Jerzy JAKUBIEC Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej

MODELE NIEDOKŁADNOŚCI SYSTEMÓW POMIAROWO-STERUJĄCYCH

Streszczenie. Użyteczność danych pomiarowych do sterowania obiektem zależy od ich niedokładności. W systemie pomiarowo-sterującym na niedokładność wyników ma wpływ wiele różnego rodzaju źródeł błędów wprowadzanych przez analogowe układy pomiarowe, układy przetwarzania analogowo/cyfrowego oraz algorytmy przetwarzania programowego. Ponadto występują opóźnienia związane z propagacją informacji pomiarowej z wejść na wyjścia systemu, co dla wielkości wejściowych zmiennych w czasie stanowi przyczynę powstawanie specyficznych błędów. Tego rodzaju sytuacja powoduje, że ocena niedokładności danych wyjściowych systemu jest zagadnieniem trudnym i wymaga zastosowania odpowiednich środków formalnych zarówno w zakresie analizy właściwości metrologicznych sytemu, jak i obliczania niepewności. W artykule opisano metodę polegającą na budowaniu różnego rodzaju modeli systemu umożliwiających opis jego metrologicznych właściwości w sposób ukierunkowany na obliczanie niepewności.

INACCURACY MODELS OF MEASURING-CONTROL SYSTEMS

Summary. Utility of measurement data for controlling an object depends on their inaccuracy. In a measuring-control system there are a lot of different sources of errors, which influence the data inaccuracy, introduced by both analog transducers, analog-todigital converters and measurement data processing algorithms. Moreover, there exist delays connected with propagation of measurement information from inputs to outputs of the system, which, for the input quantities varying in time, is a reason of arising specific errors. Such a kind of situation causes that uncertainty evaluation of the system output data is a difficult task and it needs using suitable formal means for both analyzing measurement properties of the system and calculating the uncertainty of results at its outputs. The paper describes a method consisting in building different kind of models of the system which enable description of its measurement properties in the way directed to the uncertainty calculation.

1. WSTĘP

W niniejszej pracy systemem pomiarowo-sterującym nazywany jest zestaw sprzętu i oprogramowania, w którym realizowane są kompleksowo pomiary wielkości charakteryzujących obiekt, a wyniki tych pomiarów wykorzystywane są do wypracowywania działań sterujących mających na celu wymuszanie określonych stanów obiektu. Źródła błędu w systemie mają charakter losowy, w związku z czym zakłada się, że dla rozpatrywanej klasy systemów pomiarowo-sterujących dopuszczalne jest wyznaczanie sygnałów sterujących na podstawie danych, których niedokładność opisywana jest w kategoriach probabilistycznych.

Ogólna struktura tego rodzaju systemu może być przedstawiona w sposób pokazany na rys.1. W skład systemu wchodzą trzy grupy urządzeń: urządzenia pomiarowe, rozpatrywane tutaj jako tzw. przetworniki próbkujące [1, 2] mierzące wartości chwilowe wielkości wejściowych systemu, urządzenia wykonawcze (aktuatory) służące do wytwarzania wielkości wymuszających stan obiektu, oraz komputery. Istotnym składnikiem systemu jest magistrala, która w opisywanej strukturze reprezentuje różnego rodzaju media transmisyjne wykorzystywane do komunikowania się urządzeń systemu między sobą.



Rys. 1. Ogólna struktura systemu pomiarowo-sterującego, x₁(t), x₂(t),...,x_N(t) są wielkościami wejściowymi systemu, w₁(t), w₂(t),..., w_M(t) są wielkościami wymuszającymi stan obiektu
Fig. 1. General structure of measuring-control system, x₁(t), x₂(t),...,x_N(t) are input quantities of the system, w₁(t), w₂(t),..., w_M(t) are quantities actuating state of object

Opisana struktura stanowi swojego rodzaju modelowe ujęcie różnego rodzaju konstrukcji systemów pomiarowo-sterujących stosowanych w praktyce. Są spotykane rozwiązania dające się wprost opisać w powyższy sposób. Przykładem są systemy budowane w standardzie IEC-625, w których przyrządy pomiarowe dostarczają wartości chwilowych mierzonych wielkości. Dla innych rozwiązań, przykładowo systemów modularnych, przedstawione ujęcie może być traktowane jako model funkcjonalny rzeczywistej struktury systemu.

Wielkości wejściowe systemu $x_1(t), x_2(t), ..., x_N(t)$, charakteryzujące obiekt, należy w ogólnym przypadku rozpatrywać jako zmienne w czasie. Wielkości te są początkowo przetwarzane analogowo, następnie próbkowane, kwantowane i końcowych etapach przetwarzane programowo, często wielokrotnie. Działania te powodują powstawanie błędów o różnorakim charakterze, które w miarę realizacji kolejnych działań kumulują się z błędami ogniw poprzedzających. Ponadto w systemie występują opóźnienia propagacji informacji pomiarowej z wejść na wyjścia, co przy czasowej zmienności wielkości przetwarzanych jest przyczyną powstawania specyficznych błędów [3, 4]. Wszystkie te czynniki powodują, że przetwarzanie informacji pomiarowych w systemie odbywa się w złożonych warunkach ze względu zarówno na różnorodność, jak i liczbę czynników wpływających na dokładność.

Pomiary w systemie wykonywane są automatycznie, czyli bez udziału człowieka, a ich wyniki są przekazywane do właściwych odbiorników. Wyniki te są użyteczne, o ile są odpowiednio dokładne. Niedokładność wyników może zależeć od warunków pracy systemu, zatem niezbędne jest zapewnienie takiego jego funkcjonowania, aby system mógł sam określać tę niedokładność – w dowolnym miejscu w systemie i w dowolnych warunkach pomiarowych [5]. Ocena niedokładności powinna być przeprowadzana na bieżąco, w takt pojawiających się kolejnych wyników pomiaru. W takiej sytuacji można postawić postulat, aby w systemie każdy wynik pomiaru był opatrywany liczbą określająca jego niedokładność.

Realizacja tak postawionego postulatu w opisanych warunkach pracy systemu jest zagadnieniem trudnym, ponieważ mierzonych jest wiele wielkości, a algorytmy ich przetwarzania mogą mieć złożoną postać. W tej sytuacji bardzo ważne staje się zagadnienie budowy odpowiednich modeli systemu, które obejmują wszystkie czynniki mające istotny wpływ na niedokładność wyników na wyjściach systemu, a zarazem pozwalają na bieżące obliczanie niepewności tych wyników. W pracy modele tego rodzaju nazwano ogólnie modelami niedokładności i rozpatrzono trzy ich rodzaje: model systemu jako dystrybutora zasobów, model błędów oraz model niepewności systemu. Pierwszy rodzaj modelu powstaje w wyniku analizy systemu pod kątem realizacji zadań pomiarowych, którym system przydziela środki odpowiednie do ich realizacji. Wykonywanie zadań powoduje powstawanie błędów, które kumulują się na kolejnych etapach przetwarzania. Model błędów opisuje w kategoriach probabilistycznych zarówno źródła błędu, jak i ich propagację przez kolejne ogniwa przetwarzania, jest zatem efektem syntezy odpowiednich modeli opisujących właściwości metrologiczne poszczególnych zadań. Natomiast model niepewności stanowi odwzorowanie modelu błędów w sposób pozwalający na efektywne obliczanie niepewności wyników końcowych dla znanych parametrów rozkładów błędów cząstkowych.

2. SYSTEM JAKO DYSTRYBUTOR ZASOBÓW

Schemat z rys.1 określa podstawowe funkcje spełniane przez elementy systemu w procesie propagacji informacji pomiarowej z wejść systemu do jego wyjść. W procesie tym wielkości

wejściowe są przetwarzane analogowo, próbkowane, kwantowane, a wyniki cyfrowe są przetwarzane programowo i przesyłane do innych urządzeń. Działania te, nazywane ogólnie zadaniami pomiarowymi, wymagają zaangażowania odpowiednich zasobów systemu, czyli środków technicznych, którymi system dysponuje dla celów realizacji tych zadań. Z punktu widzenia wymienionych działań zasoby te obejmują:

- układy pomiarowe składające się z czujników oraz kart (modułów) przetwarzania analogowo/cyfrowego realizujących zadania przetwarzania analogowego i pomiaru,
- procesory wykonujące zadania przetwarzania programowego,
- media komunikacyjne realizujące zadania transmisji danych pomiarowych z i do miejsc, gdzie są gromadzone w celu poddania przetworzeniu programowemu.

Z pomiarowego punktu widzenia system może być rozpatrywany jako zbiór zasobów, które są przydzielane poszczególnym zadaniom do realizacji właściwych dla siebie działań. A zatem w takim ujęciu system może być traktowany jako dystrybutor zasobów pomiarowych. Propagacja informacji pomiarowej z wejścia na wyjście systemu wymaga realizacji wielu zadań, a tym samym związana jest ze współbieżnym korzystaniem z tych zasobów przez zadania. Korzystanie z każdego z zasobów wymaga odpowiedniego czasu. Ponadto zasoby systemu są ograniczone, a więc zadania muszą je współużytkować. Efektem tego jest konieczność oczekiwania na zwolnienie zajętego zasobu i udział zadań w rywalizacji o dostęp do zasobu, co wydłuża czas korzystania z zasobu. To wszystko powoduje, że informacja dociera na wyjście z pewnym opóźnieniem, które dla wielkości zmiennych w czasie jest przyczyną powstawania błędu kumulującego się z innymi błędami w systemie. A zatem ogólny model systemu musi uwzględniać zarówno opis matematyczny działań realizowanych przez poszczególne zadania, jak i ich uwarunkowania czasowe. Tego rodzaju ogólny model systemu pokazano na rys.2.



