<u>2004</u> Nr kol. 1611

Bernard BARON¹⁾, Jadwiga KRYCH²⁾

¹⁾ Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej. Zakład Elektrotechniki i Informatyki
 ²⁾ Politechnika Opolska. Wydział Elektrotechniki i Automatyki

KOMPUTEROWA ANALIZA STANÓW: NIEUSTALONEGO I USTALONEGO W TRANSFORMATORZE Z OBWODEM MAGNETYCZNYM NIELINIOWYM

Streszczenie. W pracy przeprowadzono szczegółową konstrukcję obwodowego dynamicznego modelu transformatora jednofazowego. Następnie zdefiniowano klasę programową TTransformatorlF, w której wszystkie parametry modelu transformatora są polami w części prywatnej tej klasy. Konstrukcja równań stanu jest również metodą prywatną. Część publiczna tej klasy zawiera metody: rozwiązywania równań stanu w stanie nieustalonym i ustalonym oraz wyznaczania harmonicznych poszczególnych przebiegów.

COMPUTER ANALSIS OF TRANSIENT AND STEADY STATES IN A TRANSFORMER WITH NONLINEAR MAGNETIC CIRCUIT

Summary. This paper presents detailed analysis of transient and steady-state operation of a nonlinear transformer on a basis of equivalent circuit model. Simulation program is composed of programm class called TTransformator1F, in which all parameters of circuit model are stored as attributes in the private section of a class. The creation of state equations is also a private method. Public section of the class includes the following methods: solution of state equations in transients and in steady-state, and determination of time harmonics of steady-state waveforms.

1. WSTĘP

Techniki programowania obiektowego stwarzają możliwości scalenia wielu operacji i procedur w jednym wspólnym obiekcie [6, 1]. Oprócz wielu zalet programowych, skutkiem praktycznym takiego podejścia może być integracja procedur i narzędzi do tej pory tworzonych oddzielnie dla różnych dziedzin zastosowań. W ramach pracy zdefiniowano klasę TTransformator1F, zawierającą parametry modelu obwodowego transformatora jednofazowego oraz metody jego analizy. Punktem wyjścia tej konstrukcji jest model matematyczny stanowiący układ równań stanu transformatora jednofazowego, uwzględniający nieliniową charakterystykę magnesowania rdzenia magnetycznego, straty w żelazie, indukcyjność rozproszenia oraz rezystancje uzwojeń.

2. MODEL OBWODOWY TRANSFORMATORA

Dany jest układ elektryczny transformatora o zadanej charakterystyce statycznej magnesowania aproksymowanej funkcją

$$B = a_1 \operatorname{arsinh}(a_2 H) \tag{1}$$

oraz z zastępczą szczeliną powietrzną δ . Transformator zasilany i obciążony jest tak, jak pokazano na rys.1.



Rys. 1. Układ elektryczny z transformatorem jednofazowym Fig. 1. Electrical circuit with a single-phase transformer

W obliczeniach wygodniej jest operować relacją odwrotną względem (1) tj.

$$H = \frac{1}{a_2} \sinh\left(\frac{B}{a_1}\right). \tag{2}$$

Operowanie tylko charakterystyką (2) nie pozwala jednak w modelowaniu uwzględnić strat w żelazie (wskutek przemagnesowywania i prądów wirowych). W tym celu do jednoznacznej charakterystyki (2) dodano człon dynamiczny proporcjonalny do pochodnej indukcji *B* ze stałą k_B w Ω^{-1} m:

$$H = \frac{1}{a_2} \sinh\left(\frac{B}{a_1}\right) + k_B \frac{dB}{dt} \,. \tag{3}$$

Niech strona pierwotna transformatora ma w_1 zwojów, natomiast wtórna w_2 zwojów. Przy uwzględnieniu dynamicznej charakterystyki magnesowania żelaza H(B) (3) obwodu magnetycznego transformatora oraz na mocy prawa przepływu zachodzi:

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = \Phi R_{m\delta} + U_{mFe}(\Phi),$$
(4)

Komputerowa analiza stanów...

gdzie: – $R_{m\delta} = \frac{\delta}{\mu_0 S_{Fe}}$ – reluktancja szczeliny powietrznej,

$$U_{mFe}(\Phi) \cong Hl_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{a_2} \sinh\left(\frac{\Phi}{a_1 S_{Fe}}\right) + \frac{l_{Fe} k_B}{S_{Fe}} \frac{d\Phi}{dt}$$
(5)

- spadek napięcia magnetycznego w ferromagnetyku.

