

Tadeusz BIAŁOŃ

Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

ANALIZA WPŁYWU ZAKŁÓCEŃ NA PRACĘ OBSERWATORA PROPORCJONALNEGO NA PRZYKŁADZIE OBSERWATORA ZMIENNYCH STANU MASZYNY INDUKCYJNEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono analizę zjawisk związanych ze wzmacnianiem wewnątrz obserwatora proporcjonalnego zakłóceń nałożonych na jego sygnały wejściowe. Przedstawiono również metodę umożliwiającą oszacowanie wpływu parametrów obserwatora na stopień wzmocnienia zakłóceń wewnątrz tego obserwatora. Praktyczne wykorzystanie tej metody zaprezentowano na przykładzie proporcjonalnych obserwatorów sprzężeń elektromagnetycznych silnika indukcyjnego. Na koniec przedstawiono wyniki badań symulacyjnych omawianych obserwatorów ilustrujące wpływ parametrów tych obserwatorów na jakość estymacji.

ANALYSIS OF INFLUENCE OF DISTURBANCES ON PROPORTIONAL OBSERVER OPERATION SHOWN ON EXAMPLE OF INDUCTION MOTOR STATE SPACE OBSERVER

Summary. In the paper the analysis of phenomena connected with disturbance amplification inside a proportional observer is presented. The considered disturbances are included in the observed system output vector. A method for evaluating the influence of the observer parameters on the disturbance amplification inside that observer is presented as well. The practical use of this method is shown on the example of proportional observer of induction motor magnetic couplings. Simulation results of the discussed observers are given. These results illustrate the influence of the parameters of considered observers on the estimation quality.

1. WSTĘP

Jedną z częstszych przyczyn powstawania błędów estymacji w obserwatorach proporcjonalnych jest nakładanie się zakłóceń na przebiegi wejściowe obserwatora. Szczególnie niebezpieczne są zakłócenia nakładające się na wektor wyjścia obiektu obserwowanego y , gdyż obserwator proporcjonalny wykazuje tendencję do wzmacniania tego typu zakłóceń [4]. Aby tego uniknąć, można zamiast obserwatora proporcjonalnego [5, 6] zastosować obserwator proporcjonalno – całkujący [4], w którym efekt ten nie występuje, lecz obserwator ten ma znacznie bardziej skomplikowaną strukturę. Zaproponowana w tym artykule metoda analizy pozwala oszacować skalę zjawisk związanych ze wzmacnianiem zakłóceń wewnątrz obserwatora proporcjonalnego i umożliwić dobór parametrów tego obserwatora pod kątem minimalizacji wpływu tych zjawisk.

2. WSKAŹNIK WZMOCNIENIA MACIERZY JAKO MIARA WZMOCNIENIA ZAKŁÓCEŃ WEWNĄTRZ OBSERWATORA

W rozdziale tym zostanie zdefiniowana wielkość nazwana przez autora „wskaźnikiem wzmocnienia macierzy” i wprowadzona na potrzeby dalszych rozważań. Celem wprowadzenia tej wielkości jest uzyskanie możliwości ilościowego opisywania zjawisk związanych ze wzmacnianiem zakłóceń, w sposób prosty pod względem matematycznym i umożliwiającą łatwą interpretację otrzymanych wyników. W podanym poniżej równaniu błędu obserwatora (16) wielowymiarowy sygnał zakłócenia o charakterze stochastycznym jest mnożony przez macierz, w wyniku czego powstaje nowy sygnał o innym wymiarze i innych wartościach. Z racji, że ten nowo powstały sygnał w rozpatrywanym przypadku pojawia się w równaniu błędu obserwatora jako wymuszenie utrudniające jego prawidłową pracę, ważne będzie określenie, w jakim stopniu uległ on wzmocnieniu.

Rozpatrzmy przypadek, gdy q -wymiarowy sygnał losowy w zostaje przemnożony przez pewną macierz A o p wierszach i q kolumnach, w wyniku czego powstaje nowy sygnał v o wymiarze p , w ogólnym przypadku różnym od q . Kolejne elementy sygnału wyjściowego v są kombinacjami liniowymi sygnału wejściowego w :

$$v_i = a_{i1}w_1 + a_{i2}w_2 + \dots + a_{iq}w_q, \quad i \in \langle 1, p \rangle. \quad (1)$$

