ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2009
Seria: GEOMETRIA I GRAFIKA INŻYNIERSKA z. 7 Nr kol. 1813

Marcin GÓRKO
Katedra Geodezji, Kartografii Środowiska i Geometrii Wykreślnej, Politechnika Łódzka

OPTYCZNA REALIZACJA RZUTU STEREOGRAFICZNEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono analizę zachowania się układu optycznego, który z punktu widzenia geometrii wykreślnej (szczególnie zaś perspektywy) oferuje bardzo interesujące odwzorowanie. Jest to mianowicie złożenie rzutu środkowego na powierzchnię sfery z rzutem stereograficznym wykonywanym na płaskie tło z punktu tej sfery. Takie złożenie dwóch rzutowań pozwala uzyskać superszerokokątną perspektywę niekolinearną, która była przedmiotem rozprawy doktorskiej wykonanej na Politechnice Wrocławskiej przez Tomasza Wąsowicza pod opieką prof. Jerzego Mroczkowskiego. Zainteresowania fotograficzne autora zwróciły jego uwagę na „Fisheye converter" produkcji firmy Nikon, który do niedawna był oferowany do niektórych modeli aparatów cyfrowych tej firmy. Układ optyczny konwertera rybie oko wraz z układem optycznym obiektywu aparatu daje niemal identyczne odwzorowanie przestrzeni, jak to omówiono w wyżej wspomnianej pracy doktorskiej.

OPTICAL REALISATION OF STEREOGRAPHICAL PROJECTION

Summary. This paper presents the behavior of an optical system, which – from the viewpoint of descriptive geometry (particularly the perspective) – offers very interesting projection. This is composed central projection on a sphere and stereographical projection on a plane from a point that belongs to the sphere. This composed projection creates a superwideangle non-colinear perspective, which some year ago was the topic of PhD disertation done at the Technical University of Wroclaw by Tomasz Wąsowicz under the promotion of prof. Jerzy Mroczkowski. The author's photographic interests turned his attention to a „fish eye converter" made by Nikon, which not so long ago was offered as optical accessory for some digital cameras of that branch. The combined optical setup of the fisheye converter and camera lens creates almost identical projection of the space as the one described in the mentioned PhD work.

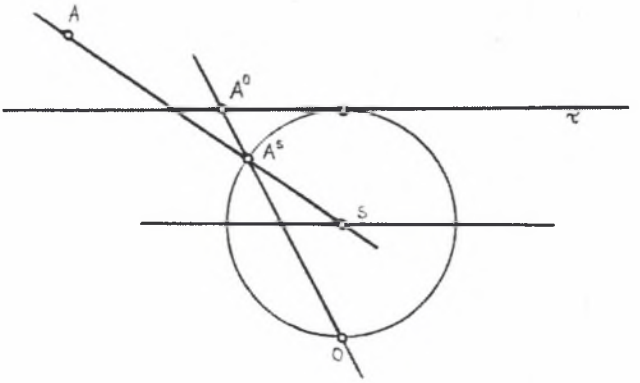
1. Wstęp

Cechą wspólną wszystkich odmian rzutu środkowego jest fakt przechodzenia promieni rzutujących przez wspólny punkt, będący punktem właściwym. O charakterze odwzorowania i własnościach rzutu decyduje również rodzaj tła, będącego integralną częścią aparatu rzutowego. Najpopularniejsze, najczęściej stosowane – i zarazem najbardziej oczywiste – jest tło płaskie. Istnieją jednak odwzorowania, w których powierzchnia tła nie jest płaska. Może być to powierzchnia rozwijalna, jak w przypadku pobocznicy walca lub stożka, a także powierzchnia nierozwijalna – na przykład kuli. W pierwszym przypadku rzut środkowy na walec lub stożek zwie się panoramą, rzut środkowy na sferę to olorama [1].