W rozpatrywanym modelu zakłada się również strumienie rozproszenia Φ_{r1} oraz Φ_{r2} uzwojenia pierwotnego i wtórnego, będące liniowymi funkcjami prądów i_1 i i_2 , co odpowiada indukcyjnościom rozproszenia postaci:

$$L_{r1} = \frac{w_1 \Phi_{r1}}{i_1}; \quad L_{r2} = \frac{w_2 \Phi_{r2}}{i_2}.$$

Sumaryczne strumienie skojarzone Ψ_1 z w_1 zwojami cewki pierwszej oraz Ψ_2 z w_2 zwojami cewki drugiej wynoszą więc

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= L_{r1} \, i_1 + w_1 \Phi \\ \Psi_2 &= -L_{r2} \, i_2 + w_2 \Phi \end{aligned} \tag{6}$$

Zgodnie z oznaczeniami z rys. 1 napięcia u_1 i u_2 na mocy prawa indukcji przyjmują postać:

$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = L_{r1}\frac{di_1}{dt} + w_1\frac{d\Phi}{dt},$$
(7a)

$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = -L_{r2}\frac{di_2}{dt} + w_2\frac{d\Phi}{dt}.$$
 (7b)

Oznaczając przekładnię transformatora $\mathcal{G} = w_1 / w_2$ oraz mnożąc równanie (7b) przez \mathcal{G} , otrzymuje się

$$u_{2}(t)\theta = u'_{2}(t) = -L'_{r2}\frac{di'_{2}(t)}{dt} + w_{1}\frac{d\Phi(t)}{dt},$$
(8)

gdzie $L'_{r2} = \mathcal{G}^2 L_{r2}$ oraz $i'_2 = \frac{i_2}{9}$.

Biorąc pod uwagę wzory (5), (7) i (8) można zauważyć, że na zmienne stanu rozpatrywanego układu należy wybrać

$$x_1(t) = i_1(t); \ x_2(t) = i'_2(t), \ x_3(t) = \Psi(t) = w_1 \Phi(t).$$
 (9)

Na podstawie wzorów (4) i (5):

$$w_1 i_1 - w_2 i_2 = \Phi R_{m\delta} + l_{Fe} \frac{1}{a_2} \sinh \frac{B}{a_1} + \frac{l_{Fe} k_B}{S_{Fe} w_1} \cdot \frac{d\Psi}{dt}.$$
 (9a)

Można założyć, że występująca w tym równaniu pochodna strumienia jest siłą elektromotoryczną indukcji na zaciskach cewki o w_1 zwojach nawiniętych na rdzeniu transformatora; zaciski tej cewki są zamknięte opornikiem o rezystancji R_{Fe} (rys 2). Dla tego oczka napięciowe prawo Kirchhoffa ma postać:

$$\frac{d\Psi}{dt} = R_{Fe}i_{Fe}.$$
(9b)

Jeśli wstawimy (9b) do (9a), to:

$$w_1 i_1 - w_2 i_2 = \Phi R_{m\delta} + l_{Fe} \frac{1}{a_2} \sinh \frac{B}{a_1} + \frac{l_{Fe} k_B R_{Fe}}{S_{Fe} w_1} \cdot i_{Fe}$$
(9c)

Współczynnik przy prądzie i_{Fe} jest równy w_1 , gdyż prawo przepływu dla modelu z rys. 2 przy założeniu jednoznacznej krzywej magnesowania (nie pętli) ma postać:

$$w_1 i_1 - w_2 i_2 = \Phi R_{m\delta} + l_{Fe} \frac{1}{a_2} \sinh \frac{B}{a_1} + w_1 \cdot i_{Fe} .$$
(9d)

Z porównania (9c) i (9d) wynika

$$w_1 = \frac{l_{Fe}k_B R_{Fe}}{S_{Fe}w_1}$$
, skąd $k_B = \frac{w_1^2 S_{Fe}}{l_{Fe}R_{Fe}}$.

