ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1967
Seria: MATEMATYKA - FIZYKA z. 12 Nr kol. 199

JÓZEF SZPILECKI
Katedra Fizyki B

O CAŁKOWANIU PEWNEGO RÓWNANIA MACIERZOWEGO WYSTĘPUJACEGO W TEORII PARAMETRYCZNYCH REZONANSÓW JĄDROWYCH I ELEKTRONOWYCH

Streszczenie. W pracy [3] rozpatrywano problem rozwiązania układu równań Blocha-Torreya, to znaczy uogólnionego [5] na przypadek przestrzennie niejednorodnego pola magnetycznego układu równań Blocha, w czterech przypadkach spotykanych w technice pomiarowej. W dwu z tych przypadków pole magnetyczne jest sinusoidalne, w dwu pozostałych impulsowe. Jeżeli w pierwszych dwu przypadkach rozwiąże się równanie przy pomocy szeregu Fouriera, na obliczenie amplitud tego szeregu oraz na rozwiązanie w dwu innych przypadkach otrzymuje się równanie macierzowe (1), w którym założono, że pola magnetyczne są funkcjami czasu i współrzędnych przestrzennych. Przy założeniu najprostszych konfiguracji (graniastosłup, kula, walec) sprowadzono równanie (1) do postaci (21) równania całkowego, które zostanie rozwiązane w pracy: O pewnym równaniu całkowym, występującym w teorii parametrycznych rezonansów w układach opisanych uogólnionymi równaniami Blocha.

1. Wstęp

W pracy [3, 4] dyskutowano problem rozwiązania układu równań Blocha-Torreya, opisującego parametryczny rezonans jądrowy lub elektronowy w czterech przypadkach najbardziej typowych w doświadczalnym badaniu rezonansów. W dwu z nich przyłożone pole magnetyczne rozpatrywane jako funkcja czasu posiada sinusoidalne składowe, w dwu pozostałych ma charakter impulsowy.

Rozwiązując równania dla dwu pierwszych przypadków metodą szeregów Fouriera, otrzymuje się na wyznaczenie współczynników szeregu pewne równanie, do którego można również sprowadzić równanie odnoszące się do dwu innych przypadków. Rozwiązaniu tego równania poświęcona jest niniejsza praca.

2. Sformułowanie zagadnienia

W pracy [4] wyprowadzono następujące równanie macierzowe

$$\partial\mu/\partial t - \nabla^2 (D\mu) - (B)\mu = \mu^* \tag{1}$$

gdzie: wektor-kolumna μ jest zbudowany z wektorów kolumn współczynników szeregu Fouriera zagadnienia [3, 4], wektor kolumna μ^* jest analogicznie zbudowany z elementów prawych stron równań na wyznaczenie tych współczynników, (B) jest macierzą zbudowaną według pewnego przepisu z macierzy występującej w równaniu Blocha-Torreya. Macierz ta posiada część elementów niezależnych od współrzędnych przestrzennych i czasu, które można ująć w postaci macierzy diagonalnej. Jako jej elementy występują $-1/T_2$, $-1/T_2$, $-1/T_1$. Elementy drugiej macierzy zawierają funkcje czasu oraz składowe pola magnetycznego z założenia będące funkcjami współrzędnych przestrzennych. Macierz (B) może więc być napisana w postaci

$$(B) = (B_1) + (B_2) \tag{2}$$

przy czym przez (B_1) oznaczono pierwszą z wyżej wymienionych macierzy, przez (B_2) drugą.

Równanie (1) może być napisane w nieco zmienionej postaci

$$\partial\mu/\partial t - \nabla^2(D\mu) - (B_1)\mu = \mu^* - (B_2)\mu \tag{3}$$

Jak z postaci tego równania wynika, jest to równanie różniczkowe cząstkowe drugiego rzędu typu równania dyfuzji lub przewodzenia ciepła. Do rozwiązania tego równania potrzebne są założenia o przyjętym układzie współrzędnych oraz warunki brzegowe. W pracy przeprowadzono obliczenia dla następujących układów współrzędnych:

1) współrzędne prostokątne Kartezjusza (x,y,z),
2) współrzędne cylindryczne (r,z),
3) współrzędne cylindryczne (r, φ, z),

4) współrzędne sferyczne (r),

5) współrzędne sferyczne (r, φ, ϑ).

