

Edwin KOŹNIEWSKI

Zakład Informacji Przestrzennej, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska,  
Politechnika Białostocka

## CO JEST KONSTRUKCJĄ ELEMENTARNĄ W PROGRAMACH CAD?

**Streszczenie.** W pracy dokonuje się porównania klasycznych konstrukcji geometrycznych z konstrukcjami w programach CAD. Konstrukcje w programach CAD są oparte na logice konstruktywnej geometrii brył. Autor wskazuje klasy obiektów elementarnych w różnych modelach geometrii brył oraz przekształceń i operacji działających na klasach tych obiektów. Przyjęcie odpowiedniej klasy obiektów elementarnych i operacji decyduje o powodzeniu zastosowania konstruktywnej geometrii brył w programach wspomagających projektowanie.

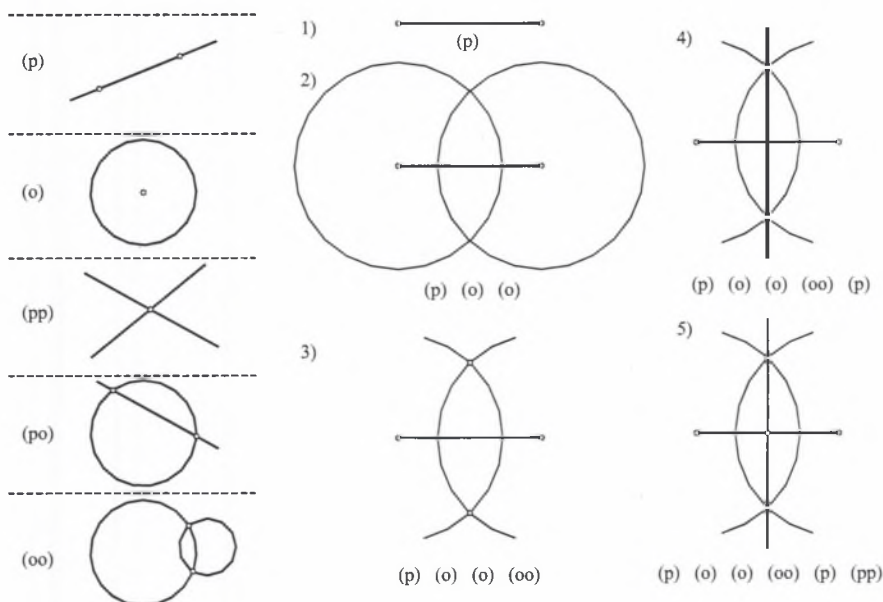
## WHAT IS AN ELEMENTARY CONSTRUCTION IN CAD PROGRAMS?

**Summary.** The paper focussed on the comparison of traditional geometric elementary constructions and CAD constructions. Contemporary CAD constructions lead to so-called Constructive Solid Geometry. The author indicate elementary solids essential for creation of geometric models of construction objects and discuss appropriate geometric transformations and operations affecting these objects. Proper parametric characteristic of these objects is essential for effective use of primitive components at the stage of projects design.

### 1. Wstęp

Do czasów, w których zaczęto wykorzystywać komputer do wykonywania konstrukcji geometrycznych, jedynym procesem tworzenia rysunków był algorytm, oparty na metodzie *konstrukcji klasycznych* p-o, realizowany za pomocą cyrka (okrąg) i linijki (prosta) (rys. 1). Jest to spuścizna po szkole platońskiej, która akceptowała jedynie konstrukcje, polegające na kreśleniu prostych i okręgów.

Konstrukcja klasyczna polega więc na tym, że mając dany pewien zbiór punktów (i ewentualnie odcinków), znajdujemy nowe punkty otrzymane przez przecięcie prostych i okręgów wyznaczonych przez dane punkty i okręgi [2].