Rozwiązując (5) ze względu na pochodną strumienia $w_1 d\Phi(t)/dt$ i biorąc pod uwagę (4) i (9), otrzymuje się:

$$\frac{d\Psi(t)}{dt} = w_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{R_{Fe}}{w_1} \left[w_1(i_1 - i_2') - \frac{R_{m\delta}}{w_1} \Psi(t) - \frac{l_{Fe}}{a_2} \sinh\left(\frac{\Psi(t)}{a_1 S_{Fe} w_1}\right) \right],$$
(10)

gdzie

$$R_{Fe} = \frac{w_1^2 S_{Fe}}{l_{Fe} k_B}$$
 (11)

Parametr R_{Fe} jest zastępczą rezystancją odpowiadającą stratom mocy w rdzeniu, dla danego obwodu magnetycznego transformatora i dla danej częstotliwości zasilania. Takie założenie jest przyjmowane w wielu pracach, np. w [2].

Kolejne równania stanu wyprowadza się z napięciowego prawa Kirchhoffa dla poszczególnych oczek układu z rysunku 1. Dla strony pierwotnej transformatora otrzymuje się $e(t) - R_1 i_1(t) - u_1(t) = 0$. (12)

Uwzględniając równania (7) oraz (10) w równaniu (12) otrzymuje się

$$\frac{di_{1}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{r1}} \left\{ e(t) - R_{1}i_{1}(t) - \frac{R_{Fe}}{w_{1}} \left[\left[w_{1}(i_{1}(t) - i_{2}'(t)) - \frac{R_{m\delta}}{w_{1}} \Psi(t) - \frac{l_{Fe}}{a_{2}} \sinh\left(\frac{\Psi(t)}{a_{1}S_{Fe}w_{1}}\right) \right] \right\}$$
(13)

Dla strony wtórnej transformatora równanie oczkowe ma postać

$$u_2(t) - R_2 i_2(t) - u_C(t) = 0.$$
⁽¹⁴⁾

Mnożąc to równanie stronami przez przekładnię transformatora otrzymuje się

$$u'_{2}(t) - R'_{2}i'_{2}(t) - u'_{C}(t) = 0.$$
 (15)

Uwzględniając równania (8) oraz (10) w równaniu (15) otrzymuje się

$$\frac{di_{2}'(t)}{dt} = \frac{1}{L_{r2}'} \left\{ -u_{C}'(t) - R_{2}'i_{2}'(t) + \frac{R_{Fe}}{w_{1}} \left[w_{1}(i_{1}(t) - i_{2}'(t)) - \frac{R_{m\delta}}{w_{1}} \Psi(t) - \frac{l_{Fe}}{a_{2}} \sinh\left(\frac{\Psi(t)}{a_{1}S_{Fe}w_{1}}\right) \right] \right\}$$
(16)

Drugie równanie oczkowe strony wtórnej transformatora ma postać

$$u_C(t) - R_0 i_0(t) - L_0 \frac{di_0(t)}{dt} = 0.$$
(17)

Mnożąc stronami powyższe równanie przez przekładnię transformatora \mathcal{G} , otrzymuje się

$$u'_{C}(t) - R'_{0}i'_{0}(t) - L'_{0}\frac{di'_{0}(t)}{dt} = 0, \qquad (18)$$

gdzie:

$$R'_{0} = R_{0} \mathscr{P}^{2}; \quad L'_{0} = L_{0} \mathscr{P}^{2}; \quad i'_{0}(t) = i_{0}(t)/\mathscr{P}; \quad u'_{C}(t) = u_{C}(t)\mathscr{P}.$$
(19)

Z rozwiązania tego równania ze względu na pochodną $i'_0(t)$ wynika

$$\frac{di'_{0}(t)}{dt} = \frac{1}{L'_{0}} \left[u'_{C}(t) - R'_{0}i'_{0}(t) \right].$$
⁽²⁰⁾

Ostatnie równanie stanu rozpatrywanego układu otrzymuje się z prądowego prawa Kirchhoffa

$$i_2(t) - i_C(t) - i_0(t) = 0.$$
(21)

Dzieląc to równanie przez przekładnię transformatora oraz uwzględniając

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$
(22)

otrzymuje się

$$i_{2}'(t) - C' \frac{du_{C}'(t)}{dt} - i_{0}'(t) = 0, \qquad (23)$$

gdzie $C' = C/\vartheta^2$. Z rozwiązania tego równania ze względu na pochodną napięcia na kondensatorze $u'_C(t)$ otrzymuje się piąte równanie stanu rozpatrywanego układu

$$\frac{du'_{C}(t)}{dt} = \frac{1}{C'} [i'_{2}(t) - i'_{0}(t)]$$
(24)

