

Tomasz ADRIKOWSKI, Marian PASKO

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej, Zakład Elektrotechniki i Informatyki

WRAŻLIWOŚĆ FILTRÓW ELIPTYCZNYCH REALIZOWANYCH Z WYKORZYSTANIEM STRUKTUR BIKWADRATOWYCH

Streszczenie. W artykule zbadano wrażliwość charakterystyki częstotliwościowej filtrów eliptycznych na zmianę parametrów składowych struktur bikwadratowych. Dla potrzeb przeprowadzonej analizy wrażliwości wprowadzono parametry opisujące jednoznacznie charakterystykę filtrów. W ramach analizy zaproponowano metodę obliczania odchyłek tych parametrów, dla zadanych odchyłek parametrów struktur. Metoda ta bazuje na wyznaczeniu w sposób numeryczny odpowiednich małoprzyrostowych współczynników wrażliwości. Analizę ograniczono do przypadku filtru znormalizowanego parzystego rzędu. Rozważania zilustrowano przykładem liczbowym.

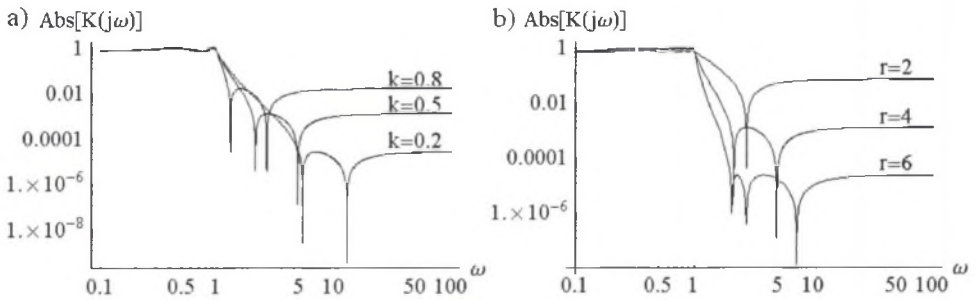
THE SENSITIVITY OF ELLIPTIC FILTERS REALIZED BY USING OF THE BIQUADRATIC STRUCTURES

Summary. In this article the sensitivity of the characteristic of elliptic filters on influences in the change of parameters of the constituent biquadratic structures was tested. For needs of carried out analyzes of the sensitivity the parameters that describe unambiguous the filters' characteristics were brought into effect. Within the confines of this analyze the method of counting the deviations of these parameters for given deviations of the structure parameters was suggested. This method relies on calculating in numerical way the suitable low-incremental coefficients of the sensitivity. This analyze was limited to the case of normalized filter of the even order. Any considerations were illustrated by means of numerical example.

1 WSTĘP

Charakterystyka częstotliwościowa modułu transmitancji przejściowej filtru eliptycznego ma zafalowania zarówno w paśmie przepustowym, jaki i zaporowym. Amplituda zafalowań pasma przepustowego jest zgodna z przyjętą dopuszczalną nierównomiernością tego pasma. Z kolei poziom maksymalny zafalowań w paśmie zaporowym decyduje o realizowanym tłumieniu w tym paśmie. Pomiedzy pasmem przepustowym a zaporowym można wyróżnić pasmo przejściowe, w którym występuje gwałtowny spadek przenoszenia filtru. Stromość charakterystyki filtru eliptycznego w tym obszarze jest większa od stromości uzyskiwanej w

jakimkolwiek innym typie filtru, takim jak m.in.: filtr Bessela, Butterwortha, Czebyszewa I rodzaju, Czebyszewa II rodzaju [1]. Sprawia to, że filtr eliptyczny spośród tych wszystkich rodzajów filtrów jest filtrem o największej osiąganym selektywności. Charakterystykę częstotliwościową filtrów eliptycznych można modelować poprzez przyjęcie odpowiedniego rzędu r oraz poprzez dobór wartości współczynnika całki eliptycznej k ($0 \leq k < 1$) [4, 5]. Jego wartość wpływa na stromość charakterystyki oraz osiąganym minimalnym tłumieniem w paśmie zaporowym. Zwiększenie k powoduje zwiększenie stromości poprzez zawężenie pasma przejściowego, kosztem zmniejszenia osiąganego tłumienia w paśmie zaporowym. Wraz ze wzrostem rzędu r zwiększeniu ulega stromość oraz osiąganym tłumienie, kosztem rozbudowy realizacji układowej. Na rys. 1 przedstawiono wpływ rzędu r oraz wartości współczynnika k na kształt charakterystyki.



Rys. 1. Wpływ rzędu r oraz wartości współczynnika k na kształt charakterystyki częstotliwościowej znormalizowanego filtru eliptycznego: a) charakterystyki filtrów rzędu $r = 4$ dla kilku wartości k ($k = 0.2, 0.5, 0.8$), b) charakterystyki filtrów klasy $k = 0.5$, rzędu $r = 2, r = 4$ i $r = 6$

Fig. 1. Influence of the order r and the value of coefficient k on the shape of the frequency characteristic the normalized elliptic filter: a) the characteristics of the filters order $r = 4$ for a few values k ($k = 0.2, 0.5, 0.8$), b) the characteristics of the filters class $k = 0.5$, for order $r = 2, r = 4$ i $r = 6$

Zaproponowaną w pracy analizę wrażliwości filtrów eliptycznych ograniczono do przypadku filtru znormalizowanego parzystego rzędu. Transmitancję filtru parzystego rzędu r można wyrazić w postaci iloczynu $\frac{r}{2}$ czynników bikwadratowych oraz wypadkowego czynnika stałego. Daje to możliwość zbudowania filtrów w klasie układów aktywnych z użyciem struktur bikwadratowych realizujących poszczególne czynniki bikwadratowe [5, 7]. Czynniki stałe może być realizowany poza strukturami bikwadratowymi, w pojedynczej strukturze proporcjonalnej.

W ramach przeprowadzonej analizy wrażliwości [3, 8] zostanie określony wpływ odchyłek wartości poszczególnych parametrów struktur składowych na kształt charakterystyki filtru. Wpływ odchyłki czynnika stałego pominięto. Odchyłka ta powoduje jedynie łatwe do skompensowania, proporcjonalne przesunięcie całej charakterystyki w kierunku góra-dół.