Rys. 1. Ilustracja pięciu konstrukcji elementarnych: konstrukcja prostej (p), konstrukcja okręgu (o), przecięcie dwu prostych (pp), przecięcie okręgu i prostej (po), przecięcie dwóch okręgów (oo); algorytm konstrukcji środka odcinka: 1) konstrukcja prostej (p), 2) dwukrotnie wykonana konstrukcja okręgu (o), 3) przecięcie dwóch okręgów (oo), 4) konstrukcja prostej (p), 5) przecięcie dwu prostych (pp)

Fig. 1. Illustration of five elementary constructions: construction of a line (p), construction of a circle (o), intersection of two lines (pp), intersection of a circle and a line (po), intersection of two circles (oo); algorithm of the middle of a segment construction 1) line construction (p), 2) double construction of a circle (o), 3) intersection of two circles (oo), 4) line construction (p), 5) two lines intersection (pp)

Procesu polegającego na wykonaniu konstrukcji klasycznych za pomocą narzędzi klasycznych (linijka, cyrkiel) nie da się zautomatyzować w sposób istotny. Dotyczy to zresztą wszelkich konstrukcji wykonywanych klasycznymi przyrządami, także konstrukcji przybliżonych, w sensie założeń szkoły platońskiej niewykonalnych, takich jak np. konstrukcja Kochańskiego rektyfikacji okręgu czy przybliżona konstrukcja siedmiokąta foremnego. Bowiem, każdy, także powtarzający się, element rysunku wykonywanego ołówkiem lub rapidografem (linijka, cyrkiel) musi być od nowa narysowany tak samo, z powtórzeniem tych samych czynności. Jedynym powszechnym uproszczeniem, pomijając specjalne przyrządy, takie jak: krzywki do wykonywania konstrukcji przybliżonych, dwie

szpilki i sznurek do rysowania elipsy, perspektograf [12,13,16,17] czy siatki perspektywiczne [16,17], jest zastosowanie ekierki do rysowania linii równoległych lub prostopadłych. Odnośnie do perspektografu warto dodać, że wyjątkowa pracowitość (na ogół bardzo duża liczba kreślonych prostych) wykonywania rysunku w perspektywie inspirowała ustawiczne poszukiwania coraz bardziej doskonałych automatów, stąd perspektograf doczekał się wielu udoskonaleń [12,13].

	<b>ERASE (WYMAŻ)</b> - do usuwania obiektów (entycji) 'Select objects' (Wskaż obiekty:)
	<b>COPY (KOPIUJ)</b> - do powielania obiektów (entycji) 'Select objects' (Wskaż obiekty do skopiowania:) '<Base point or displacement>/Multiple' (<Punkt bazowy albo przesunięcie>/Wiele)... <b>Multiple (Wiele)</b> - służy do wielokrotnego skopiowania zaznaczonego obiektu 'Second point of displacement' (Drugi punkt przesunięcia:)
	<b>MIRROR (LUSTRO)</b> - do rysowania obiektów (entycji) symetrycznych 'Select objects' (Wskaż obiekty:) 'First point of mirror line' (Pierwszy punkt osi odbicia:) 'Second point' (Drugi punkt (osi odbicia):) 'Delete old object? <N>!' (Czy wymazać obiekty (entycje) oryginalne? <N>:)
	<b>MOVE (PRZESUŃ)</b> - do przesuwania obiektów (entycji) 'Select objects' (Wskaż obiekty (entycje) do przesunięcia:) 'Base point or displacement' (Punkt bazowy albo przesunięcie:)... 'Second point of displacement' (Drugi punkt przesunięcia:)

Rys. 2. Ilustracja poleceń systemu AutoCAD (implementacja pewnych przekształceń geometrycznych) w menu aplikacji: COPY (przesunięcie z powieleniem obiektu), MIRROR (symetria osiowa z powieleniem lub nie), MOVE (przesunięcie bez powielenia obiektu)

Fig. 2. Illustration of commands of AutoCAD commands (implementation of some geometrical transformations) in application menu: COPY (shift with object duplication), MIRROR (axis symmetry with or without duplication), MOVE (shift without object duplication)

Rozwój techniki komputerowej zrewolucjonizował nie tylko metody wykonywania rysunków, ale także wpłynął na zmianę „filozofii” konstrukcji geometrycznej. Logika „kreślenia” za pomocą komputerowego edytora graficznego jest zupełnie inna, chociaż w zamierzeniu ma być (i w wielu sytuacjach jest) także naśladowaniem konstrukcji klasycznych z użyciem cyrkla i linijki. Tu zacierą się bowiem różnica między obiektem elementarnym (entycją) a obiektem złożonym (wynikiem dowolnego ciągu konstrukcji), który może być zamieniony na elementarny. Wykonywanie konstrukcji geometrycznych w programie z grupy CAD to głównie umiejętne posługiwanie się przekształceniami (przesunięcie, obrót, symetria osiowa, jednokładność, operacje boolowskie – suma, iloczyn, różnica itd.) skonstruowanych wcześniej obiektów z możliwością korzystania z bibliotek i uzupełniania tych bibliotek. Na rys. 2 zilustrowano ikony poleceń programu AutoCAD. Ta, jakże ważna, cecha programów CAD mogła być osiągnięta dzięki wynikom *geometrii obliczeniowej* [1,15]

