ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994
Seria: GÓRNICTWO z. 219 Nr kol. 1234

Stanisław **KOWALIK**
Katedra Organizacji i Ekonomiki Górnictwa
Politechniki Śląskiej

PODEJMOWANIE DECYZJI GRUPOWYCH NA PODSTAWIE TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę podejmowania decyzji grupowych na podstawie indywidualnych preferencji decyzji poszczególnych członków grupy. Preferencje społeczną grupy określono w postaci relacji rozmytej. Wykorzystując α-przecięcie zbioru rozmytego wyznaczono grupowe uporządkowanie preferencyjne dla wszystkich decyzji.

MAKING GROUP DECISIONS ON THE BASIS OF THE THEORY OF FUZZY SETS

Summary. The paper presents a method of making group decisions on the basis of individual preferences of the members of the group. Social preference of the group has been defined in the from of a fuzzy relation. Making use of α-cut of a fuzzy set, a group ordered set preferential for all the decisions has been determined.

ПРИНЯТИЕ ГРУППОВЫХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РАЗМЫТЫХ МНОЖЕСТВ

Резюме. В работе представляется метод принятия групповых решений на основании индивидуальных преференций решений отдельных членов группы. Общественная преференция группы определяется в виде размытого соотношения. С использованием α-пересечения размытого множества определяется групповой преференциальный порядок для всех решений.

1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Będziemy rozważać sytuację, w której mamy do czynienia z decydentem zbiorowym i każdy z członków grupy ma możliwość podjęcia pewnej liczby decyzji. Różne decyzje są bardziej lub mniej preferowane przez poszczególnych członków grupy. Będziemy rozpatrywać zadanie, jak otrzymać na podstawie uporządkowań preferencyjnych poszczególnych członków grupy pewne uporządkowanie preferencyjne właściwe dla całej grupy. Posłużymy się tu podejściem wykorzystującym teorie zbiorów rozmytych zaproponowanym przez Blina [1] oraz Blina i Whinstona [2], omawianym także w pracy [8]. Przyjmujemy następujący model podejmowania decyzji. Dane są:
$A = (a_1, \dots, a_m)$ - zbiór decyzji,
$B = (b_1, \dots, b_n)$ - zbiór decydentów (członkowie grupy),
$O_k \subset AxA$ - uporządkowanie preferencyjne (nierozmyte) k-tego decydenta. Jeżeli decydent preferuje bardziej a_i niż a_j, to para decyzji $(a_i, a_j) \in O_k$, co zapisujemy w postaci $a_i > a_j$.

Uporządkowania preferencyjne decyzji różnych decydentów mogą być różne, a nawet sprzeczne ze sobą. Naszym zadaniem będzie znaleźć takie jedno uporządkowanie preferencyjne decyzji, aby było ono najbardziej odpowiednie i charakterystyczne dla całej grupy. Ogólnie można powiedzieć, że zadaniem podejmowania decyzji grupowych jest określenie pewnego odwzorowania

$$(O_1, O_2, \dots, O_n) \rightarrow O_O . \tag{2}$$

Jest to wyznaczenie z uporządkowań preferencyjnych poszczególnych decydentów pewnego najadekwatniejszego uporządkowania preferencyjnego grupowego O_O.

Definicja 1 [8]

Grupowe uporządkowanie preferencyjne nazywamy preferencją społeczną i określamy jako relację rozmytą $R \subset AxA$ o funkcji przynależności

$$\mu_R : AxA \rightarrow [0,1]. \tag{2}$$

Wartości funkcji przynależności μ_R (a_i, a_j) określają stopień preferencji decyzji a_i nad a_j.

Rozmytość w określaniu uporządkowania preferencyjnego decyzji dla całej grupy wyraża się tutaj poprzez funkcje przynależności μ_R, której wartości są ułamkami z przedziału [0,1]. Przykładowo, jeżeli wszyscy decydenci uważają, że decyzja "a" jest bardziej preferowana niż "b", to możemy uznać, że preferencja społeczna (grupowa) też jest taka, że a>b. Przyjmujemy wtedy, że

$$\mu_R (a,b) = 1 \tag{3}$$

Jeżeli natomiast część decydentów bardziej preferuje decyzje "a" a część bardziej decyzję "b", to stopień preferencji grupowej "a" nad "b" może wynosić np. 0,7, 0,6 lub 0,3. Możemy powiedzieć, że decyzja "a" jest tylko w pewnym stopniu bardziej preferowana niż "b". Jeżeli mamy do czynienia ze zbiorem n decydentów i m decyzji, to ustalenie kolejności preferencji wszystkich decyzji bardziej komplikuje się.