2. CHARAKTERYSTYKA NOMINALNA

Nominalna charakterystyka częstotliwościowa modułu transmitancji $|K(j\omega)|_n$ jest osiąganym, gdy wszystkie parametry struktur przyjmują wartości nominalne

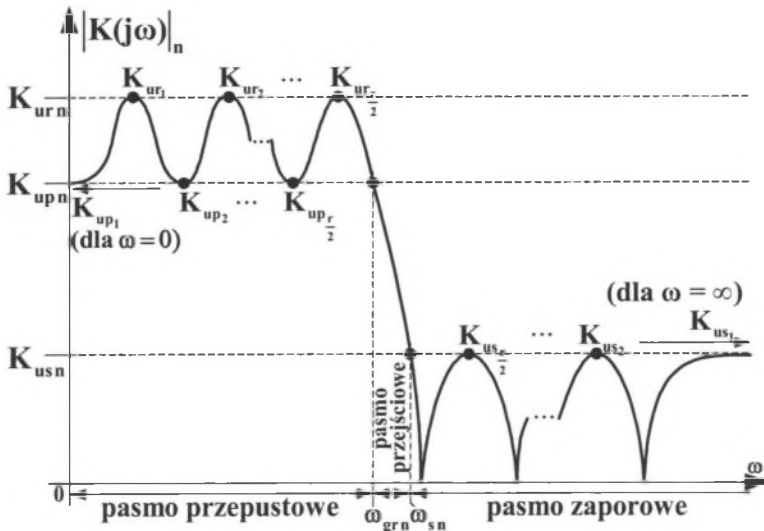
$$|K(j\omega)|_n = K_{u0n} \prod_{i=1}^{\frac{r}{2}} \left| \frac{-\omega^2 + \omega_{z_{in}}^2}{-\omega^2 + j2\sigma_{in}\omega + \omega_{p_{in}}^2} \right|, \tag{1}$$

gdzie:

$\sigma_{in}, \omega_{p_{in}}, \omega_{z_{in}}$ – wartości nominalne parametrów i -tej struktury bikwadratowej,

K_{u0n} – wartość nominalna czynnika stałego.

Na rys. 2 przedstawiono przebieg ogólny nominalnej charakterystyki znormalizowanego filtra eliptycznego parzystego rzędu r .



Rys. 2. Charakterystyka nominalna filtra eliptycznego parzystego rzędu r

Fig. 2. Nominal characteristic of the elliptic filters even order r

Charakterystykę można jednoznacznie opisać za pomocą pięciu parametrów, które w przypadku charakterystyki nominalnej przyjmują wartości nominalne:

- a) K_{urn} – nominalna wartość maksymalna modułu transmitancji napięciowej $|K(j\omega)|_n$ w paśmie przepustowym ($0 < \omega < \omega_{grn}$), równa wszystkim m -tym lokalnym maksimum pasma przepustowego $K_{ur_m} : K_{ur_m} = K_{urn}, m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}$,
- b) K_{upn} – nominalna wartość minimalna $|K(j\omega)|_n$ w paśmie przepustowym, równa wszystkim m -tym lokalnym minimum pasma przepustowego $K_{up_m} : K_{up_m} = K_{upn}, m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}$,
- c) ω_{grn} – nominalna wartość pulsacji granicznej, pulsacja, powyżej której $|K(j\omega)|_n$ spada poniżej wartości K_{upn} ,

- d) K_{usn} – nominalna wartość maksymalna $|K(j\omega)|_n$ w paśmie zaporowym ($\omega_{sn} < \omega < \infty$), równa wszystkim m -tym lokalnym maksimum pasma zaporowego K_{usm} ($m = 2, 3, \dots, \frac{r}{2}$) oraz wartości $K_{usi} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |K(j\omega)|_n$,
- e) ω_{sn} – nominalna wartość pulsacji, poniżej której $|K(j\omega)|_n$ wzrasta powyżej wartości K_{usn} .

Miarą zafalowań w paśmie przepustowym jest nierównomierność pasma przepustowego wyrażona w dB

$$R_{(dB)n} = 20 \log \left(\frac{K_{urn}}{K_{upn}} \right). \quad (2)$$

Pasmo przejściowe ($\omega_{grn} \leq \omega \leq \omega_{sn}$) zawarte między pulsacją ω_{grn} a ω_{sn} charakteryzuje się gwałtownym spadkiem wartości modułu transmitancji. Miarą tego spadku jest średnie nachylenie charakterystyki $N_{dB/oktn}$ wyrażone w dB/okt, określane wg wzoru

$$N_{dB/oktn} = \frac{20 \log \left(\frac{K_{upn}}{K_{usn}} \right)}{\log_2 \left(\frac{\omega_{grn}}{\omega_{sn}} \right)}. \quad (3)$$

3. CHARAKTERYSTYKA ODCHYLONA

W praktyce rzeczywiste wartości parametrów struktur odbiegają od wartości nominalnych, ze względu na rozrzut wartości elementów, z których są zbudowane struktury. Odchylenie od nominalu wartości choćby jednego parametru struktur spowoduje odchylenie charakterystyki od przypadku nominalnego. Odchylona charakterystyka częstotliwościowa modułu tej transmitancji $|K(j\omega)|$ dotyczy więc przypadku, gdy wszystkie parametry struktur przyjmują wartości rzeczywiste

$$|K(j\omega)| = K_{u0} \prod_{i=1}^{\frac{r}{2}} \left| \frac{-\omega^2 + \omega_{z_i}^2}{-\omega^2 + j2\sigma_i\omega + \omega_{p_i}^2} \right|, \quad (4)$$

przy czym

$\sigma_i, \omega_{p_i}, \omega_{z_i}$ – wartości rzeczywiste parametrów i -tej struktury bikwadratowej

$$\sigma_i = \sigma_{in} (1 + \delta\sigma_i), \omega_{p_i} = \omega_{p_{in}} (1 + \delta\omega_{p_i}), \omega_{z_i} = \omega_{z_{in}} (1 + \delta\omega_{z_i}),$$

