ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2004
Seria: ELEKTRYKA z. 190 Nr kol. 1630

Maria BOJARSKA, Janusz GUZIK
Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej

ZASTOSOWANIE FUNKCJI AUTOKORELACJI DO KOMPARACJI AMPLITUD SYGNAŁÓW SINUSOIDALNYCH O KROTNYCH CZĘSTOTLIWOŚCIACH

Streszczenie. W artykule przedstawiono ocenę możliwości zastosowania funkcji autokorelacji do komparacji amplitud sygnałów sinusoidalnych o krotnych częstotliwościach. Przeanalizowano wpływ wybranych parametrów związanych z torem wielkości mierzonej i z zastosowanym algorytmem numerycznego całkowania na błąd komparacji.

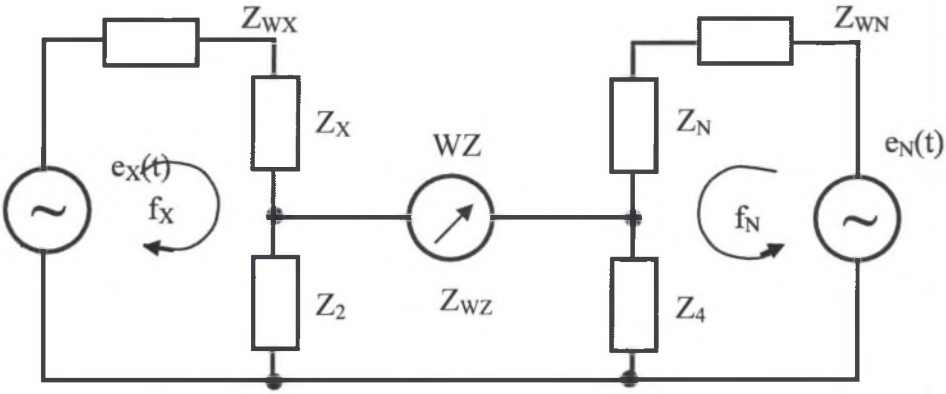
USE OF AUTOCORRELATION FUNCTION FOR COMPARISON OF MULTIPLE FREQUENCY SINUSOIDAL SIGNAL AMPLITUDES

Summary. The paper presents the possibility of using autocorrelation function for comparison of multiple frequencies amplitudes of sinusoidal signals. The influence of the selected parameters connected with the measuring quantity channel and the applied numerical integration algorithm on the comparison error is analysed.

1. WPROWADZENIE

Przy opracowywaniu nowych metod diagnostycznych izolacji elektrycznej konieczne jest dysponowanie narzędziem pomiarowym umożliwiającym pomiar składowych impedancji (w celu określenia np. względnej przenikalności elektrycznej ε_r lub współczynnika strat dielektrycznych $tg\delta$) w dostatecznie szerokim zakresie częstotliwości [4, 5]. W tym celu można wykorzystać zarówno układy aktywnych, równonapięciowych komparatorów, jak i odpowiednio zaadaptowane klasyczne układy mostkowe [3, 4, 5, 6].

W pracy [6] przeanalizowano dwuźródłowy mostek, przedstawiony na rys. 1, zasilany napięciami $e_X(t)=|E_X|\sin(2\pi f_X t)$ i $e_N(t)=|E_N|\sin(2\pi f_N t)$ o jednakowych amplitudach: $|E_X|=|E_N|$, lecz o krotnych częstotliwościach f_X, f_N, tj. częstotliwościach spełniających relację: $\frac{f_X}{f_N}=(k)^{\pm 1}$, gdzie $k=1,2,3....$. Można pokazać, że w przypadku zastosowania napięciowego wskaźnika zera WZ o impedancji wewnętrznej spełniającej warunek: $|Z_{WZ}(f_X, f_N)| \to \infty$ - uzyskuje się równanie równowagi $U_{WZ} = 0$ następującej postaci:



Rys.1. Schemat ideowy analizowanego dwuźródłowego mostka
Fig.1. Schematic diagram of analysed two-source bridge

$$\underbrace{\frac{Z_2 Z_{WZ}}{Z_X Z_2 + (Z_X + Z_2)\left(Z_{WZ} + \frac{Z_N Z_4}{Z_N + Z_4}\right)}}_{f_X} = \underbrace{\frac{Z_4 Z_{WZ}}{Z_N Z_4 + (Z_N + Z_4)\left(Z_{WZ} + \frac{Z_X Z_2}{Z_X + Z_2}\right)}}_{f_N}, \tag{1a}$$

gdzie lewa strona równania (1a) jest funkcją częstotliwości f_X , a prawa strona - częstotliwości f_N . Stąd po przekształceniach:

$$Z_X(f_X) = \frac{Z_2(f_N)}{Z_4(f_N)} Z_N(f_N), \tag{1b}$$

a wtedy błąd częstotliwościowy pomiaru impedancji Z_X jest równy [5, 6]:

$$\delta_{Z_X}(f_X) = \delta_{Z_2}(f_X). \tag{2}$$

Dla przykładowego mostka [6] o wartościach impedancji (por.rys.1):

$$Z_X(f_X) = R_X + \frac{1}{j2\pi f_X C_X} = \frac{1}{j2\pi f_X C_X}(1 + tg\delta_X),$$
$$Z_N(f_N) = R_N + \frac{1}{j2\pi f_N C_N} = \frac{1}{j2\pi f_N C_N}(1 + tg\delta_N),$$

$$Z_2(f_X) = R_2,\ Z_4(f_N) = R_4,$$

równania równowagi (1b) dla pomiaru składowych $(R_X;C_X)$ lub $(C_X;tg\delta_X)$ impedancji $Z_X(f_X)$ opisują następujące zależności:
- dla pomiaru składowych $(R_X;C_X)$:

$$R_X = \frac{R_2}{R_4} \cdot R_N \tag{3a}$$

i

$$C_X = \frac{R_4}{R_2} \cdot \frac{f_N}{f_X} \cdot C_N \, , \tag{3b}$$

- dla pomiaru składowych $(C_X;tg\delta_X)$:

$$C_X = \frac{R_4}{R_2} \cdot \frac{f_N}{f_X} \cdot C_N \tag{4a}$$

i

$$tg\delta_X = 2\pi f_X R_X C_X = 2\pi f_N R_N C_N \, . \tag{4b}$$

Wówczas błędy częstotliwościowe $\delta_{R_X}(f_X)$ i $\delta_{C_X}(f_X)$ pomiaru składowych $(R_X;C_X)$ są sobie równe i wynoszą:

$$\delta_{R_X}(f_X) = \delta_{C_X}(f_X) = \delta_{R_2}(f_X) \, , \tag{5a}$$

natomiast przy pomiarze składowych $(C_X;tg\delta_X)$:

$$\delta_{C_X}(f_X) = \delta_{R_2}(f_X) \, , \tag{6a}$$

i

$$\delta_{tg\delta_X}(f_X) = 0 \quad . \tag{6b}$$

Obowiązywanie zależności (6b) oznacza, że zastosowanie przykładowego mostka RC o ogólnym schemacie przedstawionym na rys.1 do pomiaru współczynnika strat dielektrycznych $tg\delta_x$ przy dowolnej częstotliwości f_X umożliwia pomiar $tg\delta_x$ z zerowym błędem częstotliwościowym $\delta_{tg\delta_x}(f_X) = 0$ i z niepewnością $\pm \delta_{tg\delta_x}(f_X) = 0$ równą wprost niepewności $\pm \delta_{tg\delta_N}(f_N)$ zastosowanego wzorca impedancji Z_N (por. wzór (4b)):

$$\pm \delta_{tg\delta_X}(f_X) = \pm \delta_{tg\delta_N}(f_N) .$$

Stanowiło to przesłankę do opracowania optymalnej metody porównywania (komparacji) amplitud sygnałów sinusoidalnych, oznaczonych dla uproszczenia w dalszym ciągu w pracy w gólny sposób: $w_X(t)$ oraz $w_N(t)$, przy czym (por. rys. 1):

$$w_X(t) \equiv u_{Z_2}(t) \tag{7a}$$

i

$$w_N(t) \equiv u_{Z_4}(t) . \tag{7b}$$

2. PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI

W pracy [9] dokonano przeglądu możliwych do zastosowania metod komparacji amplitud sygnałów sinusoidalnych $w_X(t)$ oraz $w_N(t)$ o krotnych częstotliwościach. Jednym z wniosków z tej pracy, a także z analiz zawartych w pracach [1, 2, 7], jest możliwość zastosowania do tego celu funkcji autokorelacji sygnałów $w_X(t)$ oraz $w_N(t)$ zdefiniowanych następująco [7, 9]:

$$R_X(\tau_X) = \frac{1}{T_X} \int_{t_i}^{t_i+T_X} w_X(t) w_X(t+\tau_X) dt$$

i (8)

$$R_N(\tau_N) = \frac{1}{T_N} \int_{t_i}^{t_i+T_N} w_N(t) w_N(t+\tau_N) dt ,$$

gdzie: $w_X(t) = |W_{mX}| \sin(\Omega_X t + \varphi_X)$ i $w_N(t) = |W_{mN}| \sin(\Omega_N t + \varphi_N)$. Po wykonaniu zaznaczonych działań otrzymuje się odpowiednio:

$$R_X(\tau_X) = \frac{W_{mX}^2}{2} \cos(\Omega_X \tau_X) \tag{9a}$$

i

$$R_N(\tau_N) = \frac{W_{mN}^2}{2} \cos(\Omega_N \tau_N) . \tag{9b}$$

Doprowadzenie do równowagi mostka o schemacie wg rys. 1 jest równoznaczne ze stwierdzeniem równości amplitud $|W_{mX}| = |W_{mN}|$ analizowanych sygnałów $w_X(t)$ oraz $w_N(t)$, przy czym równość ta pozostaje słuszna także dla kwadratów amplitud $|W_{mX}|$ i $|W_{mN}|$, tzn. dla:

$$W_{mX}^2 = W_{mN}^2 . \tag{10a}$$

Wtedy to z równości (10a) wynika równość stron wzorów (9a) i (9b) przekształconych w następujący sposób:

$$W_{mX}^2 = \frac{2R_X(\tau_X)}{\cos(\Omega_X \tau_X)} = \frac{2R_N(\tau_N)}{\cos(\Omega_N \tau_N)} = W_{mN}^2 . \tag{10b}$$

Ostatecznie, równowagę $|W_{mX}| = |W_{mN}|$ mostka wg rys.1 można stwierdzić sprawdzając obowiązywanie równości:

$$\frac{R_X(\tau_X)}{\cos(\Omega_X \tau_X)} = \frac{R_N(\tau_N)}{\cos(\Omega_N \tau_N)}, \tag{11a}$$

którą można jeszcze uprościć, doprowadzając do postaci:

$$R_X(\tau_X) = R_N(\tau_N), \tag{11b}$$

co występuje dla:

$$\cos(\Omega_X \tau_X) = \cos(\Omega_N \tau_N) \text{ lub } \frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N}. \tag{11c}$$

Należy podkreślić, że wartości stosunków $\frac{\tau_X}{T_X}$ i $\frac{\tau_N}{T_N}$ nie mogą być dobierane w sposób dowolny; w szczególności nie mogą one przyjmować wartości, dla których: $\cos(\Omega_X \tau_X) = \cos(\Omega_N \tau_N) = 0$, czyli dla: $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \neq \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$.

Z praktycznego punktu widzenia korzystne jest przyjmowanie niewielkich wartości stosunków, np. $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} = \left\{\frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{6}\right\}$ - co ma wpływ m.in. na szybkość obliczeń wartości funkcji autokorelacji: $R_X(\tau_X)$ I $R_N(\tau_X)$. Ostatecznie, z zależności (11b) wynika możliwość stwierdzenia stanu równowagi mostka: $|W_{mX}| = |W_{mN}|$ - na podstawie obowiązywania równości odpowiednich całek:

$$\frac{1}{T_X} \int_{t_i}^{t_i + T_X} w_X(t) w_X(t + \tau_X) dt = \frac{1}{T_N} \int_{t_i}^{t_i + TN_X} w_N(t) w_N(t + \tau_N) dt \tag{12}$$

gdzie: $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \neq \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$.

W przypadku braku stanu równowagi mostka z rys. 1 - należy odpowiednio zmienić nastawę impedancji $\{Z_4, Z_N\}$ umieszczonych w torze wielkości wzorcowej (odniesienia), a potem ponownie sprawdzić relację (12). Sam proces równoważenia mostka może być szybki, zwłaszcza że wyznaczenie całek występujących w relacji (12) na drodze numerycznej nie jest uciążliwe i może być wykonane za pomocą standardowych algorytmów numerycznych realizujących np. metodę prostokątów, metodę trapezów lub metodę Simpsona [8].