i przyjęciu koncepcji tzw. *konstruktywnej geometrii brył* [18,19] przy tworzeniu i udoskonalaniu programów CAD. Konstruktywna geometria jest określana jako technika tworzenia nowych brył geometrycznych na podstawie danych brył elementarnych za pomocą operacji boolowskich. W [18] czytamy: “Constructive solid geometry (CSG) is a technique used in solid modeling CSG is often, but not always, a procedural modeling technique used in 3D computer graphics and CAD. Constructive solid geometry allows a modeler to create a complex surface or object by using Boolean operators to combine objects. Often CSG presents a model or surface that appears visually complex, but is actually little more than cleverly combined or decombined objects. (In some cases, constructive solid geometry is performed on polygonal meshes, and may or may not be procedural and/or parametric.)”. Podobną definicję znajdziemy w [19]. W niniejszej pracy sformalizujemy definicję CSG, nieco ją rozszerzając i przywołując nowe klasy obiektów elementarnych z podkreśleniem możliwości ich tworzenia.

## 2. Konstruktywna geometria brył (Constructive Solid Geometry)

Konstruktywna geometria brył może być traktowana jako trójka obiektów  $(P, O, C)$ , gdzie  $P$  jest klasą obiektów elementarnych,  $O$  - zbiór operacji działających na  $P$  ( $\circ: P \rightarrow C$ ) lub na iloczynie kartezjańskim  $P \times P$  ( $\circ: P \times P \rightarrow C$ ),  $C$  - klasa możliwych obiektów geometrycznych złożonych (wyników operacji zbioru  $O$ ). Klasa  $P$  może być otrzymana różnymi drogami. Przytoczymy trzy istotnie różne przykłady jej określenia:

- (i) jako konsekwencja pewnej teorii geometrycznej (np. *geometrii dachów* jako specjalna klasa powierzchni wielościennych rozpiętych nad tzw. wielokątami prostokątnymi [6, 7, 8, 9]),
- (ii) jako wybrana klasa brył geometrycznych (kostka (prostopadłościan), sfera, walec, stożek, klin, torus w programie AutoCAD; (bardziej specjalistycznie) belki, stropy, ściany, okna, drzwi, meble, a nawet całe pojazdy i ludzie w programie ArchiCAD, lub (jeszcze bardziej specjalistycznie) tzw. wielościanny spiczaste wprowadzone przez L. Strommera [11], by wymienić tylko przykładowo informacje o rozlicznej grupie, wyspecjalizowanych w różnych dziedzinach, programów CAD),
- (iii) jako wybrana klasa powierzchni geometrycznych kodowanych w wybranym języku programowania AutoLISP, lub PASCAL-AutoCAD lub w innych językach

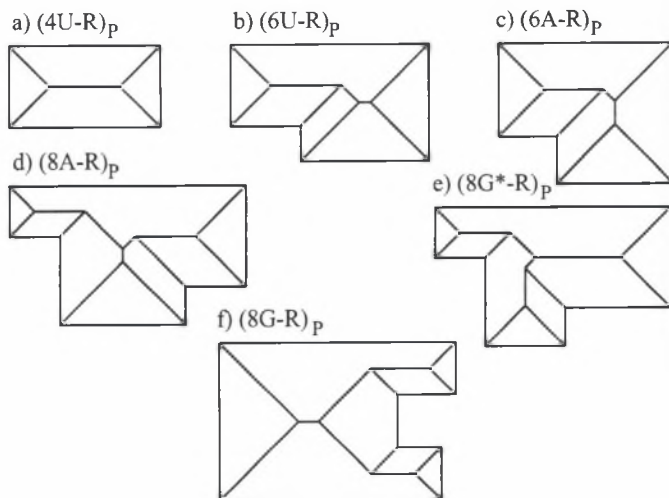
(np.: sklepienie krzyżowe, sklepienie klasztorne, sklepienie skośne, sklepienie Marsylijskie [3,4]).