2. PODSTAWOWE POJĘCIA Z TEORII ZBIORÓW ROZMYTYCH

2.1. Określenie zbioru rozmytego

Podamy tu tylko kilka podstawowych pojęć z teorii zbiorów rozmytych wykorzystywanych w tej pracy. Bardziej dokładne omówienie tych pojęć oraz opis teorii zbiorów rozmytych można znaleźć w pracach [3; 4; 5; 6; 7; 7; 9; 10].

W klasycznej teorii zbiorów każdy zbiór ma jednoznacznie określone granice oddzielające elementy należące do niego od nie należących. Jeżeli mamy zbiór A i element x, to możemy stwierdzić, czy element x należy do zbioru A, czy też nie należy. Oznaczmy przez X przestrzeń wszystkich rozpatrywanych elementów x. W tej przestrzeni jest określona funkcja charakterystyczna zbioru A [3; 4; 6; 8]. Ta funkcja zdefiniowana jest następująco

$$\forall x \in X, \quad \chi_A(x) = \begin{cases} 1 \text{ dla } x \in A, \\ 0 \text{ dla } x \notin A. \end{cases} \tag{4}$$

Funkcja charakterystyczna χ_A odwzorowuje przestrzeń X w zbiór (0,1).

W wielu przypadkach, gdy operuje się pojęciami charakterystycznymi w sposób nieprecyzyjny, występują trudności w określeniu przynależności elementu do danego zbioru. Funkcja charakterystyczna określona wzorem (4) jest wtedy niewygodna i mocno ograniczająca zastosowanie jej do sytuacji niedokładnie określonych. Zadeh w swej pracy [10] wprowadził pojęcie zbioru rozmytego. Zbiór rozmyty ma taką własność, że jego funkcja określająca przynależność elementu do zbioru odwzorowuje przestrzeń X w odcinek [0,1]. Jest to więc rozszerzenie przeciwdziedziny funkcji charakterystycznej określonej wzorem (4) na odcinek [0,1].

Definicja 2[4]

Zbiorem rozmytym A określonym na przestrzeni X jest zbiór uporządkowanych par:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \ \text{dla } x \in X \}, \tag{5}$$

gdzie μ_A jest funkcją przynależności zbioru A.

Przykład 1

Niech X oznacza zbiór numerów zakresów grubości pokładu węgla przy eksploatacji z podsadzką suchą {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9},

A - oznacza numer średni,

B - oznacza numer duży.

Funkcje przynależności zbiorów rozmytych A i B mogą być następujące:

$\mu_A(1) = 0,$ $\mu_B(1) = 0,$

$\mu_A(2) = 0,$ $\mu_B(2) = 0,$

$\mu_A(3) = 0{,}6,$ $\mu_B(3) = 0,$

$\mu_A(4) = 0{,}8,$ $\mu_B(4) = 0{,}1,$

$\mu_A(5) = 1,$ $\mu_B(5) = 0{,}4,$

$\mu_A(6) = 0{,}8,$ $\mu_B(6) = 0{,}6,$

$\mu_A(7) = 0{,}6,$ $\mu_B(7) = 0{,}8,$

$\mu_A(8) = 0,$ $\mu_B(8) = 1,$

$\mu_A(9) = 0,$ $\mu_B(9) = 1.$

Przykład 2

Niech X = R będzie przestrzenią liczb rzeczywistych utożsamioną z głębokością pokładu węgla, a A zbiorem liczb określających głębokość pokładu dużo większą od 150. Funkcję przynależności zbioru A możemy określić następująco

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq 150, \\ \dfrac{1}{1+150(x-150)^{-1}} & \text{dla } x > 150. \end{cases}$$

2.2. Obcięcie zbioru rozmytego

Definicja 3

α-obcięciem zbioru rozmytego A nazywamy zbiór A_α określony następująco

$$A_\alpha = \{\, x \in X : \ \mu_A(x) \geq \alpha \,\}, \quad \alpha \in [0,1]. \tag{6}$$

2.3 Określenie relacji rozmytej

W teorii mnogości jednym z podstawowych pojęć jest pojęcie relacji między dwoma niepustymi zbiorami X i Y, definiowanej jako podzbiór iloczynu kartezjańskiego XxY. Podamy teraz definicję relacji wielowartościowej [3; 4; 6; 8].

