ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1967
Seria: MATEMATYKA - FIZYKA z. 12 Nr kol. 199

JÓZEF SZPILECKI
Katedra Fizyki B

METODA SPROWADZENIA ZAGADNIENIA WYZNACZENIA STANU USTALONEGO OSCYLACJI W PRZESTRZENI KONFIGURACYJNEJ N WYMIAROWEJ DO ZAGADNIENIA PŁASKIEGO

Streszczenie. W pracy rozpatrzono metodę, odmienną od metod stosowanych w pracach [1, 2] rozwiązania problemu wyznaczenia stanu ustalonego oscylacji relaksacyjnych, sformułowanego w [1] w n-wymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej. Geometrycznie zadanie sprowadza się do znalezienia punktów wspólnych 2 krzywych i 2 hiperpłaszczyzn n-wymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej. W pracy pokazano, jak zagadnienie można sprowadzić do problemu płaskiego.

1. Wstęp

W pracy [1] rozpatrzono zagadnienie stanu ustalonego oscylacji relaksacyjnych w n wymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej. Problem ten sprowadza się do wyznaczenia wielkości ξ_i^*, ξ_i^{**}, i=1,2....n spełniających następujące równania:

$$\begin{gathered} \xi_i^*/\xi_i^{**} = (\xi_1^*/\xi_1^{**})^{i}, i=2....n \\ (1-\xi_i^*)/(1-\xi_i^{**}) = ((1-\xi_1^*)/(1-\xi_1^{**}))^{\varkappa_i} \end{gathered} \tag{1}$$

$$\begin{gathered} \sum_{k=1}^{n} A_{nk}\ \xi_k^* = y_{n1} - Y_n \\ \sum_{k=1}^{n} A_{nk}\ \xi_k^{**} = y_{n2} - Y_n \\ y_{n2} = y_{n1} + \Delta y \end{gathered} \tag{2}$$

Jeżeli rozwiązanie równań (1) jest w zasadzie możliwe w płaszczyźnie, to sprawdzenie dwu pierwszych równań (2) wymaga rozwiązania problemu we wszystkich płaszczyznach (ξ_1, ξ_i), i=2...n co jest sprawą nie wygodną.

W pracy [2] podano metodę sprowadzenia zagadnienia do dowolnej z wymienionych wyżej płaszczyzn. W tej notatce podana jest inna metoda.

2. Zasada metody rozwiązania problemu

Zasada metody rozwiązania problemu jest następująca: należy znaleźć równania dwu hiperprostych, przechodzących odpowiednio przez punkty ξ_i^*, ξ_i^{**}, i=1....n i leżących na hiperpłaszczyznach (2). W ten sposób można zastąpić równania (2) odpowiednimi równaniami hiperprostych i zagadnienie rozpatrywać w płaszczyźnie dwuwymiarowej.

Równania hiperprostych postulujemy w następującej postaci:

$$\xi_i = \alpha_i \xi_1 + a_i \qquad i=2....n \tag{3}$$

$$\xi_i = \alpha_i' \xi_1 + b_i$$

Na wyznaczenie stałych α_i, α_i' a_i, b_i otrzymujemy następujące równania:

Z warunku, że hiperproste leżą na hiperpłaszczyznach, otrzymujemy

$$A_{n1} \xi_1 + \sum_{k=2}^{n} A_{nk} (\alpha_k \xi_1 + a_k) = y_{n1} - Y_n \tag{4}$$

$$A_{n1} \xi_1 + \sum_{k=2}^{n} A_{nk} (\alpha_k' \xi_1 + b_k) = y_{n2} - Y_n$$

Z warunku, że w każdej płaszczyźnie współrzędna ξ_1 jest wspólna, otrzymujemy pisząc równania (3) w postaci odcinkowej

$$\alpha_i / a_i = \text{const} \qquad i=2....n \tag{5}$$

$$\alpha_i' / b_i = \text{const}$$

W sumie mamy 2 n równań (4) i (5) na wyznaczenie 4n-2 niewiadomych. Mimo to rozwiązanie szukanego zagadnienia jest

możliwe. Podstawiając do równań (2) otrzymane z równań (5) zależności

$$\alpha_i/a_i = \alpha_2/a_2 \qquad i=3....n \tag{6}$$

$$\alpha'_i/b_i = \alpha'_2/b_2$$

otrzymujemy

$$A_{n1}\ \xi_1 + \sum_{k=2}^{n} A_{nk}\ a_k((\alpha_2/a_2)\ \xi_1 + 1) = y_{n1} - Y_n \tag{7}$$

$$A_{n1}\ \xi_1 + \sum_{k=2}^{n} A_{nk}\ b_k((\alpha'_2/b_2)\ \xi_1 + 1) = y_{n2} - Y_n$$