W niniejszej pracy omówione zostały własności odwzorowania układu optycznego cyfrowego aparatu fotograficznego oraz porównano je z modelem niekolinearnej perspektywy szerokokątnej, omówionej w pracy doktorskiej Tomasza Wąsowicza z Politechniki Wrocławskiej [2].

2. Niekolinearna perspektywa szerokokątna

W pracy [2] omówiona jest niekolinearna perspektywa szerokokątna, będąca złożeniem dwóch rzutowań. Punkty półprzestrzeni, takie jak wybrany na rysunku 1 punkt A odwzorowywane są za pomocą rzutu środkowego na sferę, przy czym środek rzutu S znajduję się w środku sfery. Następnie otrzymane w ten sposób punkty na powierzchni sfery A^S rzutowane są na płaszczyznę tła τ styczną do niej, a środkiem rzutu jest punkt antypodyczny sfery, oznaczony O. Punkt A^O jest ostatecznym obrazem punktu A. Schemat rzutowania przedstawia poniższy rysunek.



Rys. 1. Schemat aparatu rzutowego z pracy doktorskiej Tomasza Wąsowicza
Fig. 1. The scheme of projection apparatus from Tomasz Wasowicz PhD thesis

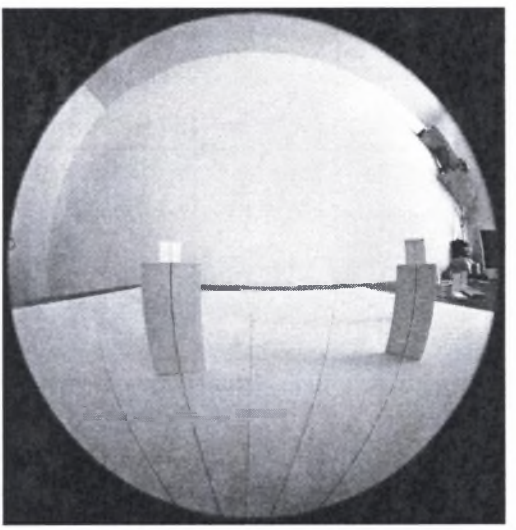
W pracy założono, że odwzorowane będą jedynie punkty leżące przed płaszczyzną zniknienia, przechodzącą przez punkt *S*. Gwarantuje to otrzymanie perspektywy o kącie widzenia wynoszącym 180° i wszystkie punkty półprzestrzeni odwzorowane zostaną jako właściwe. W pracy wykazano, że proste prostopadłe do tła odwzorowane będą jako proste, a pozostałe proste przestrzeni rzutują się na tło τ jako fragmenty okręgów.

3. Realizacja optyczna szerokokątnej perspektywy niekolinearnej

Zainteresowania fotograficzne autora zwróciły jego uwagę na „Fisheye converter" – jest to opcjonalny układ optyczny, który po założeniu do typowego cyfrowego aparatu fotograficznego daje odwzorowanie optyczne zaskakująco podobne do tego omówionego w pracy [2]. Przez analizę wykonanych zdjęć udało się ustalić kąt widzenia w tym odwzorowaniu, odtworzyć model aparatu rzutowego (czego nie należy mylić z rzeczywistym biegiem promieni światła przez soczewki), zweryfikowano również charakter perspektywy dowolnej prostej oraz zwrócono uwagę na jeszcze jedną własność odwzorowania fotograficznego.

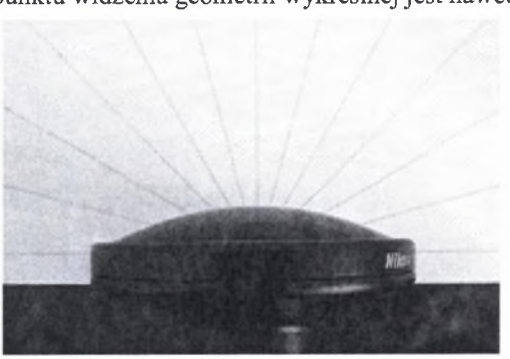
Ustalenie położenia środka rzutów *S* względem układu optycznego możliwe było dzięki zdjęciu 1. Przedstawia ono pęk pięciu prostych leżących w płaszczyźnie poziomej, a dla dwóch wybranych prostych zaznaczono dodatkowo płaszczyzny pionowe zawierające te proste. W ten sposób w przestrzeni jednoznacznie określona została krawędź tych

płaszczyzn. Odpowiednie ustawienie układu optycznego względem pęku prostych umożliwiło umieszczenie punktu *S* na krawędzi obu płaszczyzn pionowych.