Jako $a_{i,j}$ oznaczono elementy macierzy A . Wartości sygnałów v_i zależą zatem od wartości sygnałów w_j oraz od wartości elementów macierzy A . Chcąc określić wzmocnienie sygnału, które jest związane z wartościami elementów macierzy A , najlepiej założyć, że sygnały wejściowe w_j mają wartości jednostkowe:

$$|w_1| = |w_2| = \dots = |w_q| = 1, \quad (2)$$

wtedy wartości sygnałów wyjściowych v_i zależą tylko od wartości elementów macierzy A . Kolejny problem dotyczy znaków kolejnych elementów $a_{i,j}$ w danym wierszu macierzy A . Elementy te mogą być zarówno dodatnie, jak i ujemne, ponadto elementy w_j losowego sygnału wejściowego w mogą przyjmować z takim samym prawdopodobieństwem wartości dodatnie lub ujemne. W związku z tym nie wiadomo, jak oszacować wartość danego sygnału wyjściowego v_j , gdyż nie wiadomo, w jaki sposób (z jakimi znakami) sumują się kolejne elementy a_{ij} odpowiedniego wiersza macierzy A . W celu oszacowania wartości tego sygnału można by zsumować moduły kolejnych elementów $a_{i,j}$ macierzy A :

$$v_i = |a_{i1}| + |a_{i2}| + \dots + |a_{iq}|, \quad i \in \langle 1, p \rangle, \quad (3)$$

lecz odpowiadałoby to przypadkowi skrajnemu – pełnej kumulacji wszystkich sygnałów wejściowych w_j , co jest mało prawdopodobne. W tej sytuacji zapożyczono rozwiązanie z teorii rachunku błędów [1] i zsumowano kolejne elementy każdego wiersza macierzy A geometrycznie:

$$v_i = \sqrt{a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{iq}^2}, \quad i \in \langle 1, p \rangle. \quad (4)$$

W ten sposób otrzymane wartości v_i są mniejsze od wartości otrzymanych na podstawie równań (3) i odpowiadają bardziej prawdopodobnemu przypadkowi częściowej kumulacji sygnałów wejściowych w_j .

W ten sposób każdemu wierszowi macierzy A , odpowiadającemu kolejnemu sygnałowi wyjściowemu v_i , przyporządkowano liczbę będącą miarą wzmocnienia tego sygnału względem sygnałów wejściowych w_j . Celem tych rozważań jest jednak otrzymanie jednego parametru opisującego wzmocnienie macierzy, a więc obliczono średnią arytmetyczną z wcześniej

otrzymanych dla każdego wiersza wartości. Postępowanie takie jest w pełni uzasadnione, gdy weźmie się pod uwagę specyfikę rozpatrywanego problemu. Zaproponowany sposób opisu będzie stosowany do badania wpływu wielowymiarowego sygnału losowego, mającego fizyczny sens zakłócenia, na wartości zmiennych stanu wielowymiarowego obiektu dynamicznego. W tym przypadku, ze względu na istnienie ścisłych powiązań między kolejnymi zmiennymi stanu badanego obiektu, wprowadzenie zakłócenia oddziałującego na jedną z tych zmiennych, w następnej chwili czasowej odbije się również na wartościach wszystkich innych zmiennych stanu tego obiektu. Można powiedzieć, że w ten sposób obiekt samoistnie dokona pewnego uśrednienia, więc wcześniejsze wykorzystanie w obliczeniach operacji uśredniania nie wprowadzi w tym przypadku znaczących błędów.

Na podstawie powyższych rozważań można napisać definicję wskaźnika wzmocnienia macierzy, który dla dowolnej macierzy A o p wierszach i q kolumnach oraz rzeczywistych¹ elementach $a_{i,j}$:

$$A = [a_{i,j}]_{p \times q}, \text{ gdzie } i=1 \dots p \quad j=1 \dots q \quad a_{i,j} \in R, \quad (5)$$

jest dany wzorem:

$$\|A\|_w = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{\sum_{j=1}^q (a_{i,j})^2}. \quad (6)$$

3. WŁAŚCIWOŚCI MATEMATYCZNE WSKAŹNIKA WZMOCNIENIA MACIERZY

W rozdziale tym podano najważniejsze właściwości matematyczne wskaźnika wzmocnienia macierzy. Właściwości te są podstawą do interpretacji obliczonych wartości tego wskaźnika, ponadto mogą być przydatne podczas doboru parametrów obserwatora z uwzględnieniem zjawisk związanych ze wzmacnianiem zakłóceń wewnątrz obserwatora. Dowody niektórych właściwości podano w załączniku.