Jako zmienną stanu wybiera się prąd obciążenia strony wtórnej $i'_0(t)$ oraz napięcie na kondensatorze $u'_c(t)$ sprowadzone na stronę pierwotną

$$x_4(t) = i'_0(t), \quad x_5(t) = u'_C(t).$$
 (25)

Równania (10), (13), (16), (20) oraz (24), przy oznaczeniach (9) i (25), można zapisać w postaci normalnej:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{1}{L_{r1}} \left\{ e(t) - R_1 x_1(t) - \frac{R_{Fe}}{w_1} \left[w_1(x_1(t) - x_2(t)) - \frac{R_{m\delta}}{w_1} x_3(t) - \frac{l_{Fe}}{a_2} \sinh\left(\frac{x_3(t)}{a_1 S_{Fe} w_1}\right) \right] \right\},$$

$$\frac{dx_{2}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{r2}'} \left\{ -x_{5}(t) - R_{2}'x_{2}(t) - \frac{R_{Fe}}{w_{1}} \left[w_{1}(x_{1}(t) - x_{2}(t)) - \frac{R_{m\delta}}{w_{1}}x_{3}(t) - \frac{l_{Fe}}{a_{2}}\sinh\left(\frac{x_{3}(t)}{a_{1}S_{Fe}w_{1}}\right) \right] \right\}$$
$$\frac{dx_{3}(t)}{dt} = \frac{R_{Fe}}{w_{1}} \left[w_{1}(x_{1}(t) - x_{2}(t)) - \frac{R_{m\delta}}{w_{1}}x_{3}(t) - \frac{l_{Fe}}{a_{2}}\sinh\left(\frac{x_{3}(t)}{a_{1}S_{Fe}w_{1}}\right) \right],$$
$$\frac{dx_{4}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{0}'} [x_{5}(t) - R_{0}'x_{4}(t)],$$
$$\frac{dx_{5}(t)}{dt} = \frac{1}{C'} [x_{2}(t) - x_{4}(t)].$$
(26)

Φ Ln L 12 R_1 Φ R,i R,i, u, u, e(t)u_c SFe W w, 1_{Fe} δ

Dla układu równań (26) obowiązuje model podany na rys. 2.



Dla dostatecznie dużego przedziału całkowania (dla stanu ustalonego) z przebiegów czasowych wektora stanu za ostatni okres oblicza się moce czynne układu oraz straty mocy czynnej w uzwojeniach i w rdzeniu.

Moce czynne obliczane są wg poniższych wzorów:

> moc czynna pobierana przez transformator:

$$P_{C} = \frac{1}{T} \int_{t_{0}}^{t_{0}+1} e(t)i_{1}(t)dt , \qquad (27)$$

> moc czynna wydawana przez transformator:

$$P_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} R_0 i_0^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} R'_0 i'^2(t) dt , \qquad (28)$$

straty mocy czynnej w uzwojeniach transformatora:

$$\Delta P_{Cu} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left[R_1 i_1^2(t) + R_2' i_2'^2(t) \right] dt , \qquad (29)$$

straty mocy czynnej w rdzeniu:

$$\Delta P_{Fe} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} R_{Fe} i_{Fe}^2(t) dt , \qquad (30)$$

gdzie:

$$i_{Fe}(t) = i_1(t) - i_2'(t) - \frac{1}{w_1} \left[\frac{R_{m\delta}}{w_1} \Psi(t) + \frac{l_{Fe}}{a_2} \sinh\left(\frac{\Psi(t)}{w_1 a_1 S_{Fe}}\right) \right].$$
(31)

3. KONSTRUKCJA KLASY DO BADANIA DYNAMIKI TRANSFORMATORA

Podstawowe parametry transformatora zgrupowane są w postaci następującego typu rekordowego:

TParametryTransformatoralF =

record		
Un,	Napięcie znamionowe strony pierwotnej	
f,	Częstotliwość napięcia	
beta,	Faza początkowa napięcia	
Lfe,	Średnia długość obwodu magnetycznego	
Sfe,	Średni przekrój obwodu magnetycznego	
delta,	Średnia długość szczeliny powietrznej obwodu	
magnetycz	nego	
Rfe,	Zastępcza rezystancja równoważnego obwodu dla strat w	
żelazie		
R1,	Rezystancja strony pierwotnej	
R2,	Rezystancja strony wtórnej	
Lr1,	Indukcyjność strony pierwotnej	
Lr2,	Indukcyjność strony wtórnej	
LO,	Indukcyjność obciążenia strony wtórnej	
RO,	Rezystancja obciążenia strony wtórnej	
C0:TFlo	pat;Pojemność obciążenia strony wtórnej	
w1,	Liczba zwojów strony pierwotnej	
w2:TFlo	pat;Liczba zwojów strony wtórnej	
end;		

Zadawane są także:

- \triangleright liczba punktów charakterystyki statycznej magnesowania B(H) i
- > przedział obserwacji przebiegów układów.