Na zakończenie osobnego ustosunkowania wymaga kwestia oszacowania błędu δ_n numerycznego wyznaczania wartości funkcji autokorelacji: $R_X(\tau_X)$ i $R_N(\tau_N)$. Odpowiednie oszacowanie wartości błędu δ_N w zależności od liczby N pobranych próbek przedstawiono w tablicy 1 [9].

Tablica 1

Przykładowe wartości błędu δ_N
numerycznego wyznaczania wartości funkcji autokorelacji $R_X(\tau_X)$ i $R_N(\tau_N)$
w zależności od liczby N pobranych próbek

<table>
<tr><td rowspan="2">Nazwa metody</td><td colspan="4">$\delta_N = f(N)$ %</td></tr>
<tr><td>$N = 10$</td><td>$N = 100$</td><td>$N = 1000$</td><td>$N = 10000$</td></tr>
<tr><td>Metoda prostokątów</td><td rowspan="2">0,044</td><td rowspan="3" colspan="3">0,051</td></tr>
<tr><td>Metoda trapezów</td></tr>
<tr><td>Metoda Simpsona</td><td>0,051</td></tr>
</table>

Wartość tego błędu dla liczby $10 \leq N \leq 10000$ pobranych próbek jest rzędu 0,05%, co oznacza, że praktycznie błąd δ_N numerycznego wyznaczania wartości funkcji autokorelacji można w dalszych rozważaniach pominąć.

3. WPŁYW ZAWARTOŚCI HARMONICZNYCH W TORZE WIELKOŚCI MIERZONEJ W_X (T) NA BŁĄD KOMPARACJI SYGNAŁÓW W_X(T) I W_N(T)

Zakłada się, że w torze wielkości mierzonej mostka o impedancjach $\{Z_X, Z_2\}$ (por. rys. 1), czyli w sygnale sinusoidalnym $w_X(t) \equiv u_{Z_2}(t)$ występują harmoniczne postaci: $\Delta(t) = |A_k| \sin(k\Omega_X t + \varphi_k)$, gdzie symbolami $|A_k|, \varphi_k$ oznaczono amplitudę i kąt fazowy k-tej harmonicznej ($k \geq 2$).

Pojawienie się harmonicznych w torze wielkości mierzonej w_X powoduje obowiązywanie wg wzoru (11b) nowej relacji:

$$R_X^{'}(\tau_X) = R_N(\tau_N), \tag{13a}$$

gdzie:

$$R_X^{'}(\tau_X) = \frac{1}{T_X} \int_{t_i}^{t_i + T_X} w_X(t) w_X(t + \tau_X) dt + \frac{1}{T_X} \int_{t_i}^{t_i + T_X} \Delta(t) \Delta(t + \tau_X) dt =$$

$$= \frac{w_{mX}^2}{2} \cos(\Omega_X \tau_X) + \frac{A_k^2}{2} \cos(\Omega_X \tau_X); k \geq 2, \ \frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \neq \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$$

Wynika stąd błąd komparacji $|\delta_K|$ amplitud $|W_{mX}|$ i $|W_{mN}|$ zdefiniowany następująco:

$$|\delta_K| = \left|\frac{R_X^{\cdot}(\tau_X) - R_X(\tau_X)}{R_X(\tau_X)}\right| \cdot 100\% = \left|\frac{A_k^2 \cos(k\Omega_X \tau_X)}{w_{mX}^2 \cos(k\Omega_X \tau_X)}\right| \cdot 100\% . \tag{13b}$$

Podstawiając następnie do wzoru (13b): $|A_k| = a|W_{mX}|$, gdzie: $0 \le a \le 1$, $k \ge 2$ - po przekształceniach można zapisać:

$$|\delta_K| = a^2 \cdot \left|\frac{\cos(k\Omega_X \tau_X)}{\cos(\Omega_X \tau_X)}\right| \cdot 100\% = a^2 \cdot \left|\frac{\cos(2\pi k \frac{\tau_X}{T})}{\cos(2\pi \frac{\tau_X}{T})}\right| \cdot 100\% . \tag{13c}$$

i

$$\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \ne \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$$

