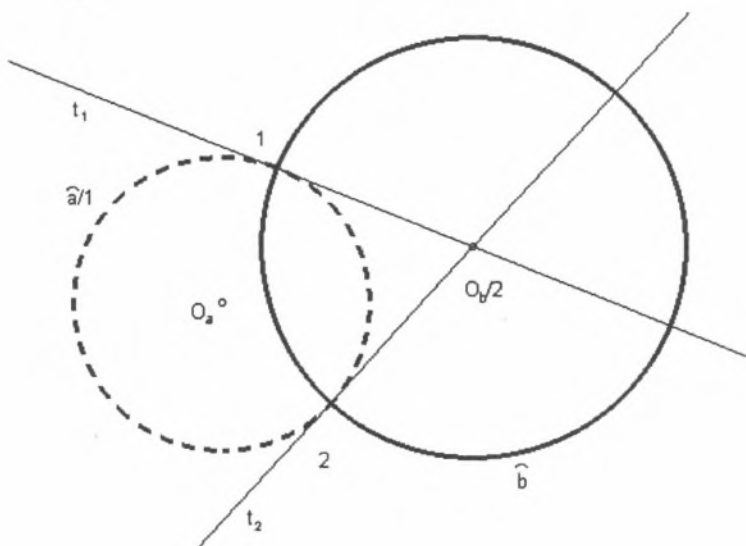
Dane: \widehat{a} , O_b



mac5_fz

Makrokonstrukcja „mac5_m” (kolejność 1,2)

Rezultat mac5_f



mac5_f

Kolejność konstrukcji:

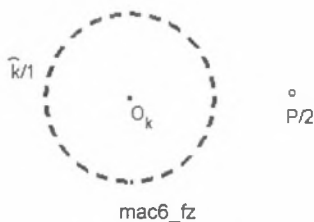
- mac1_m – styczne t_1 i t_2
- $t_1 \cap \widehat{a} = 1$; $t_2 \cap \widehat{a} = 2$
- \widehat{b} (O_b , $r_b = 1O_b$)

6. an_mac_6

Inwersja punktu

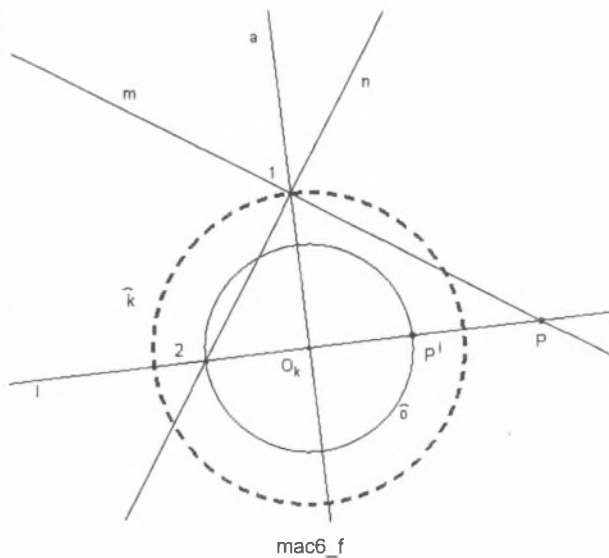
Założenia mac6_fz

Dane: \widehat{k} , P



Makrokonstrukcja „mac6_m” (kolejność 1,2)

Rezultat mac6_f



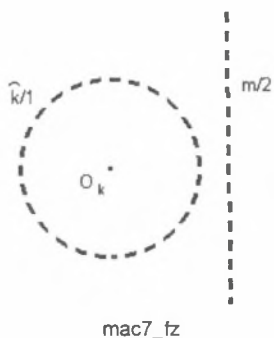
- Kolejność konstrukcji:
- $l = PO_k$
 - $O_k \in a \perp l$
 - $a \cap \widehat{k} = 1$
 - $m = P1$
 - $1 \in n \perp m$
 - $m \cap n = 2$
 - $\widehat{o} (O_k, r_k = O_k 2)$
 - $\widehat{o} \cap l = P'$

7. an_mac_7

Inwersja prostej

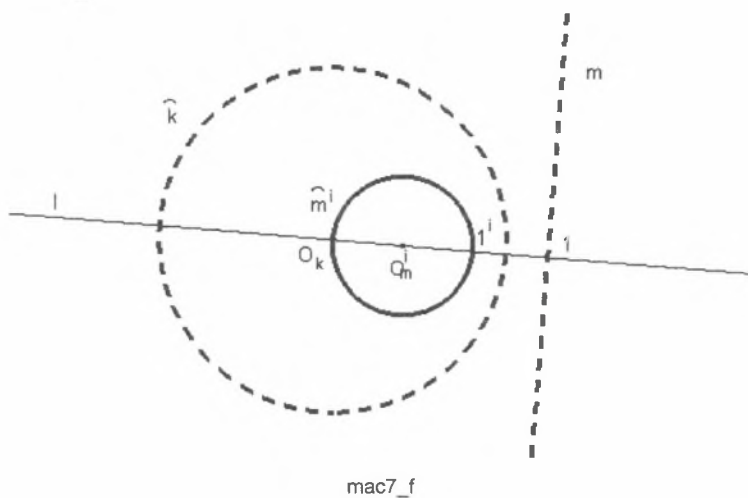
Założenia mac7_fz

Dane: \widehat{k} , m



Makrokonstrukcja „mac7_m” (kolejność 1,2)

Rezultat mac7_f



Kolejność konstrukcji:

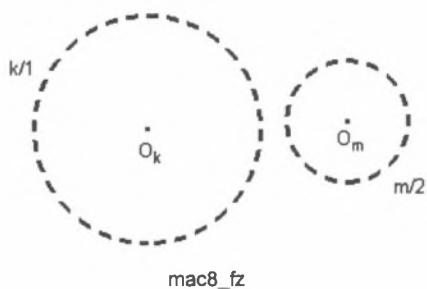
- $O_k \in l \perp m$
- $l \cap m = 1$
- $mac\ 6_m \rightarrow 1^i$
- O_m^i - środek odcinka $O_k 1^i$
- \widehat{m}^i (O_m^i , $r_{m^i} = O_m^i O_k$)

8. an_mac_8

Inwersja okręgu

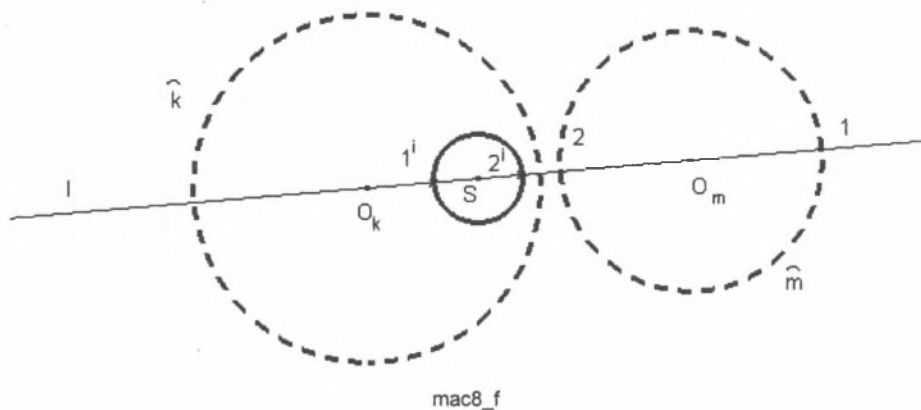
Założenia mac8_fz

Dane: \widehat{k} , \widehat{m}



Makrokonstrukcja „mac8_m” (kolejność 1,2)

Rezultat mac8_f



Kolejność konstrukcji:

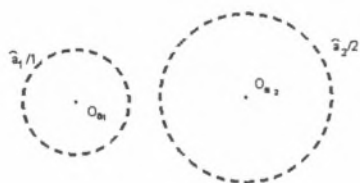
- $l = O_k O_m$
- $l \cap \widehat{m} = 1, 2$
- $mac\ 6_m \rightarrow 1^i, 2^i$
- środek odcinka $1^i 2^i = S$
- $\widehat{m}^i (S, r_m = S1^i)$