### 3. CSG w konstrukcji wybranej klasy dachów regularnych

Jako rezultat topologiczno-metrycznej charakteryzacji szkieletów dachów otrzymuje się sześć typów dachów elementarnych [9,10]. Sześć typów dachów symbolicznie oznaczonych przez  $(4U-R)_P$ ,  $(6U-R)_P$ ,  $(6A-R)_P$ ,  $(8A-R)_P$ ,  $(8G-R)_P$ ,  $(8G^*-R)_P$  stanowi zbiór

$$P = \{(4U-R)_P, (6U-R)_P, (6A-R)_P, (8A-R)_P, (8G-R)_P, (8G^*-R)_P\}$$

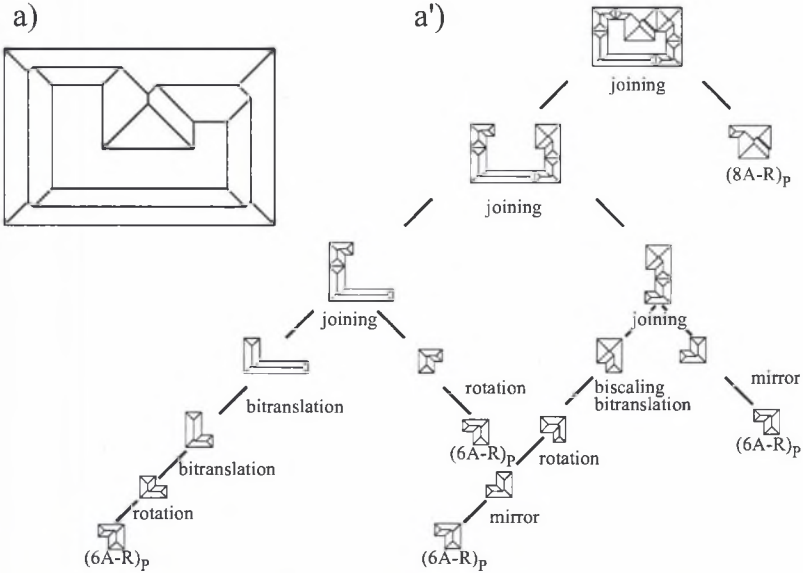
(por. [9,10] i rys. 3).



Rys. 3. Dachy elementarne nad wielokątami prostokątnymi [9,10]

Fig. 3. Elementary roofs over .rectangular polygons [9,10]

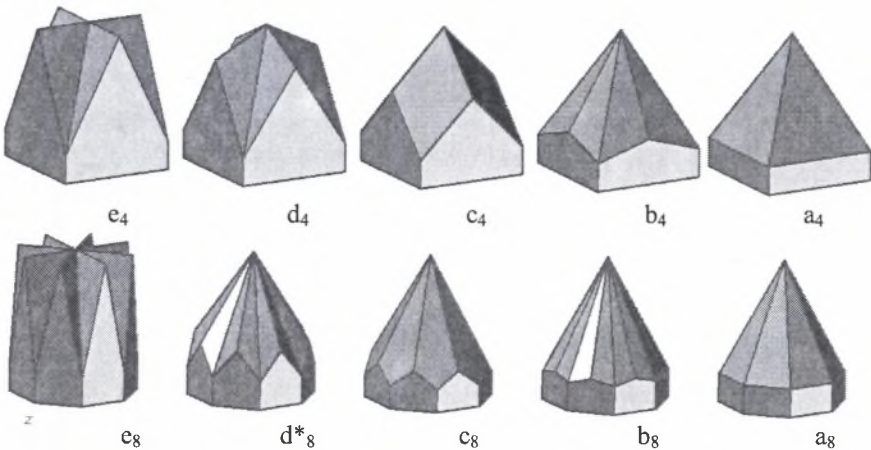
Zbiór  $O$  zawiera operacje: *przesunięcie*, *obrót*, *symetria*, *jednokładność*, *dwuprzesunięcie*, *dwujednokładność*, *połączenie* [10]. Zauważmy, że wszystkie te operacje mogą być zrealizowane w standardowym systemie AutoCAD. Operacje dwuprzesunięcie, dwujednokładność, połączenie są nieco złożone. Rysunek 4 przedstawia drzewo CSG konstrukcji dachu rozpiętego nad dziesięciokątem prostokątnym (rys. 4a).