 Rys. 2. Ogólny model systemu pomiarowo-sterującego jako dystrybutora zasobów niezbędnych do przetwarzania wielkości wejściowych na oceny wartości chwilowych wielkości mierzonych
 Fig. 2. General model of measuring-control system as distributor of resources necessary for conversion of input quantities to instantaneous values evaluations of measured quantities

Zgodnie z modelem z rys. 2, system jest ogólnie traktowany jako przetwornik pomiarowy zbioru wielkości wejściowych $x_1(t), x_2(t), ..., x_N(t)$ na zbiór ocen wielkości mierzonych (mezurandów) $\hat{X}_1(t_{sX_1} + \tau_{X_1}), \hat{X}_2(t_{sX_2} + \tau_{X_2}), ..., \hat{X}_M(t_{sX_M} + \tau_{X_M})$, interpretowanych jako wartości w chwilach odpowiednio $t_{sX_1}, t_{sX_2}, ..., t_{sX_M}$ i uzyskiwanych na wyjściach systemu z opóźnieniami $\tau_{X_1}, \tau_{X_2}, ..., \tau_{X_M}$. Uzyskiwanie każdej z ocen $\hat{X}_1, \hat{X}_2, ..., \hat{X}_M$ jest opisane jako ciąg zadań o określonych równaniach przetwarzania. Interpretowanie realizacji zadań przez pryzmat dystrybucji zasobów pozwala na czasowe określenie realizacji poszczególnych zadań, a tym samym wyznaczanie opóźnień w ich wykonywaniu. Inicjowanie zadań jest opisywane jako występowanie odpowiednich zdarzeń, które mogą mieć charakter okresowy lub przypadkowy. Można zatem powiedzieć, że system jako dystrybutor zasobów jest sterowany zdarzeniami reprezentowanymi na rys. 2 za pomocą symbolu $V(t_i)$, gdzie t_i jest momentem zajścia zdarzenia o numerze *i*.

Model ogólny w postaci jak na rys. 2 może stanowić punkt wyjścia do analizy właściwości systemu, lecz dopiero po przeprowadzeniu odpowiedniej jego dekompozycji. Ze względu na swoją prostotę dobrym rozwiązaniem wydaje się model realizacji zadań przez system pokazany na rys. 3. W modelu tym wszystkie zadania podzielono na trzy grupy wykonujące kolejno:

- przetwarzanie próbkujące polegające na pomiarze wartości chwilowych wielkości wejściowych systemu,
- transmisję i gromadzenie wartości chwilowych wielkości wejściowych,
- programowe przetwarzanie zgromadzonych wartości chwilowych.



Rys. 3. Model realizacji zadań pomiarowych przez system Fig. 3. Model of realization of measurement tasks by system

Sposób zgrupowania zadań w systemie przedstawiony na rys.3 jest użyteczny przede wszystkim dla celów analizy rozpływu informacji pomiarowej w systemie, a tym samym ułatwia także budowanie modelu błędów systemu. Początkowymi ogniwami, służącymi do pozyskiwania informacji w systemie, są przetworniki próbkujące oznaczone symbolem **PP**. Każdy z przetworników realizuje pomiar jednej wielkości wejściowej przekazując na swoje wyjście ocenę $\hat{x}_n(t_{sx_n} + \tau_{x_n})$ jej wartości w chwili t_{sx_n} z opóźnieniem τ_{x_n} , *n* jest numerem wielkości, n = 1, ..., N. Oceny te są rozgłaszane w systemie za pomocą mediów transmisyjnych i trafiają do wszystkich odbiorników, które je wykorzystują do dalszego przetwarzania w sposób programowy przy użyciu algorytmów oznaczonych jako **AP**. Odbiorniki grupują uzyskiwane dane

w zbiory opisane symbolem $\hat{\mathbf{x}}_{Am}$, *m* jest numerem algorytmu (łańcucha algorytmów), m = 1, ..., M, po czym wyznaczają na ich podstawie odpowiednie oceny $\hat{X}_m(t_{sX_m} + \tau_{X_m})$ wielkości mierzonych (mezurandów) odnoszone do nominalnych chwil próbkowania t_{sX_m} , przy czym moment uzyskania oceny jest opóźniony w stosunku do nich o czas τ_{X_m} .

Schemat z rys. 3 opisuje propagację informacji pomiarowych w systemie zarówno w ujęciu jakościowym – określa rodzaje zadań, jak i czasowym. Opóźnienia wprowadzane podczas realizacji kolejnych zadań są wynikiem czasu użytkowania zasobów oraz rywalizacji z innymi zadaniami. Opóźnienie wypadkowe jest sumą opóźnień cząstkowych zależnych od zdarzeń zachodzących w systemie. Dla przykładu przyjmijmy, że jedną z funkcji pomiarowych systemu jest mierzenie mocy w układzie jednofazowym. W tym celu mierzone są wartości chwilowe napięcia i prądu za pomocą dwóch przetworników próbkujących, a uzyskane oceny przesyłane do komputera realizującego algorytm obliczania mocy, gdzie są gromadzone. Po uzyskaniu wymaganego zbioru wyników są one mnożone, dzięki czemu uzyskuje się ocenę mocy odnoszoną do konkretnej chwili. W przypadku realizacji dalszych obliczeń, przykładowo mocy czynnej, następuje realizacja kolejnego algorytmu. Wszystkie z wymienionych działań wymagają zaangażowania odpowiednich zasobów systemu do swojej realizacji, takich jak przetwornik A/C, media transmisyjne, procesor, a ponadto rywalizują o te zasoby z innymi zadaniami realizowanymi współbieżnie przez system. To powoduje, że moment uzyskania ocen wartości chwilowych napięcia i prądu różni się od momentów nominalnych. Ta sama uwaga dotyczy wartości chwilowej mocy odnoszonej do określonego momentu próbkowania. Występujące opóźnienia mogą być przyczyną błędu pomiaru mocy w zależności od wymagań czasowych stawianych wynikom.

Schemat z rys. 3 może być podstawą przeprowadzenia analizy metrologicznych właściwości poszczególnych rodzajów zadań realizowanych w systemie. W efekcie tej analizy uzyskuje się równania przetwarzania, opis źródeł błędu oraz opis opóźnień wprowadzanych przez te zadania.

3. POMIAR NA ZASADZIE KWANTOWANIA

W systemie pomiarowo-sterującym pomiary muszą być wykonywane szybko i automatycznie. Warunki te spełnia pomiar na zasadzie kwantowania [1, 6] realizowany w sposób pokazany na rys. 4.

Z pomiarowego punktu widzenia kwantowanie jest rodzajem pomiaru bezpośredniego polegającego na porównywaniu wielkości mierzonej z sumą elementarnych wzorców o jednakowej wartości nazywanych kwantami. Wielkość mierzona y jest porównywana za pomocą komparatora K z wielkością wzorcową y_{wz} , uzyskiwaną z wzorca nastawnego. Wielkość wyjściowa s komparatora przyjmuje wartość równą 1, gdy $y - y_{wz} \ge 0$ oraz równą 0, gdy $y - y_{wz} < 0$. Proces pomiaru polega na takiej regulacji wzorca, aby uzyskać stan 1 komparatora dla możliwie najmniejszej wartości wielkości wzorcowej y_{wz} . Doprowadzenie do takiej sytuacji kończy pomiar, po czym następuje odczyt wskazania uzyskiwanego na podstawie stanu wzorca lub jako wynik zliczania iteracji procesu kwantowania [6].





Fig. 4. Scheme of the circuits realizing direct measurement on principle of quantization, y is a measured quantity, y_{wz} is a standard quantity, s is state of comparator K

Bezpośrednim wynikiem kwantowania jest liczba określająca, ile kwantów zostało przyporządkowanych wartości wielkości mierzonej. Liczba ta określa wynik kwantowania z dokładnością do jednego kwantu, wskazuje zatem przedział, w którym mieści się prawdziwa wartość wielkości mierzonej. W związku z tym kwantowanie może być także interpretowane jako przyporządkowywanie przedziału liczbowego wartości wielkości mierzonej, w sposób pokazany na rys.5.





Fig.5. Illustration of a quantization process of the quantity y, q is the symbol of a quantum, N_{kw} is the quantizer indication

Zgodnie z opisaną procedurą kwantowania, zilustrowaną rys. 5, wskazanie $N_{\rm kw}$ jest równe liczbie kwantów, których suma jest najbliższa wartości wielkości kwantowanej, a zarazem od niej mniejsza, co można określić skrótowo jako zasadę "najbliższa mniejsza". Załóżmy, że w celu określenia właściwości procesu kwantowania jest on realizowany dla znanych (wzorcowych) wartości wielkości wejściowej oznaczanych symbolem \dot{y} i nazywanych wartościami prawdziwymi. Zgodnie z podaną zasadą, charakterystykę przejściową kwantyzatora, czyli zależność $N_{\rm kw} = f(\dot{y})$, można zapisać jako

$$N_{\rm kw} = {\rm ent}\left(\frac{\dot{y}}{q}\right),\tag{1}$$

gdzie symbolem ent oznaczono funkcję *entier* dostarczającej części całkowitej swojego argumentu, a q jest symbolem kwantu. Zgodnie ze wzorem (1) proces kwantowania można interpretować jako przyporządkowywanie wielkości mierzonej części całkowitej liczby powstającej po podzieleniu wartości wielkości mierzonej przez wartość kwantu. Graficzną postać funkcji (1) przedstawia rys. 6a.



Rys. 6. a) Charakterystyka kwantyzatora, b) rozkład błędu kwantowania Fig. 6. a) The quantizer characteristic, b) quatization error distribution

Z rys. 5 wynika także, że wskazanie kwantyzatora $N_{\rm kw}$ można traktować jako liczbę, dla której zachodzi

$$N_{\rm kw}q \le \dot{y} < (N_{\rm kw} + 1)q . \tag{2}$$

Nierówność (2) można przekształcić do postaci

$$0 \le \dot{y} - N_{\rm kw} q < q \,. \tag{3}$$

Oznaczmy jako

$$\bar{y} := N_{kw} q , \qquad (4)$$

wskazanie mianowane kwantyzatora, czyli wskazanie wyrażone w jednostkach wielkości wejściowej (mierzonej). Wprowadzając zależność (4) do nierówności (3) uzyskuje się

$$0 \le \dot{y} - \breve{y} < q \,. \tag{5}$$

Definiując teraz różnicę między wartością prawdziwą \dot{y} i wynikiem jej kwantowania \bar{y} jako błąd kwantowania

$$\delta_q := \dot{y} - \bar{y} \tag{6}$$

i wprowadzając zależność (6) do nierówności (5), otrzymuje się wyrażenie określające przedział zmienności błędu kwantowania w postaci

$$0 \le \delta_q < q \,. \tag{7}$$

Wyrażenie (7) jest prawdziwe w dowolnym punkcie charakterystyki kwantyzatora pokazanej na rys. 6a. Zakładając, że żadna z wartości wielkości poddawanej kwantowaniu nie jest wyróżniona, czyli wszystkie wartości tej wielkości są jednakowo prawdopodobne w całym zakresie pomiarowym, błąd kwantowania można opisać w kategoriach probabilistycznych. Opis ten ma postać funkcji gęstości prawdopodobieństwa o rozkładzie jednostajnym, przedstawionym na rys. 6b.