9. an_mac_9

Oś potęgowa

Założenia mac9_fz

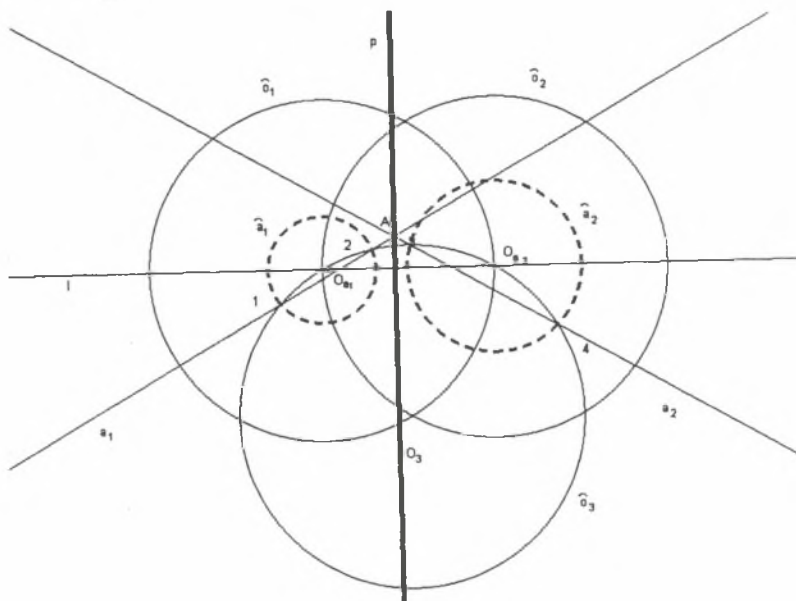
Dane: \widehat{k} , \widehat{m}



mac9_fz

Makrokonstrukcja „mac9_m” (kolejność 1,2)

Rezultat mac9_f



mac9_f

Kolejność konstrukcji:

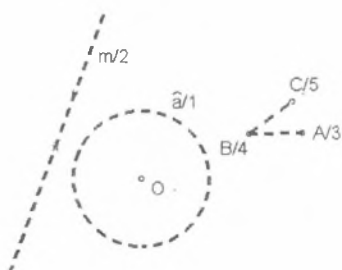
- $l = O_k O_m$
- $l \cap \widehat{m} = 1, 2$
- $\text{mac } 6_m \rightarrow 1', 2'$
- $\text{środek odcinka } 1'2' = S$
- $\widehat{m}' (S, r_{m'} = S1')$

10. an_mac_111

Proste styczne do okręgu zawierające z prostą zadany kąt

Założenia mac111_fz

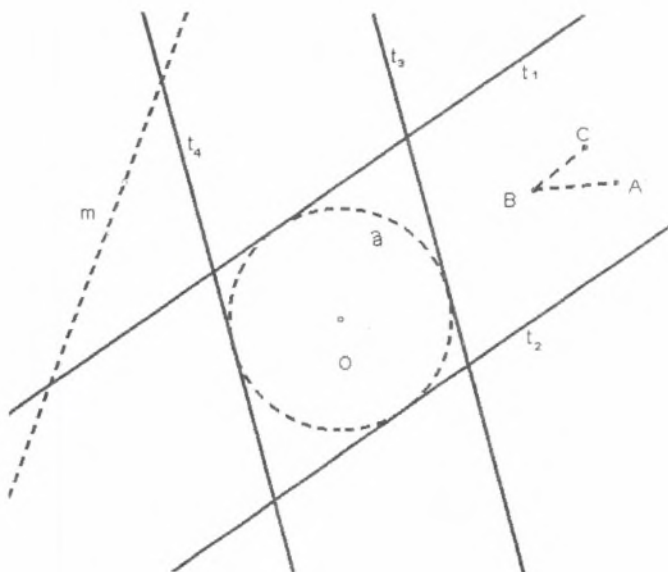
Dane: \hat{a} , m , φ



mac111_fz

Makrokonstrukcja „mac111_m” (kolejność 1,2,3,4,5)

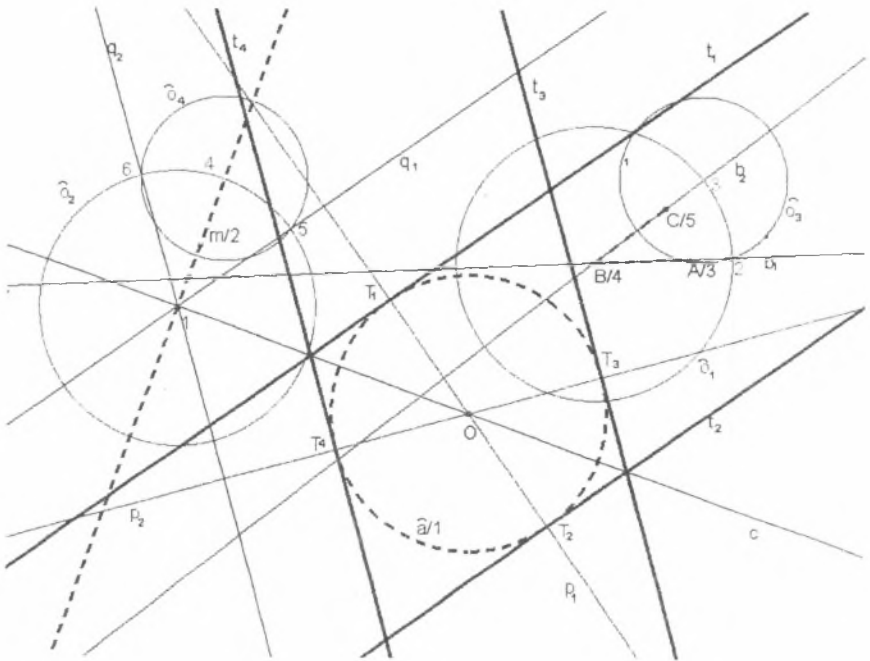
Rezultat mac9_f



mac111_f

Kolejność konstrukcji:

- $b_1 = A, B$, $b_2 = B, C$
- $o \in c \perp m$
- $\bar{o}_1 (B, r_{o_1} = r_o)$, $\bar{o}_2 (1, r_{o_2} = r_o)$
- $\bar{o}_1 \cap b_1 = 2$, $\bar{o}_1 \cap b_2 = 3$, $\bar{o}_2 \cap m = 4$
- $\bar{o}_3 (3, r_{o_3} = 2,3)$, $\bar{o}_4 (4, r_{o_4} = r_{o_3})$
- $\bar{o}_2 \cap \bar{o}_3 = 5,6$
- $1,5 = q_1$, $1,6 = q_2$
- $o \in p_1 \perp q_1$, $o \in p_2 \perp q_2$
- $p_1 \cap \bar{a} = T_1, T_2$, $p_2 \cap \bar{a} = T_3, T_4$
- $T_1 \in t_1 \perp p_1$, $T_2 \in t_2 \perp p_2$, $T_3 \in t_3 \perp p_3$, $T_4 \in t_4 \perp p_4$



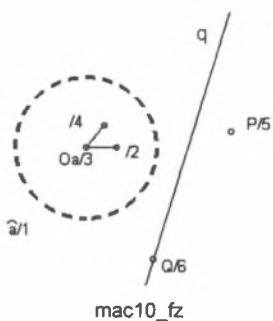
mac111_fk

11. an_mac_10 (II.1.2)

Hiperbola jako miejsce geometryczne środków okręgów przechodzących przez punkt P i przecinających okrąg \tilde{a} pod kątem o mierze φ