Definicja 4

Relacją rozmytą między dwoma niepustymi zbiorami X i Y nazywamy podzbiór rozmyty R iloczynu kartezjańskiego XxY. Funkcja przynależności μ_R jest odwzorowaniem typu

$$\mu_R : XxY \rightarrow [0,1]. \tag{7}$$

Wartości funkcji przynależności $\mu_R(x,y)$ interpretujemy jako stopień powiązania miedzy elementami $x \in X$ i $y \in Y$.

Jeżeli zbiory X i Y posiadają skończoną liczbę elementów, tj. $X=\{x_1,...,x_m\}$, $Y=\{y_1,...,y_n\}$, to funkcję przynależności μ_R relacji R możemy zapisać w postaci macierzowej

$$\mu_R = [\mu_R(x_i y_j)] = \begin{bmatrix} \mu_R(x_1,y_1),...,\mu_R(x_1,y_n) \\ \\ \mu_R(x_m,y_1),..,\mu_R(x_m,y_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11},...,r_{1n} \\ \\ r_{m1},...,r_{mn} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

gdzie $r_{ij} \in [0,1]$; $i = 1,...,m$; $j = 1,...,n$.

Przykład 3

Dane są zbiory X=Y={0, 1, 2, 3, 4, 5} stanowiące oznaczenia cyfrowe przedziałów energetycznego wskaźnika urabialności według metody ISI. Określamy relację: X jest "dużo większy niż" Y. Relację tę możemy zapisać za pomocą tabeli

X\Y	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
2	0,2	0	0	0	0	0
3	0,5	0,2	0	0	0	0
4	0,8	0,5	0,2	0	0	0
5	1	0,8	0,5	0,2	0	0

3. OKREŚLENIE GRUPOWEJ PREFERENCJI SPOŁECZNEJ

Dla każdego decydenta b_k tworzymy macierz preferencji S_k na podstawie zbioru uporządkowania preferencyjnego O_k.

$$S_k = \left[s_{ij}^k \right], \text{ gdzie } s_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{gdy } (a_i, a_j) \in O_k, \\ 0, & \text{gdy } (a_i, a_j) \notin O_k. \end{cases} \tag{9}$$

Na podstawie macierzy preferencji S_k tworzymy macierz sumaryczną N preferencji indywidualnych

$$N = \sum_{k=1}^{n} S_k . \tag{10}$$

Jako preferencję społeczną całej grupy decydentów przyjmujemy relację rozmytą o stopniach przynależności

$$\mu_R(a_i \cdot a_j) = \frac{1}{n} \cdot n_{ij} . \tag{11}$$

Zadaniem naszym będzie wyznaczenie z tej relacji rozmytej, odzwierciedlającej preferencję społeczną grupy, pewnego nierozmytego uporządkowania preferencyjnego decyzji. Tę procedurę wyznaczania preferencji grupowej będziemy opierać na pojęciu α-obcięcia zbioru rozmytego.

Określamy najpierw α-obcięcie relacji rozmytej R dla parametru $\alpha=\tau$, gdzie τ jest pewnym poziomem akceptacji preferencji w grupie.

$$R_\tau = \{(a_i, a_j) : \mu_R(a_i, a_j) \geq \tau\}. \tag{12}$$

Zbiór R_τ zawiera pary decyzji wchodzących w skład uporządkowania preferencyjnego, dla którego poziom akceptacji nie jest niższy od przyjętego τ w całej grupie. Przytoczymy tutaj metodę zaproponowaną przez Blina [1], a opisana w pracy [8].