3.1. Nieujemność wskaźnika wzmocnienia macierzy

Wskaźnik wzmocnienia dowolnej macierzy o elementach rzeczywistych jest liczbą rzeczywistą nieujemną. Wskaźnik wzmocnienia macierzy A jest równy zero wtedy i tylko wtedy, gdy macierz A jest macierzą zerową:

$$\|A\|_w > 0 \text{ dla } A \neq [0]_{p \times q} \text{ oraz } \|A\|_w = 0 \Leftrightarrow A = [0]_{p \times q}. \quad (7)$$

3.2. Wskaźnik wzmocnienia macierzy jednostkowej

Wskaźnik wzmocnienia macierzy jednostkowej I o dowolnym wymiarze n jest zawsze równy jedności:

$$\|A\|_w = 1 \text{ dla } A = I_n. \quad (8)$$

¹ Przedstawioną definicję można w prosty sposób rozszerzyć, by była prawdziwa również dla macierzy o elementach zespolonych. Również przedstawione w rozdziale 3 właściwości są wtedy spełnione.

Bardzo ważną właściwością jest w tym przypadku niezależność wskaźnika wzmocnienia macierzy od rzędu tej macierzy. Właściwość ta, która była jednym z ważniejszych kryteriów branych pod uwagę w trakcie konstruowania definicji (6), jest bardzo korzystna ze względu na interpretację obliczonej wartości wskaźnika wzmocnienia macierzy. Jeżeli obliczona wartość jest mniejsza od jedności, to można stwierdzić, że wielowymiarowy sygnał wejściowy jest tłumiony i przeciwnie, gdy obliczona wartość jest większa od jedności, należy stwierdzić, że wielowymiarowy sygnał wejściowy uległ wzmocnieniu.

Wskaźnik wzmocnienia jest również równy jeden dla macierzy zerowej, które w każdym wierszu mają dokładnie jedną jedynkę, podczas gdy pozostałe elementy danego wiersza są zerami. Macierze te można ogólnie opisać w następujący sposób:

$$\mathbf{A} = [a_{i,j}]_{p \times q} : \hat{i} \in \langle 1, p \rangle \quad \forall j \in \langle 1, q \rangle \quad \hat{l} \in \langle 1, p \rangle \quad a_{i,j} = 1 \quad \wedge \quad a_{i,l} = 0. \quad (9)$$

Macierze tego typu mają tę właściwość, że zmieniają tylko liczbę i kolejność elementów składowych sygnału wielowymiarowego, nie zmieniając wartości tych elementów.

3.3. Przemienność względem mnożenia przez stałą

Operacja obliczania wskaźnika wzmocnienia macierzy jest przemienna z działaniem mnożenia macierzy przez stałą. Dla dowolnej macierzy \mathbf{A} oraz dowolnej liczby rzeczywistej k można zapisać:

$$\|k \cdot \mathbf{A}\|_w = |k| \cdot \|\mathbf{A}\|_w \quad \text{dla} \quad k \in R. \quad (10)$$

3.4. Nierówność trójkąta

Bardzo ważną właściwością wskaźnika wzmocnienia macierzy jest spełnianie nierówności trójkąta:

$$\|\mathbf{A} + \mathbf{B}\|_w \leq \|\mathbf{A}\|_w + \|\mathbf{B}\|_w. \quad (11)$$

Właściwość ta pozwala oszacować maksymalny stopień wzmocnienia sygnału w przypadkach, gdy macierz przekształcająca wielowymiarowy sygnał jest sumą innych macierzy, co jest szczególnie przydatne, gdy wartości elementów jednej z macierzy składowych są zmienne i zależne od jakiegoś parametru.

4. RÓWNANIA OBSERWATORA PROPORCJONALNEGO

Biliniowy obiekt dynamiczny o p wejściach, q wyjściach i n zmiennych stanu można opisać układem równań różniczkowych postaci:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases} \quad (12)$$

gdzie macierze \mathbf{A} , \mathbf{A}_i , \mathbf{B} i \mathbf{C} mają odpowiednio wymiary $n \times n$, $n \times n$, $n \times p$ i $q \times n$. Wektor \mathbf{u} jest p -elementowym wektorem wymuszeń, wektor \mathbf{y} jest q -elementowym wektorem wyjścia oraz wektor \mathbf{x} jest n -elementowym obiektem zmiennych stanu. Jako u_i oznaczono kolejne elementy

wektora u . Do odtwarzania zmiennych stanu obiektu opisanego układem równań (12) można użyć obserwatora proporcjonalnego opisanego równaniem [4, 5, 6]:

$$\dot{\mathbf{x}}_o = \left(\mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i \right) \mathbf{x}_o + \mathbf{B}u + \mathbf{K}(\mathbf{C}\mathbf{x}_o - y), \quad (13)$$

gdzie \mathbf{K} jest macierzą o wymiarach $n \times q$, wektor y_o jest q -elementowym wektorem wyjścia obserwatora, a n -elementowy wektor \mathbf{x}_o jest wektorem zmiennych stanu obserwatora i jednocześnie odtworzonym wektorem zmiennych stanu obiektu obserwowanego, powiązany z wektorem \mathbf{x} zależnością:

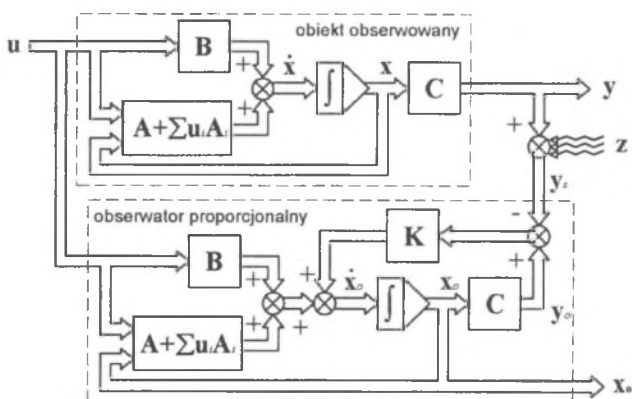
$$\mathbf{x}_o = \mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (14)$$

W równaniu (14) wektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ jest n -elementowym wektorem błędów estymacji. Schematy blokowe obserwatora i obiektu obserwowanego przedstawiono na rys. 1.

Na wektor wyjścia obiektu obserwowanego y zawsze nakładają się zakłócenia. Zakłócenia te mogą być związane ze zmianami stałej przetwarzania przetwornika, przesunięciem zera (tzw. offset) czy też szumem kwantyzacji przetwornika analogowo-cyfrowego. Dodatkowe zakłócenia są wynikiem wpływów otoczenia. Jako zakłócenia nałożone na wektor y należy również traktować skutki ujawniania się zjawisk fizycznych zachodzących w obiekcie obserwowanym i nie ujętych w modelu matematycznym tego obiektu. Ogólnie rzecz biorąc, można napisać, że na wejście obserwatora podawane są wartości pewnego wektora y_z , który z wektorem wyjścia obiektu obserwowanego y jest powiązany zależnością:

$$\mathbf{y}_z = \mathbf{y} + \mathbf{z}, \quad (15)$$

gdzie \mathbf{z} jest wektorem zakłóceń o nieznanych, losowych wartościach (rys. 1).



Rys. 1. Schemat blokowy obserwatora proporcjonalnego i obiektu obserwowanego
Fig. 1. Block diagram of proportional observer and observed system

Na podstawie równań (12), (13), (14) i (15) można wyprowadzić równanie błędu obserwatora, które przyjmuje następującą postać [4]:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{K}\mathbf{z}, \quad \text{gdzie} \quad \mathbf{E} = \mathbf{A} + \sum_{i=1}^p u_i \mathbf{A}_i + \mathbf{K}\mathbf{C}. \quad (16)$$

Jak widać, uwzględnienie wpływu zakłócenia spowodowało pojawienie się wymuszenia w równaniu błędu obserwatora (16). Ponadto, z równania tego wynika, że tym większy wpływ na jakość estymacji będzie miało zakłócenie z , im większe będą wartości elementów macierzy \mathbf{K} , a dokładniej rzecz biorąc, wskaźnika wzmocnienia tej macierzy.

Ten mechanizm powstawania błędów estymacji ma jeszcze jedną ważną konsekwencję. Z matematycznego punktu widzenia nie ma znaczenia, czy zakłócenie będzie zawarte w wektorze y_z czy w wektorze y_o , równanie błędu (16) przyjmie tę samą postać. Jako zakłócenie zawarte w wektorze y_o można potraktować istniejące już w obserwatorze błędy estymacji ε . Wynika stąd, że duża wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy \mathbf{K} stwarza niekorzystne warunki tłumienia błędów estymacji, nawet po zaniku przyczyny powstania tych błędów. Ponadto, efekt ten będzie się ujawniał zawsze, bez względu na rodzaj przyczyny, która doprowadziła do powstania błędów estymacji i z tego powodu zawsze wraz ze wzrostem wskaźnika wzmocnienia macierzy \mathbf{K} błędy estymacji obserwatora będą rosły.

5. BADANIA SYMULACYJNE OBSERWATORA ZMIENNYCH STANU MASZYNY INDUKCYJNEJ PRACUJĄCEGO W WARUNKACH ZAKŁÓCENIOWYCH

Przedmiotem badań będą biliniowe obserwatory strumieni elektromagnetycznych stojana i wirnika opisane równaniem (13). Jako wymuszenia przyjęto elektryczną prędkość obrotową wirnika oraz napięcia stojana w dwuosowym układzie współrzędnych α - β jako wielkości wyjściowe prądy stojana, a jako zmienne stanu składowe strumieni elektromagnetycznych stojana i wirnika. Wektory \mathbf{u} , \mathbf{y} i \mathbf{x} przyjmują zatem postacie:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{s\beta} \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} I_{s\alpha} \\ I_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha} \\ \Psi_{s\beta} \\ \Psi_{r\alpha} \\ \Psi_{r\beta} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Macierze modeli matematycznych silnika i obserwatora przyjmują postacie:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} R_s c & 0 & -R_s a & 0 \\ 0 & R_s c & 0 & -R_s a \\ -R_r a & 0 & R_r b & 0 \\ 0 & -R_r a & 0 & R_r b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 = [0]_{4 \times 4},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -c & 0 & a & 0 \\ 0 & -c & 0 & a \end{bmatrix}, \quad (18)$$