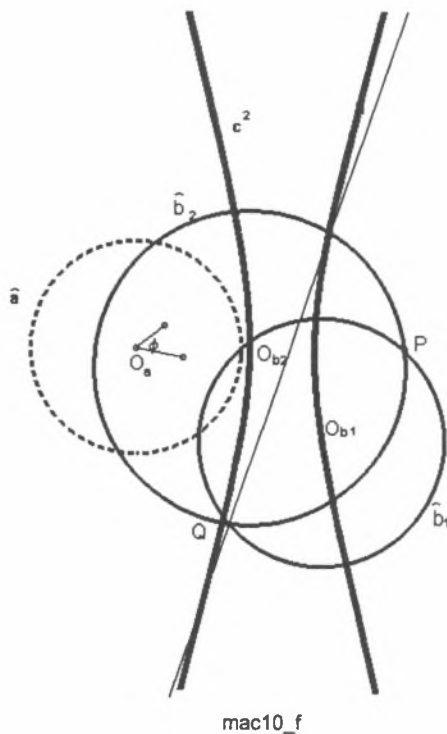
Założenia mac10_fz

Dane: \tilde{a} , φ , P , Q



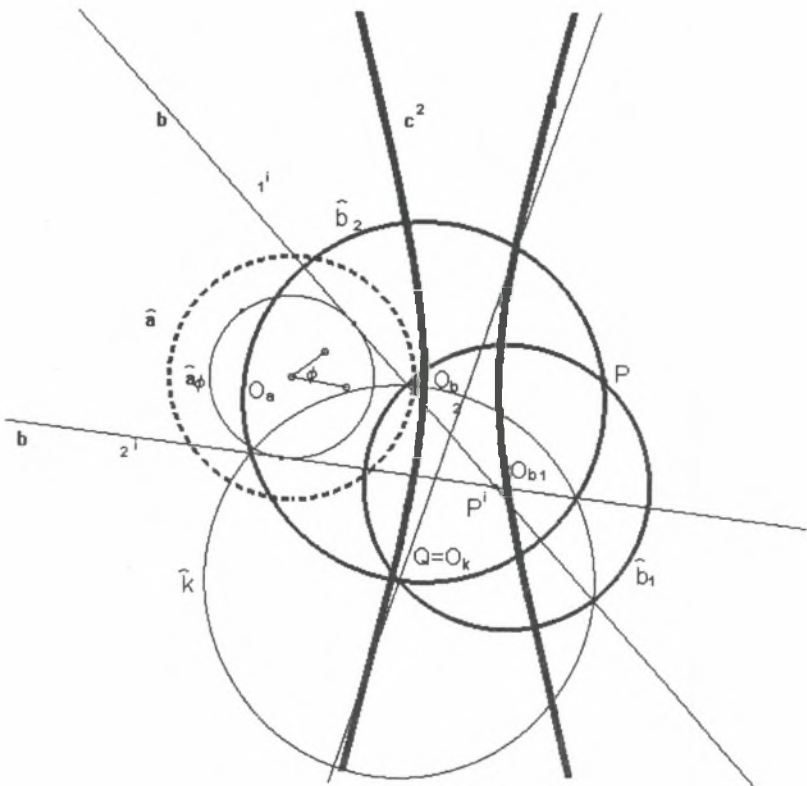
Makrokonstrukcja „mac10_m” (kolejność 1,2,3,4,5,6)

Rezultat mac10_f



Kolejność konstrukcji:

- mac 4_m $\rightarrow \widehat{a}_\varphi$
- $Q = O_k$
- mac 5_m $\rightarrow \widehat{k} \perp \widehat{a}$
- mac 6_m $\rightarrow P^i$
- mac 1_m $\rightarrow b_{1,2}^i$
- mac 7_m $\rightarrow \widehat{b}_1, \widehat{b}_2, O_{b1}, O_{b2}$
- locus $O_{b1}, O_{b2} \rightarrow c^2$ hiperbola



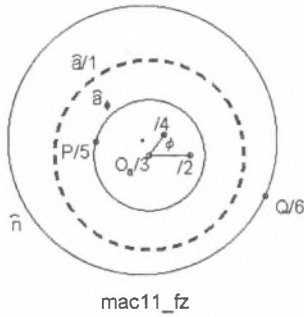
mac10_fk

12. an_mac_11 (II.1.3)

Parabola jako miejsce geometryczne środków okręgów przechodzących przez punkt P i przecinających okrąg \hat{a} pod kątem o mierze φ

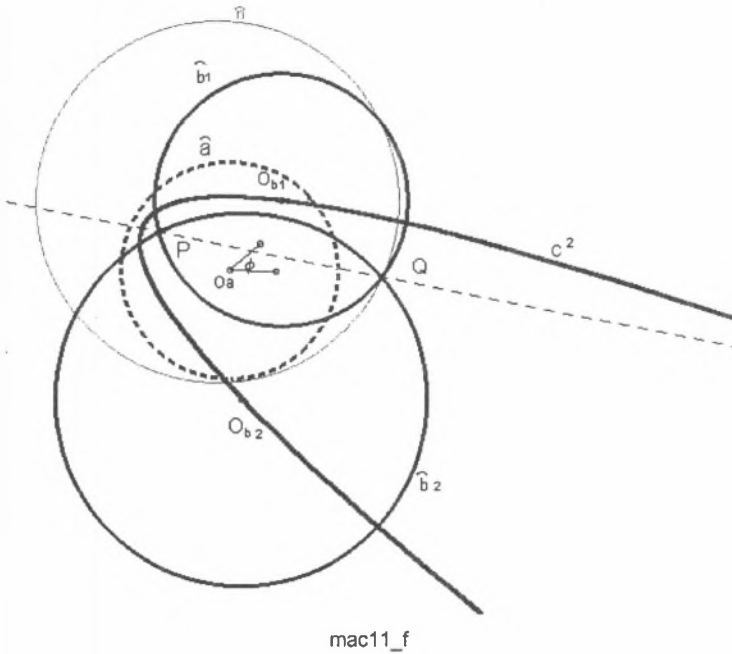
Założenia mac11_fz

Dane: \hat{a} , φ , P , Q



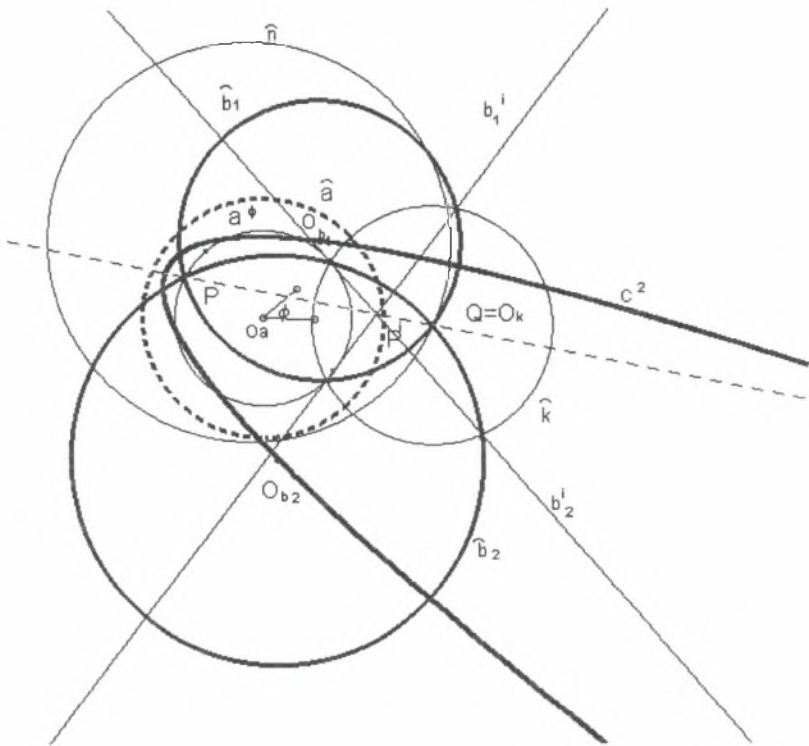
Makrokonstrukcja „mac11_m” (kolejność 1,2,3,4,5,6)

Rezultat mac11_f



Kolejność konstrukcji:

- mac 4_m $\rightarrow \widehat{a}_p$
- $Q = O_k$
- mac 5_m $\rightarrow \widehat{k} \perp \widehat{a}$
- mac 6_m $\rightarrow P'$
- mac 1_m $\rightarrow b'_{1,2}$
- mac 7_m $\rightarrow \widehat{b}_1, \widehat{b}_2, O_{b1}, O_{b2}$
- locus przy zmiennym położeniu punktu Q na okręgu \widehat{n} - szukana parabola



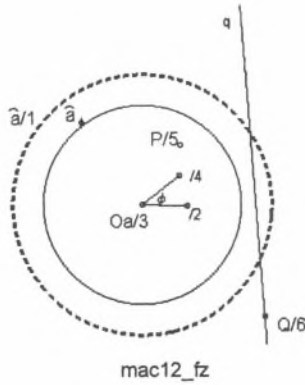
mac11_fk

13. an_mac_12 (II.1.4)

Elipsa jako miejsce geometryczne środków okręgów przechodzących przez punkt P i przecinających okrąg \hat{a} pod kątem o mierze φ