Obliczenia, wynikające z przedstawionego w poprzednim punkcie modelu transformatora, realizowane są w ramach klasy TTransformator1F. Jej konstrukcja skrótowo przedstawiona jest poniżej (wykropkowania zwracają uwagę, że w artykule przedstawione są jedynie fragmenty programu).

```
TTransformator1F = class
 private
 { Private declarations }
   FNp:Integer; Ilość punktów charakterystyki statycznej magnesowania
                H(B)
   FN: Integer; Ilość punktów podziału okresu przebiegów FN=2^p
   FParTrafolF : TParametryTransformatoralF; Rekord parametrów
                transformatora
               :TFloat; Kwadrat liczby zwojów w1 oraz w2
   Fw1k, Fw2k
   FEm, FTokres, Fom1: TFloat; Amplituda, okres oraz pulsacja napięcia
                 zasilającego
   FRdelta, Fteta, Fteta2, Ftmax: TFloat; Rezystancja zastępczej
                szczeliny powietrznej obwodu magnetycznego
                transformatora, przekładnia, kwadrat przekładni oraz
                wstępnie ustalony przedział całkowania
```

FTp,FTk : TFloat; Aktualny punkt początkowy i końcowy całkowania układu równań transformatora FPc,FdPcu,FdPfe,FPo:TFloat; - moc czynna pobierana przez transformator FPc FdPcu - straty mocy czynnej w uzwojeniach FdPfe - straty mocy czynnej w żelazie FPo - moc czynna wydawana przez transformator FI1h, FI2primh, FI0primh, FUcprimh, FImih: TWektorZ; Wektory zespolone do wyznaczania wartości poszczególnych harmonicznych transformatora FI1h - prądu zasilania FI2primh - prądu strony wtórnej sprowadzonej na stronę pierwotną FIOprimh - prądu obciążenia sprowadzonego na stronę pierwotną FUcprimh - napięcia na kondensatorze sprowadzonego na strone pierwotna FImih - prądu magnesującego FWP: TWektor W2; FWP - wektor punktów charakterystyki statycznej magnesowania rdzenia transformatora FWP[i].x1=H, FWp[i].x2=B; i=1,2,..FNp FX:TWektorF; Wektor parametrów statycznej charakterystyki magnesowania FX[1] = a1, FX[2]=a2 wzór (1) FJestH Sinh, FJestStanUstalony, FSaHarmoniczne: Boolean; Zmienna pomocnicza przyjmująca wartość True, jeżeli została wywołana metoda InterpolacjaFunkcjaSinh interpolująca charakterystykę magnesowania, została wywołana metoda StanUstalonyTrafo oraz została wywołana metoda HarmonicznePrzebiegowTrafo FX0:TWektorStanu ; FX0 - wektor zawierający warunek początkowy FRoRoNlTr : TGeara; Pole obiektowe do rozwiązywania układu równań nieliniowych zdefiniowanych procedurą FRoRo wewnątrz tego obiektu procedure NielinSinh(F:TWektorF; X:TWektorF); Metoda wyznaczająca nadokreślony układ równań nieliniowych do wyznaczania parametrów a1,a2 statycznej charakterystyki magnesowania rdzenia (1) procedure InterpolacjaFunkcjaSinh; Metoda określająca parametry a1,a2 statycznej charakterystyki magnesowania rdzenia (1) function Hsinh(B:TFloat):TFloat; Charakterystyka magnesowania żelaza typu (2) function Umfe(Fi:TFloat):TFloat; Spadek napięcia magnetycznego obwodu transformatora wq (5) function HarmonicznePrzebiegowTrafo(p:Byte):Boolean; Metoda prywatna do obliczania wartości zespolonych poszczególnych harmonicznych przebiegów transformatora p - potęga dwójki FN=2^p - ilość punktów przy obliczeniach FFT