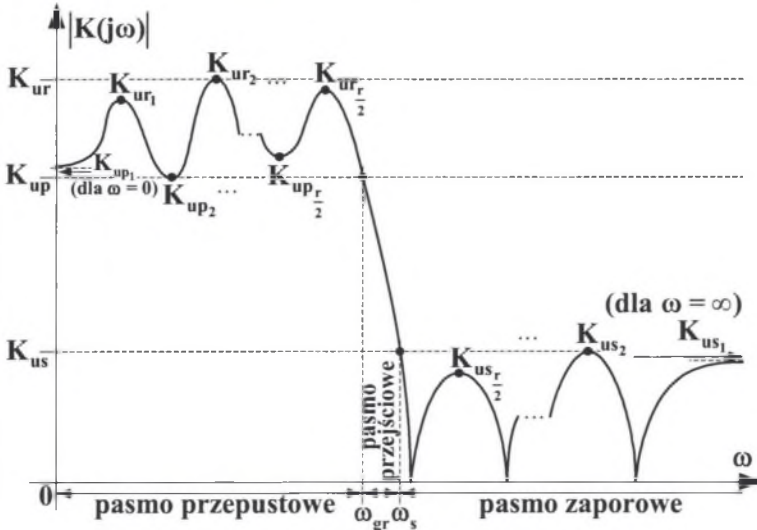
gdzie:

$\delta\sigma_i, \delta\omega_{p_i}, \delta\omega_{z_i}$ – względne odchylenia wartości parametrów $\sigma_i, \omega_{p_i}, \omega_{z_i}$ od wartości nominalnych $\sigma_{in}, \omega_{p_{in}}, \omega_{z_{in}}$,

K_{u0} – wartość rzeczywista czynnika stałego.

Na rys. 3 przedstawiono przebieg ogólny odchylonej charakterystyki znormalizowanego filtru eliptycznego parzystego rzędu r .

Miarą odchylenia charakterystyki od przypadku nominalnego są odchyłki parametrów opisujących charakterystykę, które ulegają odchyleniu od wartości nominalnych $K_{urn}, K_{upn}, \omega_{grn}, K_{usn}, \omega_{sn}$ do wartości odchylonych $K_{ur}, K_{up}, \omega_{gr}, K_{us}, \omega_s$. Sposób definiowania wartości odchylonych różni się od przypadku nominalnego.



Rys. 3. Charakterystyka odchylona filtru eliptycznego parzystego rzędu r

Fig. 3. Deviated characteristic of the elliptic filters even order r

W paśmie przepustowym ($0 < \omega < \omega_{gr}$) m -te wartości K_{ur_m} oraz K_{up_m} nie są sobie równe, wobec czego za parametr K_{ur} należy przyjąć największą spośród m -tych wartości K_{ur_m}

$$K_{ur} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \{K_{ur_m}\}, \quad (5)$$

natomiast za parametr K_{up} należy uznać najmniejszą spośród m -tych wartości K_{up_m}

$$K_{up} = \min_{m=1}^{\frac{r}{2}} \{K_{up_m}\}. \quad (6)$$

Pulsacja graniczna ω_{gr} jest to pulsacja, powyżej której moduł transmitancji spada poniżej wartości K_{up} , natomiast rzeczywista nierównomierność pasma przepustowego wyrażona w dB określona jest zależnością:

$$R_{(dB)} = 20 \log \left(\frac{K_{ur}}{K_{up}} \right). \quad (7)$$

W paśmie zaporowym ($\omega_s < \omega < \infty$) m -te wartości K_{us_m} nie są sobie równe, więc za parametr K_{us} należy przyjąć największą spośród m -tych wartości K_{us_m}

$$K_{us} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \{K_{us_m}\}. \quad (8)$$

Pulsacja ω_s jest to pulsacja, poniżej której moduł transmitancji wzrasta powyżej wartości K_{us} , z kolei średnie nachylenie odchylonej charakterystyki $N_{dB/okt}$ pasma przejściowego ($\omega_{gr} \leq \omega \leq \omega_s$) wyrażone w dB/okt, może być określane według wzoru

$$N_{dB/okt} = \frac{20 \log \left(\frac{K_{up}}{K_{us}} \right)}{\log_2 \left(\frac{\omega_{gr}}{\omega_s} \right)}. \quad (9)$$

4. WSPÓŁCZYNNIKI WRAŻLIWOŚCI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYKI NA ZMIANĘ PARAMETRÓW STRUKTUR

W celu określenia, jak odchyłki wartości poszczególnych parametrów struktur przekładają się na odchylenia parametrów charakterystyki, należy wyznaczyć odpowiednią klasę współczynników wrażliwości [6]. Parametry struktur $\sigma_i, \omega_{p_i}, \omega_{z_i}$ ($i = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}$) tworzą wektor parametrów wpływowych \mathbf{Y} o $\frac{3r}{2}$ elementach

$$\mathbf{Y} = \left[Y_1, Y_2, \dots, Y_i, \dots, Y_{\frac{3r}{2}} \right]^T = \left[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\frac{r}{2}}, \omega_{p_1}, \omega_{p_2}, \dots, \omega_{p_{\frac{r}{2}}}, \omega_{z_1}, \omega_{z_2}, \dots, \omega_{z_{\frac{r}{2}}} \right]^T. \quad (10)$$