1. Należy uporządkować wszystkie elementy macierzy μ_R różne od zera w ciąg silnie malejący $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_s$, tzn. jeżeli w macierzy μ_R kilka elementów na tę samą wartość, to w utworzonym ciągu ta wartość wystąpi tylko jeden raz.
2. Wyznaczamy zbiór R_{τ_1},
3. Sprawdzamy, czy wyznaczony zbiór pozwala na określenie uporządkowania preferencyjnego dla wszystkich decyzji.

   Uwaga.

   Uporządkowanie preferencyjne będzie określone, gdy zbiór R_τ będzie zawierał m (m-1)/2 par decyzji. Każda decyzja musi wystąpić dokładnie w m-1 parach zbioru R_τ. decyzja najbardziej preferowana musi wystąpić m-1 razy na pierwszej pozycji w parach. Decyzja druga pod względem preferencji musi wystąpić m-2 razy na pierwszej pozycji oraz 1 raz na drugiej itd. Najmniej preferowana decyzja wystąpi m-1 razy na drugiej pozycji w parach, natomiast nie pojawi się na pierwszej pozycji.

4. Jeżeli nie da się określić uporządkowania preferencyjnego, to wyznaczamy nowy zbiór R_{τ_i} dla kolejnego i.
5. Ze zbioru tego eliminujemy pary, które wskazują na preferencję sprzeczną z parami zbioru $R_{\tau_{i-1}}$.
6. Należy przejść do punktu 3.
7. Jeżeli udało się określić uporządkowanie preferencyjne w punkcie 4, to jest to koniec obliczeń. Jest to poszukiwane grupowe uporządkowanie preferencyjne.
8. Jeżeli dla i=1,..., s nie udało się na podstawie zbiorów R_{τ_i} określić uporządkowania preferencyjnego decyzji, to stwierdzamy, że takie grupowe uporządkowanie preferencyjne nie istnieje. Stanowiska decydentów są zbyt rozbieżne. Powinni oni przedyskutować i uściślić kryteria ustalenia preferencji oraz ponownie przedstawić bardziej zbliżone swoje stanowiska.

Podamy teraz prosty przykład zastosowania wyżej przedstawionej procedury.

Przykład 4

Dyrektor kopalni powołał grupę dziesięciu decydentów w celu ustalenia ważności i kolejności podjęcia aktualnie pilnych decyzji. Te decyzje oznaczono symbolami:

a - zakup nowego kombajnu węglowego KWB-3RUW/400 i obudowy ścianowej PIOMA 25/45 OZ,

b - zakup nowych komputerów IBM PC i sieci komputerowej UNIX WARE,

c - wysłanie do Anglii grupy pracowników na szkolenie z zakresu nowoczesnego zarządzania,

d - rozbudowa magazynu.

Decydenci przedstawili kolejność preferowania decyzji w następującej postaci:

Decydent	Preferowanie decyzji
b_1	c > a > b > d,
b_2, b_3	b > a > c > d,
b_4	c > d > b > a,
b_5, b_6, b_7	b > a > d > c,
b_8	d > c > a > b,
b_9, b_{10}	a > d > b > c.

Temu zapisowi odpowiadają następujące uporządkowania preferencyjne poszczególnych decydentów:

$O_1 =$ {(c,a), (c,b), (c,d), (a,b), (a,d), (b,d)},

$O_2 = O_3 =$ {(b,a), (b,c), (b,d), (a,c), (a,d), (c,d)},

$O_4 =$ {(c,d), (c,b), (c,a), (d,b), (d,a), (b,a)},

$O_5 = O_6 = O_7 =$ {(b,a), (b,d), (b,c), (a,d), (a,c), (d,c)},

$O_8 =$ {(d,c), (d,a), (d,b), (c,a), (c,b), (a,b)},

$O_9 = O_{10} =$ {(a,d), (a,b), (a,c), (d,b), (d,c), (b,c)}.

