

Jerzy HAJDUK

Politechnika Warszawska

## TEORETYCZNY ROZKŁAD NACIĄGU W LINIE OPASUJĄCEJ TARCZE NAPĘDOWA Z REOLOGICZNĄ WYKŁADZINĄ

**Streszczenie.** W artykule zanalizowano teoretyczny rozkład naciągu w linie opasującej tarczę Koepego z reologiczną wykładziną (guma, skóra, plastyki...), zastępując ją modelami Voigta. Rozwiązano różniczkowe równanie równowagi elementu liny na wykładzinie w funkcji jej parametrów reologicznych i czasu. Stwierdzono małą zależność między wykresami tego rozwiązania wyznaczonymi dla bardzo szerokiego zakresu parametrów reologicznych a krzywymi obrazującymi klasyczną funkcję Eulera-Eytelweyna. Na tej podstawie można wnosić, że znaczenie, jakie próbowano przypisać reologii wykładziny na powstawanie anomalii, stwierdzonych w czasie pomiarów napędów cierno-linowych, jest niewielkie.

## THEORETICAL DISTRIBUTION OF THE TENSION IN THE ROPE ENCIRCLING THE DRIVING DISC WITH THE ELASTIC LINING

**Summary.** In the paper was considered the theoretical distribution of the tension in the rope encircling the driving disc with the rheological lining (rubber, leather, plastics...), replaced by the Voigt's bodies. The differential equation of the equilibrium of an element of the rope on the lining was solved as a function of the rheological parameters and time. A very small divergence between the solution-curves drawn for a big range of rheological parameters and the Euler-Eytelweyn's curves was found. It leads to a conclusion that the significance of the reology of the lining on the provoking of some anomalies observed during researches on the frictional rope-drives's small.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ В КАНАТЕ, ОПОЯСЫВАЮЩЕМ ПРИВОДНОЙ ШКИВ С РЕОЛОГИЧЕСКОЙ ФУТЕРОВОЙ

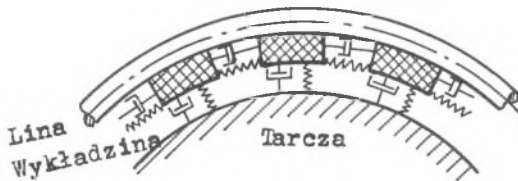
**Резюме.** В статье проанализовано теоретическое распределение осевых сил в канате, опоясывающем приводной шкив с реологической футеровкой (резина, кожа, пластики...), которая была замещена моделями войгта. Решено дифференциальное уравнение равновесия элемента каната на футеровке как функции ее реологических параметров и времени. Установлена небольшая зависимость

между кривыми этого решения, определенными для очень широкого диапазона реологических параметров, и кривыми, представляющими классическую функцию Эйлера-Эйтельвейна. На этом основании можно утверждать, что влияние реологии жутеровки на появление аномалий в распределении натяжения каната вдоль угла обхвата, замеченных во время испытаний трикционно-канатных проводов, невелики.

Napędy cierno-linowe z elastycznymi wykładzinami nie zachowują się zgodnie ze wzorem Eulera-Eytelweyna. Rozbieżności te próbowano wyjaśnić zmienną funkcją współczynnika sprzężenia  $\mu(p,v)$ , lub reologicznymi własnościami tych wykładzin [1, 2, 3, 4]. Niżej rozpatrujemy ten drugi aspekt i jego wpływ na rozkład sił osiowych w linie wzdłuż łuku opasania o kącie środkowym  $\alpha$ .

Pomiary sił w linie stalowej opasującej koło cierne z wykładziną elastyczno-plastyczną (guma, Kautex, skóra itp.) wykazały, że na przykład lina przesuwa się po nieruchomej tarczy nawet przy bardzo małej różnicy sił ( $S_1 - S_2$ ), że sprzężenie cierne liny z tarczą rośnie z rosnącą szybkością liny i że mogą występować tzw. "przeprężenia", tzn. wzrost napięcia w linie większy niż siły w obu jej końcach - nabiegających i zbiegających. Obserwacje te są dostatecznie intrygujące, aby starać się sprawdzić przyczyny wywołujących je zjawisk. W tym celu dobierzemy najpierw prawdopodobny model fizyczny zjawisk, a następnie zbadamy model matematyczny, porównując przebiegi funkcji teoretycznej z wynikami pomiarowymi i z klasycznym wzorem Eulera-Eytelweyna.