Ponieważ we wszystkich przypadkach postępowanie jest podobne, można je ująć w postaci jednolitej przechodząc następnie do przypadków szczególnych przez odpowiednią zmianę oznaczeń. Oznaczamy więc współrzędne przestrzenne przez x_i, $i = 1,2,3$, ich wartości na brzegu ciała a_i, $i = 1,2,3$, ich szczególne wartości ξ_i, $i = 1,2,3$.

3. Warunki brzegowe

Warunki brzegowe na powierzchni ciała otrzymujemy w formie znanych z teorii Maxwella warunków ciągłości składowej normalnej indukcji i składowej stycznej wektora natężenia pola magnetycznego. Dla każdej więc powierzchni granicznej otrzymujemy trzy warunki graniczne, które można ująć w postaci wektora-kolumny i podobnie wektora-kolumny H. Ze względu na to, że poszczególne składowe efektywnego pola magnetycznego są proporcjonalne do składowych pola zewnętrznego wprowadzono w równaniach składowe tego ostatniego.

Warunki brzegowe można napisać w następującej postaci

$$\begin{aligned} \mu(x_i, x_j, 0, t) &= (k\, H(x_i, x_j, 0, t)) \\ \mu(x_i, x_k, a_l, t) &= (k\, H(x_i, x_k, a_l, t)) \end{aligned} \tag{4}$$

gdzie: $i, j, l = 1,2,3 \qquad i \neq j \neq l$

Ponieważ warunki (4) są sformułowane przy pomocy wektorów-kolumn zapis prawej strony należy rozumieć symbolicznie, mianowicie, że każda ze składowych pola magnetycznego jest mnożona przez pewną stałą k która na ogół może być różna dla poszczególnych składowych.

W przypadku 2) i 4) liczba zmiennych jest odpowiednio mniejsza i to powoduje również mniejszą liczbę warunków brzegowych.

Jeżeli $x_1 = r$ (promień walca lub kuli) wtedy jeden z warunków (4) należy zastąpić warunkiem następującym

$$\partial\mu(0, x_k, x_l, t)/\partial r = 0 \tag{4'}$$

Ponieważ elementy wektora-kolumny μ odpowiadają pewnym funkcjom czasowym, elementy prawej strony muszą odpowiadać takim samym funkcjom, Jeżeli nie ma jakiejś funkcji po prawej stronie wtedy odpowiednia składowa wektora μ równa się zeru.

Warunek początkowy przyjmujemy w postaci następującej

$$\mu(x_j, 0) = \mu_0(x_j, 0), \quad j = 1, 2, 3 \tag{5}$$

W wszystkich tych warunkach uważamy wielkości prawej strony za znane, wielkości niewiadome figurują w wektorze-kolumnie μ

4. Modyfikacja zagadnienia brzegowego (3), (4), (5)

Przy pomocy podstawienia

$$\mu(x_i, t) = e^{(B_1)t} \mu'(x_i, t) \tag{6}$$

sprowadzamy równanie (3) do następującej postaci:

$$\partial\mu'(x_i, t)/\partial t - \nabla^2(D\,\mu'(x_i, t)) = e^{-(B_1)t}\mu^* -$$