gdzie współczynniki a , b i c dane są wzorami:

$$a = \frac{L_m}{L_m^2 - L_s L_r}, \quad b = \frac{L_s}{L_m^2 - L_s L_r}, \quad c = \frac{L_r}{L_m^2 - L_s L_r}. \quad (19)$$

Tabela 1

Dane obserwatorów użytych do badań symulacyjnych
(wszystkie wartości podano w jednostkach względnych)

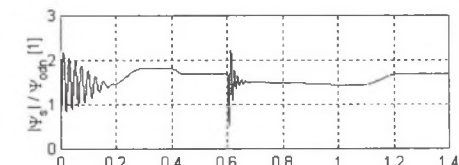
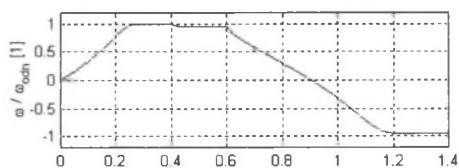
Obserwator	$\text{Re}\{\lambda_i\}_{\max}$					$\ \mathbf{K}\ _w$	K (notacja programu Matlab)
	ω/ω_{odn}	ω/ω_{odn}	ω/ω_{odn}	ω/ω_{odn}	ω/ω_{odn}		
	-1	-0,5	0	0,5	1		
1	-0,28	-0,28	-0,48	-0,35	-0,30	0,056	[0.0330 -0.000293; -0.0742 0.0466; -0.000293 -0.0437; -0.0367 -0.0466]
2	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	31	[23.4 -18.5; 48.8 -4.75; 28.1 -0.585; -13.3 -9.15]
3	-0,33	-0,32	-0,51	-0,32	-0,32	69	[-9.62 -77.7; 84.9 12.1; 54.2 -25.9; 6.33 -51.8]

Badania przeprowadzono dla silnika o następujących danych znamionowych i parametrach schematu zastępczego: $U_n = 380$ V (Y), $I_n = 10$ A (Y), $f_n = 50$ Hz, $p_b = 2$, $R_s = 2,1$ Ω , $R_r = 1,25$ Ω , $L_s = 0,235$ H, $L_r = 0,235$ H, $L_m = 0,229$ H.

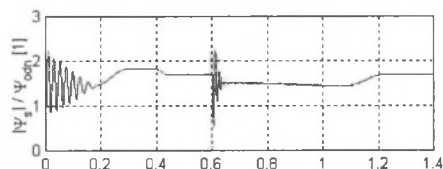
Wszystkie wykorzystane do badań obserwatory zostały zaprojektowane w jednostkach względnych [3] dla następujących wielkości odniesienia: napięcie odniesienia jest równe znamionowemu napięciu fazowemu $U_{odn} = U_{fn}$, prąd odniesienia jest równy prądowi znamionowemu $I_{odn} = I_n$, pulsacja odniesienia jest równa pulsacji synchronicznej w warunkach zasilania znamionowego $\omega_{odn} = 2\pi f_n$.

Przebadano trzy obserwatory o podobnych częściach rzeczywistych wartości własnych wynoszących w przybliżeniu $-0,32$, różniące się wskaźnikami wzmocnienia macierzy **K**. Wartości własne badanych obserwatorów biliniowych są zależne od prędkości obrotowej silnika ω , ponieważ współczynniki macierzy **K** są stałe. Wynika to bezpośrednio z równania (17). Macierze **K** obserwatorów zostały tak dobrane, by w pełnym zakresie zmian prędkości obrotowej silnika wartości własne obserwatorów zmieniały się w stopniu jak najmniejszym. Zmiany te (tabela 1), wynoszące dla kolejnych obserwatorów plus – minus kilkanaście do kilkadziesiąt procent, mają niewielki wpływ na otrzymane wyniki, gdyż aby uzyskać wyraźną zmianę właściwości dynamicznych obserwatora, należałoby zmienić jego wartości własne co najmniej o rząd wielkości. Do wyznaczenia wartości macierzy **K** obserwatorów zastosowano metody optymalizacyjne wykorzystujące algorytmy genetyczne [7]. Dokładne dane obserwatorów podano w tabeli 1. Badania przeprowadzono w trakcie symulacji rozruchu silnika, skokowego załączenia momentu obciążenia i nawrotu silnika. Załączenie momentu obciążenia o charakterystyce wentylatorowej nastąpiło po czasie 0,4 s od rozpoczęcia symulacji, a nawrót przez zmianę faz *B* i *C* po czasie 0,6 s. Podawane na wejścia obserwatorów przebiegi prądów silnika zakłócono dodając siódmą składową harmoniczną. Udział zakłócenia w przebiegach wejściowych wynosi 8 % wartości skutecznej.