Wartość błędu $|\delta_K|$ może osiągać wartości: $|\delta_K| = \min$ lub $|\delta_K| = \max$ dla wartości stosunków $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \ne \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$ będących rozwiązaniem równania danego w ogólnej postaci:

$$\frac{d}{d(\frac{\tau_X}{T_X})} \left|\frac{\cos(2\pi k \frac{\tau_X}{T_X})}{\cos(2\pi \frac{\tau_X}{T_X})}\right| = 0 , \tag{13d}$$

gdzie: $k \ge 2$. W dalszym ciągu oszacowano wartości błędu komparacji $|\delta_K|$ amplitud $|W_{mX}|$ i $|W_{mN}|$ dla 2 i 3 harmonicznej:

- k=2

$$|\delta_K| = a^2 \cdot \left|\frac{2\cos^2(\Omega_X \tau_X) - 1}{\cos(\Omega_X \tau_X)}\right| \cdot 100\% = a^2 \cdot \left|2\cos(\Omega_X \tau_X) - \frac{1}{\cos(\Omega_X \tau_X)}\right| \cdot 100\% , \tag{14a}$$

- k=3

$$|\delta_K| = a^2 \cdot \left|\frac{4\cos^3(\Omega_X \tau_X) - 3\cos(\Omega_X \tau_X)}{\cos(\Omega_X \tau_X)}\right| \cdot 100\% = a^2 \cdot \left|4\cos^2(\Omega_X \tau_X) - 3\right| \cdot 100\% , \tag{14b}$$

gdzie: $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \ne \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$

Przykładowo, w tablicy 2 zamieszczono postacie funkcyjne błędu komparacji $|\delta_K|$ amplitud $|W_{mX}|$ i $|W_{mN}|$ dla 2 i 3 harmonicznej przy wartości stosunków $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N}$ wybranych ze zbioru $\left\{\frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{6}\right\}$.

Tablica 2

Postacie funkcyjne błędu komparacji $|\delta_K|$ amplitud $|W_{mX}|$ i $|W_{mN}|$ dla 2 i 3 harmonicznej przy niektórych wartościach stosunków $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N}$

Błąd komparacji $\lvert\delta_K\rvert$	Numer harmonicznej k	$\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} = \frac{1}{12}$	$\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} = \frac{1}{8}$	$\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} = \frac{1}{6}$
	2	$\lvert\delta_K\rvert = \left\lvert\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right\rvert \cdot a^2 \cdot 100\% \approx$ $\approx 0{,}57a^2 \cdot 100\%$	0	$\lvert\delta_K\rvert = a^2 \cdot 100\%$
	3	0	$\lvert\delta_K\rvert = a^2 \cdot 100\%$	$\lvert\delta_K\rvert = 2a^2 \cdot 100\%$
Oznaczenia: $0 \le a = \frac{A_k}{W_{mX}} \le 1$ - zawartość k-tej harmonicznej				

Wynika stąd, że dla zawartości 2 i 3 harmonicznej sygnału $w_X(t) \equiv u_{Z_2}(t)$ - rzędu $a \approx 0 - 0{,}20$ wartość błędu komparacji $|\delta_K|$ zdefiniowanego wzorem (13b) jest w przybliżeniu wprost proporcjonalna do kwadratu wartości tego współczynnika. Ponadto wartość błędu komparacji $|\delta_K| = 0$ dla 2 harmonicznej sygnału przy wartościach stosunków $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} = \frac{1}{8}$, a dla 3 harmonicznej sygnału dla $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} = \frac{1}{12}$. Otrzymany wynik pozwala zatem na praktyczne wyeliminowanie wpływu 2 harmonicznej na wynik komparacji sygnałów $w_X(t)$ i $w_N(t)$.

4. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Podstawowym wnioskiem z przeprowadzonej w niniejszej pracy analizy jest możliwość zastosowania funkcji autokorelacji $R_X(\tau_X)$ i $R_N(\tau_N)$ do komparacji amplitud $|W_{mX}|$ i $|W_{mN}|$ sygnałów sinusoidalnych:

$$w_X(t) = |W_{mX}|\sin(\Omega_X t + \varphi_X) \text{ i } w_N(t) = |W_{mN}|\sin(\Omega_N t + \varphi_N)$$