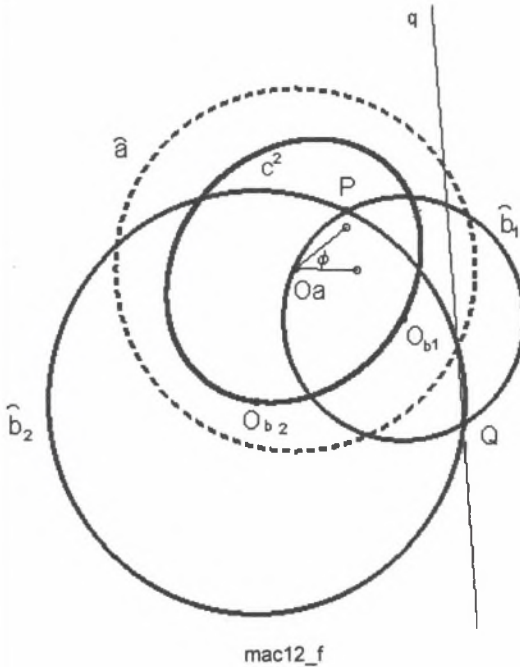
Założenia mac12_fz

Dane: \hat{a} , φ , P, Q



Makrokonstrukcja „mac12_m” (kolejność 1,2,3,4,5,6)

Rezultat mac12_f

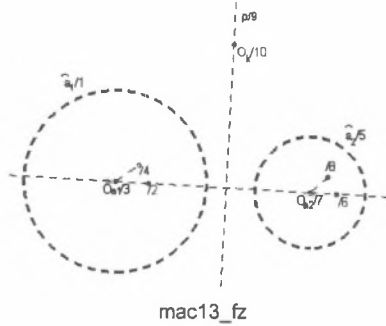


14. an_mac_13_w (II.2.2)

Hiperbole jako miejsce geometryczne środków okręgów przecinających dwa dane okręgi pod kątami o zadanych miarach

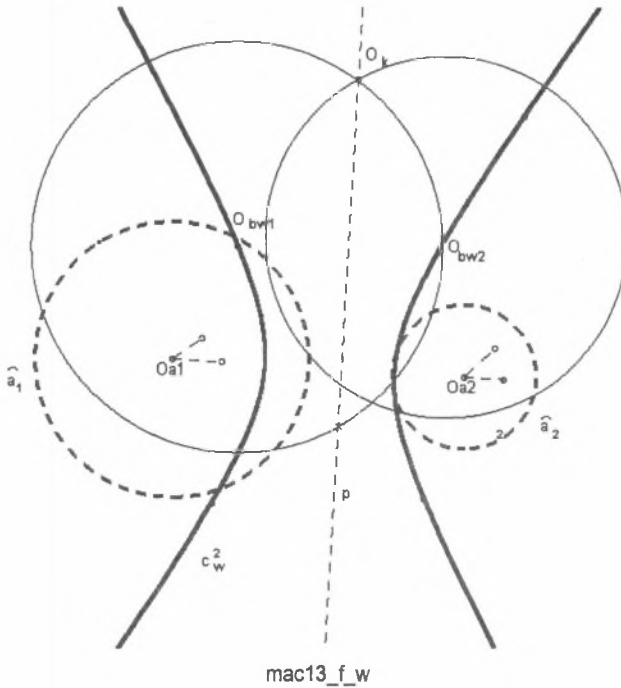
Założenia mac13_fz

Dane: $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \varphi_1, \varphi_2$



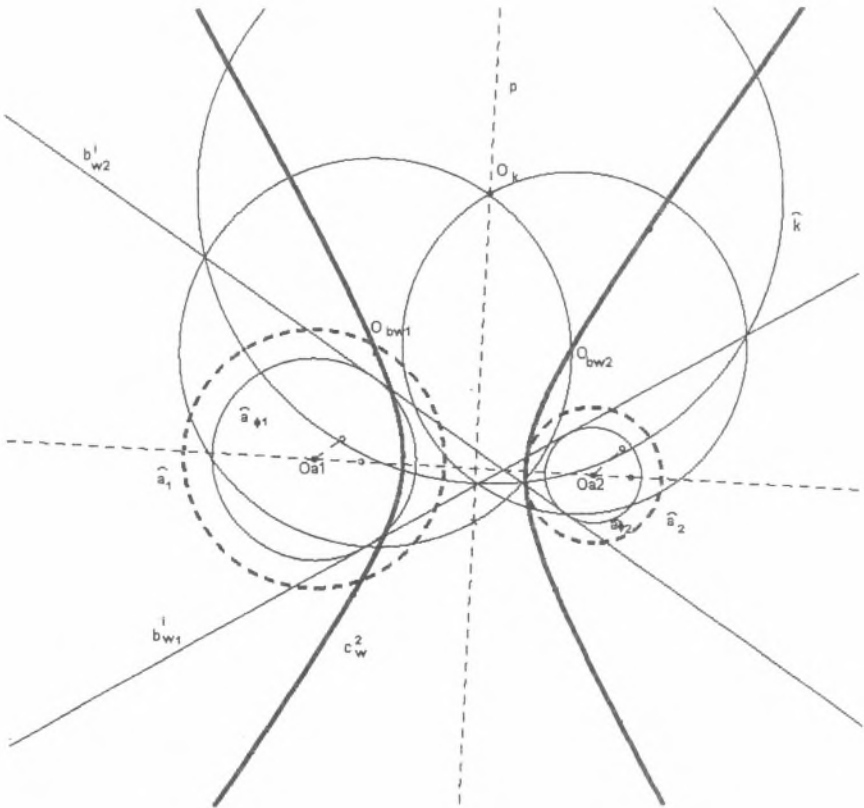
Makrokonstrukcja „mac13_mw” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)

Rezultat mac13_f_w



Kolejność konstrukcji:

- mac 9_m $\rightarrow p$
- $O_k \in p$
- mac 5_m $\rightarrow \widehat{k}$
- mac 4_m $\rightarrow \widehat{a}_{\phi 1}, \rightarrow \widehat{a}_{\phi 2}$
- mac 7_m $\rightarrow \widehat{b}_{w1}, \widehat{b}_{w2}, O_{bw1}, O_{bw2}$
- locus - c_w^2



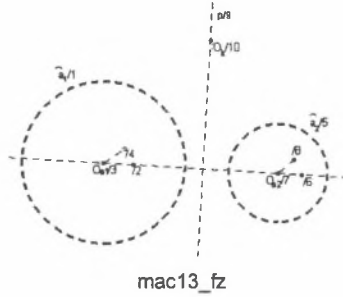
mac13_f_wk

15. an_mac_13_z (II.2.2)

Hiperbole jako miejsce geometryczne środków okręgów przecinających dwa dane okręgi pod kątami o zadanych miarach

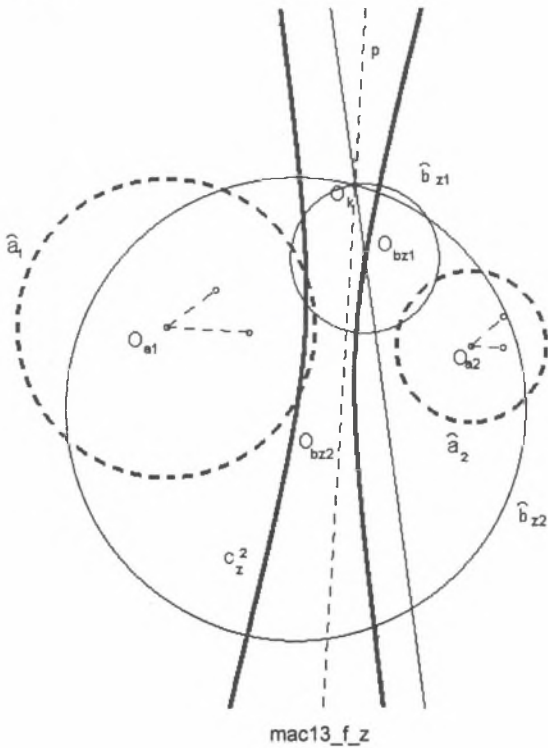
Założenia mac13_fz

Dane: $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \varphi_1, \varphi_2$