Do przedstawienia fizycznego modelu tarczy napędowej z elastyczną wykładziną wykrozystano model Voigta ciała reologicznego, najczęściej zastępujący w rozważaniach teoretycznych gumę. W przypadku tarczy ciernej model ten przybiera postać (jak na rysunku 1) łańcucha pojedynczych ogniw Voigta, ułożonych stycznie i promieniowo do łuku opasania (rys. 2).



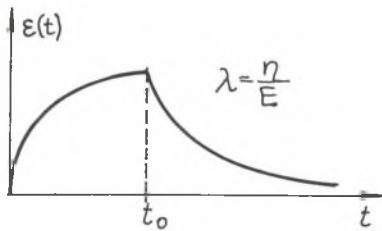
Rys. 1. Zastąpienie wykładziny reologicznej łańcuchem ciał Voigta

Rys. 1. Rheological model of a viscoelastic lining as a chain of Voigt's bodies

Odształcenie ciała reologicznego Voigta wyrażają wzory:

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}} \right) \quad \text{dla } t \leq t_0 \quad (1)$$

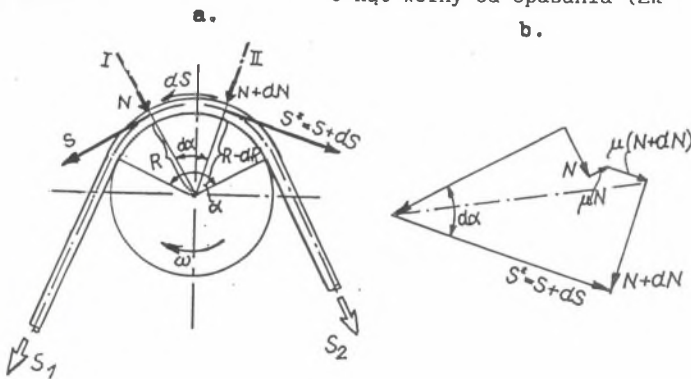
$$\epsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} e^{-\frac{t}{\lambda}} \left( e^{t_0/\lambda} - 1 \right) \quad t > t_0$$



Rys. 2. Wykres odkształcenia ciała Voigta w funkcji czasu t  
 Fig. 2. Diagram of deformation  $\epsilon(t)$  of a Voigt's body as the function of time t

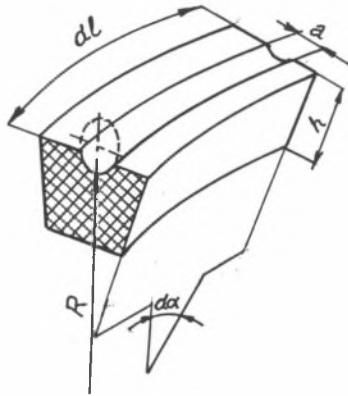
Jeżeli lepkość  $\eta$  (tarcie wewnętrzne ciała lepko-sprężystego) jest mała w porównaniu z jej modułem sprężystości  $E$ , wtedy czas opóźnienia (retardacji)  $\lambda = \eta/E$  jest mały i odkształcenie  $\epsilon(t)$  zanika bardzo szybko po zdjęciu obciążenia.

Ten przypadek należy przypisać twardej gumie wykładzinowej. Gdyby było inaczej, odkształcenie wykładziny kumulowałoby się po każdym obrocie tarczy. Skomplikowałyby to i tak dostatecznie złożone rozważania matematyczne. Należy zatem założyć, że czas retardacji jest krótszy niż czas obrotu tarczy o kąt wolny od opasania  $(2\pi - \alpha)$ .



Rys.3. a. Wykres sił działających na element linii dl w położeniu równowagi na łuku koła napędowego, b. wielobok sił jak ad a  
 Fig. 3. a. Forces acting on an element of rope over the driving disc, b. polygon of forces

Równowagę elementu liny na elementarnym kącie opasania  $d\alpha$  rozważymy na podstawie rys. 3 a, b, gdzie  $S$  - naciąg liny,  $N$  - nacisk liny na wykładzinę,  $\alpha$  - kąt opasania,  $\mu$  - współczynnik sprężenia (tarcia) między liną i wykładziną,  $R$  - promień tarczy,  $\omega$  - prędkość kątowa tarczy.