Zgodnie z rys. 6b funkcja gęstości prawdopodobieństwa błędu kwantowania może być zapisana jako

$$g(\delta_q) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{dla } 0 \le \delta_q < q, \\ 0 & \text{dla innych.} \end{cases}$$
(8)

Tak określony błąd ma rozkład niesymetryczny względem osi odciętych, co jest powszechnie uznawane jako efekt występowania błędu systematycznego. Błąd ten może być wyznaczony jako wartość oczekiwana funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa i w tym przypadku jego wartość wynosi

$$\delta_{\rm sys} = E[g(\delta_{\rm q})] = \frac{q}{2}.$$
(9)

Odejmując błąd systematyczny od stron nierówności (5) otrzymuje się

$$-\frac{q}{2} \le \dot{y} - \left(\ddot{y} + \frac{q}{2}\right) < \frac{q}{2}.$$
(10)

Wyrażenie to pokazuje, że skorygowanie wskazania \bar{y} następuje przez dodanie do niego wartości oczekiwanej rozkładu błędu kwantowania. Błąd tak poprawionego wskazania ma symetryczny rozkład jednostajny przedstawiony na rys. 7b. Nierówność (10) wskazuje, że taki sam efekt można uzyskać przesuwając charakterystykę kwantyzatora o $-\frac{q}{2}$. Po takim zabiegu charakterystyka ta ma postać pokazaną na rys. 7a i jest opisana przez równanie

$$N_{\rm kw} = {\rm ent}\left(\frac{\dot{y}}{q} + 0,5\right). \tag{11}$$



Rys. 7. a) Charakterystyka kwantyzatora przesunięta o -0,5 kwantu,
b) rozkład błędu kwantyzatora o charakterystyce (a)
Fig.7. a) Quantizer characteristic shifted by -0,5 of quantum,
b) error distribution of the quantizer described by the characteristic (a)

Kwantyzator o charakterystyce przedstawionej na rys. 7a i błędzie pomiaru opisanym funkcją gęstości prawdopodobieństwa z rys. 7b jest w dalszym ciągu pracy traktowany jako podstawowe narzędzie pomiarowe w systemie realizujące pomiar bezpośredni. Oznacza to, że wszystkie wielkości wejściowe systemu na odpowiednim etapie przetwarzania poddawane są kwantowaniu.

4. PROBABILISTYCZNY MODEL WYNIKU POMIARU

4.1. Model kwantowania jako wynik pomiaru bezpośredniego

Dotychczasową analizę procesu kwantowania prowadzono przy założeniu, że wartość wielkości wejściowej kwantyzatora jest znana, co w warunkach fizycznych oznacza, że użyto odpowiednich wzorców wielkości mierzonej. Efektem tego rodzaju działań jest określenie charakterystyki kwantyzatora i rozkładu błędu kwantowania, czyli identyfikacja podstawowych właściwości metrologicznych kwantyzatora jako narzędzia pomiarowego.

Przyjmijmy teraz, że rozpatrywany jest proces pomiaru nieznanej wartości wielkości wejściowej y przy założeniu, że uprzednio przeprowadzono identyfikację kwantyzatora. Aby opisać ten proces, można użyć formalizmu zaproponowanego w pracy [6] i nazwanego zasadą niezmienniczości. Zasadę tę, powszechnie stosowaną w praktyce pomiarowej, można określić werbalnie w następujący sposób: metrologiczne właściwości narzędzia pomiarowego wyznaczone podczas identyfikacji nie zmieniają się, gdy realizuje się pomiar tym narzędziem. Matematycznie zasadę tę w rozpatrywanej sytuacji można zapisać jako

$$(\dot{y}, \, \breve{y}) \equiv (y, \, \breve{y}),$$
 (12)

co oznacza, że para liczb: wartość wzorcowa \dot{y} wielkości mierzonej i wskazanie narzędzia \ddot{y} jest tożsama z parą składającą się z nieznanej wartości wielkości mierzonej y i wskazania \ddot{y} w sensie zależności określonych w procesie identyfikacji i opisanych symbolem **WM**. Innymi słowy, zależności wyznaczone podczas identyfikacji obowiązują w trakcie eksploatacji narzędzia pomiarowego.

Tożsamość (12) jest prawdziwa w całym zakresie pomiaru i w rozpatrywanej sytuacji dotyczy charakterystyki kwantyzatora i jego błędu pomiaru. Biorąc to pod uwagę, błąd ten, zgodnie z zależnościami (6) i (12), można ogólnie zapisać jako

$$\delta = y - \breve{y}, \tag{13}$$

i ma on właściwości losowe opisane funkcją gęstości prawdopodobieństwa jak na rys.7b.

Wielkość y oraz wskazanie \tilde{y} tworzą parę, którą można rozdzielić dla pojedynczej wartości błędu δ . Zgodnie z równaniem (13) otrzymuje się wówczas zależność

$$y_{\rm m} = \overline{y} + \delta \,, \tag{14}$$

będącą modelem pojedynczego wyniku pomiaru uzyskanego przy użyciu kwantyzatora, gdzie symbolem y_m oznaczono wielkość losową reprezentującą nieznaną prawdziwą wartość wielkości mierzonej po wykonaniu jej pomiaru. Zgodnie z tym modelem, wynik kwantowania jest liczbą będącą sumę wskazania \tilde{y} i błędu δ o wartości będącej realizacją zmiennej losowej o znanym rozkładzie.

W systemach funkcje kwantyzatorów spełniają przetworniki analogowo/cyfrowe, przy czym ich wskazania obarczone są wieloma błędami. Prócz błędu kwantowania można tu wymienić błąd spowodowany szumami wewnętrznymi, błąd liniowości itp. [7, 8]. W takiej sytuacji błąd δ wskazania stanowi wypadkową błędów cząstkowych. Na ogół można przyjąć, że błąd wypadkowy jest sumą błędów składowych, a ewentualne związki między poszczególnymi błędami określane są za pomocą współczynników korelacji.

W systemach pomiarowo-sterujących, ze względu na zmienność w czasie wielkości wejściowych, powszechnie stosowane są algorytmy przetwarzania ciągów danych składających się z wyników pomiaru wartości chwilowych tych wielkości. Obliczanie dokładności wyników na wyjściu tego rodzaju algorytmów wymaga założenia o ergodycznych właściwościach błędów jako wielkości losowych. W takim przypadku ogólny probabilistyczny model pojedynczego wyniku pomiaru bezpośredniego w chwili t_k , k jest numerem chwili pomiaru i k = 0, 1, ...,określony jest zależnością

$$y_{\rm m}(t_k) = \overline{y}(t_k) + \delta_{\rm kw}(t_k), \qquad (15)$$

czyli jest sumą wskazania przyrządu $\overline{y}(t_k)$ dla chwili t_k i realizacji wypadkowego błędu kwantowania $\delta_{kw}(t_k)$, który jest ergodycznym procesem stochastycznym opisanym ogólnie wyrażeniem

$$\delta_{kw}(t_k) = \delta_1(t_k) + \delta_2(t_k) + \dots + \delta_I(t_k), \tag{16}$$

którego składniki są cząstkowymi błędami losowymi o zerowych wartościach oczekiwanych i symetrycznych rozkładach.

4.2. Modele wyników pomiarów realizowanych w systemie pośrednio

W systemie pomiarowo-sterującym pomiar bezpośredni realizowany jest przez przetwornik A/C na zasadzie kwantowania i zajmuje szczególne miejsce w łańcuchu zadań pomiarowych. Jest to spowodowane tym, że kwantowanie rozdziela dwie różnego rodzaju fazy przetwarzania: analogową i cyfrową, jak pokazano to na rys. 8.



Rys. 8. Schemat procesu przetwarzania w systemie pomiarowo-sterującym Fig. 8. Scheme of conversion process in the measuring-control system

Przetwarzanie analogowe ma na celu przekształcenie wielkości wejściowej x na taką wielkość y, która może być automatycznie i szybko skwantowana, z reguły jest to napięcie lub prąd elektryczny kwantowane za pomocą przetworników A/C. Kwantowanie dostarcza cyfrowego wyniku pomiaru \tilde{y} tej wielkości. Zbiory wyników cyfrowych mogą być następnie przetwarzane programowo, w dowolny sposób i przy użyciu wielu kolejno realizowanych algorytmów.

Przetwarzanie analogowe łącznie z kwantowaniem może być interpretowane jako pośredni pomiar wielkości wejściowej x, realizowany w dwóch etapach. Najpierw wielkość x jest przetwarzana na wielkość y, która następnie jest mierzona bezpośrednio na zasadzie kwantowania. Dla wielkości mierzonych zmiennych w czasie przetwarzanie analogowe jest realizowane za pomocą łańcucha przetworników pokazanych na rys.9.



Rys. 9. Łańcuch przetworników realizujących przetwarzanie analogowe w systemie Fig. 9. Chain of transducers realizing analog processing in the system

Pierwszym ogniwem łańcucha z rys. 9 jest czujnik przetwarzający zmienną w czasie wielkość wejściową x(t) na napięcie $y_1(t)$, które następnie jest wzmacniane w takim stopniu, aby dopasować je do zakresu przetwornika A/C realizującego kwantowanie. Napięcie wyjściowe wzmacniacza y(t) jest próbkowane w chwili t_k przez układ próbkująco/pamiętający P/P, a pobrana próbka $y(t_k)$ jest utrzymywana na wyjściu przez czas potrzebny na jej skwantowanie. Zakładając, że wszystkie wymienione przetworniki są liniowe, oraz że przetwarzanie analogowe realizowane jest dokładnie, wyjściową próbkę opisuje równanie przetwarzania

$$y(t_k) = S \cdot k_u \cdot k_{P/P} \cdot x(t)_{t_k}, \qquad (17)$$

gdzie S jest czułością czujnika, k_u jest współczynnikiem wzmocnienia wzmacniacza, a $k_{P/P}$ jest współczynnikiem wzmocnienia układu P/P, przy czym z reguły $k_{P/P} = 1$.