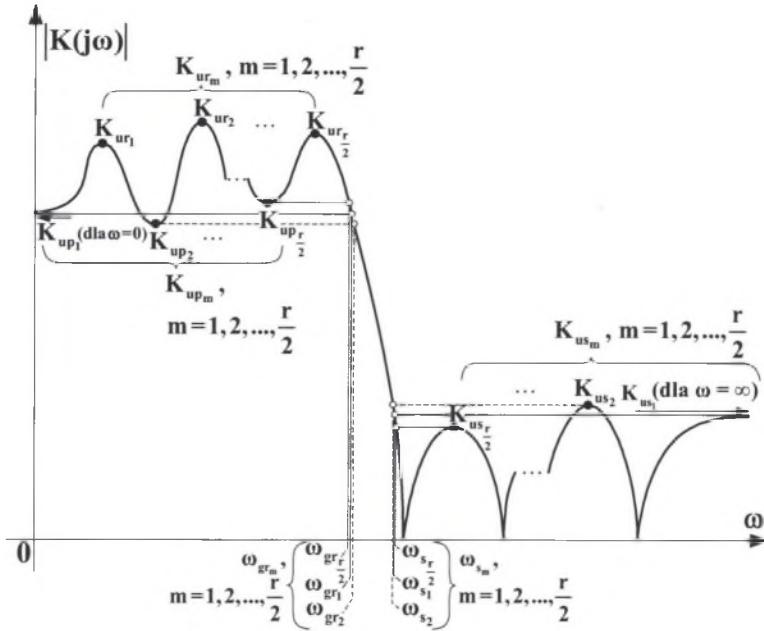
Wartości poszukiwanych współczynników wrażliwości można wyznaczyć numerycznie w $\frac{3r}{2}$ etapach, odchylając charakterystykę filtru w każdym i -tym etapie, poprzez odchylenie od nominału i -tego parametru wpływowego Y_i ze znaną niewielką odchyłką względną δY_i . Na rys. 4 przedstawiono w sposób ogólny tak odchyloną charakterystykę dla odchylonego od nominału i -tego parametru wpływowego (pozostałe parametry struktur przyjmują wartości nominalne). Dla każdego odchylonego i -tego parametru Y_i należy wyznaczyć wszystkie m -te wartości następujących parametrów charakterystyki: $K_{ur_m}, K_{up_m}, \omega_{gr_m}, K_{us_m}, \omega_{s_m}$ ($m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}$). Wartości te zaznaczono na rys. 4. Znaczenie parametrów $K_{ur_m}, K_{up_m}, K_{us_m}$ zostało wyjaśnione przy opisywaniu parametrów charakterystyki odchylonej (por. pkt 3). Wyjaśnienia natomiast wymaga sens parametrów $\omega_{gr_m}, \omega_{s_m}$:

- m -ta wartość parametru ω_{gr_m} jest pulsacją, dla której $|K(j\omega)|$ osiąga m -tą wartość K_{up_m} ,
- m -ta wartość parametru ω_{s_m} jest pulsacją, dla której $|K(j\omega)|$ osiąga m -tą wartość K_{us_m} .

W każdym i -tym etapie wyznaczania całego kompletu współczynników wrażliwości, należy obliczyć współczynniki wrażliwości wszystkich m -tych wartości parametrów

charakterystyki: K_{ur_m} , K_{up_m} , ω_{gr_m} , K_{us_m} , ω_{s_m} , na zmianę i -tego parametru wpływowego Y_i ze znaną odchyłką względną δY_i .

Zakładając, że względne zmiany δY_i parametrów wpływowych są niewielkie, można przyjąć, że wywołują one proporcjonalne zmiany m -tych wartości parametrów charakterystyki: K_{ur_m} , K_{up_m} , ω_{gr_m} , K_{us_m} , ω_{s_m} . Współczynniki obliczone przy uwzględnieniu tego założenia należą do kategorii małoprzystosowanych współczynników wrażliwości.



Rys. 4. Ogólna charakterystyka filtra dla odchylonej od nominalu wartości i -tego parametru struktury ze znaną odchyłką względną δY_i

Fig. 4. General characteristic of the filter for deviated value from the nominal the i -th structure parameter with known relative deviation δY_i

Można je wyznaczyć według wzorów

$$S_{Y_i}^{K_{ur_m}} = \frac{K_{ur_m} - K_{ur_n}}{K_{ur_n}} \delta Y_i, \quad S_{Y_i}^{K_{up_m}} = \frac{K_{up_m} - K_{up_n}}{K_{up_n}} \delta Y_i, \quad S_{Y_i}^{\omega_{gr_m}} = \frac{\omega_{gr_m} - \omega_{gr_n}}{\omega_{gr_n}} \delta Y_i, \quad (11)$$

$$S_{Y_i}^{K_{us_m}} = \frac{K_{us_m} - K_{us_n}}{K_{us_n}} \delta Y_i, \quad S_{Y_i}^{\omega_{s_m}} = \frac{\omega_{s_m} - \omega_{s_n}}{\omega_{s_n}} \delta Y_i, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{3r}{2}, \quad m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}.$$

Możliwe jest wykazanie, że odchylenie od nominalu kolejnego i -tego parametru wpływowego Y_i , nie powoduje zmian wartości parametru szczegółowego charakterystyki K_{us_1} , która w każdym wypadku wynosi $K_{us_1} = K_{us_n}$. Wynika stąd, że i -te wartości współczynników $S_{Y_i}^{K_{us_1}}$ są równe zero: $S_{Y_i}^{K_{us_1}} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{3r}{2}$. Oznacza to, że w przypadku gdy pozostałe m -te wartości

K_{us_m} ($m = 2, 3, \dots, \frac{r}{2}$) będą mniejsze od K_{us_1} , wtedy K_{us} równe największej spośród wszystkich m -tych wartości K_{us_m} ($m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}$) będzie wynosiło $K_{us} = K_{us_1} = K_{us_n}$. Wyklucza to możliwość odchyłki parametru K_{us} w dół; odchyłka tego parametru jest możliwa tylko w górę.

5. OBLICZANIE ODCHYLEK PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYKI

Na podstawie współczynników wrażliwości wyznaczonych zgodnie z metodą opisaną w pkt. 4, wg wzorów (11), można obliczyć względną zmianę każdego z parametrów charakterystyki: δK_{ur} , δK_{up} , $\delta \omega_{gr}$, δK_{us} , $\delta \omega_s$, dla dowolnej kombinacji odchyłek δY_i ($i = 1, 2, \dots, \frac{3r}{2}$) poszczególnych parametrów struktur. Przy założeniu że odchyłki δY_i są niewielkie (nie przekraczają 10%), przekładają się one liniowo na odchyłki: δK_{ur} , δK_{up} , $\delta \omega_{gr}$, δK_{us} , $\delta \omega_s$, których wartości są proporcjonalnie do odpowiednich współczynników wrażliwości.