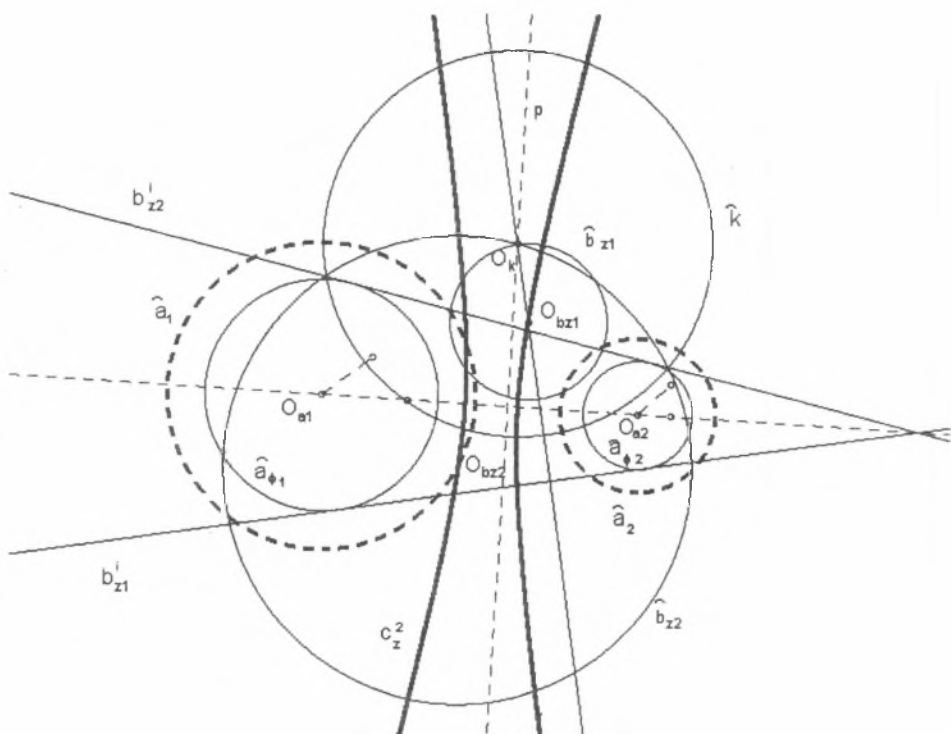
Makrokonstrukcja „mac13_mz” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)

Rezultat mac13_f_z



Kolejność konstrukcji:

- mac 9_m $\rightarrow p$
- $O_k \in p$
- mac 5_m $\rightarrow \widehat{k}$
- mac 4_m $\rightarrow \widehat{a}_{\varphi 1}, \widehat{a}_{\varphi 2}$
- mac 2_m $\rightarrow b'_{z1}, b'_{z2}$
- mac 7_m $\rightarrow \widehat{b}_{z1}, \widehat{b}_{z2}, O_{bz1}, O_{bz2}$
- locus - c_z^2



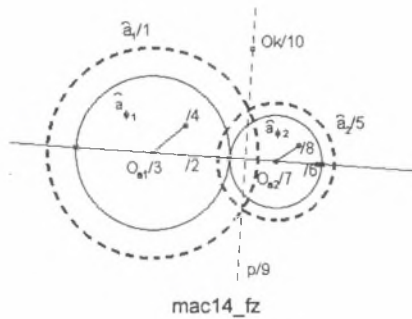
mac13_f_zk

16. an_mac_14 (II.2.3)

Parabola jako miejsce geometryczne środków okręgów przecinających dwa dane okręgi pod kątami o zadanych miarach

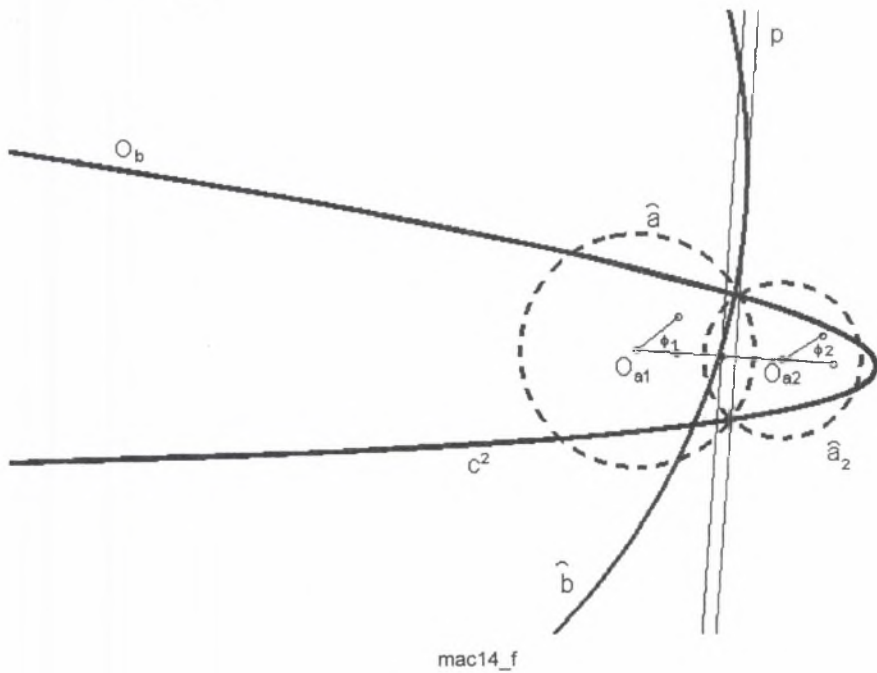
Założenia mac14_fz

Dane: $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \varphi_1, \varphi_2$



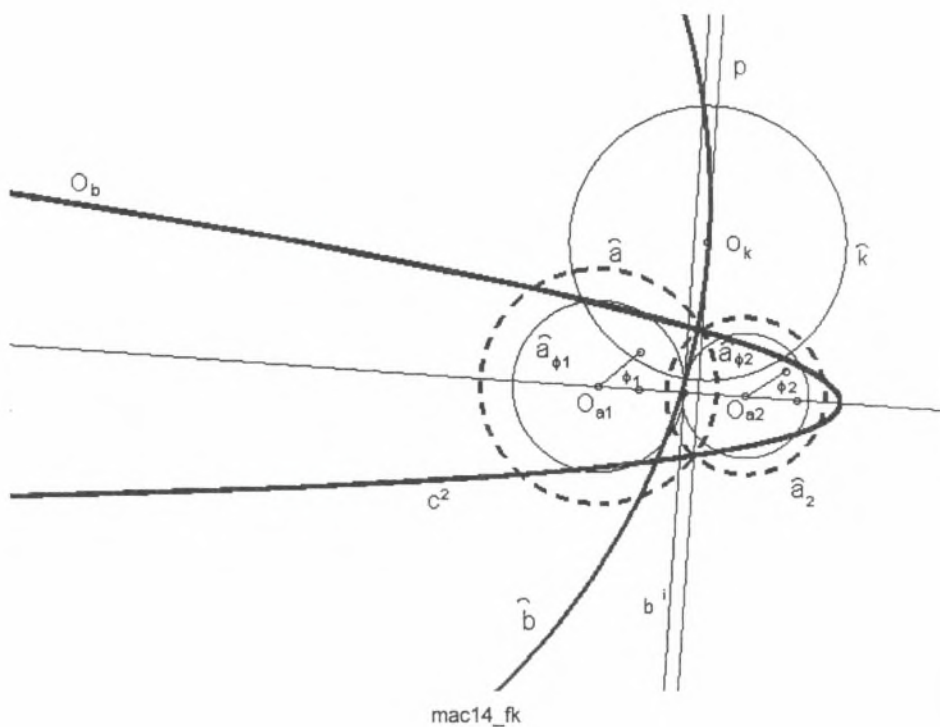
Makrokonstrukcja „mac14_m” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)

Rezultat mac14_f



Kolejność konstrukcji:

- mac 4_m $\rightarrow \widehat{a}_{\phi_1}, \widehat{a}_{\phi_2}$
- mac 9_m $\rightarrow p$
- $O_k \in p$
- mac 5_m $\rightarrow \widehat{k}$
- $\widehat{a}_{\phi_1} \cap \widehat{a}_{\phi_2} = 1$
- $l \in b' // p$
- mac 7_m $\rightarrow \widehat{b}, O_b$
- locus - c^2 - parabola

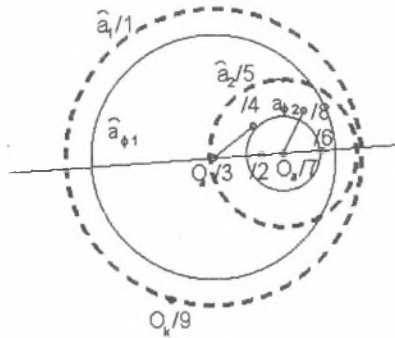


17. an_mac_15 (II.2.4)

Parabola jako miejsce geometryczne środków okręgów przecinających dwa dane okręgi pod kątami o zadanych miarach