W praktyce wielkości propagujące w łańcuchu przetworników obarczone są błędami. Do ich opisu najczęściej przyjmuje się model, zgodnie z którym wielkość analogowa x "zakłócona" błędem ma postać

$$\widetilde{x}(t) = x(t) + \delta_x(t), \tag{18}$$

gdzie $\delta_x(t)$ jest ergodycznym błędem losowym. Ponadto przyjmuje się, że każdy przetwornik wprowadza na swoje wyjście błąd własny, który w szczególności może być sumą błędów cząstkowych. Biorąc te założenia pod uwagę oraz uwzględniając zależność (17), próbkę na wyjściu układu P/P opisuje równanie

$$\widetilde{y}(t_k) = \left[\left[\left[\left[x(t_k) + \delta_x(t_k) \right] S + \delta_{CZ}(t_k) \right] k_u + \delta_{WZ}(t_k) \right] k_{\mathsf{P}/\mathsf{P}} + \delta_{\mathsf{P}/\mathsf{P}}(t_k) \right], \tag{19}$$

gdzie $\delta_{CZ}(t_k)$, $\delta_{WZ}(t_k)$ oraz $\delta_{P/P}(t_k)$ są realizacjami procesów losowych opisujących odpowiednio błąd własny czujnika, wzmacniacza i układu P/P, o symetrycznych rozkładach i zerowych wartościach oczekiwanych. Równanie to stanowi model przetwarzania realizowanego przez opisany tor analogowy.

Biorąc pod uwagę, że $k_{P/P} = 1$, równanie (19) można przekształcić do postaci

$$\widetilde{y}(t_k) = S k_u x(t_k) + \delta_y(t_k), \qquad (20)$$

gdzie

$$\delta_{y}(t_{k}) = S k_{u} \delta_{x}(t_{k}) + k_{u} \delta_{CZ}(t_{k}) + \delta_{WZ}(t_{k}) + \delta_{P/P}(t_{k}).$$
⁽²¹⁾

Próbka zakłócona błędami przetwarzania, opisana równaniem (20), jest poddawana pomiarowi bezpośredniemu za pomocą przetwornika A/C. Zgodnie z zależnością (13), wynik pomiaru wielkości zakłóconej ma postać

$$y_{\widetilde{\mathfrak{m}}}(t_k) = \widetilde{y}(t_k) + \delta_{\mathrm{KW}}(t_k) + \delta_{y}(t_k).$$
(22)

Wynik ten stanowi probabilistyczny opis wielkości zakłóconej błędem $\delta_y(t)$, którą zmierzono bezpośrednio przy użyciu przetwornika A/C, a zatem reprezentuje wielkość $y(t_k)$ po wykonaniu pomiaru w warunkach zakłócania błędem $\delta_y(t)$. Wprowadzając zależność (22) do równania przetwarzania (17), po jego przekształceniu otrzymuje się wyrażenie

$$x_{\tilde{m}}(t_k) = \frac{1}{Sk_{WZ}} \left[\breve{y}(t_k) + \delta_{KW}(t_k) + \delta_{y}(t_k) \right],$$
(23)

będące **modelem wyniku pomiaru pośredniego** wielkości przetwarzanej analogowo przy użyciu toru jak na rys. 9. Z równania (23) wynika, że ocenę wartości wielkości mierzonej pośrednio w taki sposób, będącą wartością oczekiwaną wyniku pomiaru, opisuje równanie

J. Jakubiec

$$\hat{x}(t_k) = E[x_{\widetilde{m}}(t_k)] = \frac{\overline{y}(t_k)}{S k_{WZ}},$$
(24)

a równanie błędu tej oceny ma postać

$$\delta_{\hat{x}}(t_k) = \frac{1}{Sk_{WZ}} \left[\delta_{KW}(t_k) + \delta_{y}(t_k) \right].$$
⁽²⁵⁾

Rozpatrzmy teraz przypadek, gdy wielkość X mierzona pośrednio jest funkcją n wielkości $y_1, y_2, ..., y_n$ mierzonych bezpośrednio, czyli zachodzi

$$X = f(y_1, y_2 ..., y_n).$$
⁽²⁶⁾

Niech wynik pomiaru każdej z wielkości mierzonych bezpośrednio, zgodnie z wyrażeniem (15), jest sumą wskazania i błędu, a zatem $y_1 = \overline{y}_1 + \delta_1, y_2 = \overline{y}_2 + \delta_2, \dots, y_n = \overline{y}_n + \delta_n$. Zbiór wskazań określa punkt, wokół którego funkcja f() jest rozwijana w szereg funkcyjny. Przyjmując, że wartości błędów poszczególnych pomiarów są odpowiednio małe, można pozostawić tylko początkowe wyrazy rozwinięcia, w związku z czym uzyskuje się wyrażenie

$$X = f(\breve{y}_1, \breve{y}_2, \dots, \breve{y}_n) + \frac{\partial f}{\partial y_1} \delta_1 + \frac{\partial f}{\partial y_2} \delta_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial y_n} \delta_n + \delta_f,$$
(27)

gdzie δ_f oznacza błąd spowodowany pominięciem niezerowych wyrazów rozwinięcia. Działania na wskazaniach, realizowane zgodnie z zależnością funkcyjną (27), dają w wyniku ocenę wielkości mierzonej pośrednio

$$\hat{X} = f(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n).$$
⁽²⁸⁾

Oznaczając pochodne w punkcie $(\breve{y}_1, \breve{y}_2, \dots, \breve{y}_n)$ jako $a_1 = \frac{\partial f}{\partial y_1}, a_2 = \frac{\partial f}{\partial y_2}, \dots, a_n = \frac{\partial f}{\partial y_n}$,

otrzymuje się wyrażenie opisujące wynik pojedynczego pomiaru pośredniego

$$X_{\rm m} = \hat{X} + a_1 \delta_1 + a_2 \delta_2 + \ldots + a_n \delta_n + \delta_f .$$
⁽²⁹⁾

Równanie to stanowi **model wyniku pomiaru pośredniego** w sytuacji, gdy wynik ten uzyskiwany jest na podstawie określonej funkcji przetwarzania (algorytmu) wiążącej go z wieloma różnymi wielkościami mierzonymi bezpośrednio. Model ten obowiązuje w punkcie funkcji określonym przez wskazania kwantyzatorów realizujących pomiar bezpośredni.

4.3. Model wyniku przetwarzania czasowego ciągu danych

W systemie pomiarowo-sterującym powszechnie stosowane są algorytmy służące do przetwarzania ciągów danych, będących wynikami pomiaru wartości chwilowych wielkości zmiennych w czasie, na inne ciągi danych lub pojedyncze wartości [9, 10]. Dane wyjściowe takich algorytmów mogą być interpretowane jako wartości chwilowe wielkości tego samego rodzaju co wielkość wejściowa (tak jest w przypadku algorytmów filtracji) lub innego rodzaju (algorytm DFT). W związku z tym nie jest celowe ogólne określanie tego typu algorytmów w kategoriach pomiaru bezpośredniego lub pośredniego, chociaż numerycznie są one zbliżone do algorytmów pomiaru pośredniego opisanego równaniem (29).

Ogólną postać algorytmu przetwarzania czasowego ciągu danych można przedstawić w postaci równania macierzowego

$$\begin{bmatrix} X(n) \\ X(n+1) \\ \vdots \\ X(n+N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \dots & a_{0,K-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \dots & a_{1,K-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N-1,0} & a_{N-1,1} & \dots & a_{N-1,K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+K-1) \end{bmatrix},$$
(30)

gdzie k jest numerem chwili, w której pobierana jest pierwsza próbka przetwarzana przez algorytm, K – liczbą próbek podawanych na wejście algorytmu, n – numerem pierwszej próbki wyjściowej, N – liczbą próbek wyjściowych. Właściwości algorytmu opisuje macierz o rozmiarach $K \times N$, której współczynniki mają stałe wartości dla algorytmów liniowych. W przypadku algorytmów adaptacyjnych lub nieliniowych dających się linearyzować [11] elementy macierzy zależą od aktualnego "punktu pracy" algorytmu.

Wektor danych wyjściowych może być traktowany jako ciąg niezależnych wyników przetwarzania, w związku z czym równanie (30) można przedstawić w postaci zbioru tzw. algorytmów jednopunktowych, opisujących pojedynczy wynik wyjściowy, o postaci

$$X(n) = a_0 y(k) + a_1 y(k+1) + \ldots + a_{K-1} y(y+K-1).$$
(31)

Wprowadzając w miejsce symboli wielkości wejściowej algorytmu równania modelujące wyniki ich pomiaru, zgodnie z zależnością (14), otrzymuje się model pojedynczego wyniku przetwarzania na wyjściu algorytmu

$$X_{\rm m}(n) = a_0[\bar{y}(k) + \delta(k)] + a_1[\bar{y}(k+1) + \delta(k+1)] + \dots + a_{K-1}[\bar{y}(k-1) + \delta(k+K-1)], \quad (32)$$

gdzie $\delta(k), \delta(k+1), \dots, \delta(k+K-1)$ są realizacjami tego samego ergodycznego procesu losowego opisującego wypadkowy błąd pomiaru. Równanie (32) można zapisać w postaci macierzowej

$$X_{\rm m}(n) = \mathbf{a}^{\rm T} \mathbf{\breve{y}} + \delta_X, \qquad (33)$$

gdzie a jest wektorem współczynników algorytmu i $\mathbf{a}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{K-1} \end{bmatrix}$, T oznacza transpozycję, $\mathbf{\bar{y}}$ jest wektorem wskazań, przy czym $\mathbf{\bar{y}}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\bar{y}}(k) & \mathbf{\bar{y}}(k+1) & \dots & \mathbf{\bar{y}}(k+K-1) \end{bmatrix}$. Błąd wyniku wyjściowego w zapisie macierzowym przyjmuje postać

$$\delta_X = \mathbf{a}^{\mathrm{T}} \mathbf{e} \,, \tag{34}$$

gdzie $\mathbf{e}^{\mathsf{T}} = [\delta(k) \quad \delta(k+1) \quad \dots \quad \delta(k+K-1)].$

4.4. Model wyniku przetwarzania próbkującego

Funkcjonowanie przetwornika próbkującego można opisać w sposób pokazany na rys. 10. Proces przetwarzania zmiennej w czasie wielkości wejściowej x(t) odbywa się w trzech fazach. Najpierw realizowane jest przetwarzanie analogowe tej wielkości na napięcie y(t), które jest próbkowane, a próbki poddawane są kwantowaniu. W ostatniej fazie przetwarzania realizowane jest programowe odtwarzanie [2, 11], które ogólnie można określić jako rozwiązywanie funkcji odwrotnej do tej, która opisuje łącznie cały tor przetwarzania analogowego. W efekcie pojedyncze działanie przetwornika próbkującego daje na wyjściu ocenę $\hat{x}(t_k)$ wartości chwilowej wielkości wejściowej odtworzoną na podstawie skwantowanej próbki napięcia dla znanego modelu odwrotnego toru przetwarzania analogowego.