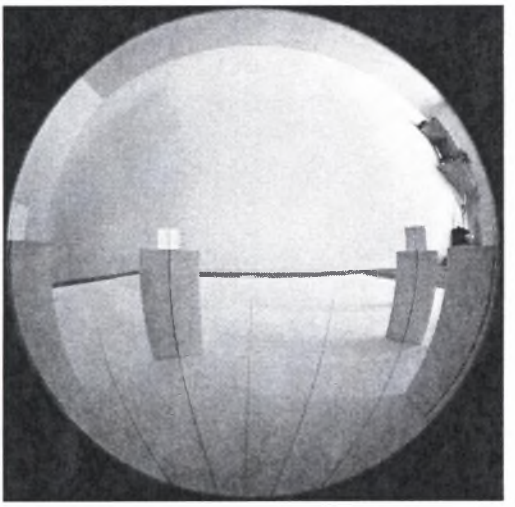
Zdj. 1. Układ optyczny wpasowany jest w krawędź dwóch płaszczyzn pionowych
Photo. 1. Optic scheme put into an edge of two vertical planes

Zdjęcie 2 pokazuje położenie układu optycznego względem pęku prostych. Zdjęcie to jednocześnie uświadamia, że sfery stosowanej w modelu rzutowania nie należy utożsamiać ze sferyczną powierzchnią przedniej soczewki. Bieg promieni optycznych wewnątrz optyki pozostaje nieznany i z punktu widzenia geometrii wykreślnej jest nawet nieistotny.



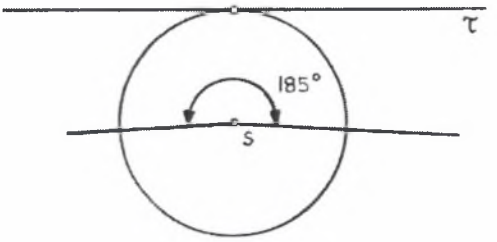
Zdj. 2. Przednia soczewka układu optycznego po dopasowaniu położenia środka rzutów
Photo. 2. Front lens of optic scheme after adjustment of the location of planes'centre

Podobnie wyznaczony został kąt widzenia aparatu cyfrowego z konwerterem „rybie oko" – za pomocą znaczników zaznaczone zostały dwie płaszczyzny, znajdujące się na obrzeżach pola widzenia. Po ich wykreśleniu zmierzony został kąt dwuścienny między płaszczyznami, a jego wartość wynosi 185°.



Zdj. 3. Na podstawie tego zdjęcia wyznaczone zostało pole widzenia obiektywu
Photo. 3. This picture was a base for determination of field of view of object lens

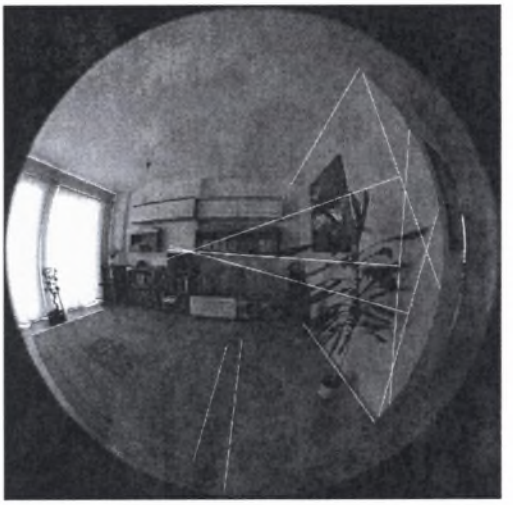
Kąt widzenia większy od 180° oznacza, że na powierzchni sfery odwzorowane zostaną również punkty, znajdujące się po przeciwnej stronie płaszczyzny zniknienia niż tło. Warto również zwrócić uwagę, że w przypadku projekcji na tło sferyczne nazwanie pewnej płaszczyzny „płaszczyzną zniknienia" – jak ma to miejsce w pracy [2] - jest nieścisłe, gdyż punktom tej płaszczyzny odpowiadają w rzucie punkty właściwe; ich rzut jako punktu właściwego nie znika z rzutni.