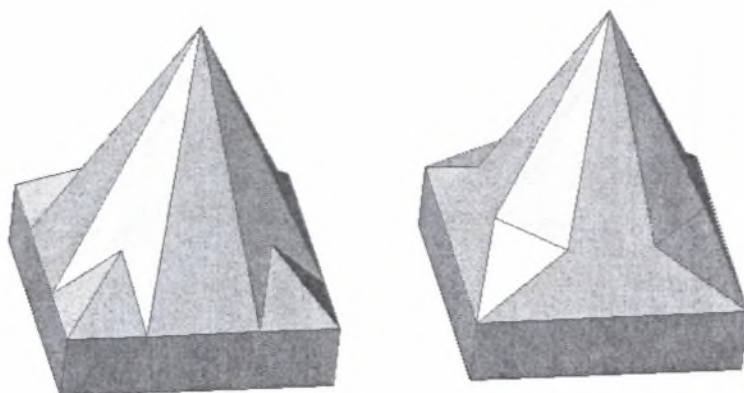
Rys. 4. Drzewo CSG-konstrukcji dachu rozpiętego nad dziesięciokątem prostokątnym  
 Fig. 4. Tree of CSG- roof construction over decagon rectangular

### 4. Wielościany spiczaste

Pozostaniemy przy klasie wielościanów spiczastych, mniej znanych, bo stosunkowo niedawno opisanych w literaturze przez L. Strommera i przyglądnijmy się ich geometrii w ujęciu konstruktywnym.



Rys. 5. Kilka wybranych spiczastych wielościanów elementarnych wprowadzonych przez L. Strommera [11]  
 Fig. 5. Some selected elementary pointed polyhedrons introduced by L. Strommera [11]



$$a_4 \cup a_8$$

$$(a_4 \cap c_4) \cup a_8$$

Rys. 6. Obiekty otrzymane z elementarnych wielościanów spiczastych za pomocą operacji boolowskich ( $\cup$ -suma,  $\cap$ -przecięcie)

Fig. 6. Objects obtained from elementary pointed polyhedrons by means of Boolean operations ( $\cup$ -sum,  $\cap$ -shift)



Rys. 7. Wielościan spiczasty typu  $a_8 \cup e_8$ : wieża kościoła Św. Wojciecha w Białymstoku (fot. J. Hałaburda)

Fig. 7. Pointed polyhedron of type  $a_8 \cup e_8$ : the tower of St. Wojciech church in Białystok (picture by J. Hałaburda)

L. Strommer [11] wprowadził pojęcie wielościanu spiczastego na bazie tzw.: prawidłowych  $n$ -kątnych ostrosłupów ( $a_n$ ), wypukłych (obciętych przy podstawie) ostrosłupów  $2n$ -kątnych ( $b_n$ ),  $n$ -kątnych obróconych ostrosłupów obciętych przy podstawie ( $c_n$ ), wklęsłych (obciętych przy podstawie) ostrosłupów  $2n$ -kątnych ( $d_n$ ) oraz przecinających się dachów szczytowych ( $e_n$ ). Rysunek 5 przedstawia podzbiór

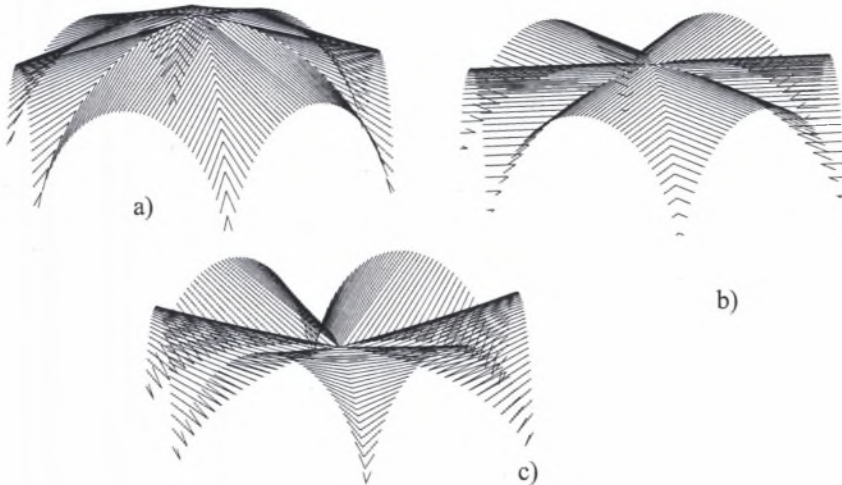
$$P'_{4;8} = \{a_4, b_4, c_4, d_4, e_4, a_8, b_8, c_8, d_8, e_8\}$$