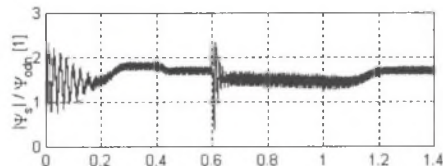
Silnik



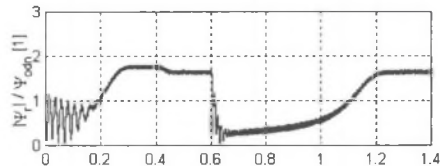
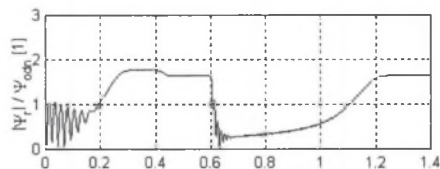
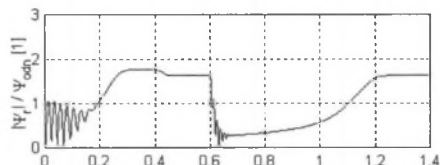
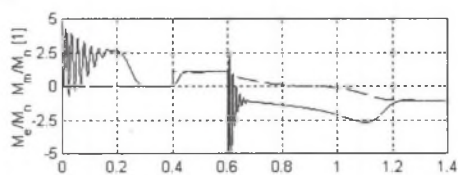
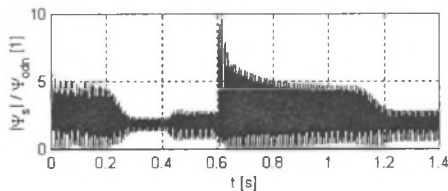
Obserwator 1