Rys. 10. Struktura przetwornika próbkującego Fig. 10. Structure of sampling transducer

Odtwarzanie realizowane w przetworniku próbkującym polega głównie na programowej korekcji błędu dynamicznego części analogowej oraz korekcji błędów liniowości [2, 11], przy czym z reguły wykonywane jest także wygładzanie błędów losowych za pomocą odpowiednich algorytmów filtracji [11]. W procesie przetwarzania próbkującego występuje wiele źródeł błędu o różnym charakterze, które kumulują się w wyniku wyjściowym. Przetwornik tego rodzaju ma jednak bardzo istotną, z punktu widzenia analizy propagacji błędów w systemie, właściwość – dla określonych warunków pomiaru wielkości wejściowej rozkłady błędów na wyjściu nie zmieniają się. Oznacza to, że można błędy cząstkowe złożyć ze sobą, dzięki czemu uzyskuje się prosty model wielkości na wyjściu przetwornika próbkującego w postaci

$$x_{\tilde{\mathfrak{m}}}(t_k) = \hat{x}(t_k) + \delta_{\mathrm{S}}(t_k) + \delta_{\mathrm{D}}(t_k) + \delta_{\mathrm{R}}(t_k), \qquad (35)$$

gdzie $\delta_{S}(t_k), \delta_{D}(t_k), \delta_{R}(t_k)$ są realizacjami odpowiednio błędu statycznego, dynamicznego i losowego. Należy tu podkreślić, że wszystkie te błędy opisywane są w kategoriach probabilistycznych jako stacjonarne i ergodyczne procesy stochastyczne. Natomiast wymienione nazwy opisują ich właściwości, które przejawiają w kolejnych próbkach podawanych na wejście algorytmu przetwarzania [12]. I tak błąd nazywany jest statycznym, jeżeli jego realizacje w kolejnych próbkach mają praktycznie stałe wartości. Kolejne realizacje błędu dynamicznego zmieniają się, przy czym zmiany te można opisywać w sposób deterministyczny. Natomiast realizacje błędu nazywanego losowym zmieniają się według reguł probabilistycznych. Błędy te kumulują się na wyjściu algorytm zgodnie z zależnością (34), w sposób specyficzny dla każdego rodzaju błędu. Można zatem powiedzieć, że specyfika tych błędów przejawia się w trakcie realizacji algorytmu. W długim horyzoncie czasowym, przy wielokrotnej realizacji algorytmu, bierze się pod uwagę skumulowane błędy wyjściowe, przy czym wszystkie rodzaje błędu opisywane są probabilistycznie.

5. MODEL BŁĘDU SYSTEMU

Na podstawie rys. 3 system pomiarowo-sterujący w aspekcie metrologicznym może być traktowany jako zbiór algorytmów przetwarzania (lub ich łańcuchów), na wejścia których przekazywane są wyniki pomiaru uzyskiwane za pomocą przetworników próbkujących. Wyjścia systemu w takim ujęciu są zarazem wyjściami algorytmów realizowanych jako końcowe ogniwa w łańcuchu przetwarzania. Zatem model błędu systemu może być rozpatrywany jako zbiór wszystkich modeli cząstkowych, z których każdy opisuje błąd na wyjściu odpowiedniego algorytmu przetwarzania [13].

Dane wyjściowe każdego z algorytmów obarczone są zarówno błędami pochodzącymi od błędów wyników wejściowych przetworzonych przez algorytm, jak i błędami własnymi wprowadzanymi przez algorytmy. Podstawowym zagadnieniem analizy metrologicznych właściwości każdego z algorytmów jest zbudowanie modelu błędu pozwalającego na opis błędów **pojedynczego wyniku** na wyjściu algorytmu, w zależności od jego błędów wejściowych i błędów własnych.

Zgodnie z ogólnym równaniem błędu algorytmu (34) oraz przy uwzględnieniu podziału błędów wyjściowych przetwornika próbkującego zastosowanego w wyrażeniu (35), ogólny model błędu algorytmu można zapisać jako

$$\delta_X = \mathbf{a}^{\mathrm{T}} [\mathbf{e}_{\mathrm{S}} + \mathbf{e}_{\mathrm{D}} + \mathbf{e}_{\mathrm{R}}] + \delta_{\mathrm{SA}} + \delta_{\mathrm{DA}} + \delta_{\mathrm{RA}} + \delta_{\tau} , \qquad (36)$$

gdzie \mathbf{e}_{S} , \mathbf{e}_{D} , \mathbf{e}_{R} są wektorami składającymi się z błędów obarczających kolejne wyniki w ciągu danych wejściowych odpowiednio o charakterze statycznym, dynamicznym i losowym, δ_{SA} , δ_{DA} , δ_{RA} są odpowiednimi błędami własnymi algorytmu, natomiast δ_{τ} jest specyficznym błędem powodowanym przez opóźnienia propagacji informacji pomiarowej w systemie. Błąd ten omówiono w kolejnym punkcie.

Model opisany równaniem (36) jest przydatny w dwojakiego rodzaju sytuacjach. Może być wykorzystany do analizy błędu poszczególnych wielkości wyjściowych systemu, przy czym można rozważać wpływ poszczególnych źródeł błędu na błąd wypadkowy, a także badać propagację błędów z wejścia na wyjście różnego rodzaju algorytmów. Ponadto model ten można wykorzystać do budowy modelu błędu systemu. W takim przypadku dla wszystkich algorytmów służących do wyznaczania wielkości wyjściowych systemu buduje się modele zgodnie z wyrażeniem (36). Ich zbiór tworzy łącznie model błędu systemu, który w związku z tym dla *M* takich algorytmów można zapisać jako

$$\delta_{X_{1}} = \mathbf{a}_{1}^{\mathsf{T}} \left[\mathbf{e}_{\mathsf{S}1} + \mathbf{e}_{\mathsf{D}1} + \mathbf{e}_{\mathsf{R}1} \right] + \delta_{\mathsf{S}\mathsf{A}1} + \delta_{\mathsf{D}\mathsf{A}1} + \delta_{\mathsf{R}\mathsf{A}1} + \delta_{\tau_{1}},$$

$$\delta_{X_{2}} = \mathbf{a}_{2}^{\mathsf{T}} \left[\mathbf{e}_{\mathsf{S}2} + \mathbf{e}_{\mathsf{D}2} + \mathbf{e}_{\mathsf{R}2} \right] + \delta_{\mathsf{S}\mathsf{A}2} + \delta_{\mathsf{D}\mathsf{A}2} + \delta_{\mathsf{R}\mathsf{A}2} + \delta_{\tau_{2}},$$

$$\vdots$$

$$\delta_{X_{M}} = \mathbf{a}_{M}^{\mathsf{T}} \left[\mathbf{e}_{\mathsf{S}M} + \mathbf{e}_{\mathsf{D}M} + \mathbf{e}_{\mathsf{R}M} \right] + \delta_{\mathsf{S}\mathsf{A}M} + \delta_{\mathsf{D}\mathsf{A}M} + \delta_{\mathsf{R}\mathsf{A}M} + \delta_{\tau_{M}}.$$
(37)

Modelu błędu stanowi podstawę budowy modelu niepewności systemu, opisanego w punkcie 7. Model ten umożliwia obliczanie niepewności wyników na wyjściach systemu.

6. BŁĄD POWODOWANY OPÓŹNIENIAMI W SYSTEMIE

6.1. Propagacja informacji pomiarowej w systemie

Zgodnie ze strukturą przedstawioną na rys. 3, system może być traktowany jako swojego rodzaju zbiór kanałów propagacji informacji pomiarowej z wejść na wyjścia systemu. Propagacja ta może przybierać różne formy. Może odbywać się poprzez przesyłanie sygnałów analogowych i transmisję danych cyfrowych, a także może polegać na zmianie postaci informacji w przypadku realizacji próbkowania, kwantowania i przetwarzania programowego.



Rys. 11. Czasowy model realizacji zadań w systemie, $Z_1, Z_2, ..., Z_J$ oznaczają kolejne zadania wykonywane na wielkości wejściowej x, $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_J$ są opóźnieniami pojawiającymi się na skutek realizacji tych zadań, V jest zbiorem oddziaływań zewnętrznych

Fig. 11. Time model of task realization in the system, $Z_1, Z_2, ..., Z_J$ denote succeeding tasks made on the input quantity $x, \tau_1, \tau_2, ..., \tau_J$ are delays introduced by these realizations,

V is a set of external influences

Każde z opisanych działań realizujących wyodrębnioną operację cząstkową nazywane jest zadaniem. Z pomiarowego punktu widzenia funkcjonowanie systemu polega na realizacji kolejnych zadań na drodze od wejść do wyjść systemu. Realizacja każdego z tych zadań wymaga odpowiedniego czasu. W związku z tym proces uzyskiwania pojedynczego wyniku na wyjściu systemu może być przedstawiony w postaci łańcucha zadań wprowadzających właściwe dla siebie opóźnienia, jak to pokazano ogólnie na rys. 11.

Zgodnie z rys. 11 informacja pomiarowa, której nośnikiem jest wielkość wejściowa x(t), jest przetwarzana i transmitowana przez kolejne ogniwa na wyjście systemu, gdzie przejawia się w postaci wyniku wyjściowego $\hat{X}(t + \tau)$. Wynik ten jest opóźniony w stosunku do momentu próbkowania o czas τ będący sumą opóźnień cząstkowych związanych z czasami niezbędnymi na wykonanie poszczególnych zadań. Czasy te zależą zarówno od specyfiki realizacji poszczególnych działań składających się na zadanie, jak i od wpływu czynników zewnętrznych, oznaczonych symbolem V, uzależnionych od mechanizmów użytkowania wspólnych zasobów systemu przez pulę zadań korzystających z nich współbieżnie.