Wartości względnych odchyłek δK_{ur} , δK_{up} , $\delta \omega_{gr}$, δK_{us} , $\delta \omega_s$ można wyznaczyć w następujący sposób:

- względna odchyłka δK_{ur} jest równa największej spośród wszystkich m -tych sum poszczególnych i -tych składników postaci: $S_{Y_i}^{K_{urm}} \delta Y_i$, czyli

$$\delta K_{ur} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{K_{urm}} \delta Y_i \right) \right\}, \quad (12)$$

- względna odchyłka δK_{up} jest równa najmniejszej l -tej, spośród wszystkich m -tych sum poszczególnych i -tych składników postaci: $S_{Y_i}^{K_{upm}} \delta Y_i$, czyli

$$\delta K_{up} = \min_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{K_{upm}} \delta Y_i \right) \right\} = \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{K_{upl}} \delta Y_i \right), \quad 1 \leq l \leq \frac{r}{2}, \quad (13)$$

- względna odchyłka $\delta \omega_{gr}$ jest l -tą sumą, spośród wszystkich m -tych sum poszczególnych i -tych składników postaci: $S_{Y_i}^{\omega_{grm}} \delta Y_i$, czyli

$$\delta \omega_{gr} = \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{\omega_{grl}} \delta Y_i \right), \quad (14)$$

- względna odchyłka δK_{us} jest równa najmniejszej q -tej, spośród wszystkich m -tych sum poszczególnych i -tych składników postaci: $S_{Y_i}^{K_{usm}} \delta Y_i$, czyli

$$\delta K_{us} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{K_{usm}} \delta Y_i \right) \right\} = \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{K_{usq}} \delta Y_i \right), \quad 1 \leq q \leq \frac{r}{2}, \quad (15)$$

- względna odchyłka $\delta\omega_s$ jest q -tą sumą, spośród wszystkich m -tych sum poszczególnych i -tych składników postaci: $S_{Y_i}^{\omega_{sq}} \delta Y_i$, czyli

$$\delta\omega_s = \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(S_{Y_i}^{\omega_{sq}} \delta Y_i \right). \quad (16)$$

Na podstawie względnych odchyłek parametrów można obliczyć wartości bezwzględne tych parametrów

$$\begin{aligned} K_{ur} &= K_{urn} (1 + \delta K_{ur}), \quad K_{up} = K_{upn} (1 + \delta K_{up}), \quad \omega_{gr} = \omega_{grn} (1 + \delta\omega_{gr}), \\ K_{us} &= K_{usn} (1 + \delta K_{us}), \quad \omega_s = \omega_{sn} (1 + \delta\omega_s). \end{aligned} \quad (17)$$

6. SKRAJNE ODCHYLEŃKI PARAMETRÓW CHARAKTERYSTYKI

Znacznie częściej zachodzi sytuacja, kiedy nie znamy dokładnych wartości odchyłek parametrów struktur, lecz odchylenie każdego i -tego parametru obarczone jest niepewnością graniczną $\delta Y_i = \pm \delta Y_{\max}$. Wówczas dla tak określonych niepewności $\delta Y_i = \pm \delta Y_{\max}$ można znaleźć najgorszy możliwy przypadek kombinacji wartości δY_i , dla którego poszczególne parametry charakterystyki odchyliły się najbardziej od swoich wartości nominalnych. Należy jednak zaznaczyć, że dokładną zależność można sformułować jedynie na następujące jednokierunkowe skrajne odchyłki: otóż, na maksymalną odchyłkę w górę parametrów: K_{ur} , K_{us} oraz na maksymalną odchyłkę w dół parametrów K_{up} , K_{us} . Odchyłki te można wyznaczyć według wzorów

$$\delta K_{ur_{\max}} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{urm}} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (18) \quad \delta K_{up_{\min}} = -\max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{upm}} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (19)$$

$$\delta K_{us_{\max}} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{usm}} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (20) \quad \delta K_{us_{\min}} = 0 \quad (\text{por. pkt. 4}). \quad (21)$$

Dla pozostałych odchyłek można określić nieprzekraczalne wartości progowe, zgodnie z następującymi warunkami

$$\delta K_{ur_{\min}} > -\max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{urm}} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (22) \quad \delta K_{up_{\max}} < \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{upm}} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (23)$$

$$-\max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_{gr}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} < \delta \omega_{gr} < \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_{gr}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (24)$$

$$-\max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_s^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} < \delta \omega_s < \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_s^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}. \quad (25)$$

Upraszczając analizę, z pewnym przeszacowaniem, da się potraktować te wartości progowe określone w warunkach (22), (23), (24), (25) jako wartości poszczególnych skrajnych odchyłek. Wówczas uwzględniając wzory (18), (19), (20), (21) można uznać skrajne odchyłki parametrów K_{ur} , K_{up} , ω_{gr} , ω_s za symetryczne (odchyłka w dół i w górę ma tę samą wartość), natomiast maksymalną odchyłkę K_{us} za jednokierunkową (K_{us} może się odchylić tylko w górę)

$$\delta K_{ur} = \pm \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{ur}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (26) \quad \delta K_{up} = \pm \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{up}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (27)$$

$$\delta \omega_{gr} = \pm \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_{gr}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (28) \quad \delta K_{us} = \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{K_{us}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}, \quad (29)$$

$$\delta \omega_s = \pm \max_{m=1}^{\frac{r}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{3r}{2}} \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_s^m} \delta Y_i \right| \right) \right\}. \quad (30)$$

Wyznaczone według wzorów (26), (27), (28), (29), (30) maksymalne odchyłki mają sens wartości, których przekroczenie absolutnie nie może się zdarzyć w rzeczywistości, dla założonej niepewności parametrów wpływowych. Są to nieprzekraczalne wartości odchyłek dla dowolnej, nawet najbardziej niekorzystnej kombinacji, odchyłek parametrów struktur o niepewności $\delta Y_i = \pm \delta Y_{\max}$. Należy mieć świadomość, że w rzeczywistym układzie bardziej prawdopodobne jest, że rzeczywiste odchyłki będą mniejsze od maksymalnych. Niemniej wyznaczenie maksymalnych odchyłek może posłużyć jako wskaźnik wrażliwości filtru w porównawczej analizie wrażliwości poszczególnych rodzajów filtrów.

