ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1993

Seria: GÓRNICTWO z. 210 Nr kol. 1194

Stanisław KOWALIK

Katedra Organizacji i Ekonomiki Górnictwa

Politechniki Śląskiej

SYSTEM WYBORU OPTYMALNYCH DECYZJI TRÓJWYMIAROWYCH PRZY WYKORZYSTANIU METODY EKSPERTÓW I WSPOMAGANIA KOMPUTEROWEGO

Streszczenie. Praca dotyczy wyboru decyzji optymalnej na podstawie zbioru n decyzji podanych przez ekspertów. Decyzje trójwymiarowe albo przestrzenne określają trzy cechy wybranego zagadnienia. W pracy wprowadzono pojęcie bliskości dwóch decyzji trójwymiarowych oraz bliskości decyzji od zbioru decyzji sobie bliskich. Decyzje niebliskie są eliminowane. System wspomagania decyzji o nazwie LESZEK 1 został opracowany w języku programowania TURBO BASIC i uruchomiony na komputerze IBM PC.

SYSTEM OF SELECTING OPTIMAL THREE-DIMENSIONAL DECISIONS APPLYING A METHOD OF EXPERTS AND A COMPUTER AIDING

Summary. The paper deals with the selection of optimal decision on the basis of n set of decisions suggested by experts. Three-dimensional or spacial decisions define three features of a given problem. The paper introduces a notion of proximity of two three-dimensional decisions and proximity of decisions from the set of decisions close to each other. Decisions which are not close are eliminated. The system of decision aiding named LESZEK 1 has been worked out in TURBO BASIC language and put into the computer IMB PC.

СИСТЕМА ВЫБОРА ОПТЫМАЛЬНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ЭКСПЕРТОВ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРА

Резюме. Работа касается выбора оптимального решения на основании множества н-решений, предлогаемых экспертами. Трехмерные или пространственные решения определяют три свойства данного вопроса. В работе вводится понтие близости двух трехмерных решений, а также близости решений, ом множества решений близких друг другу. Не близкие решения устраняются. Вспомогательная система решений LESZEK 1 разработана на языке программирования TURBO BASIC и произбодитця с помощю компьютера IBM PC.

1. OKREŚLENIE DECYZJI TRÓJWYMIAROWEJ

Praca ta dotyczy wymiernych albo mierzalnych, tj. takich, które mogą być przedstawione w postaci liczbowej. Jedna decyzja będzie roapatrywana w trzech aspektach, innymi słowy - w trzech wymiarach. Przykładowo, do określenia punktu w przestrzeni trzeba podać trzy współrzędne: dwie współrzędne określające punkt na płaszczyźnie oraz trzecią wysokość, gdy punkt leży nad płaszczyzną lub głębokość, gdy punkt leży pod płaszczyzną. Jakie to ma zastosowanie? Na przykład przy lokalizacji centrum pożaru w kopalni na określonej głębokości albo przy określaniu epicentrum wstrząsu podziemnego w kopalni. Jest to ważne ze względu na bezpieczeństwo górników pracujących na dole w kopalni. Inny przykład to lokalizacja miejsca wiercenia przy poszukiwaniu ropy naftowej z podaniem głębokości wiercenia [1,], [2], [3], [4].

Decyzje trójwymiarowe niekoniecznie muszą mieć charakter przestrzenny, np. mogą mieć charakter ekonomiczny. Ilustracją tego może być podjęcie decyzji o:

a) ilości pieniędzy, które mają być zainwestowane,

b) wysokości normy w związku z nowymi inwestycjami,

c) ilości robotników przesuniętych do innej pracy po zrealizowaniu inwestycji.

Ostatni przykład wskazuje na to, że decyzje trójwymiarowe niekoniecznie w każdym wymiarze muszą być określane w tych samych jednostkach metrycznych. Współrzędne decyzji i-tej będziemy kolejno oznaczali przez x_i, y_i, z_i. Do każdej współrzędnej będą jeszcze dołączone dwie tolerancje: tzw. tolerancja dolna i tolerancja górna. Oznacza to, że np. współrzędna x_i zawiera się w przedziale

$$[x_i - tdx_i \ , \quad x_i + tgx_i] \ ,$$

gdzie tdx_i, tgx_i są odpowiednio tolerancjami dolną i górną. Te tolerancje można interpretować jako dopuszczalny błąd z dołu i z góry przy określaniu danej współrzędnej. Innymi słowy, jest to ograniczenie dolne i górne dla poszczególnych współrzędnych.