$$-e^{-(B_1)t}(B_2)\,e^{(B_1)t}\mu'(x_i, t) \tag{3'}$$

Podobnie warunki (4) i (5) można napisać w następującej postaci

$$\mu'(x_i, x_j, 0, t) = e^{-(B_1)t}(k\,H(x_i, x_j, 0, t))$$

$$\mu'(x_i, x_k, a_l, t) = e^{-(B_1)t}(k\,H(x_i, x_j, a_l, t)) \tag{4'}$$

$$i, j, l = 1, 2, 3 \qquad i \neq j \neq l$$

$$\partial\mu'(0, x_j, x_l, t)/\partial r = 0 \tag{4''}$$

Warunek początkowy nie ulega zmianie

$$\mu'(x_j, 0) = \mu_0(x_j, 0) \qquad j = 1, 2, 3 \tag{5}$$

5. Rozwiązanie zagadnienia brzegowego (3'), (4'), (5')

Rozwiązanie zagadnienia brzegowego (3'), (4'), (5') przyjmujemy w postaci [6]

$$\mu'(x_j, t) = \mu_1(x_j, t) = \mu_2(x_j, t), \qquad j = 1, 2, 3 \tag{7}$$

Funkcja $\mu_2(x_j, t)$ jest funkcją spełniającą zerowy warunek początkowy i niejednorodne warunki brzegowe. Funkcję tę wybieramy w ten sposób aby spełniała warunki brzegowe i np. była liniowa w zmiennych występujących w równaniu. Funkcja $\mu_1(x_j, t)$, $j = 1, 2, 3$ spełnia niejednorodne równanie różniczkowe (3'), warunek początkowy oraz jednorodne (z prawymi stronami równymi zero) warunki brzegowe.

Ponieważ część jednorodna równania (3') posiada całki szczególne w postaci iloczynu trzech czynników, można napisać całkę ogólną równania w postaci

$$\mu_1(x_j, t) = \sum_{n,m,l=1}^{\infty} \mu_{1,n,m,l}(t)\, X_1(x_1, n) X_2(x_2, m)\, X_3(x_3, l) \tag{8}$$

przy czym

$$X_i(0) = 0, \qquad X_i(a_i) = 0 \qquad i = 1, 2, 3 \tag{9}$$

W przypadkach, gdy liczba zmiennych przestrzennych jest mniejsza (przypadek 2) i 4)) liczba funkcji X_i jest również mniejsza.

Warunki (9) pozwalają wyznaczyć parametry n, m, l. Jeżeli $x_1 = r$ pierwszy warunek (9) zastąpimy warunkiem

$$dX_1(0)/dr = 0 \tag{9'}$$

Przez odpowiedni dobór funkcji czasowych $\mu_{1,n,m,l}(t)$ spełniamy równanie niejednorodne (3), które napiszemy w postaci

$$\partial\mu_1(x_i, t)/\partial t - \nabla^2(D\mu_1(x_i, t)) = f(x_i, t) \tag{10}$$

gdzie

$$f(x_i, t) = e^{-(B_1)t}\mu^* - e^{-(B_1)t}(B_2)e^{(B_1)t}\mu_1(x_i, t) -$$

$$- \partial\mu_2(x_i, t)/\partial t + \nabla^2(D\mu_2(x_i, t)) \tag{11}$$

Funkcję $f(x_i, t)$ rozwijamy w szereg funkcji własnych $X_i(x_i)$ równania jednorodnego

$$f(x_i, t) = \sum_{n,m,l=1}^{\infty} f_{n,m,l}(t)\, X_1(x_1, n)\, X_2(x_2, m)\, X_3(x_3, l) \tag{12}$$

przy czym według zasad obliczania współczynników szeregów Fouriera

$$f_{n,m,l}(t) = N_{n,m,l}\int_0^{a_i} f(\xi_i, t) X_1(\xi_1, n) X_2(\xi_2, m)\, X_3(\xi_3, l)\, W\, d\xi \tag{13}$$

gdzie:

W – waga, zależna od układu współrzędnych,

$d\xi = d\xi_1\, d\xi_2\, d\xi_3$

$N_{n,m,l}$ – czynnik normujący, będący iloczynem czynników normujących dla poszczególnych funkcji $X_i(x_i)$, w szczególności może on być równy jedności.