6.2. Opis analityczny opóźnienia cząstkowego

Realizacja zadania w systemie wymaga skorzystania z odpowiedniego zasobu w sposób pokazany na rys.12. Każde zadanie wykonywane jest w dwóch fazach. W pierwszej fazie uzyskiwany jest dostęp do zasobu w rywalizacji z innymi zadaniami, w drugiej fazie zadanie wykorzystuje zasób do swoich celów. Realizacja każdej z faz wymaga czasu, odpowiednio nazywanego czasem dostępu i czasem korzystania z zasobu. Przykładowo w sytuacji, gdy z karty A/C (komutator, układ P/P oraz przetwornik A/C) korzysta wiele zadań pomiarowych, procedura dostępu może polegać na ich szeregowaniu w kolejkę oczekującą na przyłączenie na wejście układu S/H. Czas dostępu określonego zadania jest w takim przypadku różnicą między momentem uzyskania dostępu a momentem inicjacji pomiaru i zależy od liczby zadań wyprzedzających w kolejce to zadanie. Czas korzystania z zasobu jest czasem konwersji A/C.



Rys. 12. Ogólny schemat wykorzystywania zasobów systemu przez zadania Fig. 12. General scheme of use of the system resources by the tasks

Z punktu widzenia określonego zadania, nazwijmy go ogólnie **zad**_i, opóźnienie wnoszone przez realizację tego zadania ma dwie składowe. Pierwsza składowa ma zmienną wartość zależną od rodzaju procedury dostępu, sposobu inicjacji zadań z określonej puli oraz czasów ich realizacji. Ogólnie składowa ta może być opisana funkcją zależną od momentów inicjacji zadań. Z punktu widzenia rozpatrywanego zadania momenty inicjacji zadań konkurujących o zasób i czasy ich realizacji stanowią wielkości wpływające. Druga składowa opóźnienia ma stałą wartość równą czasowi realizacji zadania.

Schemat pokazany na rys. 12 może być wykorzystywany również w przypadkach, gdy dane zadanie ma jakiś zasób wyłącznie do swojej dyspozycji, przykładowo gdy układ P/P wraz z przetwornikiem A/C służy jedynie do pomiaru wartości chwilowych określonej wielkości. W takiej sytuacji procedura dostępu nie jest realizowana, w związku z czym czas dostępu jest równy zeru.

Zadania mogą być inicjowane okresowo lub w dowolnych momentach określonych przez pojawianie się losowych zdarzeń w systemie. Zdarzenia te mogą zachodzić w obiekcie (np. przekroczenie przez określoną wielkość zadanej wartości) lub w samym systemie (niepoprawne działania programowe).

Problematykę tworzenia opisu matematycznego opóźnień dogodnie jest przedstawić na prostym przykładzie zilustrowanym na rys. 13. Przyjmijmy, że o dostęp do jakiegoś zasobu rywalizują dwa zadania **zad**₁ i **zad**₂ o czasach realizacji odpowiednio \mathcal{P}_1 i \mathcal{P}_2 . Zadanie pierwsze jest inicjowane co okres czasu *T*, moment inicjacji drugiego może się zmieniać w przedziale [0, T]. Zadania te nie mogą się wzajemnie wywłaszczać, czyli odbierać sobie zasobu w trakcie realizacji. Ponadto **zad**₁ ma wyższy priorytet, co oznacza, że w sytuacji, gdy w tym samym momencie są zainicjowane obydwa zadania, to jako pierwsze zostanie zrealizowane **zad**₁.



Rys. 13. Rywalizacja dwóch zadań, a) zadanie 2 nie powoduje dodatkowego opóźnienia w realizacji zadania 1, b) realizacja zadania 2 powoduje powstanie opóźnienia dodatkowego zadania 1
Fig. 13. Competition of two task, a) task 2 does not cause the extra delay in realization of the task 1, b) realization of the task 2 is a cause of an extra delay of the task 1

Zmieniając w sposób ciągły moment inicjacji zadania 2 w granicach od 0 do T uzyskuje się opis całkowitego czasu propagacji wielkości z wejścia na wyjście zadania w funkcji tego momentu jako

$$\tau_1 = g(t_2) = \begin{cases} g_1 & \text{dla} & 0 \le t_2 \le T - g_2 \\ t_2 + g_1 + g_2 - T & \text{dla} & T - g_2 \le t_2 < T \end{cases}.$$
(38)

Czas ten stanowi opóźnieniem całkowite (nazywane dalej opóźnieniem) zadania 1. Zależność tego opóźnienia od momentu inicjacji zadania 2 przedstawia rys. 14a.

Przy założeniu, że zadanie 2 aktywizowane jest w sposób losowy, opóźnienie τ_1 zadania 1 ma taki sam charakter. Rozkład tego opóźnienia można uzyskać za pomocą funkcji charakterystycznych, gdy znany jest analityczny opis τ_1 w funkcji momentu inicjacji t_2 zadania 2 oraz funkcja gęstości prawdopodobieństwa momentu t_2 , w sposób opisany w pracach [4, 14]. Gdy prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia inicjującego jest jednakowe w przedziale [0, T], funkcja gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia τ_1 ma postać

$$g_{\tau_1}(\tau_1) = \begin{cases} \frac{T - \vartheta_2}{T} \delta_{\text{DIR}}(\vartheta_1 - \tau_1) + \frac{1}{T} & \text{dla} & \tau_1 \in [\vartheta_1, \vartheta_1 + \vartheta_2] \\ 0 & \text{dla} & \tau_1 \notin [\vartheta_1, \vartheta_1 + \vartheta_2] \end{cases},$$
(39)

gdzie δ_{DIR} jest funkcją delta Diraca (rys. 14b).



Rys. 14. a) Zależność opóźnienia τ_1 zadania 1 w funkcji momentu t_2 inicjacji zadania 2, \mathcal{G}_1 i \mathcal{G}_2 są odpowiednio czasami realizacji zadania 1 i 2, b) funkcja gęstości prawdopodobieństwa opóźnienia τ_1 w przypadku, gdy zadanie 2 jest inicjowane zgodnie z rozkładem jednostajnym w przedziale [0, T],

a związek między τ_1 i t_2 opisuje rys. 14a

Fig. 14. Dependence of delay τ_1 of the task 1 in function of the initiation moment t_2 of the task 2, \mathcal{P}_1 and \mathcal{P}_2 are times of realization of the task 1 and 2 suitably, b) probability density function of the delay τ_1 in the case when the task 2 is activated according to rectangular distribution in the interval [0, T]while the relationship between τ_1 and t_2 is described by Fig. 14a

Scharakteryzowany powyżej analityczny sposób wyznaczania rozkładów opóźnień może być zastosowany tylko w bardzo prostych przypadkach. Jak to pokazano w pracy [4], w sytuacji, gdy wzrasta liczba zadań "przeszkadzających", stopień złożoności tego rodzaju opisu jest tak duży, że przestaje on być przydatny i trzeba poszukiwać innych środków analizy tego rodzaju opóźnień. Dobre wyniki daje w tym przypadku zastosowanie symulacji z wykorzystaniem modeli zjawisk powodujących opóźnienia. W pracy [4] opisano model wielozadaniowego systemu operacyjnego zbudowany dla celów badania opóźnień powodowanych współbieżną realizacją zadań programowych, jak również wykazano jego przydatność przez porównanie wyników uzyskanych przy jego użyciu z wynikami otrzymanymi na podstawie pomiarów opóźnień w systemie eksperymentalnym zarządzanym systemem operacyjnym QNX.

Probabilistyczny opis opóźnień jest przydatny przede wszystkim w sytuacjach, gdy stanowi on podstawę wyznaczania rozkładów błędów powodowanych opóźnieniami. Błędy te kumulują się z losowymi błędami pomiaru wielkości wejściowych, a zatem wszystkie błędy w systemie muszą mieć tego rodzaju opis. Inne sposoby charakteryzowania opóźnień w systemach można znaleźć w pracach [15, 16, 17].

6.3. Błąd powodowany opóźnieniem

W przypadku pomiaru wartości chwilowej wielkości zmiennej w czasie opóźnienie wyniku powoduje powstawanie błędu w sposób pokazany na rys. 15a. Błąd ten tanowi różnicę między

wartością wielkości w chwili nominalnego próbkowania t_s a wartością tej wielkości w chwili dostarczenia wyniku do odbiornika. Wartość tego błędu zależy zarówno od szybkości zmian wielkości mierzonej, jak i wartości opóźnienia τ [3, 4].

Zgodnie z rys. 15a, błąd powodowany opóźnieniem jest definiowany jako

$$\delta_{\tau}(t_{\rm s}) = x(t_{\rm s} + \tau) - x(t_{\rm s}), \qquad (40)$$

gdzie t_s jest momentem nominalnego próbkowania wielkości mierzonej (czyli takim, w którym zostają zainicjowane działania mające na celu spróbkowanie, a następnie skwantowanie tej wielkości), τ jest opóźnieniem. Wyznaczanie wartości tego błędu jest możliwe dla określonych przebiegów wielkości mierzonej, przy czym z reguły przyjmuje się przebieg sinusoidalnie zmienny. Przykładowy rozkład błędu spowodowanego opóźnieniem dla tego rodzaju przebiegu pokazano na rys. 15b.



Rys. 15. a) Ilustracja powstawania błędu δ_r spowodowanego opóźnieniem propagacji wyniku w systemie pomiarowo-sterującym, t_s jest momentem nominalnego próbkowania wielkości mierzonej, τ jest opóźnieniem, b) rozkład błędu spowodowanego opóźnieniem dla sinusoidalnie zmiennej wielkości mierzonej o pulsacji ω oraz dla rozkładu opóźnienia jak na rys. 14b.

Fig. 15. a) Illustration of arising the error δ_{τ} caused by result propagation delay in the system, t_s is the moment of measured quantity nominal sampling, τ is the delay, b) the error distribution cased by delay for sinusoidal measurement quantity with frequency ω and for the delay distribution as it is shown in Fig. 14b

7. MODEL NIEPEWNOŚCI SYSTEMU

7.1. Definicja niepewności

W przewodniku [18] niepewność określana jest jako "parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej". Gdy definicję tą zastosuje się do uzyskanego w punkcie 4.1 modelu wyniku pomiaru, pojęcie "rozrzut wartości" należy odnieść do wskazania \tilde{y} , które w tym przypadku jest najlepszym przybliżeniem nieznanej prawdziwej wartości wielkości mierzonej y. Zgodnie z tym, niepewność definiuje się formalnie jako taki parametr Δ , dla którego zachodzi

$$P(|y - \overline{y}| \le \Delta) = \alpha , \qquad (41)$$

co oznacza, że prawdopodobieństwo P wystąpienia sytuacji, w której odległość $|y - \overline{y}|$ jest nie większa niż Δ , jest równe przyjętemu poziomowi ufności α . Należy zwrócić uwag, że definicja ta może być stosowana dla dowolnych wartości α , a zatem zarówno do wyznaczania niepewności standardowej, jak i rozszerzonej.