Wprowadzimy teraz formalne oznaczenia dla różnych wielkości występujących w tym opracowaniu:

n - ilość decyzji
i - numer decyzji $(i = 1,\dots,n)$
D_i - i-ta decyzja
x_i - wartość pierwszej współrzędnej i-tej decyzji
y_i - wartość drugiej współrzędnej i-tej decyzji
z_i - wartość trzeciej współrzędnej i-tej decyzji
tdx_i - tolerancja dolna pierwszej współrzędnej i-tej decyzji
tgx_i - tolerancja górna pierwszej współrzędnej i-tej decyzji
tdy_i - tolerancja dolna drugiej współrzędnej i-tej decyzji
tgx_i - tolerancja górna drugiej współrzędnej i-tej decyzji
tdz_i - tolerancja dolna trzeciej współrzędnej i-tej decyzji
tgz_i - tolerancja górna trzeciej współrzędnej i-tej decyzji

Na podstawie wartości współrzędnych i tolerancji określimy ograniczenia i przedziały tolerancji dla i-tej decyzji:

odx_i - ograniczenie dolne pierwszej współrzędnej i-tej decyzji
ogx_i - ograniczenie górne pierwszej współrzędnej i-tej decyzji
ody_i - ograniczenie dolne drugiej współrzędnej i-tej decyzji
ogy_i - ograniczenie górne drugiej współrzędnej i-tej decyzji
odz_i - ograniczenie dolne trzeciej współrzednej i-tej decyzji
ogz_i - ograniczenie górne trzeciej współrzędnej i-tej decyzji
PTX_i - przedział tolerancji dla pierw. współrzędnej i-tej decyzji
PTY_i - przedział tolerancji dla drug. współrzędnej i-tej decyzji
PTZ_i - przedział tolerancji dla trzec. współrzędnej i-tej decyzji

Te ograniczenia i przedziały wyznaczamy na podstawie wzorów:

$$odx_i = x_i - tdx_i \qquad ogx_i = x_i + tgx_i$$

$$ody_i = y_i - tdy_i \qquad ogy_i = y_i + tgy_i$$

$$odz_i = z_i - tdz_i \qquad ogz_i = z_i + tgz_i$$

$$PTK_i = [odx_i,\ ogx_i]$$

$$PTY_i = [ody_i,\ ogy_i]$$

$$PTZ_i = [odz_i,\ ogz_i]$$

Definicja

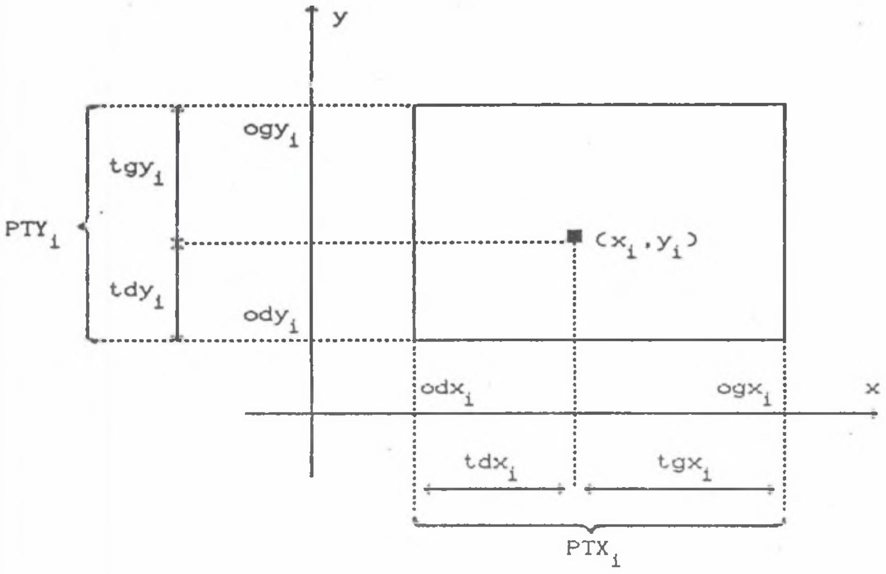
Decyzję i-tą D_i określamy jako zbiór dziewięciu liczb:

$$D_i = \{x_i, y_i, z_i, tdx_i, tgx_i, tdy_i, tgy_i, tdz_i, tgz_i\},$$

gdzie: x_i, y_i, z_i oznaczają wartośći poszczególnych współrzędnych decyzji, a tdx_i, tgx_i, tdy_i, tgy_i, tdz_i, tgz_i są tolerancjami dolnymi i górnymi dla tych wartości.

Uwaga 1. Ponieważ wygodniej jest ilustrować omawiane pojęcia na płaszczyźnie niż w przestrzeni, będziemy więc rysunki przedstawiali w dwóch wymiarach x i y.

Na rysunku 1 przedstawiono graficzną interpretację decyzji D_i.



Rys. 1. Graficzne przedstawienie decyzji D_i

Fig. 1. Graphical presentation of the decision D_i

Powiemy teraz, co będziemy rozumieli przez określenie ekspert. Ekspertem na ogół będzie człowiek, który podaje decyzję, tzn. w tym przypadku dziewięć liczb. Jako eksperta możemy potraktować też urządzenie lub zespół czujników, na podstawie których możemy określić tych dziewięć liczb. Za eksperta możemy

też uważać połączenie człowieka i urządzenia, tj. człowiek wykorzystując pomiary jakiegoś urządzenia, podaje swoją decyzję. W każdym bądź razie dla opracowanego systemu nie jest ważne, kto jest ekspertem, natomiast jest wymagane, aby systemowi udostępniono zbiór n decyzji $\{D_1,\ldots,D_n\}$. Będziemy w dobrej sytuacji, gdy wszyscy eksperci wydadzą podobne decyzje. Świadczy to o tym, że eksperci są zgodni co do oceny.
Może się też zdarzyć, że decyzje niektórych zbyt różnią się od pozostałych. Decyzje te nie będą brane pod uwagę w dalszych rozważaniach. System automatycznie je wyeliminuje ze zbioru $\{D_1,\ldots,D_n\}$. W związku z tym wprowadzono pojęcie bliskości dwóch decyzji.

2. DEFINICJA BLISKOŚCI DWÓCH DECYZJI ORAZ BLISKOŚCI DECYZJI OD ZBIORU

Definicja 2

Dwie decyzje D_i o D_j są bliskie, gdy zachodzi warunek:

$$x_i \in PTX_j \wedge x_j \in PTX_i \wedge y_i \in PTY_j \wedge y_j \in PTY_i \wedge z_i \in PTZ_j \wedge z_j \in PTZ_i$$

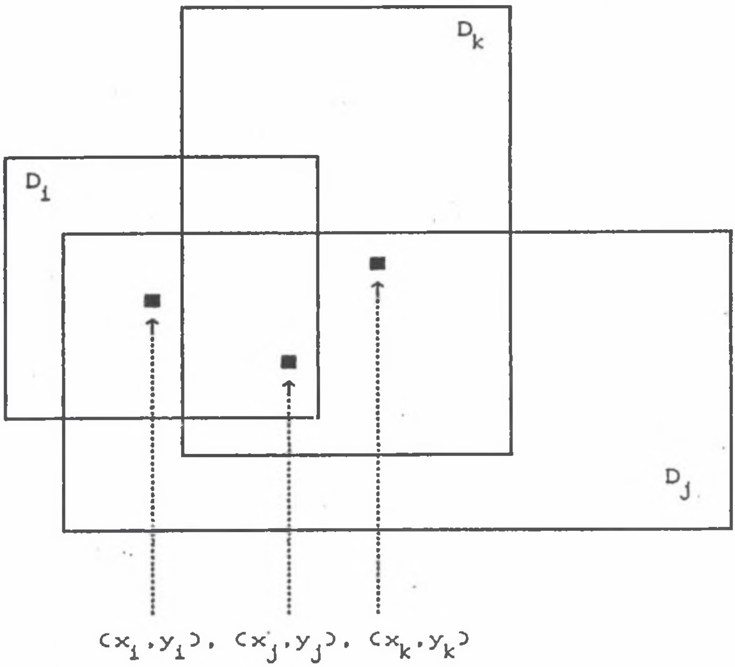
Należy zauważyć, że warunek bliskości nie jest przechodni, tzn., że jeżeli decyzje D_i i D_j są bliskie oraz decyzje D_j i D_k też są bliskie, to z tego nie wynika, że decyzje D_i i D_k są bliskie:

$$(D_i \text{ bliskie } D_j) \wedge (D_j \text{ bliskie } D_k) \text{ nie wynika, że } (D_i \text{ bliskie } D_k).$$

Ilustruje to rysunek 2.

Zbiór n decyzji zaproponowanych przez ekspertów zostanie przez relację bliskości podzielony na wiele grup. W najgorszym przypadku będzie to grupa, w której nie ma decyzji bliskich. W najlepszym przypadku, gdy decyzje wszystkich ekspertów są prawie takie same, to otrzymamy jedną grupę, w której wszystkie n decyzji będą sobie bliskie.

Dla wygody zapisu zdefiniujemy jeszcze bliskość decyzji ze zbiorem decyzji bliskich.



Rys. 2. Graficzne przedstawienie nieprzechodniości relacji bliskości decyzji
Fig. 2. Graphical presentation of nontransitiveness of the relation of decision proximity

Definicja 3

Decyzja D jest bliska ze zbiorem $A = \{A_1, \ldots, A_k\}$ decyzji bliskich, jeżeli jest ona bliska z każdą decyzją zbioru A:

$$D \text{ bliskie } A \Leftrightarrow \underset{i}{\forall} D \text{ bliskie } A_i \quad (i = 1, \ldots, k)$$

Relację bliskości na schematach blokowych będziemy zaznaczać skrótowo symbolem ".bl.".

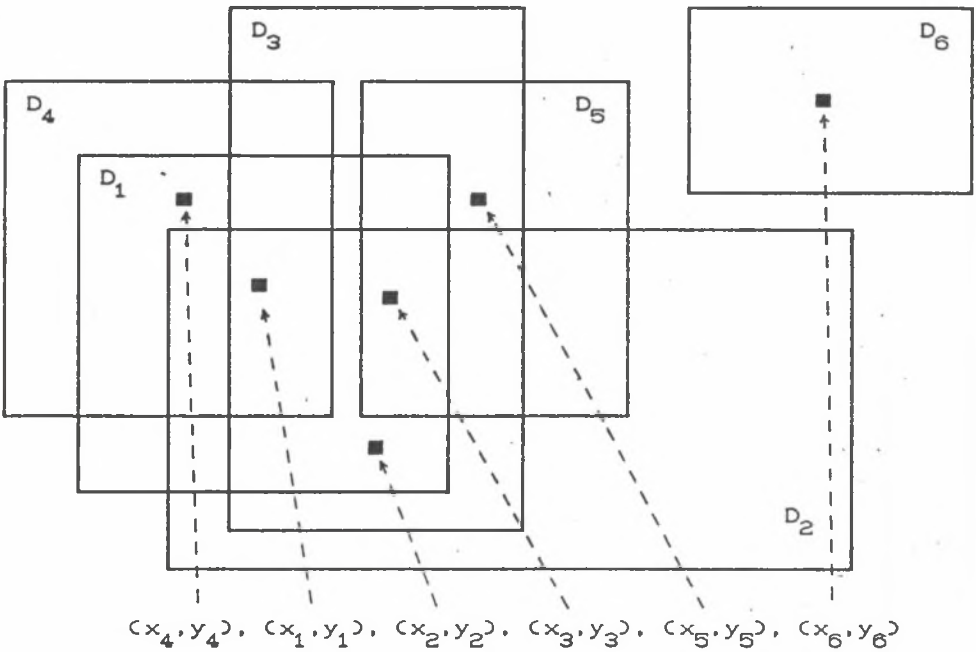
3. ZNAJDYWANIE NAJLICZNIEJSZEGO ZBIORU DECYZJI BLISKICH

Rysunek 3 ilustruje decyzje, wśród których można rozróżnić następujące grupy:

$\{D_6\}$ - jedna decyzja, która nie jest bliska żadnej pozostałej,

$\{D_1, D_4\}$, $\{D_3, D_5\}$ - grupa decyzji parami bliskich,

$\{D_1, D_2, D_3\}$ - grupa decyzji trójkami bliskich.