Na podstawie tych uporządkowań tworzymy macierze preferencji S_k dla każdego decydenta:

$$S_1 = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad S2 = S3 = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array},$$

$$S_4 = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}, \qquad S_5 = S_6 = S_7 = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array},$$

$$S_8 = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad S_9 = S_{10} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Z tych macierzy tworzymy macierz sumaryczną N.

$$N = \sum_{k=1}^{10} S_k = \begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ \hline a & 0 & 4 & 7 & 8 \\ b & 6 & 0 & 7 & 6 \\ c & 3 & 3 & 0 & 4 \\ d & 2 & 4 & 6 & 0 \end{array}$$

Określamy teraz preferencję społeczną (grupową) jako relację rozmytą o następującej funkcji przynależności

$$\mu_R = \frac{1}{10} \cdot N = \begin{array}{c|cccc} & a & b & c & d \\ \hline a & 0 & 0{,}4 & 0{,}7 & 0{,}8 \\ b & 0{,}6 & 0 & 0{,}7 & 0{,}6 \\ c & 0{,}3 & 0{,}3 & 0 & 0{,}4 \\ d & 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}6 & 0 \end{array}$$

Obliczamy teraz relacje R_τ według wzoru (12):

$R_{\tau=0,8} = \{(a,d)\}$,

$R_{\tau=0,7} = \{(a,c), (a,d), (b,c)\}$,

$R_{\tau=0,6} = \{(a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (b,d), (d,c)\}$.

Na tym obliczenia możemy przerwać, ponieważ dla $R_{\tau=0,6}$ otrzymujemy już uporządkowanie zawierające wszystkie pary. Zbiór $R_{\tau=0,6}$ jest więc poszukiwanym grupowym uporządkowaniem preferencyjnym O_O. Na podstawie zbioru O_O możemy zapisać decyzje w kolejności ich preferowania przez grupę w dogodny, czytelny i zwięzły sposób

$$b > a > d > c.$$

Jest to rozwiązanie wyżej przedstawionego zagadnienia podejmowania decyzji grupowych.

W celu uzupełnienia przedstawiamy także pozostałe R_τ:

$R_{\tau=0,4} = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (b,d), (c,d), (d,b), (d,c)\}$,

$R_{\tau=0,3} = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (b,d), (c,a), (c,b), (c,d), (d,b), (d,c)\}$,

$R_{\tau=0,2} = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (b,d), (c,a), (c,b), (c,d), (d,a), (d,b), (d,c)\}$.

Tak więc najważniejszą decyzją i podjętą w pierwszej kolejności powinna być decyzja o zakupie komputerów i sieci komputerowej dla kopalni. W drugiej kolejności należy zakupić kombajn i obudowę ścianową. Kolejną decyzją jest rozbudowa magazynu. Ostatnią decyzją jest wysłanie pracowników na szkolenie do Anglii.

Przedstawiamy jeszcze inny sposób określania funkcji przynależności relacji rozmytej R reprezentującej preferencję społeczną [8]. Zamiast wzoru (11) można zastosować wzór następujący

$$\mu_R(a_i, a_j) = r_{ij} \begin{cases} (n_{ij} - n_{ji})/n, & \text{gdy} \quad n_{ij} > n_{ji}, \\ 0, & \text{gdy} \quad n_{ij} \le n_{ji}. \end{cases} \tag{13}$$

Przykład 5

Wyznaczymy teraz uporządkowanie grupowe dla dziesięciu decydentów z przykładu 4 stosując wzór (13). Otrzymamy funkcje przynależności μ_R w postaci

$$\mu_R = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Obliczamy kolejne R_τ według wzoru (12):

$R_{\tau=0,6} = \{(a,d)\}$,

$R_{\tau=0,4} = \{(a,c), (a,d), (b,c)\}$,

$R_{\tau=0,2} = \{(a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (b,d), (d,c)\}$.

Otrzymaliśmy uporządkowanie to samo, co poprzednio: b > a > d > c.

Podsumowując możemy stwierdzić, że zaprezentowaną metodę możemy wykorzystać w różnych dziedzinach życia nie tylko w górnictwie. Nadaje ona się tam, gdzie mamy podjąć szereg decyzji, a ważność decyzji ocenia grupa ekspertów. Preferencje decyzji przez poszczególnych ekspertów mogą być różne, a nawet sprzeczne. Zaprezentowana metoda pozwala określać preferencję społeczną (grupową) całego zespołu decydentów. Należy tu nadmienić, że nie zawsze da się określić taką preferencję dla całej grupy decydentów. W przypadku dużej rozbieżności stanowisk ekspertów taka preferencja grupowa nie istnieje. Rozważmy najprostszy przykład.