Z przyjętej definicji wynika, że niepewność wyznacza granice zmian modułu różnicy pary liczb (y, \bar{y}) . Zgodnie z wyrażeniem (13), różnica ta stanowi błąd pomiaru δ opisany funkcją gęstości prawdopodobieństwa $g(\delta)$. W takim razie do wyznaczenia niepewności Δ , zgodnie z definicją (41), można użyć funkcjonału

$$\frac{1}{F}\int_{-\Delta}^{+\Delta} g(\delta)d\delta = \alpha , \qquad (42)$$

przy założeniu, że $g(\delta)$ jest dodatnia, symetryczna względem osi rzędnych i całkowalna w sensie Riemanna. Ponadto zakłada się, że

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\delta) d\delta , \qquad (43)$$

przyjmuje wartości ograniczone, przy czym dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa F = 1. W przypadku gdy niepewność oblicza się na podstawie histogramu liczności błędu F > 1.

Wyznaczenie wartości niepewności Δ przy użyciu funkcjonału (42) pozwala na jej użycie do zapisu wyniku pomiaru w postaci przedziałowej. Zgodnie z wyrażeniem (41), nierówność

$$\left| y - \tilde{y} \right| \le \Delta \,, \tag{44}$$

jest spełniona z prawdopodobieństwem α . Nierówność (44) można przekształcić do postaci

$$\breve{y} - \Delta \le y \le \breve{y} + \Delta , \tag{45}$$

którą w sposób uproszczonej formie zapisuje się jako

$$y = \breve{y} \pm \Delta . \tag{46}$$

Zapis ten oznacza, że prawdziwa wartość wielkości mierzonej mieści się w przedziale $[\tilde{y} - \Delta, \tilde{y} + \Delta]$ z prawdopodobieństwem α, \tilde{y} jest wskazaniem kwantyzatora.

7.2. Niepewność wyniku pomiaru obarczonego wieloma błędami

Dla znanego probabilistycznego modelu wyniku pomiaru niepewność jest wyznaczana na podstawie znanego a priori rozkładu błędu pomiaru zgodnie funkcjonałem (42), co można ogólnie zapisać jako

$$\Delta_{\alpha} = \mathbf{U}_{\alpha}[g(\delta)], \tag{47}$$

gdzie symbol w indeksie dolnym podkreśla, że działanie to realizowane jest dla założonego poziomu ufności α . W przypadku gdy zastosowany model obejmuje wiele źródeł błędu, przed wykonaniem operacji w sensie wyrażenia (47) niezbędne jest wyznaczenie funkcji gęstości prawdopodobieństwa błędu wypadkowego na podstawie rozkładów błędów składowych. Przyjmując ogólnie, że błąd wypadkowy jest kombinacją liniową błędów cząstkowych, jak to pokazano w punkcie 4, czyli zachodzi

$$\delta = a_1 \delta_1 + a_2 \delta_2 + \ldots + a_n \delta_n, \qquad (48)$$

jego funkcję gęstości prawdopodobieństwa można wyznaczyć jako

$$g(\delta) = [a_1g_1(\delta_1)] * [a_2g_2(\delta_2)] * \dots * [a_ng_n(\delta_n)],$$
(49)

gdzie $g_1(\delta_1), g_2(\delta_2), \dots, g_n(\delta_n)$ są funkcjami gęstości prawdopodobieństwa błędów cząstkowych, a * jest symbolem splotu.

Wielokrotne splatanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa o różnych kształtach jest zadaniem bardzo złożonym, wymagającym użycia komputera i wykonalnym w stosunkowo prostych przypadkach. Procedurę wyznaczania niepewności bazującą na wykorzystaniu splotu opisano w pracy [19]. Jej zastosowanie ma jednak dwie wady. Przede wszystkim jest trudna do zastosowania w złożonych warunkach pomiarowych, gdy występuje wiele źródeł błędu, a w szczególności, gdy stosuje się złożone algorytmy przetwarzania [20]. Ponadto tylko w nielicznych przypadkach w analitycznym opisie funkcji gęstości prawdopodobieństwa daje się ująć wpływ korelacji między błędami, co w przypadku skorelowania błędów czyni taką procedurę praktycznie bezużyteczną.

Opisane trudności powodują, że w praktyce wykorzystuje się uproszczone procedury wyznaczania niepewności. Najbardziej powszechna oparta jest na zaleceniach zawartych w przewodniku [18]. Procedura ta rozpoczyna się od obliczenia wariancji rozkładu błędu wypadkowego zgodnie z zależnością

$$2\sigma^{2} = a_{1}^{2}\sigma_{1}^{2} + a_{2}^{2}\sigma_{2}^{2} + \dots + a_{n}^{2}\sigma_{n}^{2},$$
(50)

gdzie $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$ są wariancjami rozkładów odpowiednich błędów cząstkowych, po czym wyznacza się odchylenie standardowe σ (nazywane także niepewnością standardową). W przypadku gdy chce się obliczyć niepewność tzw. rozszerzoną [18], stosuje się mnożenie niepewności standardowej przez współczynnik rozszerzenia k_{α} o wartości zależnej od poziomu ufności α . Postępowanie daje jednak wyniki zgrubne, które mogą nie wystarczać w przypadkach, gdy rozkład wypadkowy istotnie różni się od normalnego. Większą dokładność wyznaczania niepewności uzyskuje się korygując wartości k_{α} , odpowiednio do kształtów rozkładów błędów cząstkowych [21] (rozkład wypadkowy nie jest znany). Jest to jednak postępowanie złożone, gdyż wymaga doboru wartości współczynników korekcyjnych zależnie od typów rozkładów i wartości cząstkowych niepewności standardowych. Można wskazać kilka tego rodzaju procedur, przy czym z reguły wymagają one wspomagania komputerowego [26]. Występują także trudności z uwzględnianiem korelacji między błędami w przypadkach, gdy rozkłady błędów składowych różnią się od normalnego.

Trzeci sposób obliczenia niepewności wypadkowej wykorzystuje aparat matematyczny nazwany redukcyjną arytmetyką interwałową [12, 24]. W tym przypadku procedura rozpoczyna się wyznaczeniem niepewności na tym samym poziomie ufności dla poszczególnych błędów cząstkowych, zgodnie z wyrażeniem (47). Otrzymuje się zbiór niepewności cząstkowych

$$\Delta_1 = \mathbf{U}[g_1(\delta_1)], \quad \Delta_2 = \mathbf{U}[g_2(\delta_2)], \dots, \Delta_n = \mathbf{U}[g_n(\delta_n)], \tag{51}$$

które grupuje się w wektor D. Niepewność wypadkową oblicza się na podstawie zależności

$$\Delta = \sqrt{\mathbf{D}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{\mathrm{tr}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R} \mathbf{A}_{\mathrm{tr}} \mathbf{D}} , \qquad (52)$$

gdzie A_{tr} jest macierzą kwadratową grupującą na przekątnej głównej wartości bezwzględne współczynników równania (47), a **R** jest macierzą kwadratową składającą się z współczynników koherencji. Każdy z tych współczynników opisuje właściwości dwóch źródeł błędu i stanowi wypadkową współczynnika kształtu, zależnego od kształtu rozkładów tych błędów, oraz współczynnika korelacji [23, 24].

7.3. Niepewność wyników na wyjściu systemu

Macierzowy zapis związków między niepewnością wyniku wyjściowego a niepewnościami opisującymi błędy składowe oraz możliwość uwzględnienia związków zachodzących między błędami podczas ich składania powodują, że trzecia z opisanych w poprzednim punkcie metod wydaje się najlepiej spełniać wymogi obliczania niepewności wyników na wyjściach systemu. Przyjmując, że z pomiarowego punktu widzenia system stanowi zbiór algorytmów przetwarzających dane uzyskiwane z przetworników próbkujących, niepewność pojedynczego wyniku na każdym wyjściu systemu może być ogólnie opisana zależnością (52). Zatem model niepewności systemu stanowi zbiór równań macierzowych

$$\Delta_{\hat{X}_{1}} = \sqrt{\mathbf{D}_{1}^{\mathsf{T}} \mathbf{A}_{\mathsf{tr}1}^{\mathsf{T}} \mathbf{R}_{1} \mathbf{A}_{\mathsf{tr}1} \mathbf{D}_{1}},$$

$$\Delta_{\hat{X}_{2}} = \sqrt{\mathbf{D}_{2}^{\mathsf{T}} \mathbf{A}_{\mathsf{tr}2}^{\mathsf{T}} \mathbf{R}_{2} \mathbf{A}_{\mathsf{tr}2} \mathbf{D}_{2}},$$

$$\vdots$$

$$\Delta_{\hat{X}_{M}} = \sqrt{\mathbf{D}_{M}^{\mathsf{T}} \mathbf{A}_{\mathsf{tr}M}^{\mathsf{T}} \mathbf{R}_{M} \mathbf{A}_{\mathsf{tr}M} \mathbf{D}_{M}},$$
(53)

z których każde opisuje niepewność wyniku na wyjściu systemu o określonym numerze zmieniającym się od 1 do *M*. Obliczanie niepewności dla każdego z wyjść uzyskuje się w następujący sposób:

- Najpierw buduje się model błędu zgodnie z równaniem (36), dzięki czemu uzyskuje się wyrażenie na błąd wypadkowy w postaci kombinacji liniowej błędów o znanych rozkładach i współczynnikach korelacji.
- Z błędów cząstkowych tworzy się wektor błędu, dla którego z godnie z zasadami opisanymi w pracy [24] wyznacza się macierz współczynników A_{tr} oraz macierz koherencji R.
- W wektorze błędów zastępuje się poszczególne błędy ich niepewnościami obliczanymi zgodnie z wyrażeniem (47), dzięki czemu uzyskuje się wektor niepewności D.
- Uzyskane wartości wprowadza się do odpowiedniego równania w modelu (53).

8. PODSUMOWANIE

Opisana w pracy koncepcja budowy modeli niedokładności systemu ma swoją podstawę w przyjętej strukturze systemu pomiarowo-sterującego, zgodnie z którą źródłami cyfrowej informacji pomiarowej są przetworniki próbkujące, a jej odbiorcami algorytmy programowego przetwarzania. Pośrednikiem w przekazywaniu danych są media transmisyjne. Rzeczywiste systemy nie zawsze w prosty sposób dają się przedstawić przy użyciu tego rodzaju struktury. Jednak wydaje się, że nawet w najbardziej złożonych przypadkach podział operacji wykonywanych przez system na zadania pomiarowe i ich opis, w zaproponowany w pracy sposób, mogą pozwolić na uzyskanie modelu błędu wyniku na dowolnym wyjściu systemu, a co za tym idzie – na zbudowanie modelu niepewności i obliczenie jej wartości w dowolnych warunkach pracy systemu.