Rys. 3. Podział decyzji na grupy

Fig. 3. Division of the decisions into groups.

Naszym zadaniem będzie znaleźć spośród zbioru decyzji $\{D_1, \ldots, D_n\}$ najliczniejszy podzbiór decyzji NPDP (najliczniejszy podzbiór decyzji bliskich), w którym każda decyzja z każdą będą bliskie względem siebie. Dla sześciu decyzji z rysunku 3 tym podzbiorem będzie $\{D_1, D_2, D_3\}$ jako trójelementowy.

Pokażemy teraz, jak znajdujemy podzbiór NPDB.

a) Najpierw sprawdzamy, czy decyzja D_1 jest bliska D_2.

b) Jeżeli tak, to sprawdzamy, czy decyzja D_3 jest bliska D_1 i D_2.

c) Jeżeli nie, to sprawdzamy, czy decyzja D_3 jest bliska D_1.

d) W przypadku znalezienia decyzji bliskich zapamiętujemy numery tych decyzji i liczebność podzbioru NPDB.

e) Sprawdzamy, czy decyzja D_4 jest bliska z każdą decyzją znajdującą się w podzbiorze NPDB.

To postępowanie kontynuujemy aż do sprawdzenia ostatniej decyzji D_n. W międzyczasie liczebność podzbioru NPDB mogła wzrosnąć. Nie oznacza to jeszcze, że znaleźliśmy największy podzbiór, ponieważ w naszych poszukiwaniach braliśmy pod uwagę cały czas decyzję D_1. Może być inny podzbiór liczniejszy od dotychczas znalezionego nie zawierający decyzji D_1. Postępowanie nasze dalej kontynuujemy poszukując nowego zbioru NPDB, powtarzając czynności wymienione w punktach a), b), c), d), e), ale rozpoczynając od decyzji D_2, tj.:

Sprawdzamy, czy decyzja D_2 jest bliska D_3 itd.

Po dojściu do decyzji D_n sprawdzamy, który zbiór NPDB jest liczniejszy: stary czy nowy. Zapamiętujemy liczniejszy.

Następnie będziemy poszukiwać zbioru NPDB spośród decyzji:

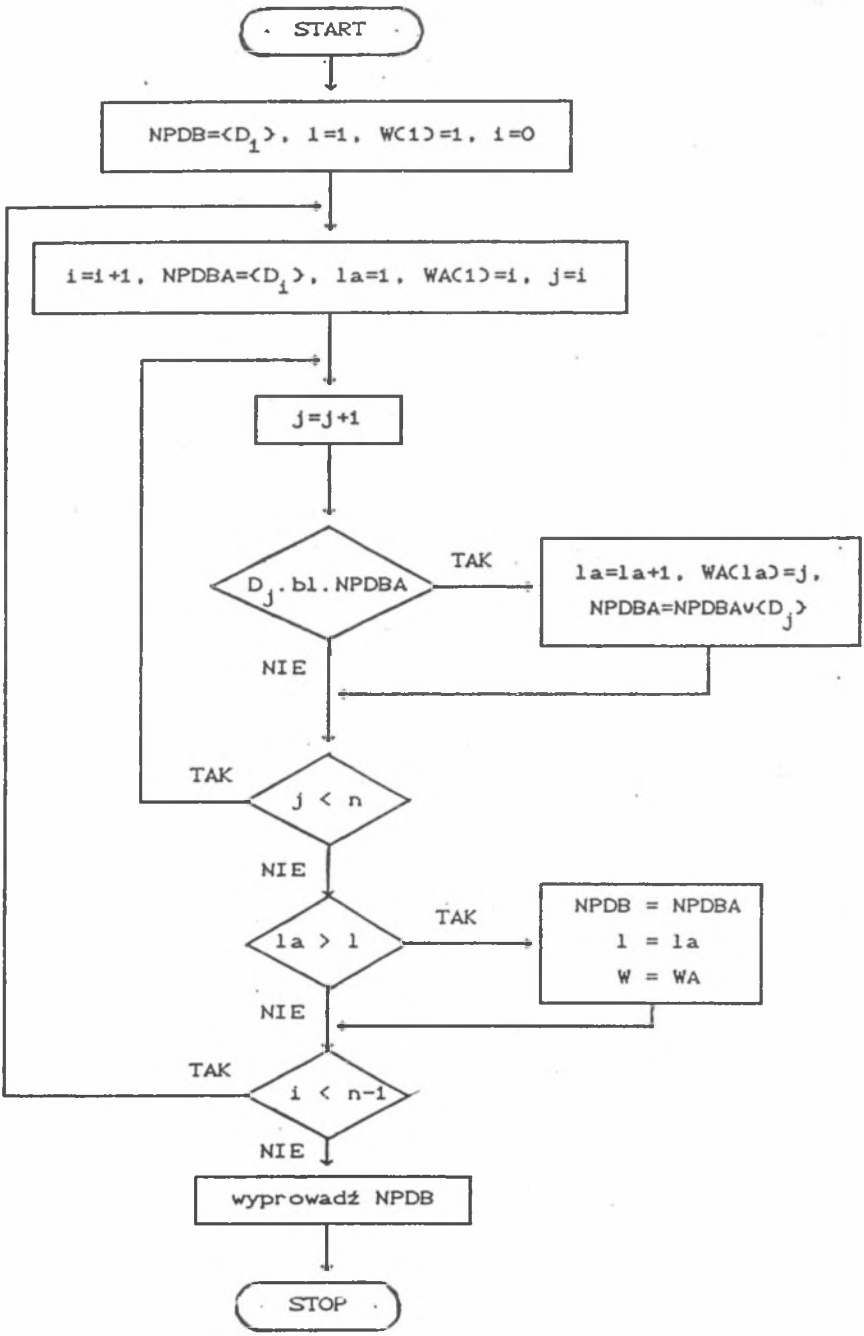
$$
\begin{array}{l}
D_3, \ldots, D_n \\
D_4, \ldots, D_n \\
\vdots \\
D_{n-1}, D_n
\end{array}
$$

Ta metoda postępowania zapewni nam znalezienie zbioru najliczniejszego NPDB spośród decyzji $D_1, \ldots, D_n$.

Bardziej szczegółowo metoda ta jest przedstawiona na schemacie blokowym (rys. 4). Na schemacie tym wprowadzono dodatkowe pomocnicze oznaczenia, mianowicie:

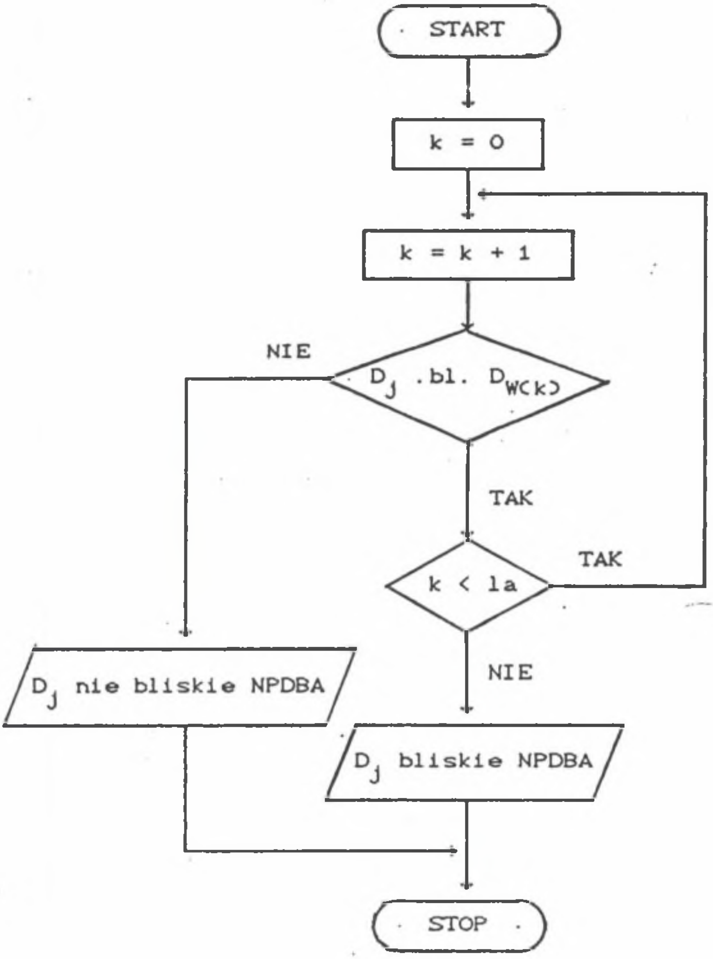
NPDBA - jest to aktualny albo roboczy odpowiednik zbioru końcowego NPDB,
W - wektor wskaźników decyzji należących do NPDB,
WA - wektor wskaźników decyzji należących do NPDBA,
l - liczebność zbioru NPDB,
la - liczebność zbioru NPDBA.