Założenia mac15_fz

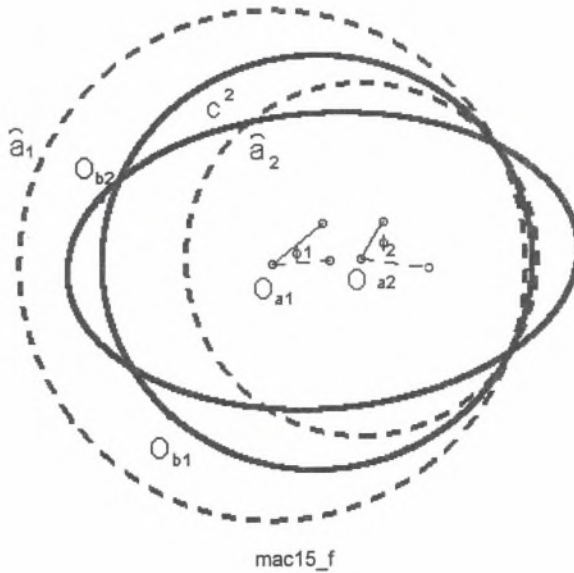
Dane: $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \varphi_1, \varphi_2$



mac15_fz

Makrokonstrukcja „mac15_m” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8,9,)

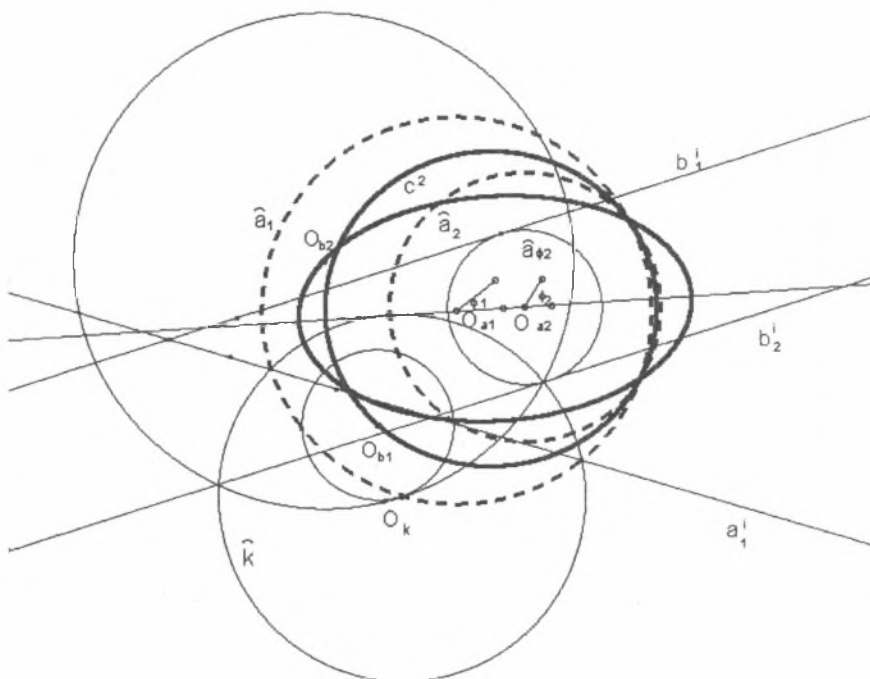
Rezultat mac15_f



mac15_f

Kolejność konstrukcji:

- mac 4_m $\rightarrow \widehat{a}_{\phi 2}$
- mac 5_m $\rightarrow \widehat{k} \perp \widehat{a}_1$
- mac 8_m $\rightarrow a_1^i$
- mac 111_m $\rightarrow b_1^i, b_2^i$ styczne do $\widehat{a}_{\phi 2}$ zawierające $\angle \phi_1$ z prostą a_1^i
- mac 7_m $\rightarrow \widehat{b}_1, O_{b1}, \widehat{b}_2, O_{b2}$
- locus - c^2 - elipsa



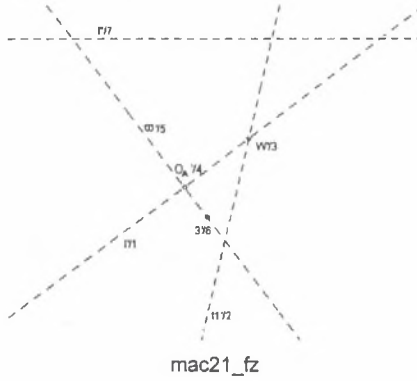
mac15_fk

18. an_mac_21 (etap 1 do an_mac_26)

Rzuty powierzchni stożkowej

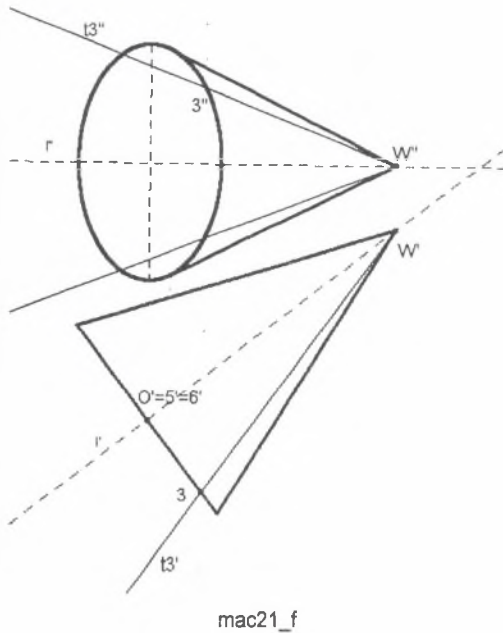
Założenia - „mac21_fz”

Dane: oś $l/1$, powierzchnia stożka obrotowego, tworząca $t_1/2$, wierzchołek $W_1/3$,
środek $O_1/4$ okręgu przekroju normalnego płaszczyzną $\omega/5$, punkt $3/6$ na przekroju
normalnym, oś rzutów $l/7$



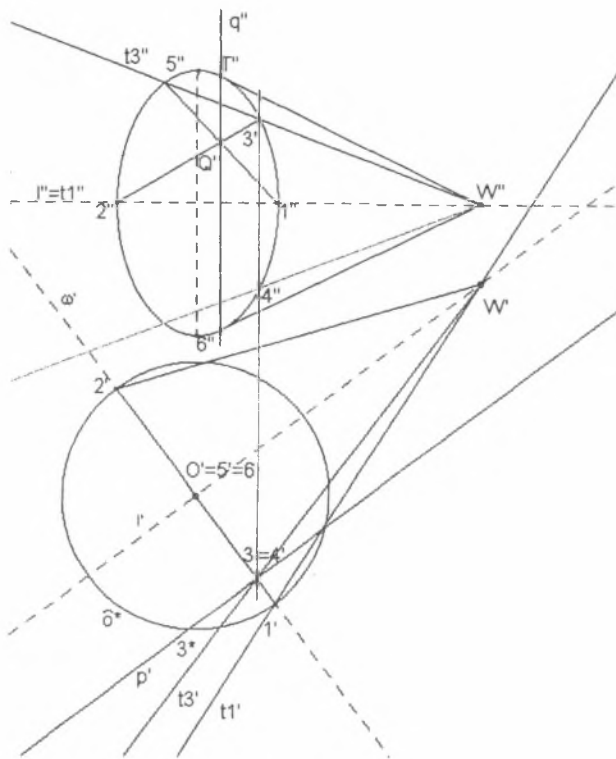
Makrokonstrukcja „wis_1” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7)

Rezultat mac21_f



Kolejność konstrukcji:

- $\omega \cap t'_1 = 1'$
- $\delta^* (O', r_o = O'1')$
- $3' \in p' \perp \omega'$
- $p' \cap \delta^* = 3^*$
- $3'' \in \text{odn.} , \text{odl.} (3''l'' = 3'3^*)$
- $1'', 2'', 5'', 6'' \in \text{odn.} , d(5''l'' = 6'l'' = r_o)$
- conic - punkty $1''2''3''4''5''$ określają rzut pionowy elipsy
- $2''3'' \cap 1''5'' = Q''$
- $Q'' \in q'' \perp l''$
- $q'' \cap e'' = T''$

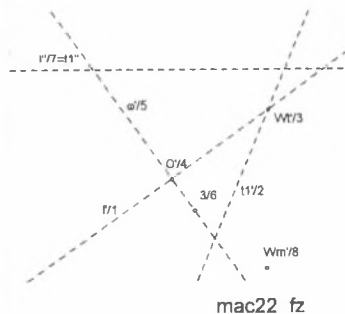


mac21_fk

19. an_mac_22 (etap 2 do an_mac_26)