Rys. 4. Element wykładziny reologicznej (gumowej)

Fig. 4. Element of rheological lining (rubber)

Jeżeli w przekroju I działa w cięgnie siła rozciągająca  $S$ , to w przekroju II odpowiadająca jej siła  $S^*$  będzie od niej większa o tarcie  $dT$  i mniejsza wskutek podatności promieniowej  $\epsilon_R$  i stycznej  $\epsilon_T$  wykładziny elastycznej:

$$S^* = S(1 - \frac{h}{R} \cdot d\epsilon_R) \cdot (1 - d\epsilon_T) + dT \approx S(1 - \frac{h}{R} \cdot d\epsilon_R - d\epsilon_T) + dT \quad (2)$$

bo

$$d\epsilon_T \frac{h}{R} \cdot d\epsilon_R \sim 0.$$

Odształcenie promieniowe i styczne wykładziny pod naciskiem liny  $N$  i po upływie czasu  $t$  wyniesie, zgodnie z (1) i rys. 4:

- promieniowe:

$$\epsilon_R(t) = \frac{N}{E \cdot a \cdot dl} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}}\right) = \frac{S}{E \cdot R \cdot a} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}}\right)$$

- styczne:

$$\epsilon_T(t) = \frac{\mu \cdot N}{G \cdot a \cdot dl} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_T}}\right) = \frac{\mu \cdot S}{G \cdot a \cdot R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_T}}\right) \quad (3)$$

Po zróżniczkowaniu (3) względem  $S$  i  $t$ :

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_R &= \frac{\partial \epsilon_R}{\partial S} dS + \frac{\partial \epsilon_R}{\partial t} dt = \frac{dS}{E \cdot R \cdot a} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \right) + \frac{S}{E \cdot R \cdot a \cdot \lambda_R} e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \cdot dt \\ d\epsilon_T &= \frac{\partial \epsilon_T}{\partial S} dS + \frac{\partial \epsilon_T}{\partial t} dt = \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \left[ \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \right) dS + \frac{S}{\lambda_T} \cdot e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \cdot dt \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Ponieważ  $S^* = S + dS$ , przeto  $dS = S^* - S$ , a po podstawieniu do wzoru (2) otrzymamy:

$$dS = -S \cdot \frac{h}{R} \cdot d\epsilon_R - S \cdot d\epsilon_T + dT$$

gdzie:

$$dT = \frac{\mu}{2}(2N + dN) = \frac{\mu}{R}(S + \frac{dS}{2})dl, \quad \text{bo } N \cong S \frac{dl}{R}$$

$$\begin{aligned} dS &= \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} S \cdot dS \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \right) - \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} S^2 \frac{e^{-\frac{t}{\lambda_R}}}{\lambda_R} \cdot dt - \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \left[ S \cdot dS \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + S^2 \frac{e^{-\frac{t}{\lambda_T}}}{\lambda_T} \cdot dt \right] + \frac{\mu}{R} (S + \frac{dS}{2}) dl \end{aligned}$$

Po przeniesieniu wszystkich składników na lewą stronę i uporządkowaniu napiszemy:

$$\begin{aligned} S^2 \left[ \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} \frac{e^{-\frac{t}{\lambda_R}}}{\lambda_R} + \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \frac{e^{-\frac{t}{\lambda_T}}}{\lambda_T} \right] dt + \left[ \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \right) + \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda_R}} \right) \right] S \cdot dS + \\ + dS - \mu \cdot \omega \cdot S \cdot dt - \mu \cdot \omega \cdot dS \cdot dt = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Ostatni składnik lewej strony można pominąć jako bardzo małą wielkość drugiego rzędu.

Z analizy wymiarowej wynika, że wszystkie składniki (5) mają wymiar [N].

Jeżeli przyjmiemy upraszczające założenie, że  $\lambda_R = \lambda_T = \lambda$ , czyli że reologiczne własności wykładziny są izotropowe, to:

$$S^2 \frac{e^{-t/\lambda}}{\lambda} \left[ \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} + \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \right] dt + S \left[ \left( 1 - e^{-t/\lambda} \right) \cdot \left( \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} + \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \right) \right] dS + dS - \mu \cdot \omega \cdot S \cdot dt \cong 0 \quad (6)$$