Na wyznaczenie funkcji $\mu_{1,n,m,l}(t)$ otrzymujemy następujące równanie

$$d\mu_{1,n,m,l}(t)/dt\ X_1(x_1,n)X_2(x_2,m)X_3(x_3,l) + \mu_{1,n,m,l}(t)\ .$$

$$.\ \nabla^2\left[X_1(x_1,\ n)\ X_2(x_2,\ m)\ X_3(x_3,\ l)\right] = f_{n,m,l}(t)\ X_1(x_1,\ n)\ .$$

$$.\ X_2(x_2,\ m)\ X_3(x_3,\ l) \tag{15}$$

W zależności od użytego układu współrzędnych $\nabla^2\left[X_1(x_1,\ n)\ X_2(x_2,\ m)\ X_2(x_3,\ l)\right]$ wyraża się w sposób liniowy przez iloczyny funkcji $X_i(x_i)$. Oznaczając czynnik w tej zależności przez $\delta_{n,m,l}$, otrzymujemy po przestransformowaniu według Laplace'a równania (15), przy czym transformatę Laplace'a funkcji $\mu_{1,n,m,l}(t)$ oznaczono przez $\mu_{1,n,m,l}(\tau)$, gdzie τ oznacza parametr transformacji, otrzymujemy na transformatę rozwiązania

$$\mu_{1,n,m,l}(\tau) = \langle E\tau + \delta_{n,m,l}\rangle^{-1}\ L_\tau\left\{f_{n,m,l}(t)\right\} \tag{16}$$

Założono przy tym zerowe warunki początkowe. Wyrażenie ujęte w nawias łamany oznacza macierz diagonalną. Macierz E jest jednostkowa. $L_\tau\{f_{n,m,l}(t)\}$ oznacza transformatę Laplace'a wielkości $f_{n,m,l}(t)$. Wielkość $\delta_{n,m,l}$ jest zależna od stosowanego układu współrzędnych.

Funkcja czasowa posiada następującą postać

$$\mu_{1,n,m,l}(t) = \int_0^t e^{-\delta_{n,m,l}(t\ -\ t_1)}\ f_{n,n,l}(t_1)dt_1 \tag{17}$$

Występująca pod znakiem całki macierzowa funkcja wykładnicza jest macierzą diagonalną.

Określamy dla badanego obszaru zmienności zmiennych obranego układu współrzędnych funkcję Greena

$$G(x_i, \xi_i, t, t_1) = \sum_{n,m,l=1}^{\infty} N_{n,m,l}\, X_1(x_1,n) X_1(\xi_1,n) X_2(x_2,m) X_2(\xi_2,m) \cdot$$

$$\cdot\, X_3(x_3,l)\, X_3(\xi_3,l)\, e^{-\delta_{n,m,l}(t - t_1)} \tag{18}$$

Rozwiązanie problemu posiada następującą postać

$$\mu(x_i,t) = \int_0^{a_i}\int_0^{t} G(x_i,\xi_i, t, t_1) f(\xi_i,t_1)\, d\xi\, d t_1 + \mu_2 (x_i, t) \tag{19}$$

$$i = 1,2, 3$$

Na wyznaczenie funkcji $\mu_1(x_i, t)$ otrzymujemy następujące równanie całkowe

$$\mu_1(x_i,t) = -\int_0^{a_i}\int_0^{t} G(x_i,\xi_i, t, t_1)(B_2(t_1))\, \mu_1(\xi_i,t_1)\, d\xi\, d t_1 +$$

$$+ \int_0^{a_i}\int_0^{t} G(x_i,\xi_i,t,t_1)\, e^{-(B_1)t_1} < \mu^* - \partial\mu_2(\xi_i, t_1)/\partial t +$$

$$+ \nabla^2(D\, \mu_2(\xi_i, t_1)) > d\xi\, d t_1 \tag{20}$$

Rozwiązanie równania całkowego (20) podano w części trzeciej: O pewnym równaniu całkowym występującym w teorii parametrycznych rezonansów w układach opisanych uogólnionymi równaniami Blocha.