Obserwator 2

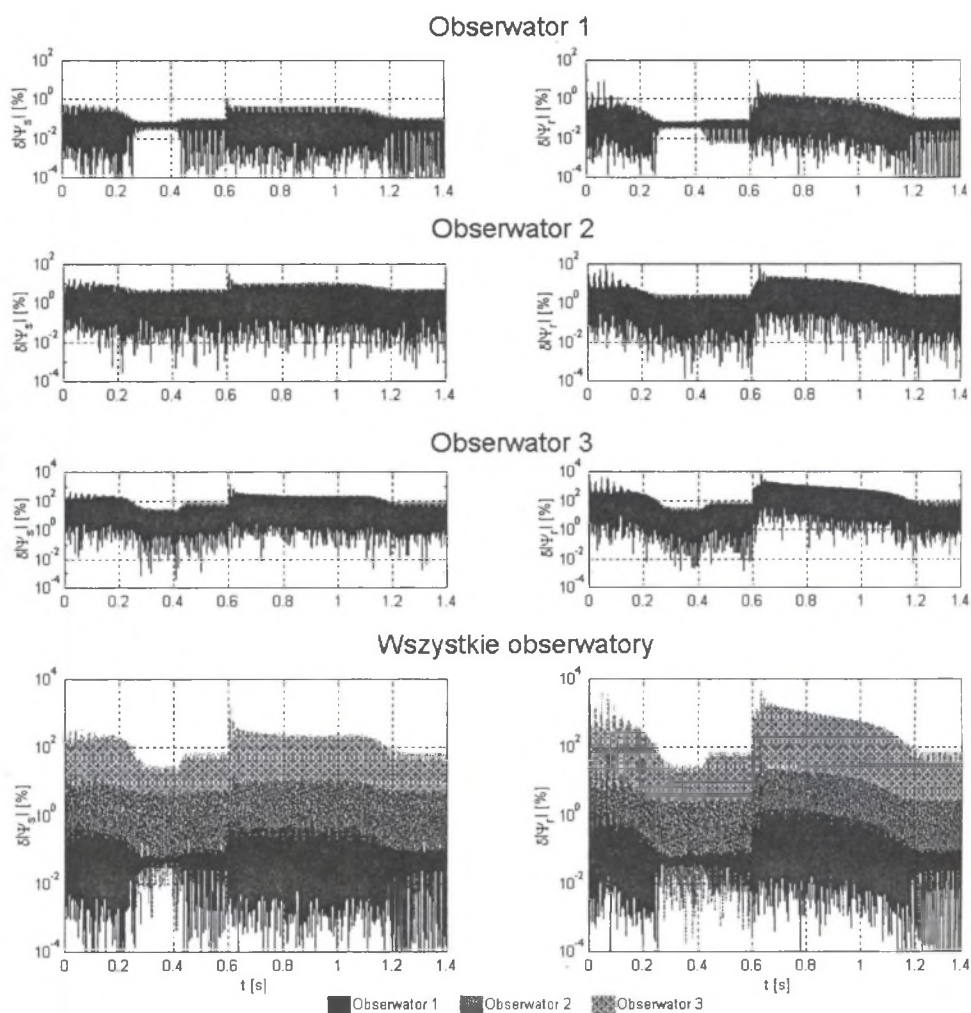


Obserwator 3



Rys. 2. Wyniki badań symulacyjnych – przebiegi rzeczywistych wielkości silnika i wielkości estymowanych w obserwatorach

Fig. 2. Simulation results – transients of state variables of motor and observers



Rys. 3. Przebiegi błędów estymacji kolejnych obserwatorów
 Fig. 3. Transients of estimation errors of considered observers

Wyniki symulacji przedstawiono na rys. 2 i 3. Rys. 2 przedstawia przebiegi prędkości obrotowej, momentu elektromagnetycznego i momentu obciążenia (linia przerywana) silnika oraz przebiegi modułów elektromagnetycznych strumieni sprzężonych z uzwojeniami stojana i wirnika silnika. Na rysunku tym przedstawiono również przebiegi modułów elektromagnetycznych strumieni sprzężonych silnika estymowanych za pomocą kolejnych obserwatorów. Rys. 3 przedstawia natomiast względne błędy estymacji modułów elektromagnetycznych strumieni sprzężonych odtwarzanych w kolejnych obserwatorach.

6. WNIOSKI

Wyniki badań symulacyjnych potwierdzają silną zależność pomiędzy wartością wskaźnika wzmocnienia macierzy \mathbf{K} a wartościami błędów estymacji. O ile błędy estymacji obserwatora 1 zwykle nie przekraczają jednego procenta, a w stanach nieustalonych charakteryzujących się niewielkimi wartościami elektromagnetycznego strumienia wirnika – kilku procent, to przebiegi estymowane w obserwatorze 3, charakteryzującym się bardzo dużym wskaźnikiem wzmocnienia macierzy \mathbf{K} , są zakłócone tak silnie, że z punktu widzenia procesu sterowania są beзуżyteczne.

Stosowanie obserwatorów proporcjonalnych o wskaźniku wzmocnienia macierzy \mathbf{K} mniejszym od jedności (obserwator 1) przynosi bardzo dobre rezultaty. W rzeczywistości obserwatory takie nie tylko nie wzmacniają zakłóceń nakładających się na wektor wyjścia obiektu obserwowanego y , lecz mają wręcz tendencję do tłumienia tych zakłóceń. Dzięki temu tego typu obserwatory proporcjonalne zapewniają jakość estymacji porównywalną z obserwatorami proporcjonalno-całkującymi [4], w których tego typu efekty związane ze wzmacnianiem zakłóceń nie występują. Uzyskanie tak dobrej jakości estymacji obserwatora proporcjonalnego jest jego niewątpliwą zaletą, zwłaszcza z uwagi na jego prostą strukturę (analogiczny proporcjonalno-całkujący obserwator strumieni elektromagnetycznych silnika indukcyjnego musiałby mieć 6 zmiennych stanu i wymagałby doboru macierzy \mathbf{K} o wymiarach 6×2). Z powyższych wniosków wynika, że wartość wskaźnika wzmocnienia macierzy \mathbf{K} ma duży wpływ na jakość estymacji obserwatora i powinna być traktowana jako jedno z kryteriów doboru parametrów obserwatora proporcjonalnego.

7. ZAŁĄCZNIK

Dowód własności 3.2:

Jeżeli macierz \mathbf{A} jest macierzą jednostkową dowolnego rzędu $n = p = q$, lub macierzą o p wierszach i q kolumnach opisaną zależnością (9), wtedy w każdym wierszu tej macierzy znajduje się dokładnie jeden element nierowny o wartości 1. Wynika stąd, że:

$$\|\mathbf{A}\|_w = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{\sum_{j=1}^q (a_{i,j})^2} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p 1 = \frac{1}{p} p = 1.$$

Dowód własności 3.3:

Dla dowolnej macierzy \mathbf{A} o p wierszach i q kolumnach i o elementach rzeczywistych oraz dla dowolnej liczby rzeczywistej k można napisać:

$$\|k \cdot \mathbf{A}\|_w = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{\sum_{j=1}^q (k \cdot a_{i,j})^2} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \left(|k| \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^q (a_{i,j})^2} \right) = |k| \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sqrt{\sum_{j=1}^q (a_{i,j})^2} = |k| \cdot \|\mathbf{A}\|_w$$

Dowód własności 3.4:

Dla dowolnych macierzy \mathbf{A} i \mathbf{B} o w wierszach, k kolumnach i o wartościach rzeczywistych:

$$\mathbf{A} = [a_{i,j}]_{w \times k} \quad \mathbf{B} = [b_{i,j}]_{w \times k} \quad \text{gdzie} \quad a_{i,j} \in \mathbb{R} \quad \wedge \quad b_{i,j} \in \mathbb{R},$$

można napisać:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = [a_{i,j} + b_{i,j}]_{w \times k}.$$

Wtedy:

$$\begin{aligned} \|A+B\|_w &= \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j} + b_{i,j})^2} \leq \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\sum_{j=1}^k ((a_{i,j})^2 + (b_{i,j})^2 + 2|a_{i,j}| \cdot |b_{i,j}|)} = \\ &= \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j})^2 + \sum_{j=1}^k (b_{i,j})^2 + \sum_{j=1}^k 2|a_{i,j}| \cdot |b_{i,j}|} \end{aligned}$$

Na podstawie nierówności Cauchy'ego [2] można napisać:

$$\begin{aligned} \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j})^2 + \sum_{j=1}^k (b_{i,j})^2 + \sum_{j=1}^k 2|a_{i,j}| \cdot |b_{i,j}|} &\leq \\ &\leq \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j})^2}\right)^2 + \left(\sqrt{\sum_{j=1}^k (b_{i,j})^2}\right)^2 + 2\sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^k (b_{i,j})^2}} = \\ &= \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^k (b_{i,j})^2}\right)^2} = \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\sum_{j=1}^k (a_{i,j})^2} + \frac{1}{w} \sum_{i=1}^w \sqrt{\sum_{j=1}^k (b_{i,j})^2} = \|A\|_w + \|B\|_w \end{aligned}$$

LITERATURA

1. Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A.: *Metrologia elektryczna*. WNT, Warszawa 1998.
2. Kaczorek T.: *Macierze w automatyce i elektrotechnice*. WNT, Warszawa 1984.
3. Paszek W.: *Dynamika maszyn elektrycznych*. Helion, Gliwice 1998.
4. Busawon K. K., Kabore P.: *Disturbance attenuation using proportional integral observers*. International Journal of Control 2001, vol. 74, no. 6, p. 618-627.
5. Orłowska-Kowalska T.: *Obserwatory zmiennych stanu i parametrów w układach sterowania silników indukcyjnych klatkowych*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1990.
6. Yang H., Saif M.: *State observation, failure detection and isolation (FDI) in bilinear systems*. International Journal of Control, 1997vol. 67, no. 6, p. 901 – 920.
7. Żywiec A., Białoń T.: *Synteza obserwatora sprzężeń elektromagnetycznych silnika indukcyjnego przy wykorzystaniu algorytmów genetycznych*, SME, Gdańsk – Jurata 2003.

Recenzent: Dr hab. inż. Teresa Orłowska-Kowalska
 Profesor Politechniki Wrocławskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 20 listopada 2003 r.

Abstract

Disturbances caused by measurement noise and modelling errors are always present in inputs of the observer and are the reason for increase in estimation errors increase. This increase depends on the observer parameters and in some cases can be minimized by appropriate selection of the parameters. In the paper the analysis of disturbance influence on the proportional observer estimation errors is presented.

Sections 2 and 3 describe the method for disturbance influence analysis introduced by the author. Section 2 gives the definition of a "matrix amplification index", an index describing the matrix ability for

amplifying disturbances. Mathematical properties of the matrix amplification index are presented in section 3.

In section 4 the state equations of a bilinear time-invariant system and a bilinear proportional observer are presented. Moreover, in this section there is given the equation of the error of the bilinear proportional state space observer when taking into consideration disturbances included in the observed system output vector. Basing on the observer error equation it is shown that the disturbance amplification depends on the observer parameters and can be minimized by reducing the matrix amplification index of one of the observer matrices.

Section 5 presents the equations of the bilinear proportional observer of induction motor magnetic couplings as well as the simulations results. The simulation results show the relation between the observer parameters and the values of estimation error caused by disturbances.

Section 6 presents the conclusions drawn from the analysis and simulations. The most important conclusion is that the proportional observer designed as proposed in section 4, provides very good quality of estimation, comparable to that of more complicated proportional integral observers.

The proofs of some mathematical properties from section 3 are given in the appendix.