zbioru wszystkich wielościanów spiczastych. Jako zbiór operacji L. Strommer przyjmuje  $\circ' = \{\cup, \cap, -\}$  uzupełniając je przekształceniami: *przesunięcie*, *obrót*, *symetria*, *jednokładność*, *ściągnięcie* (przekształcenie podobne do *dwuprzesunięcia* [10]) [11]. Wszystkie powyższe operacje są wykonalne w standardowej wersji systemu AutoCAD.

## 5. Modele sklepień

Prezentowana klasa obiektów elementarnych została zrealizowana w języku AutoLISP po uprzednim opisie analitycznym i algorytmizacji [3, 4]. Zbiór zawiera: sklepienie krzyżowe, sklepienie klasztorne, sklepienie skośne, sklepienie Marsylijskie.

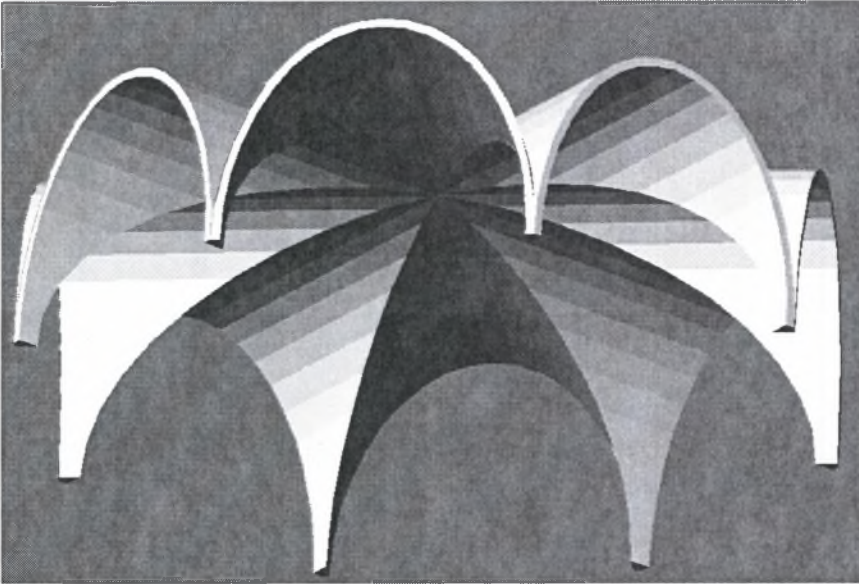
Pierwsza realizacja obiektów elementarnych została zakodowana za pomocą polecenia LINIA (rys. 9), a druga realizacja za pomocą polecenia 3WPOW (rys. 10, 11).



Rys. 8. Trzy rodzaje elementarnego sklepienia krzyżowego nad sześciokątem (bez grubości) z: a) podniesionym kluczem; b) standardowe; c) z opuszczonym kluczem zrealizowane w języku AutoLISP [3]