o krotnych częstotliwościach – przy praktycznym uniezależnieniu się od wartości kątów fazowych φ_X i φ_N porównywanych sygnałów (por. wzory (9a) - (9b)). Dla zawartości a najbliższej parzystej ($k = 2$) i nieparzystej ($k = 3$) harmonicznej sygnału $w_X(t) \equiv u_{Z_2}(t)$ - wartość błędu komparacji $|\delta_K|$ jest w przybliżeniu wprost proporcjonalna do kwadratu wartości tego współczynnika, tzn. $|\delta_K| \approx a^2$. Występująca natomiast zależność błędu komparacji $|\delta_K|$ od wartości stosunku $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N}$ wykazuje istnienie określonych ekstremów (maksimów i minimów), wyznaczonych w ogólnej postaci z zależności (13d). Interesujące z metrologicznego punktu widzenia wartości stosunków $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N}$ odpowiadające minimum, czyli relacji $|\delta_K| = 0$ - są inne dla parzystych ($i = 2$), a inne dla nieparzystych ($i = 3$) harmonicznych (por. tablica 2).

LITERATURA

1. Bojarska M.: *Ocena przenoszenia sygnałów stochastycznych przez liniowe przetworniki pomiarowe*,.Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska. Gliwice 1979.
2. Bojarska M.: *Wpływ szerokości pasma przenoszenia przetwornika pomiarowego na zniekształcenia przenoszonego sygnału stochastycznego*. ZN Pol. Śląskiej, s. Elektryka, z. 108, Gliwice 1989.
3. Bojarska M., Guzik J.: *Ocena wartości stosunku sygnał-szum w równonapięciowym komparatorze admitancji dielektryków przy przetwarzaniu skrajnie małych prądów infraniskiej częstotliwości (10^{-3} – 10)Hz*. ZN Pol. Śląskiej, s. Elektryka, z. 184. Gliwice 2003.
4. Guzik J.: *Szerokopasmowe układy pomiarowe do badań dielektryków*. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1996.
5. Guzik J.: *Błąd częstotliwościowy aktywnych równonapięciowych komparatorów admitancji przeznaczonych do szerokopasmowych badań dielektryków i możliwości jego minimalizacji*. ZN Pol. Śląskiej, s. Elektryka, z. 178. Gliwice 2001.
6. Guzik J.: *Dwuźródłowy układ mostkowy do badań dielektryków zasilany napięciami o krotnych częstotliwościach*. ZN Pol. Śląskiej, s. Elektryka, z. 184. Gliwice 2003.
7. Lal-Jadziak J.: *Korelacyjne metody pomiarowe i ich dokładność*. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze. Zielona Góra 1995.
8. Marciniak A., Gregulec D., Kaczmarek J.: *Podstawowe procedury numeryczne w języku Turbo Pascal*. Wydawnictwo Nakom. Poznań 1997.
9. Panek P.: *Analiza porównawcza metod komparacji sygnałów sinusoidalnych o krotnych częstotliwościach*. Praca dyplomowa magisterska, Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej Politechniki Śląskiej. Gliwice 2003.

Abstract

The paper presents the possibility of using autocorrelation functions $R_X(\tau_X) = \frac{1}{T_X}\int_{t_i}^{t_i+T_X} w_X(t) w_X(t+\tau_X)dt$ and $R_N(\tau_N) = \frac{1}{T_N}\int_{t_i}^{t_i+T_N} w_N(t) w_N(t+\tau_N)dt$, for compari-

son of the amplitudes $|W_{mX}|$ and $|W_{mN}|$ of two sinusoidal signals $w_X(t) = |W_{mX}|\sin(\Omega_X t + \varphi_X)$ and $w_N(t) = |W_{mN}|\sin(\Omega_N t + \varphi_N)$ of multiple frequencies that is the frequencies for which the following relation $\frac{\Omega_X}{\Omega_N} = \frac{T_N}{T_X} = \frac{f_X}{f_N} = (k)^{\pm 1}$ is true, where $k = 1,2,3.....$ The suitable amplitude balance equation $|W_{mX}| = |W_{mN}| \Leftrightarrow R_X(\tau_X) = R_N(\tau_N)$, when $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N} \neq \frac{2n+1}{4}, n = 1,2,3,....$ can be further used when making wide-band dielectric measurements in the two-source bridge circuit shown in Fig.1. The influence of the harmonics content $a = \frac{|A_k|}{|W_{mX}|}$, where $\Delta(t) = |A_k|\sin(k\Omega_X t + \varphi_k)$ and of the ratio $\frac{\tau_X}{T_X} = \frac{\tau_N}{T_N}$ on the comparison error $|\delta_K|$ is analysed.

Wpłynęło do Redakcji dnia 4 maja 2004 r.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Leszek Kiełtyka