albo inaczej

$$A_{n1}\ \xi_1 + \sum_{k=2}^{n} A_{nk}\ \alpha_k(\ _1 + a_2/\alpha_2) = y_{n1} - Y_n \tag{8}$$

$$A_{n1}\ \xi_1 + \sum_{k=2}^{n} A_{nk}\ \alpha'_k\ (\xi_1 + b_2/\alpha'_2) = y_{n2} - Y_n$$

kładąc (co jest oczywiste)

$$\sum_{k=2}^{n} A_{nk}\ \alpha'_k \neq 0,\ B = \sum_{k=2}^{n} A_{n,k}\ \alpha k \Big/ \sum_{k=2}^{n} A_{n,k}\ \alpha'_k \tag{9}$$

otrzymujemy z układu (8)

$$B(\xi_1^* + a_2/\alpha_2)/(\xi_1^{**} + b_2/\alpha'_2) = (y_{n1} - Y_n - A_{n1}\ \xi_1^*)/(y_{n2} - Y_n - A_{n1}\xi_1^*) \tag{10}$$

Ale z równań hiperprostej (3)

$$\xi_i^*/\alpha_i = \xi_1^* + a_2/\alpha_2 \qquad i=2....n \tag{11}$$

$$\xi_i^{**}/\alpha'_i = \xi_1^{**} + b_2/\alpha'_2$$

Zakładając i=2 otrzymuje się po przekształceniach nieskomplikowanych (dla $\xi_i^* \neq 0$)

$$\xi_1^* = \left[Z_i\,(y_{n1} - Y_n) - (Y_{n2} - Y_n)\right] / A_{n1}(Z_i - z_1) \qquad (12)$$

$$i = 2 \ldots n$$

gdzie: (por. [1, 2])

$$z_i = \xi_i^{**} / \xi_i^* \qquad i=1 \ldots n \qquad (13)$$

$$Z_k = \frac{z_k \alpha_k B}{\alpha'_{k_1}} \qquad k = 2 \ldots n$$

Jeżeli oznaczymy

$$A = (y_{n2} - y_n)/(y_{n1} - y_n) \qquad (14)$$

aby równania (12) nie dawały wyników sprzecznych, musi być spełniony warunek

$$A = Z_1 \qquad (15)$$

stąd zaś i z równań (1) i (13) można wyznaczyć ξ_i^*, i ξ_i^{**}, i=2....n

Z równań rzutów hiperprostej (3) przy wykorzystaniu zależności (11) można wyznaczyć

$$\xi_i^*/\alpha_i = ((a_2/\alpha_2)\, z_1 - b_2/\alpha'_2)/(\frac{z_1}{\alpha_i} - \frac{z_i}{\alpha'_i}), \quad i=2 \ldots n \qquad (17)$$

Inna nieco zależność istnieje dla ξ_1^*

$$\xi_1^* = \frac{(y_{n,1} - y_n)}{A_{n,1}} \qquad (18)$$

Między α_i i a_i oraz α'_i i b_i można prosto wyprowadzić związki

$$\alpha_i(\xi_2^*/\alpha_2 - \xi_1^*) = a_1 \qquad i=3....n \tag{19}$$

$$\alpha'_i(\xi_2^{**}/\alpha'_2 - \xi_1^{**}) = b_i$$

Rękopis złożono w Redakcji w dniu 10.I.1967 r.

LITERATURA

[1] Szpilecki J.: Oscylacje temperaturowe typu relaksacyjnego, rozpr. dokt. Wydz. Mech.-Energet. Politechniki Śląskiej 1959 r.

[2] Szpilecki J.: Projektowanie układów aperiodycznie statecznych. Zesz. Nauk. Pol. Śląskiej, Energetyka nr 11, 9, 1963.

МЕТОД СВЕДЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ СОСТОЯНИЯ РЕЛАКСАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ n -МЕРНОГО КОНФИГУРАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА К ДВУХМЕРНОЙ ПРОБЛЕМЕ

Р е з ю м е

В работе рассматривается метод, различный от методов работы [1] и [2] определения установившегося состояния релаксационных колебаний, сформулированного в [1], геометрическая проблема следующая: найти две точки пересечения двух кривых и двух гипер-плоскостей n-мерного конфигурационного пространства. Возможно при помощи двух прямых, принадлежащих соответственно гиперплоскостям решить задачу в плоскости.

A METHOD OF REDUCING THE STEADY STATE OSCILLATION PROBLEM IN N DIMENSIONAL SPACE TO A PLAIN PROBLEM

S u m m a r y

In the paper a method is given differing from the method used in [1] and [2] for obtaining a steady state solution of relaxation oscillations discussed in [1].

The geometric problem is as follows: two common points of two given curves and two hyperplains are to be found in n dimensional space. Using the concept of two staight lines lying in the hyperplains it is possible to reduce the problem to a twodimensional problem.