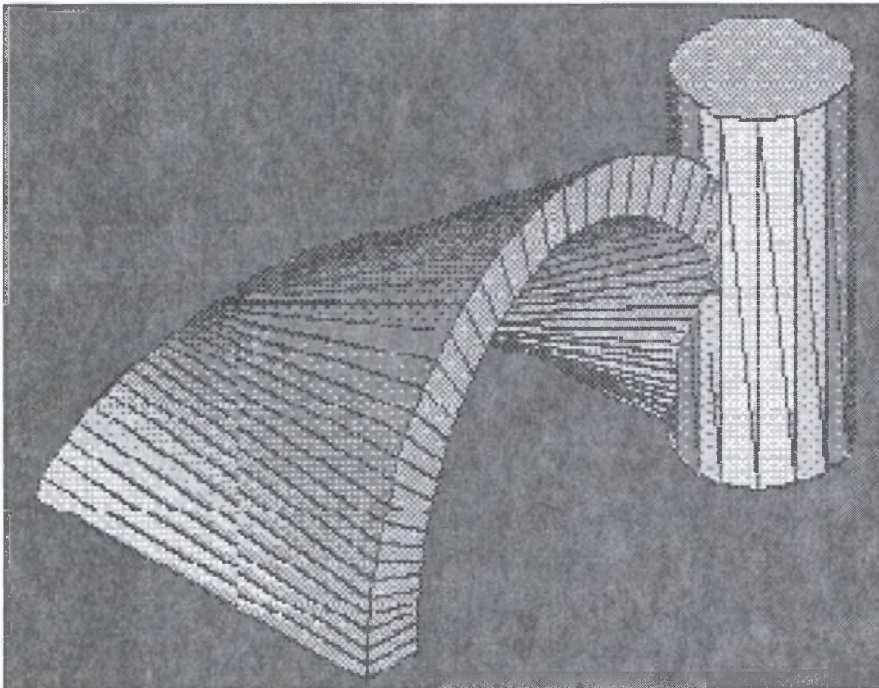
Fig. 8. Three kinds of elementary cross vault over hexagon (without thickness) with: a/ key course up; b/ standard, c/ key course down realized in AutoLISP [3]





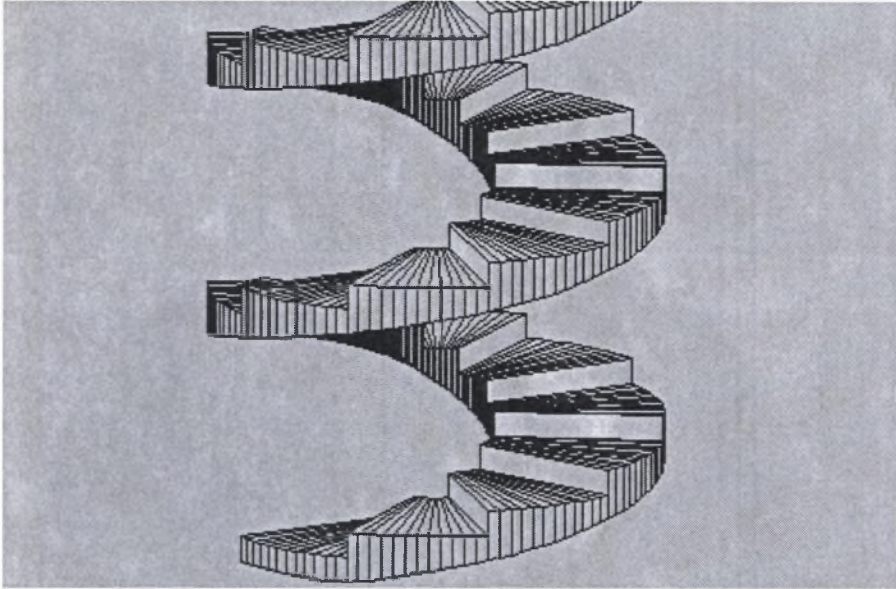
Rys. 9. Sklepienie krzyżowe nad ośmiokątem foremnym ze standardowym kluczem zrealizowane w języku AutoLISP [4]

Fig. 9. Cross vault over equilateral octagon with standard realized in AutoLISP [4]



Rys. 10. Sklepienie Marsylijskie zrealizowane w języku AutoLISP i standardowy walec zrealizowany w programie AutoCAD po operacji sumy boolowskiej

Fig. 10. Marseille vault realized in AutoLISP and standard cylinder realized in AutoCAD after Boolean sum operation



Rys. 11. Schody kręcone wizualizowane w systemie AutoCAD zrealizowane w języku PASCAL poza aplikacją AutoCAD [5]

Fig. 11. Spiral staircase visualized in AutoCAD system, realized in PASCAL language outside AutoCAD application [5]

Na zakończenie przedstawimy elementarny obiekt architektoniczny geometrii brył zrealizowany w języku PASCAL poza aplikacją AutoCAD jako plik DXF w następujący

sposób: algorytm  $\xrightarrow{\text{edytor ASCII}}$  stairs.pas  $\xrightarrow{\text{kompilator PASCAL'a}}$  stairs.exe  $\xrightarrow{\text{DXFIN w programie AutoCAD}}$  stairs.dxf  $\rightarrow$  stairs.dwg ([5] i rys. 11).