Pokażemy jeszcze na schemacie blokowym (rys. 5) w sposób bardziej dokładny, na czym polega badanie, czy decyzja D_j jest bliska zbiorowi NPDBA.



Rys. 4. Schemat blokowy wyznaczania zbioru NPDB

Fig. 4. Block diagram of NPDB set determination



Rys. 5. Schemat blokowy określania bliskości decyzji od zbioru decyzji
Fig. 5. Block diagram of describing the decision proximity from the decision set

4. OKREŚLENIE DECYZJI OPTYMALNEJ

Mając wyznaczony najliczniejszy podzbiór decyzji bliskich NPDB, będziemy określać decyzję optymalną. Przyjmujemy zasadę, że decyzję optymalną będziemy wyznaczać tylko w przypadku, gdy liczebność podzbioru NPDB jest większa od n/2, tj.:

$$l > n/2$$

Oznacza to, że ponad 50% decyzji podanych przez ekspertów musi być bliskich. W przeciwnym wypadku komputer informuje użytkownika, że decyzje ekspertów są rozbieżne. Należy z ekspertami ponownie przedyskutować kryteria podejmowania decyzji i uściślić je, aby nie było dużo decyzji zbyt różniących się. Eksperci muszą ponownie podać swoje decyzje zmodyfikowane oraz ponownie należy wykonać obliczenia. W przypadku gdy powyższy warunek jest spełniony, jako wartość współrzędnych decyzji optymalnej przyjmujemy średnie arytmetyczne współrzędnych decyzji należących do podzbioru NPDB, mianowicie:

$$x_{opt} = (1/l)\sum_{k=1}^{l} x_{W(k)}, \quad y_{opt} = (1/l)\sum_{k=1}^{l} y_{W(k)}, \quad z_{opt} = (1/l)\sum_{k=1}^{l} z_{W(k)}$$

Jako obszar tolerancji dla decyzji optymalnej przyjmujemy część wspólną obszaru wyznaczonego przez przedziały tolerancji dla decyzji należących do podzbioru NPDB.

$$PTX_{opt} = \bigcap_{k} PTX_{W(k)} \qquad (k = 1,\dots,l)$$

$$PTY_{opt} = \bigcap_{k} PTY_{W(k)} \qquad (k = 1,\dots,l)$$

$$PTZ_{opt} = \bigcap_{k} PTZ_{W(k)} \qquad (k = 1,\dots,l)$$

Rozpisując to za pomocą ograniczeń decyzji, otrzymujemy:

$$odx_{opt} = \max_{k}(odx_{W(k)}), \quad ogx_{opt} = \min_{k}(ogx_{W(k)}), \qquad (k = 1,\dots,l)$$

$$ody_{opt} = \max_k(ody_{W(k)}), \quad ogy_{opt} = \min_k(ogy_{W(k)}), \quad (k = 1,\dots,l)$$

$$odz_{opt} = \max_k(odz_{W(k)}), \quad ogz_{opt} = \min_k(ogz_{W(k)}), \quad (k = 1,\dots,l)$$