Po podstawieniu  $Q = \left[ \frac{h}{E \cdot R^2 \cdot a} + \frac{\mu}{G \cdot R \cdot a} \right]$  oraz  $A = \frac{\lambda \cdot \mu \cdot \omega}{Q}$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{A \cdot e^{-t/\lambda} - S}{\left[ e^{t/\lambda} \left( 1 + \frac{1}{Q \cdot S} \right) - 1 \right] \lambda} = \frac{\lambda \cdot \mu \cdot \omega \cdot e^{-t/\lambda} - Q \cdot S}{\left[ e^{t/\lambda} \left( Q + \frac{1}{S} \right) - Q \right] \lambda} \quad (7)$$

Po wprowadzeniu założeń Eulera-Eytelweyna, że  $E = G = \infty$  i  $Q = 0$ , okazuje się, że:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot e^{-t/\lambda}}{e^{t/\lambda}} S \quad \text{i} \quad \frac{dS}{S} = \mu \cdot \omega \cdot dt = \mu \cdot d\alpha$$

a stąd

$$\ln S \Big|_{S_0}^S = \mu \cdot \alpha \Big|_0^\alpha \quad \text{i} \quad \frac{S}{S_0} = e^{\mu \alpha} \quad (8)$$

czyli otrzymaliśmy znany wzór Eulera-Eytelweyna, co potwierdza poprawność rozważań i obliczeń.

Różniczkowe równanie (7) rozwiążemy metodą podstawień:

$$\frac{t}{\lambda} = x, \quad t = \lambda \cdot x, \quad S(t) = S(\lambda \cdot x) = y\left(\frac{t}{\lambda}\right) = y(x) \quad (9)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

a więc równanie (7) przyjmie postać:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A \cdot e^{-x} \cdot y - y^2}{e^{-x} \left( y + \frac{1}{Q} \right) - y} = \frac{y}{1 - e^{-x}} - \frac{\frac{e^{-x}}{Q} - A \cdot e^{-x}}{1 - e^{-x}} \cdot \left( 1 + \frac{\frac{1}{Q}}{y(e^{-x} - 1) - \frac{1}{Q}} \right) \quad (10)$$

Mnożąc (10) stronami przez  $\frac{1 - e^{-x}}{e^x} = (e^{-x} - 1)$  i przenosząc pierwszy czynnik z prawej strony na lewą, otrzymamy:

$$\frac{dy}{dx}(e^{-x} - 1) - y \cdot e^{-x} = \left( \frac{1}{Q(1 - e^x)} - A \right) \cdot \left( 1 + \frac{\frac{1}{Q}}{y(e^{-x}-1) - \frac{1}{Q}} \right) \quad (11)$$

Ponownie podstawiając do (11):

$$z(x) = y(x)(e^{-x} - 1) \quad (12)$$

$$\frac{dz}{dx} = \left( \frac{1}{Q(1 - e^x)} - A \right) \cdot \left( 1 + \frac{\frac{1}{Q}}{z - \frac{1}{Q}} \right) = \left( \frac{1}{Q(1 - e^x)} - A \right) \cdot \frac{z}{z - \frac{1}{Q}} \quad (13)$$

Po rozdzieleniu zmiennych  $z$  i  $x$  oraz obustronnym scałkowaniu napiszemy:

$$\int \frac{z - \frac{1}{Q}}{z} \cdot dz = \int \left[ \frac{1}{Q \cdot (1 - e^x)} - A \right] \cdot dx \quad (14)$$

Zakładając, że  $t > 0$  i  $x > 0$ , otrzymujemy po wykonaniu całkowania:

$$z - \frac{1}{Q} \ln|z| = -A \cdot x + \frac{1}{Q} \int \frac{e^x \cdot dx}{e^x - (e^x)^2} \quad (15)$$

Po ponownym podstawieniu

$$\tau = e^x \quad \text{i} \quad d\tau = e^x \cdot dx \quad (16)$$

do (15) oraz scałkowaniu:

$$z - \frac{1}{Q} \ln|z| = -A \cdot x + \frac{1}{Q} \int \frac{d\tau}{\tau(1 - \tau)} = -A \cdot x + \frac{x}{Q} - \frac{1}{Q} \ln(e^x - 1) + C \quad (17)$$

Wracając do podstawień (9) i (12), można równanie (17) przedstawić w innej postaci:

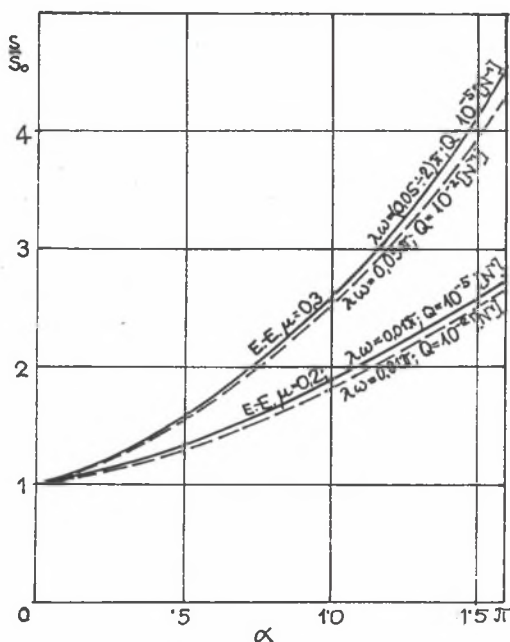
$$S(t) \left( e^{\frac{-t}{\lambda}} - 1 \right) - \frac{1}{Q} \ln|S(t) \cdot \left( e^{\frac{-t}{\lambda}} - 1 \right)| = -A \cdot \frac{t}{\lambda} + \frac{1}{Q} \cdot \frac{t}{\lambda} - \frac{1}{Q} \ln \left( e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \right) + C \quad (18)$$

lub

$$\lambda S(t) \left( e^{\frac{-t}{\lambda}} - 1 \right) - \frac{1}{Q} \ln|S(t)| = -A \cdot \frac{t}{\lambda} + C$$

ponieważ

$$\frac{1}{Q} \ln \frac{S(t) \left( e^{-\frac{t}{\lambda}} - 1 \right) e^{\frac{t}{\lambda}}}{\left( e^{\frac{t}{\lambda}} - 1 \right) \cdot e^{\frac{t}{\lambda}}} = -\frac{1}{Q} \ln |S(t) \cdot e^{-\frac{t}{\lambda}}| = -\frac{1}{Q} \ln |S(t)| - \frac{t}{\lambda}.$$



Rys. 5. Wykres stosunku sprzężenia  $S/S_0$  w funkcji kąta opasania  $\alpha$  wg wzoru E.-E. (krzywa ciągła) i wg (19), (krzywa przerywana) dla różnych wartości parametrów  $\lambda \omega$  i  $Q$ .

Fig. 5. Diagram of the coupling ratio  $S/S_0$  in function of encircling angle  $\alpha$  according to Euler-Eytelweyn (solid line) and according to the equation (19) (dashedline) for different values of parameters  $\lambda \omega$  and  $Q$

Jeżeli w (18) przyjmijemy  $S(0) = S_0$ , to  $C = -\frac{1}{Q} \ln |S_0|$  i wtedy:

$$-S(t) \cdot \left( e^{-\frac{t}{\lambda}} - 1 \right) + \frac{1}{Q} \left[ \ln S(t) - \ln S_0 \right] = A \cdot \frac{t}{\lambda};$$



piszmy dalej  $S(t) = S_1$

$$\ln \frac{S}{S_0} = Q \left[ A \cdot \frac{t}{\lambda} + S \cdot \left( e^{-\frac{t}{\lambda}} - 1 \right) \right],$$

a więc

$$\begin{aligned} \frac{S}{S_0} &= \exp \left[ \mu \cdot \omega \cdot t - Q \cdot S \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}} \right) \right] = \\ &= \exp \left[ \mu \cdot Q \cdot S \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}} \right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

Po zróżniczkowaniu (19) względem  $t$  otrzymujemy wyjściowe równanie różniczkowe (7), co potwierdza prawidłowość rozwiązania (19).

Wykres funkcji  $S(\alpha)$  wg (19) został przedstawiony na rys. 5 dla różnych wartości  $\mu = 0,2$  i  $0,3$ ,  $\lambda \cdot \omega = (0,01 \pm 2)\pi$ ,  $Q = 10^{-5}$  i  $10^{-2}$  [ $N^{-1}$ ] (krzywa kreskowana); celem porównania narysowano dwie krzywe ciągłe wg wzoru E.-E. dla  $\mu = 0,2$  i  $0,3$ .

#### WNIOSKI

Z wykresów na rys. 5 wynika nikły wpływ reologicznych własności wykładziny (w przyjętych granicach) na zmienność stosunku sprzężenia  $S/S_0$ . Rozważanie wykładziny elastycznej jako zespolonego modelu Voigta także nie tłumaczy wszystkich anomalii przebiegu funkcji  $S(\alpha)$  (np. "przeprężenia").