Rys. 2. Schematycznie ukazanie przekroju sferycznej rzutni, środka rzutów S, tła płaskiego τ oraz skrajnych promieni tworzących obraz pod kątem 185°
Fig. 2. Schematic view of a cross-section of the spherical projection, the centre of projection S, flat background τ and extreme radiuses forming the picture at the angle of 185°

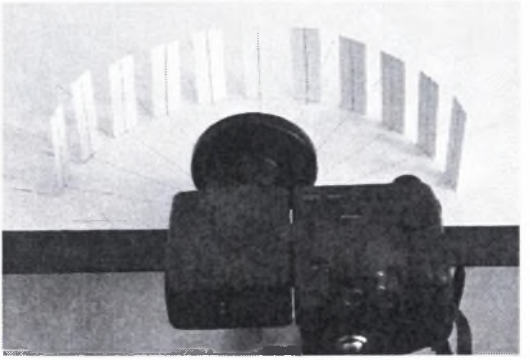
Badany układ optyczny wyróżnia się takim samym odwzorowaniem prostych, jaki daje aparat rzutowy z pracy [2]. Proste prostopadłe do tła τ pozostają prostymi, proste zaś w położeniu ogólnym odwzorowanej będą jako łuki okręgów. Własność ta sprawdzona była w następujący sposób. Na perspektywie krawędzi dwóch ścian na zdjęciu 4 wybrano 6 punktów, które utworzyły trzy cięciwy. Następnie skonstruowano trzy symetralne tych

cięciw. Ponieważ proste te przecięły się w jednym punkcie – są to symetralne cięciw łuku okręgu.

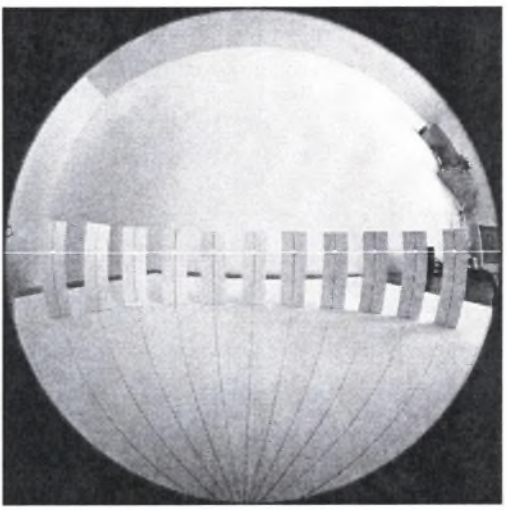


Zdj. 4. Wyznaczenie środka okręgu, który jest perspektywą prostej w położeniu ogólnym
Photo. 4. Determination of the centre of circle which forms the perspective of a line in general position

Ostatnim aspektem w analizie odwzorowania optycznego typu „rybie oko" było wyznaczenie położenia środka rzutów O, z którego następuje rzutowanie punktów sfery na płaszczyznę tła τ - por. rysunek 1. W tym celu aparatem cyfrowym wykonano zdjęcie znaczników usytuowanych w równych odległościach kątowych. Wzajemne usytuowanie aparatu i znaczników przedstawia zdjęcie 5. Obraz zarejestrowany w tym położeniu aparatu fotograficznego przedstawia zdjęcie 6. Widać na nim, że znaczniki znajdujące się w równych odległościach kątowych, w płaszczyźnie obrazu (a więc tła) zarejestrowane zostały w równych odległościach liniowych. Mamy więc do czynienia z projekcją równokątną – równym łukom wielkim sfery odpowiadają równej długości odcinki w płaszczyźnie tła.