Rzuty tworzących $m_{1,2}$ stożka o wierzchołku W_m „normalnego” do stożka obrotowego o wierzchołku W_t

Założenia - mac22_fz

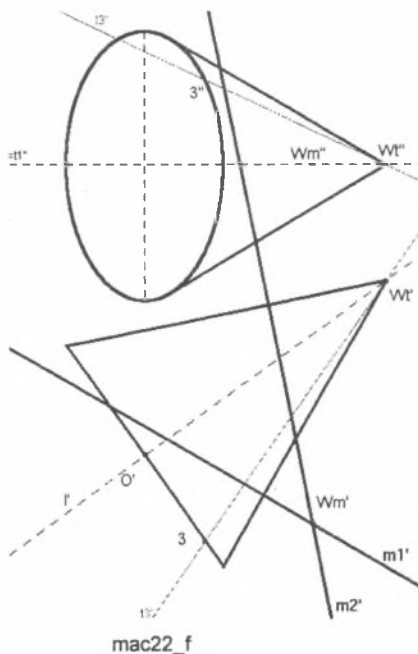


Makrokonstrukcja „wis_2” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8)

Dane: oś powierzchni stożka obrotowego $l/1$, tworząca $t_t/2$, wierzchołek $W_t/3$, środek $O_A/4$ okręgu przekroju normalnego płaszczyzną $\omega/5$, punkt $3/6$ na przekroju normalnym, oś rzutów $l/7$, wierzchołek stożka normalnego $W_m/8$.

Konstrukcja: - tworzące m_1 i m_2 stożka normalnego o wierzchołku W_m

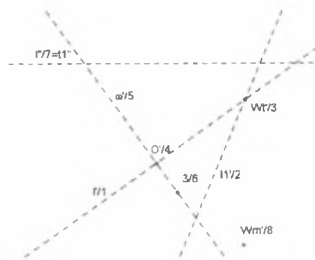
Rezultat mac22_f



20. an_mac23 (etap 3 do an_mac_26)

Rzuty sfery \widehat{R} zawierającej punkty wspólne tworzących $t_{1,2,3}$ i $m_{1,2,3}$.

Założenia mac23_fz



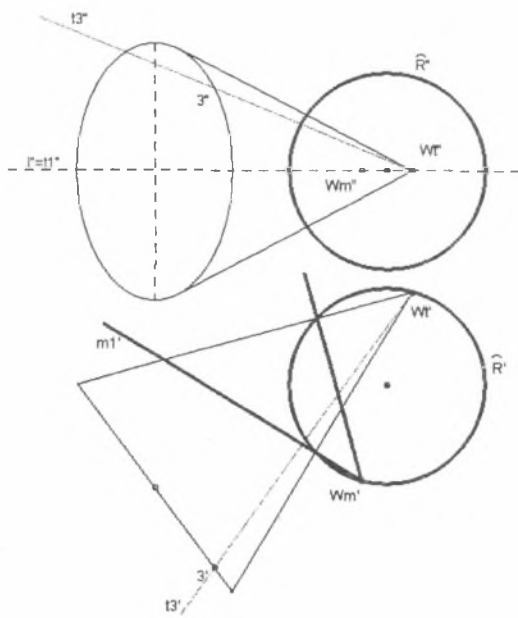
mac23_fz

Makrokonstrukcja "wis_3" (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8)

Dane: oś powierzchni stożka obrotowego $l/1$, tworząca $t_1/2$, wierzchołek $W_1/3$, środek $O_A/4$ okręgu przekroju normalnego płaszczyzną $\varpi/5$, punkt $3/6$ na przekroju normalnym, oś rzutów $l/7$, wierzchołek stożka normalnego $W_m/8$.

Kolejność konstrukcji: - makro "wis_2" - rzuty stożka o wierzchołku W_1 oraz rzuty stożka normalnego o wierzchołku W_m i tworzących $m_{1,2}$,
- rzuty sfery \widehat{R} , o średnicy W_mW_1 ,

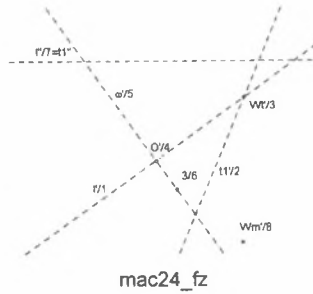
Rezultat: mac23_f



mac23_f

21. an_mac24 (etap 4 do an_mac_26)

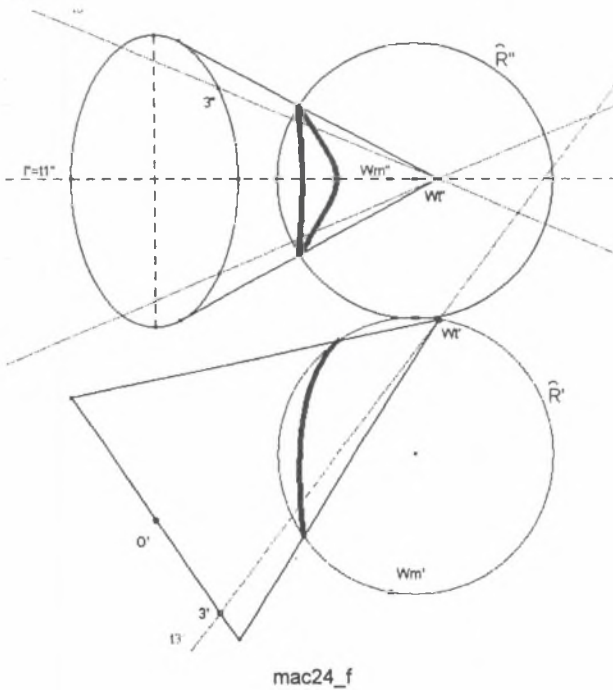
Linia przenikania powierzchni stożkowej obrotowej o wierzchołku W , z powierzchnią sfery \widehat{R}
 Założenia mac24_fz



Makrokonstrukcja "wis_4" (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8)

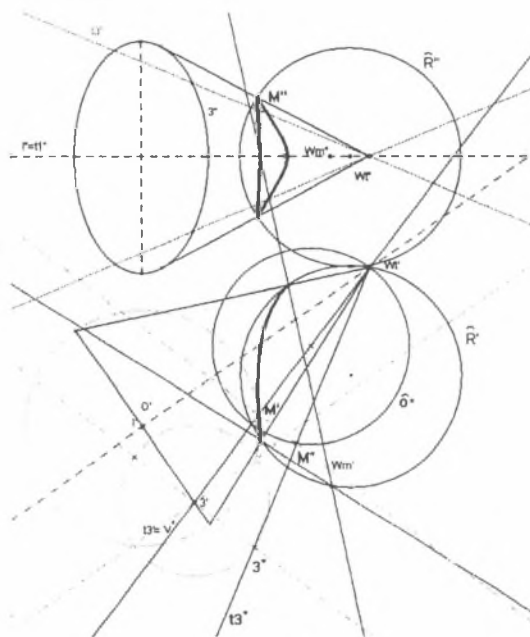
Dane: oś powierzchni stożka obrotowego $l/1$, tworząca $t_1/2$, wierzchołek $W_1/3$, środek $O_1/4$ okręgu przekroju normalnego płaszczyzną $\pi/5$, punkt $3/6$ na przekroju normalnym, oś rzutów $l/7$, wierzchołek stożka normalnego $W_m/8$.

Rezultat: mac24_f



Konstrukcja:

- makro "wis_3" rzuty stożka o wierzchołku W_1 , oraz rzuty stożka normalnego o wierzchołku W_m i tworzących $m_{1,2}$ oraz rzuty sfery \widehat{R} , o średnicy $W_m W_1$,
- rzuty linii przenikania powierzchni stożkowej o wierzchołku W_1 z powierzchnią sfery \widehat{R} wykonano klasycznym sposobem,
- punkt M jako punkt przebiecia sfery \widehat{R} tworzącą t_3 :
- $t_3 \in v \perp \pi_1$,
- $v \cap R = \delta$, $\rightarrow \delta^*$ - kład,
- t_3^* - kład
- $\delta^* \cap t_3^* = W_1 + M^*$,
- M' i M''
- *locus* (miejsce geometryczne) dla punktu M przy zmiennym punkcie 3 otrzymuje się dla każdego z rzutów $M' M''$ rzuty linii przenikania (tylko połowę),
- z warunku symetrii względem płaszczyzny poziomej zawierającej oś stożka otrzymuje się drugą część linii przenikania.