W części publicznej zdefiniowany jest konstruktor i funkcje:

public

```
{public deklarations}
constructor Create(WP:TWektorW2; PT1F:TParametryTransformatoralF;
Tp,Tk: TFloat; X0:TWektorStanu);
```

gdzie:

- WP wektor punktów charakterystyki statycznej magnesowania rdzenia transformatora
 WP[i].x1=H , Wp[i].x2=B,
- PT1F parametry transformatora jednofazowego jako pola rekordu TParametryTransformatora1F,
- Tp czas początkowy obliczeń,

Tk - czas końcowy obliczeń,

X0 - wektor zawierający warunek początkowy.

function Calkowanie:Integer; Funkcja publiczna klasy dokonująca: obliczeń
pomocniczych metodą ObliczeniaPomocnicze, interpolacji charakterystyki magnesowania
metodą InterpolacjaFunkcjaSinh oraz rozwiązująca nieliniowy układ równań stanu (26)
metodą Rozwiaz w ramach pola obiektowego FRRNFeh typu TFehlberg z modułu RORON16

function MoceCzynneTrafo:Integer; Funkcja publiczna obliczająca moce czynne wejściowe i wyjściowe, straty mocy czynnych w uzwojeniach i w żelazie transformatora zgodnie ze wzorami od (27) do (30)

function StanUstalonyTrafo (Nust:Integer; PBar:TProgressBar):Boolean; Funkcja publiczna całkująca przez Nust okresów napięcia zasilania celem dojścia do przybliżonego stanu ustalonego. Stosowana metoda ZerujIKontynuuj pamięta tylko rozwiązanie ostatniego okresu całkowania. PBar-komponent typu TProgressBar do śledzenia kolejnych okresów całkowania

function Bsinh(H:TFloat):TFloat;

function E1(t:TFloat):TFloat; E1(t) - niezależne źródło napięciowe

- function I1(t:TFloat):TFloat; Prąd strony pierwotnej transformatora
- function I2prim(t:TFloat):TFloat; Prąd strony wtórnej transformatora sprowadzony na stronę pierwotną
- function IOprim(t:TFloat):TFloat; Prąd obciążenia transformatora sprowadzony na stronę pierwotną
- function Ucprim(t:TFloat):TFloat; Napięcie na kondensatorze tj. na obciążeniu
 transformatora sprowadzone na stronę pierwotną

function Imi(t:TFloat):TFloat; Prad magnesujacy transformatora

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Konstrukcja układu równań różniczkowych (26) wymaga zadania statycznej charakterystyki magnesowania w postaci pierwszego składnika (3). W celu wyznaczenia parametrów a_1 i a_2 niezbędne są punkty pomiarowe rzeczywistej statycznej charakterystyki magnesowania. Rozpisując tę funkcję w zadanych punktach pomiarowych otrzymuje się nadokreślony układ równań nieliniowych, rozwiązywany metodą Gaussa-Newtona. Do rozwiązania układu nieliniowych równań stanu (26) wybrano jednokrokową metodę Geara. Metoda ta okazała się szybsza niż metoda wielokrokowa Fehlberga (dla tej samej wartości błędu względnego: 1e-7 oraz absolutnego: 1e-7). Świadczy to o tym, że układ równań stanu jest układem sztywnym: przy wzroście zadawanej wielkości R_{Fe} krok całkowania maleje przy jego automatycznym doborze. Jeżeli przedział całkowania jest dostatecznie duży, to przebiegi napięć i prądów w transformatorze można w przybliżeniu uważać za ustalone. W trakcie całkowania zapisywane są tylko rozwiązania z kolejnych okresów. W końcowym etapie wywoływana jest metoda aproksymującą rozwiązanie dyskretne za pomocą funkcji sklejanej trzeciego stopnia. Stwarza to możliwość poboru rozwiązania równań różniczkowych w dowolnym punkcie okresu, a tym samym zastosowania algorytmów FFT do analizy harmonicznych poszczególnych przebiegów. Współczynniki zespolonego szeregu Fouriera wszystkich zmiennych stanu liczone są metodą Cooleya-Tukeya.