7. PRZYKŁAD

Dla zilustrowania przedstawionych rozważań w niniejszym przykładzie przeprowadzono analizę wrażliwości znormalizowanego ($\omega_{grn} = 1$) filtru eliptycznego rzędu $r = 4$, o nierównomierności pasma przepustowego równej 3 dB. Moduł transmitancji nominalnej tego filtru można wyrazić poprzez iloczyn modułu transmitancji dwóch składowych struktur bikwadratowych

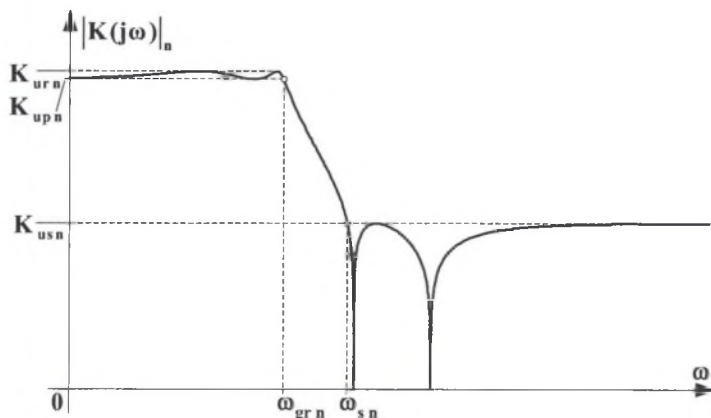
$$|K(j\omega)|_n = K_{u0} \left| \frac{-\omega^2 + \omega_{z_{1n}}^2}{-\omega^2 + j2\sigma_{1n}\omega + \omega_{p_{1n}}^2} \right\| \left| \frac{-\omega^2 + \omega_{z_{2n}}^2}{-\omega^2 + j2\sigma_{2n}\omega + \omega_{p_{2n}}^2} \right|, \quad (31)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \sigma_{1n} &= 0.213961, & \sigma_{2n} &= 0.0752571, \\ \omega_{p_{1n}} &= 0.471213, & \omega_{p_{2n}} &= 0.957515, \\ \omega_{z_{1n}} &= 4.92211, & \omega_{z_{2n}} &= 2.14319, \end{aligned} \quad K_{u0n} = \frac{\omega_{z_{1n}}^2 \omega_{z_{2n}}^2}{\omega_{z_{1n}}^2 \omega_{z_{2n}}^2} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.0012951.$$

Charakterystykę nominalną znormalizowanego filtra eliptycznego rzędu $r=4$ przedstawiono na rys. 5. Jej przebieg jest zgodny z zamieszczonym na rys. 2 przebiegiem ogólnym charakterystyki nominalnej filtra eliptycznego parzystego rzędu. Wartości nominalne parametrów charakterystyki wynoszą

$$K_{ur_n} = 1.0000, \quad K_{up_n} = 0.707946, \quad \omega_{gr_n} = 1.0000, \quad K_{us_n} = 0.0012951, \quad \omega_{sn} = 2.0000. \quad (32)$$



Rys. 5. Charakterystyka znormalizowanego filtra eliptycznego rzędu $r=4$
Fig. 5. Characteristic of the normalized elliptic filter order $r=4$

Wyznaczenie współczynników wrażliwości

Parametry struktur bikwadratowych badanego filtra tworzą sześciociekłowy wektor parametrów wpływowych \mathbf{Y}

$$\mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6]^T = [\sigma_{1n}, \sigma_{2n}, \omega_{p_{1n}}, \omega_{p_{2n}}, \omega_{z_{1n}}, \omega_{z_{2n}}]^T. \quad (33)$$

Odpowiednie współczynniki wrażliwości $S_{Y_i}^{K_{ur_m}}, S_{Y_i}^{K_{up_m}}, S_{Y_i}^{\omega_{gr_m}}, S_{Y_i}^{K_{us_m}}, S_{Y_i}^{\omega_{sn}}$ ($i=1, 2, \dots, \frac{3r}{2}$,

$m=1, 2, \dots, \frac{r}{2}$) wyznaczono na podstawie wzorów (11), odchylając kolejno wartości każdego z parametrów struktur o $+1\%$ ($\delta Y_i = 0.01$), względem wartości nominalnej. Żmudne obliczenia zostały przeprowadzone numerycznie z użyciem specjalnie do tego celu napisanego skryptu, działającego w środowisku programu matematycznego MATHEMATICA [2]. Wartości współczynników zebrano w tabeli 1.

Tabela 1

Wartości współczynników wrażliwości: $S_{Y_i}^{K_{urm}}, S_{Y_i}^{K_{upm}}, S_{Y_i}^{\omega_{grm}}, S_{Y_i}^{K_{usm}}, S_{Y_i}^{\omega_{ism}}$ ($i = 1, 2, \dots, \frac{3r}{2}, m = 1, 2, \dots, \frac{r}{2}$)

■ $S_{Y_i}^{K_{urm}}$:	m \ i	1	2	3	4	5	6
	1	-0.893045	-0.0066069	-0.738163	-2.37592	2.02379	2.08498
	2	-0.274966	-0.893589	0.50095	-3.7738	2.08494	2.48028
■ $S_{Y_i}^{K_{upm}}$:	m \ i	1	2	3	4	5	6
	1	0	0	-1.9704	-1.9704	2.01	2.01
	2	-0.498586	-0.0776608	0.714609	-4.33006	2.05546	2.27529
■ $S_{Y_i}^{\omega_{grm}}$:	m \ i	1	2	3	4	5	6
	1	-0.0252428	-0.0836609	0.260838	0.773234	0.00917657	0.0591668
	2	0.0288814	-0.0751332	-0.029328	1.03844	0.00435537	0.0310933
■ $S_{Y_i}^{K_{usm}}$:	m \ i	1	2	3	4	5	6
	1	0	0	0	0	0	0
	2	-0.0255159	-0.0039486	0.0600971	0.281148	2.90643	-3.14228
■ $S_{Y_i}^{\omega_{ism}}$:	m \ i	1	2	3	4	5	6
	1	-0.0026477	-0.0005123	0.00606698	0.0319791	0.127653	0.833898
	2	-0.0012696	-0.0002991	0.00282536	0.0168724	-0.0262877	1.00942

Obliczenie odchyłek parametrów charakterystyki dla określonej kombinacji odchyłeń parametrów struktur

Odchyłki parametrów charakterystyki wyznaczono dla przykładowej kombinacji odchyłeń parametrów struktur

$$\delta\sigma_1 = -0.01, \delta\sigma_2 = -0.01, \delta\omega_{p_1} = +0.01, \delta\omega_{p_2} = -0.01, \delta\omega_{z_1} = +0.01, \delta\omega_{z_2} = +0.01. \quad (34)$$