Zmienność w czasie wielkości wejściowych systemu oraz wykonywanie przetwarzania programowego na wynikach ich pomiaru powodują, że wielkości te, po odpowiednim przetworzeniu analogowym, najpierw są próbkowane, a następnie próbki poddawane są kwantowaniu. Oznacza to, że pomiar wielkości wejściowej w określonej chwili może być wykonany tylko jednorazowo, bez możliwości jego powtórzenia dla tej samej wartości wielkości. Tego rodzaju sytuacja wymaga nowego podejścia do budowy modelu wyniku pomiaru – model ten musi być znany a priori, tzn. trzeba zidentyfikować wszystkie błędy pomiaru przed jego realizacją. Opis błędów musi mieć charakter probabilistyczny, gdyż jest wykorzystywany do obliczania niepewności wyniku pomiaru. Stosowanie w systemie algorytmów przetwarzania czasowych ciągów danych powoduje, że błędy tych danych muszą być traktowane jako dyskretne ergodyczne procesy stochastyczne o zerowej wartości oczekiwanej.

Obliczanie niepewności wyników na wyjściach systemu jest zadaniem złożonym. Jedną z głównych przyczyn jest duża liczba błędów cząstkowych składających się na błąd wypadkowy wyniku na wyjściu systemu, która może sięgać wielu tysięcy w przypadku stosowania algorytmów przetwarzających długie ciągi danych. Wszystkie błędy muszą być ujęte w modelu błędu wyniku, należy określić ich rozkłady oraz korelacje między nimi. Należy wziąć przy tym pod uwagę, że błędy te mogą mieć różny charakter – są to błędy statyczne, dynamiczne, losowe lub powodowane opóźnieniami. Każdy z tych rodzajów błędów ma swoją specyfikę w trakcie przetwarzania danych przez algorytm. To wszystko powoduje formalne trudności już w trakcie budowy modelu błędu, które dodatkowo pogłębiają się w dużym stopniu, gdy na podstawie tego modelu trzeba zbudować model niepewności. Istotne zmniejszenie stopnia tych trudności umożliwia zastosowanie redukcyjnej arytmetyki interwałowej opracowanej dla celów obliczania niepewności algorytmów przetwarzania. Zaprezentowana w pracy koncepcja modelowania systemu pomiarowo-sterującego jest dostosowana do potrzeb arytmetyki redukcyjnej.

LITERATURA

- 1. Bolikowski J. i inni: *Podstawy projektowania inteligentnych przetworników pomiarowych*. WSI, seria Monografie nr 68, Zielona Góra 1993.
- Jakubiec J., Roj J.: Pomiarowe przetwarzanie próbkujące. Podręcznik akademicki. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2000.
- Jakubiec J., Al_Raimi H., Żurkowski R.: Błędy wyniku pomiaru w systemie czasu rzeczywistego spowodowane opóźnieniami transmisji. Materiały V Szkoły-Konferencji "Metrologia Wspomagana Komputerowo MWK'2001. Tom 2, Referaty. Rynia k/Warszawy, 21-24 maja 2001. Warszawa 2003, s. 275-280.
- 4. Al Raimi H. Badanie błędów związanych z opóźnieniami w transmisji danych w systemach pomiarowych. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 2003.
- 5. Ghani E., Locci N., Muscas C.: Auto-evaluation of uncertainty in virtual instruments. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, 21-23 May 2002. Anchorage USA 2003.
- Jakubiec J.: Blędy i niepewność wyniku kwantowania. Podstawowe Problemy Metrologii. Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach. Seria: Konferencje Nr 5. Gliwice-Ustroń, 11-14.05.2003. Gliwice 2003, s. 369-382.
- Jakubiec J., Konopka K.: Wyznaczanie rozkładów błędów toru przetwarzania analogowo-cyfrowego. Podstawowe Problemy Metrologii. Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach. Seria: Konferencje Nr 5. Gliwice-Ustroń, 11-14.05 2003. Gliwice 2003, s. 383-394.
- 8. Jakubiec J., Konopka K.: A Method of Error Source Identification of A/D Measuring Chain. Proc. 20th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference IMTC/0320-22 May 2003. Vail, CO, USA 2003, pp. 1659-1664.
- 9. Betta G., Liguori C., Pietrosanto A.: A structured approach to estimate the measurement uncertainty in digital signal elaboration algorithms. IEEE Proc. Sci. Meas. Technol., vol. 146, no. 1, January 1999, pp. 21-26.
- Jakubiec J., Topór-Kamiński T.: Uncertainty Modelling Method of Data Series Processing Algorithms. Proc. IMEKO TC-4 Symposium on Development in Digital Measuring Instrumentation and 3rd Workshop on ADC Modelling and Testing, September 17-18, 1998 – Naples. Italy 1988, pp.631-636.
- 11. Jakubiec J.: Bieżące programowe odtwarzanie wartości chwilowych dynamicznych przebiegów wejściowych nieliniowych przetworników pomiarowych. Monografia. Gliwice 1988.
- 12. Jakubiec J.: Application of Reductive Interval Arithmetic to Uncertainty Evaluation of Measurement Data Processing Algorithms. Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniu do wyznaczania niepewności algorytmów przetwarzania danych pomiarowych. Monografia dwujęzyczna. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Gliwice 2002.
- Jakubiec J.: Wyznaczanie niepewności danych w systemie pomiarowym z wykorzystaniem redukcyjnej arytmetyki interwałowej. Pomiary Automatyka Kontrola, nr 7/8-2002, ss. 5-12. IV Konferencja "Systemy Pomiarowe w Badaniach Naukowych i w Przemyśle" SP'2002 w Zielonej Górze 13-15.06.2002. Zielona Góra 2002.
- 14. Jakubiec J., Al. Raimi H.: Modelowanie transmisji danych w systemach pomiarowych czasu rzeczywistego. ZN Pol. Śl., s. Elektryka z. 165, Gliwice 1999, s. 109-120.
- 15. Kwiecień A.: Analiza przepływu informacji w komputerowych sieciach przemysłowych. Monografia. Studia Informatica, Vol. 23, Number 1 (47), Gliwice 2002.
- Michta E.: Modele komunikacyjne sieciowego systemu pomiarowo-sterującego. Monografia. Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, Zielona Góra 2000.

- Winiecki W.: Wirtualne przyrządy pomiarowe. Monografia. Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.
- 18. Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik. GUM. Warszawa 1999.
- 19. Korczyński J.: Calculation of Expanded Uncertainty Quantity. Mat. Joint IMEKO TC-1 & XXXIV Conference 2002, 8-12 września 2002, Vol.III. Wrocław 2003, pp.107-114.
- Żurkowski R.: Pomiarowa weryfikacja modelu niepewności łańcucha algorytmów. Materiały XIII Sympozjum "Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych" MiSSP'2003. Kraków 09.2003, Wydawnictwo Zakładu Metrologii AGH, Kraków 2003, s. 19-26.
- Fotowicz P.: Model matematyczny niepewności rozszerzonej przy wzorcowaniu. Podstawowe Problemy Metrologii. Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach. Seria: Konferencje nr 5. Gliwice-Ustroń,11-14.05 2003. Gliwice 2003, s. 457 – 466.
- Chrzanowski K.: Oprogramowanie wspomagające proces wyznaczania niepewności wyników pomiarów. Mat. Joint IMEKO TC-1 & XXXIV Conference 2002, 8-12 września 2002, Vol.III. Wrocław 2002, s.15-22.
- Jakubiec J., Konopka K.: Coherence Coefficient as Uncertainty Parameter of Error Value Set. Proc. of the IMEKO-TC7 Symposium "Measurement Science of the Information Era", June 25-27 2002. Cracow, Poland 2002, pp.76-81.
- Jakubiec J.: Reductive Interval Arithmetic Application to Uncertainty Calculation of Measurement Result Burdened Correlated Errors. Metrology and Measurement Systems. Quarterly. Vol. X, Number 2 (2003), pp.137-156.

Abstract

Measurement data acquired in a measuring-control system shown in Fig.1 can be used for determination of the signals which control actuators. Time variation of the system input quantities causes that inaccuracy of the data delivered at inputs of the actuators depend not only on properties of measuring instruments but also on delays arising during the data propagation from the input to the output of the system. Bearing this fact into mind, the system generally should be treated as a distributor of resources (Fig.2) which are necessary to measure instantaneous values of the input quantities, process the measured data and transmit the results to the actuators. In this situation, a general model of measurement task realization in the system can be presented as it is shown in Fig.3. This model includes both metrological properties of measuring instruments and delays introduced by usage of the system resources.

The basis for the model is description of a single measurement in the system as quantization process shown in Fig.4. The quantizer characteristic is given by Eq. (11) and shown in Fig.7a. The quantization error is described in probabilistic categories and its probability density function presents Fig.7b. Basing on the quantization process description, one obtains the model of a measurement result given by Eq. (16). Using then the schemes of conversion chains, shown in Figs.8 and 9, it is possible to determine a model of the result at the output of the typical analog to digital chain, called sampling transducer and shown in Fig.10, which performs measurements of instantaneous values of the input quantity. Series of data, obtained at its output, are digitally processed in the system in the way described by the algorithm given in Eq. (30). The algorithm output result, treated as the final result of processing in the system, is described by Eq. (33).

After separating description of the errors from Eq. (33), one can obtain the error model of a single result at the system output in the form (36) and then the error model of the system (37). One kind of the errors, included by the system error model, is caused by delays introduced during measurement task realization in the system, as it is shown in Fig.11. Fig 14 graphically

presents exemplary mathematical relationships describing the process of arising the delay in probabilistic categories. This allows to determine the delay error distribution shown in Fig.15a.

The uncertainty of the results at system outputs may be obtained using the definition (41) which, for a given probability density function of the error, has the form (42). Application of reductive interval arithmetic allows calculating the output result uncertainty by using the matrix equation (52). Equations (53) describe calculation process of all uncertainties, so they can be interpreted as the uncertainty model of the system.

Wpłynęło do Redakcji dnia 2 kwietnia 2004 r.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Janusz Jaworski