6. Zestawienie wielkości występujących w równaniach rozdziału 5 w przypadku różnych układów współrzędnych

1. Współrzędne prostokątne Kartezjusza (x,y,z).

Funkcje własne:

$$X_1(x_1) = \sin (n\pi x/a_1)$$
$$X_2(x_2) = \sin (m\pi y/a_2) \tag{21}$$
$$X_3(x_3) = \sin (l\pi z/a_3)$$

Współczynniki równania: D_x. D_y, D_z

Współczynnik normujący $N_{n,m,l} = 8/a_1\ a_2\ a_3$

Wykładnik

$$\delta_{n,m,l} = D_x(n\pi/a_1)^2 + D_y(m\pi/a_2)^2 + D_z(l\pi/a_3)^2 \tag{22}$$

Wreszcie funkcja $\mu_2(x,y,z,t)$ określona jest następująco:

$$\mu_2(x,y,z,t) = e^{-(B_1)t}\Big[(k\,H(0,y,z,t)(1 - x/a_1)+(k\,H(a_1,y,z,t).$$

$$.\ x/a_1\Big]K_y(0,a_2)K_z(0,a_3)K_t(0,t)+ e^{-(B_1)t}\Big[(k\,H(x,0,z,t)(1 - y/a_2)+$$

$$+ (k\,H(x,a_2,z,t)y/a_2\Big]K_x(0,a_1)K_z(0,a_3)K_t(0,t) + e^{-(B_1)t}\ .$$

$$.\Big[(k\,H(x,y,0,t)(1 - z/a_3)+(k\,H(x,y,a_3,t)z/a_3\Big]K_x(0,a_1)K_y(0,a_2)K_t(0,t) \tag{23}$$

przy czym

$$K_x(0,a_1) = \begin{cases} 0 \text{ dla } x = 0 \text{ i } x = a_1 \\ 1 \text{ dla } 0 < x < a_1 \end{cases} \tag{24}$$

Podobnie zbudowane są inne funkcje występujące we wzorze (23) Funkcja $K_t(0,t)$ zeruje się tylko dla $t = 0$, dla pozostałych wartości przybiera wartości 1.

Wymagane w równaniu różniczkowym różniczkowania są wykonalne w otwartym przedziale poszczególnych zmiennych, przy czym gdy zmienna dąży do wartości końcowej przedziału, są określone pochodne jednostronne.

2. Współrzędne cylindryczne (r,z).

Funkcje własne: $X_1(x_1) = (J_0(nr/a_1)$

$$X_2(x_2) = \sin(m\pi z/a_2) \tag{25}$$

Współczynniki: D_r, D_z.

Współczynnik normujący: $N_{n,m} = (2/a_2)(2/[J_o'(n)]^2)$

Liczby n są pierwiastkami równania $J_o(n) = 0$
Wykładnik

$$\delta_{n,m} = D_r(n/a_1)^2 + D_z(m\pi/a_2)^2 \tag{26}$$

$$W = r$$

Funkcja $\mu_2(r,z,t)$ określona jest następująco:

$$\mu_2(r,z,t) = (r^2/a_1^2)e^{-(B_1)t}(k\,H(a_1,z,t))K_z(0,a_2)K_t(0,t) +$$

$$+ e^{-(B_1)t}\left[(k\,H(r,a_2,t)(z/a_2)+(k\,H(r,0,t))(1 - z/a_2)\right]K_r(0,a_1).$$

$$. K_t(0,t) \tag{27}$$

3. Współrzędne cylindryczne (r, φ, z) [1, 2]

Funkcje własne: $X_1(x_1) = J_p(r\varrho_n/a_1)$

$$p = (1/2)m\sqrt{D_\varphi}/\sqrt{D_r}$$

$$J_p(\varrho_n) = 0 \tag{28}$$

$$X_2(x_2) = \sin(m\varphi/2), \quad m = 1,2,3 \ldots$$

$$X_3(x_3) = \sin(k\pi z/a_3), \quad k = 1,2,3\ldots.$$

Współczynniki równania: D_r, D_φ, D_z.