Wówczas odchylenia parametrów charakterystyki, będące miarą odchylenia charakterystyki, można wyznaczyć na podstawie zależności (12), (13), (14), (15), (16), czyli

$$\begin{aligned} \delta K_{ur} &= \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{urm}} \delta Y_i \right) \right\} = \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{ur1}} \delta Y_i \right), \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{ur2}} \delta Y_i \right) \right\} = \\ &= \max \left\{ 0.065825, \underline{\hspace{2cm}} \right\} = 0.100085 \cong +1.0 \cdot 10^{-1}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \delta K_{up} &= \min_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{upm}} \delta Y_i \right) \right\} = \min \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{up1}} \delta Y_i \right), \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{up2}} \delta Y_i \right) \right\} = \\ &= \min \left\{ \begin{array}{c} 0.0402 \\ \text{-----} \\ \text{-----} \end{array} \text{, } 0.096481 \right\} = 0.0402 \cong +4.0 \cdot 10^{-2}, \quad l=1, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\delta\omega_{gr} = \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{\omega_{gr1}} \delta Y_i \right) = \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{\omega_{gr2}} \delta Y_i \right) = -0.00335148 \cong -3.6 \cdot 10^{-3}, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \delta K_{us} &= \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{usm}} \delta Y_i \right) \right\} = \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{us1}} \delta Y_i \right), \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{K_{us2}} \delta Y_i \right) \right\} = \\ &= \max \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \text{-----} \\ \text{-----} \end{array} \text{, } -0.0015615 \right\} = 0, \quad q=1, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\delta\omega_s = \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{\omega_{s_i}} \delta Y_i \right) = \sum_{i=1}^6 \left(S_{Y_i}^{\omega_{s_i}} \delta Y_i \right) = 0.00938799 \cong +9.4 \cdot 10^{-3} . \quad (39)$$

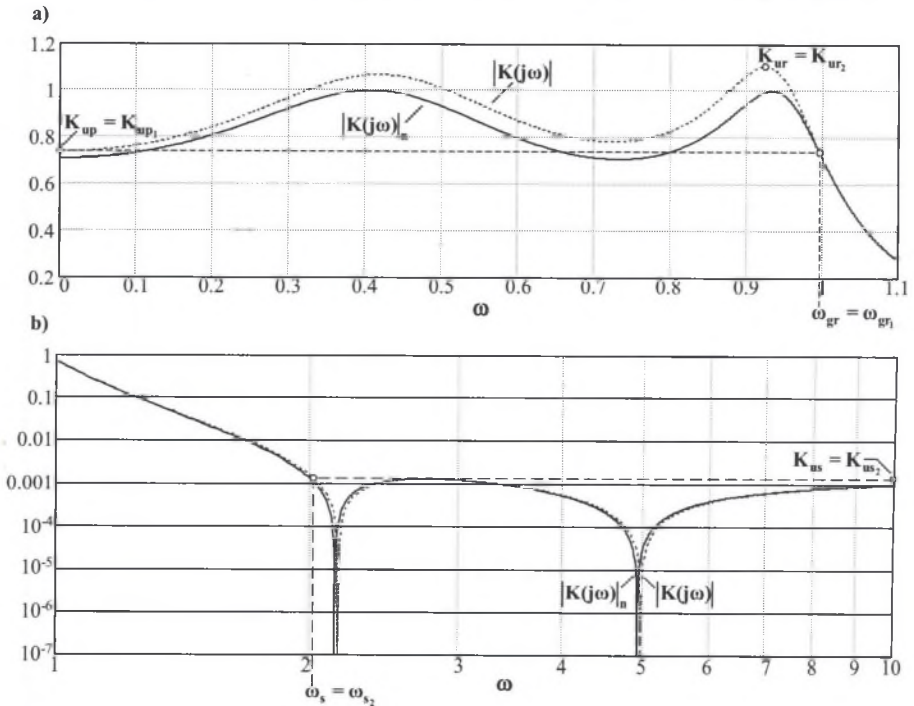
Na podstawie wzorów (17) można przewidzieć wartości bezwzględne parametrów charakterystyki

$$K_{ur} = K_{ur n} (1 + \delta K_{ur}) = 1.10009 , \quad (40) \quad K_{up} = K_{up n} (1 + \delta K_{up}) = 0.736839 , \quad (41)$$

$$\omega_{gr} = \delta\omega_{gr n} (1 + \delta\omega_{gr}) = 0.996481 , \quad (42) \quad K_{us} = \delta K_{us n} (1 + \delta K_{us}) = 0.0012951 , \quad (43)$$

$$\omega_s = \delta\omega_{s n} (1 + \delta\omega_s) = 2.01887 . \quad (44)$$

Dla potwierdzenia wiarygodności obliczeń przewidywane wartości $K_{ur}, K_{up}, \omega_{gr}, K_{us}, \omega_s$ oraz $\delta K_{ur}, \delta K_{up}, \delta\omega_{gr}, \delta K_{us}, \delta\omega_s$, uzyskane w wyniku przeprowadzonej analizy porównano z wartościami rzeczywistymi odchyłonej charakterystyki filtra, przedstawionej na rys. 6.



Rys. 6. Rzeczywista charakterystyka odchyłona filtra $|K(j\omega)|$, dla $\delta\sigma_1 = -0.01, \delta\sigma_2 = -0.01, \delta\omega_{p_1} = +0.01, \delta\omega_{p_2} = -0.01, \delta\omega_{s_1} = +0.01, \delta\omega_{s_2} = +0.01$, na tle charakterystyki nominalnej $|K(j\omega)|_n$: a) charakterystyka w paśmie przepustowym, b) charakterystyka w paśmie zaporowym

Fig. 6. Real deviated characteristic of the filter $|K(j\omega)|$, for $\delta\sigma_1 = -0.01, \delta\sigma_2 = -0.01, \delta\omega_{p_1} = +0.01, \delta\omega_{p_2} = -0.01, \delta\omega_{s_1} = +0.01, \delta\omega_{s_2} = +0.01$, against the background of nominal characteristic $|K(j\omega)|_n$: a) characteristic in pass-band, b) characteristic in stop-band

W tabeli 2 zestawiono wartości przewidywane oraz rzeczywiste parametrów: $K_{ur}, K_{up}, \omega_{gr}, K_{us}, \omega_s$. Natomiast w tabeli 3 zawarto porównanie wartości przewidywanych oraz rzeczywistych odchyłek: $\delta K_{ur}, \delta K_{up}, \delta \omega_{gr}, \delta K_{us}, \delta \omega_s$, wraz z dodatkowo obliczonymi wartościami procentowego błędu względnego wyznaczania tych odchyłek.