## 6. Wnioski

1. W komputerowym projektowaniu obiektów technicznych nastąpił rewolucyjny skok w logice graficznego zapisu konstrukcji. Pojęcie klasycznej konstrukcji elementarnej pozostaje bardziej w sferze faktu historii geometrii wykreślnej niż obowiązującej metody kreślarskiej.

2. Obecnie, metody konstruktywnej geometrii brył są niezwykle ważnym narzędziem komputerowego wspomaganie projektowania.

3. Charakteryzacja klas architektonicznych obiektów elementarnych za pomocą CSG może być użyteczną metodą opisu stylów architektonicznych.

4. W nauczaniu geometrii wykreślnej należy położyć większy nacisk na modelowanie przestrzenne, co przekłada się na konieczność szerszego uwzględniania w programie nauczania aksonometrii (perspektywy - tam gdzie to celowe i możliwe) i praktycznej realizacji modelowania 3-D w programach komputerowych.

## Bibliografia

1. de Berg M., van Kreveld M., Overmars M., Schwarzkopf O.: Geometria obliczeniowa. Algorytmy i zastosowania. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa 2007.
2. Bryński M., Włodarski L.: Konstrukcje geometryczne. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne. Warszawa 1979.
3. Górka R., Koźniewski E.: Visualization of Some Rectilinear Surfaces in AutoCAD. Proceedings of Symposium Descriptive Geometry << Descriptive Geometry for Engineering and Art Students >>. Dresden 15-17 June 2000, 33-39.
4. Dobosz P., Koźniewski E.: Parametry prymitywów sklepień i przekryć budowlanych w aspekcie wizualizacji komputerowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej <<Budownictwo>> z. 24. Białystok 2003, 47-59.
5. Koźniewski E., Orłowski M.: Rysunki w systemie autocad wykonywane poza aplikacją. Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej <<Budownictwo>> z. 24. Białystok 2003, 81 -87.
6. Koźniewski E.: Geometry of Roofs from the View Point of Graph Theory. Journal for Geometry and Graphics, Volume 8 (2004), No. 1, 41-58.
7. Koźniewski E.: On the Existence of Shapes of Roofs. Journal for Geometry and Graphics, Volume 8 (2004), No. 2, 185-198.
8. Koźniewski E.: Roofs and Graph-theoretical Trees. Proceedings of the International Conference on Engineering Education ICEE'2005, Gliwice, July 25-29 2005, Vol. 2, 88-93.
9. Koźniewski E.: Geometry of Roofs Determined by Rectangular Polygons. Proceedings of the International Conference on Engineering Graphics Baltgraf-8, Tallinn, June 8-9 2006, 13-18.
10. Koźniewski E.: Geometria dachów. Teoria i zastosowania. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2007.
11. Strommer L.: Spire-Polyhedra. Journal for Geometry and Graphics, Volume 11 (2007), No. 1, 111-126.

12. Majewski M.: Perspektoğraf przekładniowo-suwakowy. Patent 63613. 15.X.1971.
13. Majewski M.: Perspektoğraf wahaczowo-wodzikowy. Patent 64106. 20.XII.1971.
14. Pikoń A.: AutoCAD wersja 2006 i 2006 *PL*. Wydawnictwo HELION, Gliwice 2007.
15. Preparata F.P., Shamos M.I: Geometria obliczeniowa. Wprowadzenie. Wydawnictwo HELION, Gliwice 2003.
16. Pałasiński Z.: Zasady perspektywy. Skrypt dla studentów wyższych szkół technicznych do przedmiotu: geometria wykreślna i perspektywa obiektywna. Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Kraków 1985.
17. Szerszeń S.: Nauka o rzutach. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. Warszawa, 1978.
18. [http://en.wikipedia.org/wiki/Constructive\\_solid\\_geometry](http://en.wikipedia.org/wiki/Constructive_solid_geometry).
19. What is Constructive Solid Geometry? Copyright Leadwerks Corporation 2006. [www.leadwerks.com](http://www.leadwerks.com).

## **Abstract**

The paper focussed on the comparison of traditional geometric elementary constructions and CAD constructions. Contemporary CAD constructions lead to so-called Constructive Solid Geometry. The author indicate elementary solids essential for creation of geometric models of construction objects and discuss appropriate geometric transformations and operations affecting these objects. Proper parametric characteristic of these objects is essential for effective use of primitive components at the stage of projects design.