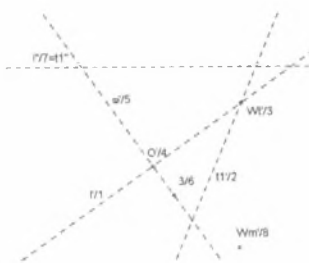


mac24_fk

22. an_mac25 (etap 5 do an_mac_26)

Tworzące powierzchni stożkowej „normalnej” o wierzchołku W_m

Założenia – mac25_fz



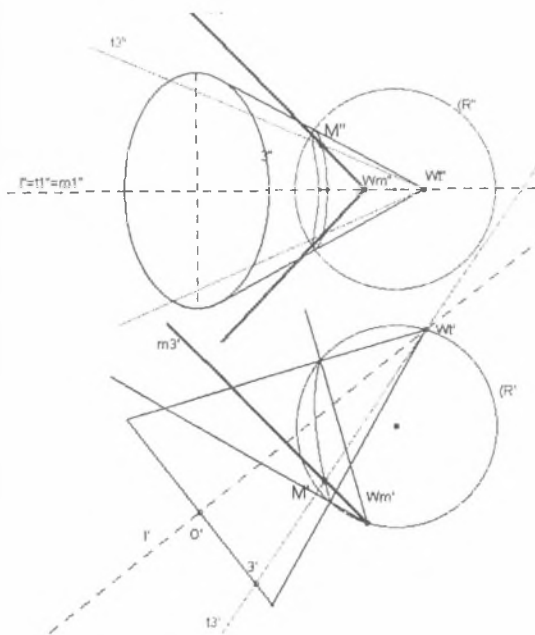
mac25_fz

Makrokonstrukcja „wis_5” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8)

Dane: oś powierzchni stożka obrotowego $l/1$, tworząca $t_1/2$, wierzchołek $W_1/3$, środek $O_A/4$ okręgu przekroju normalnego płaszczyzną $w/5$, punkt $3/6$ na przekroju normalnym, oś rzutów $l/7$, wierzchołek stożka normalnego $W_m/8$.

Kolejność konstrukcji: - makro „wis_5” rzuty punktu M przecięcia tworzącą t_3 sfery \bar{R}
 - tworzącą $m_3 = M_3W_m$, i tworzącą $m_4 = M_4W_m$.

Rezultat mac25_f

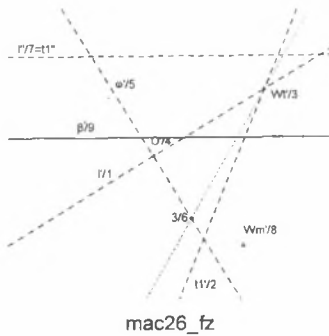


mac25_f

23. an_mac_26 (IV.8.4)

Rzuty krzywej rzędu czwartego jako części wspólnej powierzchni stożkowej „normalnej” do powierzchni stożkowej obrotowej o wierzchołku W_1

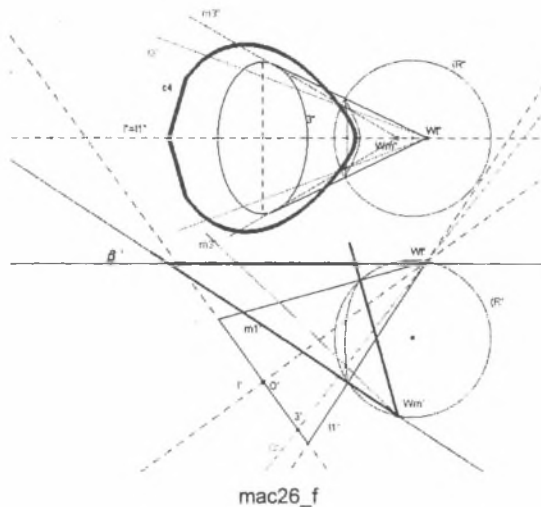
Założenia „mac26_fz”



Makro „wis_6” (kolejność 1,2,3,4,5,6,7,8,9)

Dane: oś powierzchni stożka obrotowego $l/1$, tworząca $t_1/2$, wierzchołek $W_1/3$, środek $O_1/4$ okręgu przekroju normalnego płaszczyzną $\omega/5$, punkt $3/6$ na przekroju normalnym, oś rzutów $l/7$, wierzchołek stożka normalnego $W_m/8$, płaszczyzna $\beta/9$ (równoległa do rzutni pionowej)

Rezultat: mac26_f



Konstrukcja: - makro „wis_5” tworzące $m_{1,2,..}$,

- punkty przecięcia tworzącymi $m_{1,2,..}$ płaszczyzny β ,
- locus (miejsce geom. tych punktów przy zmiennym położeniu punktu 3).

III. PRZYKŁAD KOMPILEROWEGO ZAPISU ALGORYTMU MAKROKONSTRUKCJI, TZW. LISTINGU

Poniziej przedstawiono wyedytowany w trybie tekstowym plik jednej z makrokonstrukcji jako ciekawostkę dla użytkowników programu CABRI.

MACRO Cabrill vers. MS-Windows 1.0

mac111.

Mth: 0

CN:5, ON:33, FN:4, PO:31

CT:

circle, CS 1, R, W, tT, DS:8 14, GT:0, V, nSt

line, CS 0, R, W, tT, DS:8 14, GT:0, V, nSt

point, CS 0, R, W, t, DS:1 1, GT:3, V, nSt

point, CS 0, R, W, t, DS:1 1, GT:3, V, nSt

point, CS 0, R, W, t, DS:1 1, GT:3, V, nSt

Const:

Perp, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 1 3

Int, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 7 3

Line, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 5 6

Line, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 5 4

Pt/, Mth:3, 0, 0, CN:1, VN:3, Const: 2

Mid, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 11 5

Sym, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 1 12

Cir, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 5 13

Int, Mth:1, 0, 33024, CN:2, VN:1, Const: 9 14

Int, Mth:1, 0, 33024, CN:2, VN:1, Const: 10 14

Mid, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 11 8

Sym, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 1 17

Cir, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 8 18

Int, Mth:1, 0, 32768, CN:2, VN:1, Const: 3 19

Cir, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 15 16

Pt/, Mth:3, 0, 0, CN:1, VN:3, Const: 21

Mid, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 22 20

Sym, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:1, Const: 15 23

Cir, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 20 24

Int, Mth:3, 0, 32896, CN:2, VN:1, Const: 25 19

Int, Mth:3, 0, 32897, CN:2, VN:1, Const: 25 19

Line, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 8 26

Line, Mth:1, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 8 27

Perp, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 1 29

Perp, Mth:0, 0, 0, CN:2, VN:2, Const: 1 28

Int, Mth:1, 0, 32768, CN:2, VN:1, Const: 30 2

Int, Mth:1, 0, 33024, CN:2, VN:1, Const: 30 2

Int, Mth:1, 0, 32768, CN:2, VN:1, Const: 31 2

Int, Mth:1, 0, 33024, CN:2, VN:1, Const: 31 2

Perp, Mth:0, 1, 0, CN:2, VN:2, Const: 33 30, B, W, tT, DS:1 1, GT:0, V, nSt

Perp, Mth:0, 1, 0, CN:2, VN:2, Const: 32 30, B, W, tT, DS:1 1, GT:0, V, nSt

Perp, Mth:0, 1, 0, CN:2, VN:2, Const: 35 31, B, W, tT, DS:1 1, GT:0, V, nSt

Perp, Mth:0, 1, 0, CN:2, VN:2, Const: 34 31, B, W, tT, DS:1 1, GT:0, V, nSt

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 1427-9274

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice
tel./fax 237-13-81,
www.wydawnictwo.polsl.gliwice.pl,
wydawnictwo@polsl.gliwice.pl

Nakład 100 egz. Ark. wyd. 3,5. Ark. druk. 3,5. Papier offset. kl. III 70x100 80 g
Oddano i podpisano do druku 20.06.2000 r. Druk ukończono w lipcu 2000 r.
Zam. 21/2000

Fotokopie, druk i oprawę wykonano w UKiP sc, *J&D Gębka*,
Gliwice, ul. Pszczyńska 44, tel./fax 231-87-09