Zastanowimy się teraz nad jednoznacznością znalezienia podzbioru NPDB. Okazuje się, że może się zdarzyć, że zbiór decyzji ekspertów $\{D_1,\dots,D_n\}$ będzie zawierał kilka takich równolicznych podzbiorów. Na przykład na rysunku 2 mamy dwie pary decyzji bliskich $\{D_1,D_2\}$, $\{D_2,D_3\}$. Gdy liczebność każdego z nich będzie mniejsza (lub równa) od n/2, to decyzji optymalnej nie wyznaczamy. Komputer daje użytkownikowi informację, że decyzje ekspertów są zbyt rozbieżne. W przypadku gdy będzie r takich podzbiorów większej od n/2, to ostateczny zbiór NPDB określamy jako iloczyn (część wspólną) tych r podzbiorów

$$NPDB = \bigcap_j NPDB_j \qquad (j = 1,\dots,r)$$

Następnie sprawdzamy, czy liczebność otrzymanego iloczynu podzbiorów stanowi ponad 50% liczby n. Jeżeli tak, to obliczamy współrzędne decyzji optymalnej x_{opt}, y_{opt}, z_{opt} oraz ograniczenia tak, jak to powyżej zostało podane dla jednego podzbioru NPDB. Jeżeli liczebność znalezionego zbioru NPDB jest mniejsza (lub równa) niż n/2, to decyzja optymalna nie będzie wyznaczona, a eksperci będą musieli skorygować swoje decyzje.

5. WNIOSKI

System wspomagania decyzji zaprezentowany w tym opracowaniu można wykorzystać w kopalniach do ustalenia miejsc niebezpiecznych. Wykorzystuje się tu pewne przesłanki, takie jak zadymienie w chodnikach czy wstrząsy podziemne, w celu ustalenia tzw. tolerancji potrzebnych do określenia pewnego obszaru niebezpiecznego.

Metoda zaprezentowana tutaj wymaga od ekspertów rzetelnej oceny sytuacji przy podejmowaniu decyzji. Decyzja optymalna będzie określona przez system jedynie wtedy, gdy ponad 50% decyzji ekspertów będzie bliskich.

Z punktu widzenia matematycznego zwiększenie liczby decyzji bliskich można osiągnąć poprzez:

a) zmniejszenie wariancji poszczególnych współrzędnych decyzji,

b) rozszerzenie przedziałów tolerancji dla współrzędnych decyzji.

LITERATURA

[1] Beer S.: Cybernetyka a zarządzanie. PWN, Warszawa 1966.

[2] Hagemejer W., Hellwig Z., Przelaskowski W., Vielrose E.: Zagadnienia matematyki stosowanej w ekonomii. Zakład im. Ossolińskich, Wrocław 1966.

[3] Kantorowicz L., Gorstko A.: Optymalne decyzje ekonomiczne. PWE, Warszawa 1976.

[4] Kryński H., Badach A.: Zastosowanie matematyki do podejmowania decyzji ekonomicznych, PWE, Warszawa 1976.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Janusz SZOPA

Wpłynęło do Redakcji w maju 1992 r.

A b s t r a c t

The paper deals the selection an optimal decision on the basis of n set decisions $\{D_1,...,D_n\}$ suggested by experts. Thee-dimensional or spacial decision means here a decision describing three aspects of a given problem, e.g. it is necessary to find out an epicentre of a tremor in a coal mine. Three coordinates of the tremor place are required to it. The paper applies tolerance intervals for each coordinate of the decision. It means that the decisions may be contained in some limits. Also a notion of proximity of two three-dimensional decisions is introduced. The paper defines a notion of decision proximity from the set of decisions close to each other. Among the elements of the set $\{D_1,...,D_n\}$ the most numerous subset of the decisions close to each other is found. Decisions which are not close are eliminated. On the basis of this subset an optimal decision and a tolerance range in which there is a chosen decision are determined. Enlarging the tolerance ranges for the decision coordinates causes that the number of decisions close

to each other increases. The system of decision aiding named LESZEK 1 has been worked out in TURBO BASIC language and put into the computer IBM PC. Figures illustrating three-dimensional decisions and block diagrams of a computer program are enclosed in the paper. The system of decision aiding presented here may be applied in coal mines to determine dangerous places. Such facts as smokiness in headings or underground tremors are considered here to determine so called tolerances necessary for finding out a dangerous area.