Współczynnik normujący: $N_{n,m,k} = (4/a_2a_3)\{2/[-J_{p-1}(\bar{\alpha}\,a_1)\,.$

$$. J_{p+1}(\bar{\alpha}\,a_1)]\}$$

gdzie:

$$\bar{\alpha} = \varrho_n/a_1$$

$$W = r$$

$$\delta_{n,m,k} = D_r(\varrho_n/a_1)^2 + D_z(\pi k/a_3)^2 \tag{29}$$

Funkcja $\mu_2(r,\varphi, z,t)$ określona jest następująco:

$$\mu_2(r,\varphi,z,t) = (r^2/a_1^2)e^{-(B_1)t}(k\,H(a_1,\varphi,z,t))K_\varphi(0,2\pi)\,K_z(0,a_3)\,.$$

$$.\,K_t(0,t)+e^{-(B_1)t}\left[(k\,H(r,\varphi,a_3,t)(z/a_3)+(k\,H(r,\varphi,0,t)(1-z/a_3)\right].$$

$$.\,K_r(0,a_1)K_\varphi(0,2\pi)K_t(0,t)+e^{-(B_1)t}\left[(k\,H(r,0,z,t)(\varphi/2\pi)\,+\right.$$

$$\left.+\,(\,k\,H(r,2\pi,z,t)(1-\varphi/2\pi)\right]\,K_r(0,a_1)K_z(0,a_3)\,K_t(0,t) \qquad (30)$$

4. Współrzędne sferyczne (r,t).

Przy pomocy podstawienia

$$r\mu' = \bar{\mu} \qquad (31)$$

zagadnienie można sprowadzić do przypadku jednowymiarowych współrzędnych Kartezjusza.

Funkcja własna: $X_1(x_1) = \sin(m\pi r/a_1)$ (32)

Współczynnik: D_r

Współczynnik normujący: $2/a_1$

Wykładnik:

$$\delta_m = D_r(m\pi/a_1)^2 \qquad (33)$$

$$W = 1$$

Funkcja $\mu_2(r,t)$ przedstawia się następująco:

$$\mu_2(r,t) = (r^2/a_1^2)\,e^{-(B_1)t}\,(k\,H(a_1,t))K_t(0,t) \qquad (34)$$

5. Współrzędne sferyczne (r,φ,ϑ,t) [1, 2]

Zagadnienie rozwiązano w przypadku gdy współczynniki równania są następujące:

$$D_r,\ D_r,\ D_r\ D_\varphi\,.$$

Funkcje własne: $X_1(x_1) = (1/\sqrt{\varrho})J_{l+1/2}(k\varrho)$ (35)

$$\varrho = r/\sqrt{D_r}$$

$$J_{l+1/2}(\alpha_k) = 0, \quad l = 0,1,2,\ldots$$

$$\alpha_k = k\, a_1/\sqrt{D_r}$$

$$X_2(x_2) = \sin m\phi, \quad 0 < \phi < \pi \tag{35}$$

$$\phi = \varphi/\sqrt{D_\varphi}$$

$$m = (n/2)\sqrt{D_\varphi}, \quad n = 1,2,\ldots\ldots$$

$$X_3(x_3) = P_l^m(\cos\vartheta), \quad m < l$$

Współczynnik normujący: $(2/a_2)\left\{(2/(2l+1))\left[(l+m)!\,(l-m)!\right]\right\}\cdot$

$$\cdot\left\{2/a_1^2 \langle - J_l(\alpha_k)J_{l+1}(\alpha_k)\rangle\right\}$$

$$W = r\sin\vartheta$$

$$\delta_{k,n} = D_r(\alpha_k/a_1)^2 \tag{36}$$

Funkcja $\mu_2(r,\varphi,\vartheta,t)$ może być przedstawiona następująco:

$$\mu_2(r,\varphi,\vartheta,t) = (r^2/a_1^2)e^{-(B_1)t}\,(k\,H(a_1,\varphi,\vartheta,t)\,K_\varphi(0,2\pi)\,\cdot$$

$$\cdot\,K_\vartheta(0,\pi)\,K_t(0,t) + e^{-(B_1)t}\Big[(k\,H(r,o,\vartheta,t)(1-\varphi/2\pi) +$$

$$+\,(k\,H(r,2\pi,\vartheta,t))\,\varphi/2\pi\Big]K_r(0,a_1)K_\vartheta(0,\pi)K_t(0,t) +$$

$$+e^{-(B_1)t}\Big[(k\,H(r,\varphi,0,t)(1-\vartheta/\pi)+(k\,H(r,\varphi,\pi,t)(\vartheta/\pi)\Big]\,\cdot$$

$$\cdot\,K_r(0,a_1)K_\varphi(0,2\pi)\,K_t(0,t) \tag{37}$$

Dyskusji otrzymanych rozwiązań jak też rozwiązaniu równania (21) będzie poświęcona następna praca.

Wpłynęło do Redakcji dnia 14.II.1967 r.

LITERATURA

[1] Erdelyi A.: Tables of integral transforms I, Mc Graw Hill, N. Yokr, 1954.

[2] Jahnke E., Emde F.: Funktionentrafeln, Teubner, Leipzig, 1943.

[3] Pfeifer H.: Möglichkeiten der Spin-Echo-Methoden, artykuł w książce Hochfrequenzspektroskopie, Akademie Verlag Berlin, 1961.

[4] Szpilecki J.: Rezonanse parametryczne w układach opisanych równaniami Blocha Torreya, Zesz. Nauk. Pol. Śląskiej, Matematyka-Fizyka, nr 11, 65, 1966.

[5] Torrey H.C. - Phys. Rev. 104, 563-565, 1956.

[6] Tichonow A.N., Samarskij A.A.: Urawnienia mat. fizyki, Gos. Izd. T.T. Lit. M. 1951.

ОБ ИНТЕГРИРОВАНИИ НЕКОТОРОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ, ВЫСТУПАЮЩЕГО В ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЯДЕРНЫХ И ЭЛЕКТРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Р е з ю м е

В работе [3] рассматривалась проблема решения системы уравнений Блоха - Торрея, обобщенная [5] на случай пространственного неоднородного магнитного поля системы уравнений Блоха, в четырех случаях, известных в измерительной технике. В двух из этих случаев магнитное поле - синусоидальное, в двух остальных - импульсное.

Если в первых двух случаях решается уравнение с помощью ряда Фурье, на вычисление амплитуд того ряда и на решение в двух других случаях получается матричное уравнение (I) в котором магнитные поля - функции времени и пространственных координат. Принимая во внимание простейшие конфигурации (параллелепипед, шар, цилиндр) сведено уравнение (I) к форме (21) интегрального уравнения, которое решается в работе: о некотором интегральном уравнении, выступающем в теории параметрических резонансов в системах, описанных обобщенными уравнениями Блоха.

ABOUT INTEGRATION OF A MATRIX EQUATION, APPEARING IN THE THEORY OF PARAMAGNETIC NUCLEAR AND ELECTRONIC RESONANCES

S u m m a r y

In the paper [3] the problem of Bloch-Torrey equation system solutions has been discussed, i.e. generalised Bloch equation system [5] for the space nonhomogenous magnetic field case in the four commonly used cases in measuring technique. In two of these cases is the magnetic field sinusoidal assumed, in the former two of the pulse type. When in the first two is the equation system solved with the use of Fourier series,for the calculation of amplitudes of this series and for the solution in the two other cases the matrix equation (1) is being received, where the magnetic fields are functions of time and space coordinates. Assuming the simplest configurations (parallelepiped, sphere, cylinder) is the equation (1) reduced to the form (21) of integral equation. This equation will be solved in the paper under the title: About some integral equation appearing in the theory of parametric resonances in systems described, using generalised Bloch equations.