W przytoczonym przykładzie dla transformatora przyjęto następujące dane:

U_1	- wartość skuteczną napięcia pierwotnego: 500 V,
f	- częstotliwość napięcia pierwotnego: 50 Hz,
β	 fazę początkową napięcia pierwotnego: 45⁰,
l _{Fe}	- średnią długość obwodu magnetycznego: 1,77 m,
S_{Fe}	- przekrój obwodu magnetycznego: 0,01105 m²,
w_1	 liczbę zwojów strony pierwotnej: 114,
w ₂	 liczbę zwojów strony wtórnej: 1890,
δ	- zastępczą długość szczeliny powietrznej: 0,2 mm,
R_1	- rezystancję uzwojeń transformatora: 0,2 Ω ,
L_1	- indukcyjność rozproszenia uzwojeń transformatora: 1,6 mH,
R_0	- rezystancję obciążenia: 3000 Ω ,
L_0	- indukcyjność obciążenia: 7 H,
С	 pojemność kondensatora kompensującego: 0,64 µF,
Δt	- wstępnie ustalony przedział obserwacji przebiegów: 40 ms,
R_{Fe} - re	zystancję zastępcza strat w rdzeniu: 300 Ω .

Rysunki 3 i 4 ilustrują możliwości programu.

Komputerowa analiza stanów







Rys. 4. Wybrane przebiegi ustalone i widmo prądu zasilania transformatora Fig. 4. Selected steady-state waveforms and spectrum of transformer suppling current W programie wyznaczane są przebiegi prądów, strumienia głównego oraz napięcia na kondensatorze w kolejnych przedziałach czasu (w stanie ustalonym i nieustalonym). W stanie ustalonym obliczane są i tworzone wykresy słupkowe harmonicznych dla ww. przebiegów, obliczana moc czynna pobierana i wydawana przez transformator oraz straty mocy czynnej w transformatorze. Wyznaczana jest także pętla histerezy w kolejnych przedziałach czasu (w stanie ustalonym i nieustalonym). Rysunki od 5 do 10 przedstawiają przykładowe przebiegi.



Rys. 5. Przebiegi prądów dla pierwszych 2 okresów po załączeniu zasilania (stan nieustalony) Fig. 5. Current waveforms for the first two periods after switching on (transient state)



Rys.6. Przebiegi napięć dla pierwszych 2 okresów po załączeniu zasilania (stan nieustalony) Fig. 6. Voltage waveforms for the first two periods after switching on (transient state)











Rys. 9. Przebiegi dla wybranego okresu w stanie ustalonym Fig. 9. Waveforms for the selected period in steady state



Rys. 10. Pętla histerezy w stanie ustalonym dla wybranego okresu Fig. 10. The hysteresis loop in steady state for selected period

5. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzone badania numeryczne potwierdziły celowość zgrupowania wszystkich parametrów obwodowych modelu transformatora oraz jego metod analizy w ramach jednej klasy programowej. Umożliwia to generowanie równań stanu transformatora w postaci metody prywatnej tej klasy. Jako pole prywatne klasy transformatora definiuje się obiekt umożliwiający rozwiązywanie nieliniowych równań stanu. Wyposażenie tej klasy w szereg metod pobierających to rozwiązanie i przetwarzających je na różne wielkości charakterystyczne dla transformatora daje wydajne narzędzie numeryczne pomocne w procesie modelowania układów elektrycznych, w których jest transformator.

Wystarczy bowiem w procesie modelowania tego typu układów w postaci klasy programowej zadeklarować pole obiektowe będące klasą zdefiniowaną w pracy, a następnie korzystać ze wszystkich ich metod.

LITERATURA

- 1. Baron B., Marcol A., Pawlikowski S.: Metody numeryczne w Delphi 4. Helion, Gliwice 1999.
- Tuszyner A., Napieralska Juszczak E.: Symulacja prądu włączenia transformatora trójfazowego. Mat. XIV SPETO, 1991, s. 317-325.
- 3. Baron B., Krych J.: Zastosowanie programowania obiektowego do badania dynamiki transformatora jednofazowego. Mat. VIII ZKWE, Poznań, 2003, s. 545-548.
- 4. Chua L. O.: Device modeling via basic nonlinear circuit elements. IEEE Trans. vol. CAS-27, No. 11, nov. 1980, pp. 1014-1044.
- Kuczyński A., Stein R.: Obwodowe modele histerezy magnetycznej. Mat. XIX SPETO, 1996, s. 161-164.
- 6. Bruce Eckel: Thinking in C++. Helion, Gliwice 2002.

Wpłynęło do Redakcji dnia 6 października 2003 r.