Wyjątkiem może być jedynie prędkość kątowa  $\omega$  w wykładniku potęgowym; obecność jej może wyjaśnić fakt, że przy unieruchomieniu tarczy napędowej stosunek sprzężenia  $S/S_0$  spada tak znacznie, że lina zaczyna się poruszać wzdłuż łuku opasania w kierunku siły  $S > S_2$ . Powoduje to wzrost prędkości kątowej ( $\omega > 0$ ), a więc i wykładnika potęgowego  $\mu$ ,  $\omega \cdot t$  aż do samozahamowania liny.

Być może wprowadzone do rozważań uproszczenie ( $\lambda_R = \lambda_T = \lambda$ ) także przyczyniło się do zatarcia wpływu reologii na sprzężenie. Rozstrzygnąć tę wątpliwość mogłyby jedynie dalsze badania reologii wykładzin, bardziej szczegółowe rozważania matematyczne i zastosowanie techniki komputerowej, zamiast klasycznego, analitycznego rozwiązywania problemu.

W zakończeniu chciałbym serdecznie podziękować p. dr Jerzemu Grabowskiemu z Politechniki Warszawskiej za pomoc przy rozwiązywaniu trudniejszych zagadnień matematycznych.

#### LITERATURA

- [1] Antoniak J.: Problemy sprzężenia ciernego stalowej liny z wykładziną koła pędnego. Przegląd Górniczy, Katowice (1965) 11, s. 470-477.
- [2] Hajduk J.: Der Reibungsschluss bei Antriebscheiben mit elastischer Fütterung. Intern. Seilbahnrundschau (1966) 2 S. 69-71.
- [3] Hajduk J.: Niektóre przypadki obliczania napędów cierno-linowych przy zmiennym współczynniku sprzężenia ciernego liny z wykładziną na tarczy. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej Nr 110, "Mechanika" Nr 14 (1965) Warszawa.
- [4] Müller H.: Untersuchungen zum Reibschluss zwischen Förderseil und Treibscheibenfutter. Bergakademie, 21 Jg. Heft 5. Mai 1969.

#### Index

x) Założenie stałego współczynnika sprzężenia  $\mu = \text{const}$  nie sprawdza się dla większości wykładzin elastycznych. Jedynie dla Kautexu można przyjąć, że  $\mu$  jest prawie niezależne od szybkości poślizgu i bardzo mało zależne od nacisku liny na wykładzinę [3]. Przyjmujemy w rozważaniach w pierwszym przybliżeniu  $\mu = \text{const}$  ze względu na znaczne skomplikowanie tych rozważań, gdybyśmy wprowadzili funkcję  $\mu(N,v)$ , gdzie  $v$  - szybkość liniowa liny względem wykładziny, a  $N$  - nacisk tej liny na wykładzinę.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy ANTONIAK

Wpłynęło do Redakcji w marcu 1992 r.

#### A b s t r a c t

The majority of the modern rope-friction drives have an elastic lining (rubber, plastic, leather) whose advantages in exploitation are well known. Unknown is, however, the real distribution of tension in the rope along the encircling arc  $\alpha$ . The measurements have shown some anomalies in distribution of this tensions compared with the Euler-Eytelweyn's Formula. The conclu-

sions from the measurements let us suppose that the reason of these anomalies may be the rheological behaviour of the lining.

As a model of such behaviour can be taken the Voigt's model of a rheological body. In the differential equation was derived paper of the equilibrium of the element of the rope loaded with the forces in the rope itself  $S$  and the forces of the pressure and friction between the rope and the rheological lining

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\mu \cdot \omega \cdot e^{\frac{t}{\lambda}} - \frac{Q \cdot S}{\lambda}}{Q \left( e^{\frac{t}{\lambda}} - 1 \right) - \frac{t}{S}} \quad (7)$$

The solution of this equation is

$$\frac{S}{S_0} = \exp \left[ \mu \cdot \alpha - Q \left( 1 - e^{-\frac{t}{\lambda}} \right) \cdot S \right] \quad (19)$$

Both equations go over into the well known equation of E.-E. supposing after E.-E. the perfect stiffness of the tie and the disc ( $E = G = \infty$  i.e.  $Q = 0$ ).

Analysing the last equation we can now conclude about the influence of the physical quantities  $Q$  ( $E, G$ ),  $\mu$  (friction coefficient),  $\lambda$  (retardation time),  $\omega$  (angular velocity) on the ratio of the axial forces  $S$  ( $S_0$  in the rope).