Niech eksperci b_1 i b_2 mają do dyspozycji dwie decyzje a_1 i a_2. Ekspert b_1 bardziej preferuje decyzję a_1, a ekspert b_2 bardziej a_2. Mamy więc do czynienia z następującymi uporządkowaniami preferencyjnymi:

$$O_1 = \{\{a_1, a_2)\}, \qquad O_2 = \{(a_2, a_1)\}.$$

Są to uporządkowania sprzeczne ze sobą. W takiej sytuacji można by powoływać dodatkowego eksperta lub też eksperci powinni przekonsultować swoje opinie w celu uzgodnienia stanowisk. To samo dotyczy sytuacji, gdy mamy większa liczbę ekspertów i decyzji. Gdy stanowiska ich są zbyt rozbieżne, powinni oni przedyskutować i uściślić kryteria ustalenia preferencji oraz ponownie przedstawić bardziej zbliżone stanowiska.

LITERATURA

[1] Blin J.M.: Fuzzy relations in group decision theory. J. Cybern., 1974, vol, 3.
[2] Blin J.M., Whinston A.B.: Fuzzy stes and social choice. J. Cybern., 1974,vol. 3.
[3] Bolc L., Brodziewicz W., Wójcik M.: Podstawy przetwarzania informacji niepewnej i niepełnej. PWN, Warszawa 1991.
[4] Czogała E., Pedrycz W.: Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych. PWN, Warszawa 1985.
[5] Drewniak J.: Fuzzy relation calculus. Prace Naukowe U.Śl. nr 1063, Katowice 1989.
[6] Drewniak J.: Podstawy teorii zbiorów rozmytych. Skrypt U. Śl. nr 347, Katowice 1984.
[7] Kacprzyk J.: Wieloetapowe podejmowanie decyzji w warunkach rozmytości. PWN, Warszawa 1983.
[8] Kacprzyk J.: Zbiory rozmyte w analizie systemowej. PWN, Warszawa 1986.
[9] Kowalik S.: Wykorzystanie teorii zbiorów rozmytych do podejmowania decyzji. Zesz. .Nauk. Pol. Śl. Seria. Górnictwo (w druku).
[10] Zadeh L.A.: Fuzzy sets. Information and Control, 1965, vol. 8.

Recenzent: Dr hab. Józef **DREWNIAK**

Wpłynęło do Redakcji we wrześniu 1993 r.

Abstract

The paper presents α method of making group decisions on the basis of preferential ordered sets of individual members of the group. The theory of fuzzy sets has been used for determining group decisions. The method of determining group decisions on the basis of this theory has been proposed in the works of Blin [1] and Blin and Whinston [2]. In this method it is assumed that the following data are given:

$A = \{a_1,...,a_m\}$ - a set of decisions,

$B = \{b_1,...,b_n\}$ - a set of decision makers (members of the group),

$Ok \subset AxA$ - an unfuzzy order preferential for k-decision maker.

Preferential orders of decisions of two different decision makers can be different or even contradictory to each other. The problem to be solved is to fine a preferential order of decisions which would be the most characteristic and suitable for all the group.

A group preferential order is called a social preference and is defined as a fuzzy relation $R \subset AxA$ expressed by the membership function $\mu R : AxA \to [0,1]$. The values of the membership function $\mu R(ai, aj)$ determine the ratio of the preference of the decision ai over the decision aj. Fuzziness in determinng a preferential ordered set of decisions for all the group is expressed hare by the membership function μR, the values of which are fractions from the interval [0,1].

The paper presents and makes use of only a few notions from the theory of fuzzy sets. The following notions have been discussed:

- a definition of a fuzzy set,
- a fuzzy set cut,
- a definition of fuzzy relation.

In order to acquaint oneself with the theory of fuzzy sets in a more precise way, professional literature which has been given should be referred to [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10].

The method of determining a group social preference has been presented too. In this case the notion of α-cut of a fuzzy set has been used. At the end there is an example of making a group decision by ten decision makers having four decisions at their disposal.