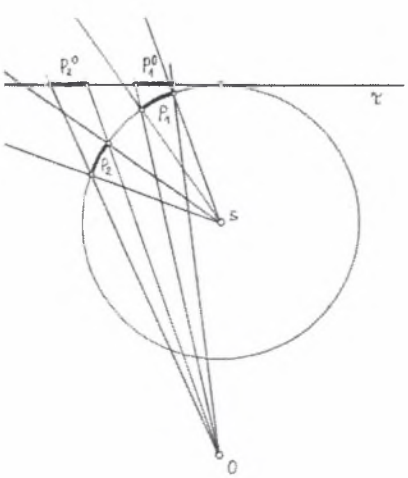


Zdj. 5. Aparat fotograficzny podczas wyznaczania położenia środka rzutów S
Photo. 5. Photo camera at determination of location of the centre of projection S

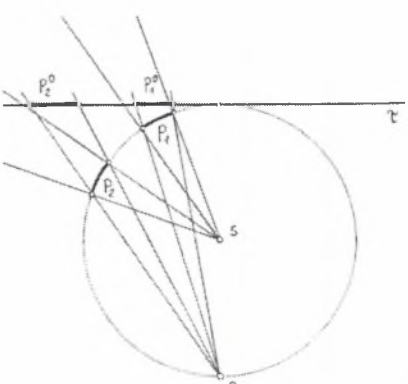


Zdj. 6. Zdjęcie potwierdzające własność projekcji równokątnej
Photo. 6. Photo confirming properties of equiangular projection

Zachowanie projekcji równokątnej pozwoliło na jednoznaczną lokalizację środka rzutów *O*. W rozważanym układzie optycznym znajduje się on w odległości 0,7 r od punktu antypodycznego kuli. Dla porównania, w pracy [2] środek *O* znajdował się w punkcie antypodycznym i nie zapewniał projekcji równokątnej.



Rys. 3. Położenie punktu O w modelu projekcji układu optycznego
Fig. 3. Location of point O in a model of optic set projection



Rys. 4. Położenie punktu O w pracy Tomasza Wąsowicza
Fig. 4. Location of point O in Tomasz Wąsowicz's work

Na rysunkach 3 i 4 pokazane jest położenie punktu *O* w stosunku do sfery i płaszczyzny tła *τ*. Na rysunku 4 równym łukom sfery P_1 i P_2 sfery odpowiadają równej długości łuki

P_1^O i P_2^O w płaszczyźnie tła. Jak widać na rysunku 6, umieszczenie punktu *O* w punkcie antypodycznym kuli nie gwarantuje równych długości łuków P_1^O i P_2^O.

Bibliografia

1. Bartel K.: „Perspektywa malarska" T. I i II. PWN, Warszawa 1960

2. Wąsowicz T.: „Niekolinearna perspektywa szerokokątna". Rozprawa doktorska pod opieką prof. dr. hab. inż. arch. Jerzego Mroczkowskiego, Wrocław 1996.

Abstract

This paper presents the behavior of an optical system, which – from the viewpoint of descriptive geometry (particularly the perspective) – offers very interesting projection. This is composed central projection on a sphere and stereographical projection on a plane from a point that belongs to the sphere. This composed projection creates a superwideangle non-colinear perspective, which some year ago was the topic of PhD disertation done at the Technical University of Wroclaw by Tomasz Wąsowicz under the promotion of prof. Jerzy Mroczkowski. The author's photographic interests turned his attention to a „fish eye converter" made by Nikon, which not so long ago was offered as optical accessory for some digital cameras of that branch. The combined optical setup of the fisheye converter and camera lens creates almost identical projection of the space as the one described in the mentioned PhD work.