Tabela 2
Zestawienie przewidywanych oraz rzeczywistych wartości parametrów: $K_{ur}, K_{up}, \omega_{gr}, K_{us}, \omega_s$

Parametr	Wartości parametrów charakterystyki	
	wartości przewidywane X_{przew} (na podst. współcz. wrażliwości)	wartości rzeczywiste X_{rzecz} (na podst. rzecz. charakterystyki)
K_{ur}	$K_{ur\ przew} = 1.10009$	$K_{ur\ rzecz} = 1.10601$
K_{up}	$K_{up\ przew} = 0.736405$	$K_{up\ rzecz} = 0.736839$
ω_{gr}	$\omega_{gr\ przew} = 0.996649$	$\omega_{gr\ rzecz} = 0.996481$
K_{us}	$K_{us\ przew} = -0.0012951$	$K_{us\ rzecz} = -0.0012951$
ω_s	$\omega_s\ przew = 2.01887$	$\omega_s\ rzecz = 2.01887$

Tabela 3
Zestawienie przewidywanych oraz rzeczywistych wartości odchyłek: $\delta K_{ur}, \delta K_{up}, \delta \omega_{gr}, \delta K_{us}, \delta \omega_s$

Odchyłka parametru	Wartości odchyłek parametrów charakterystyki		
	wartości przewidywane X_{przew} (na podst. współcz. Wrażliwości)	wartości rzeczywiste X_{rzecz} (na podst. rzecz. charakterystyki)	błąd przewidywania odchyłek wyrażony w % $bład\% = \frac{X_{przew} - X_{rzecz}}{X_{rzecz}} 100\%$
δK_{ur}	$\delta K_{ur\ przew} = 0.100085$	$\delta K_{ur\ rzecz} = 0.106008$	$\approx -5.6\%$
δK_{up}	$\delta K_{up\ przew} = 0.0402$	$\delta K_{up\ rzecz} = 0.0408122$	$\approx -1.5\%$
$\delta \omega_{gr}$	$\delta \omega_{gr\ przew} = -0.00335148$	$\delta \omega_{gr\ rzecz} = -0.00351868$	$\approx -4.6\%$
δK_{us}	$\delta K_{us\ przew} = 0$	$\delta K_{us\ rzecz} = 0$	0%
$\delta \omega_s$	$\delta \omega_s\ przew = 0.00938799$	$\delta \omega_s\ rzecz = 0.00943344$	$\approx -0.48\%$

Z przedstawionych w tabelach 2 i 3 wyników porównania wynika, że wartości przewidywane $K_{ur}, K_{up}, \omega_{gr}, K_{us}, \omega_s$ oraz $\delta K_{ur}, \delta K_{up}, \delta \omega_{gr}, \delta K_{us}, \delta \omega_s$, wyznaczone w ramach przeprowadzonej analizy wrażliwości, odpowiadają z niewielkimi błędami wartościom rzeczywistym.

Obliczenie skrajnych odchyłek parametrów charakterystyki dla określonej niepewności parametrów struktur

Maksymalne odchyłki parametrów charakterystyki zostaną oszacowane dla przypadku, gdy niepewność każdego i -tego parametru wpływowego Y_i jest jednakowa i wynosi dla przykładu $\pm 1\%$ ($\delta Y_i = \pm 0.01$), czyli

$$\begin{aligned} \delta\sigma_1 = \pm 0.01, \quad \delta\sigma_2 = \pm 0.01, \quad \delta\omega_{p_1} = \pm 0.01, \quad \delta\omega_{p_2} = \pm 0.01, \quad \delta\omega_{z_1} = \pm 0.01, \\ \delta\omega_{z_2} = \pm 0.01. \end{aligned} \quad (45)$$

Wówczas wartości skrajnych odchyłek parametrów można obliczyć na podstawie wzorów (26), (27), (28), (29), (30)

$$\begin{aligned} \delta K_{ur} = \pm \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{ur}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \pm \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{ur}^{u1}} \delta Y_i \right| \right), \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{ur}^{u2}} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \\ = \pm \max \{ 0.079277, 0.100085 \} = \pm 0.100085 \cong \pm 1.0 \cdot 10^{-1}, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \delta K_{up} = \pm \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{up}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \pm \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{up}^{p1}} \delta Y_i \right| \right), \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{up}^{p2}} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \\ = \pm \max \{ 0.078195, 0.0995167 \} = \pm 0.0995167 \cong \pm 1.0 \cdot 10^{-1}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \delta\omega_{gr} = \pm \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_{gr}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \pm \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_{gr}^{g1}} \delta Y_i \right| \right), \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_{gr}^{g2}} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \\ = \pm \max \{ 0.011939, 0.0121132 \} = \pm 0.0121132 \cong \pm 1.2 \cdot 10^{-2}, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \delta K_{us} = \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{us}^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{us}^{s1}} \delta Y_i \right| \right), \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{K_{us}^{s2}} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \\ = \max \{ 0.0641942, 0 \} = +0.0641942 \cong +6.4 \cdot 10^{-2}, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \delta\omega_s = \pm \max_{m=1}^2 \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_s^m} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \pm \max \left\{ \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_s^{s1}} \delta Y_i \right| \right), \sum_{i=1}^6 \left(\left| S_{Y_i}^{\omega_s^{s2}} \delta Y_i \right| \right) \right\} = \\ = \pm \max \{ 0.0105697, 0.0098908 \} = \pm 0.0105697 \cong \pm 1.1 \cdot 10^{-2}. \end{aligned} \quad (50)$$

Wartości skrajnych odchyłek można wyrazić w procentach

$$\delta K_{ur\%} = \pm 10\%, \quad \delta K_{up\%} = \pm 10\%, \quad \delta\omega_{gr\%} = \pm 1.2\%, \quad \delta K_{us\%} = +6.4\%, \quad \delta\omega_{s\%} = \pm 1.1\%. \quad (51)$$

Z przedstawionych obliczeń skrajnych odchyłek wynika, że dla zadanej w przykładzie niepewności parametrów struktur wynoszącej $\pm 1\%$, amplitudowe parametry charakterystyki K_{ur} , K_{up} mogą się odchylić aż o $\pm 10\%$, parametr K_{us} może się odchylić w górę co najwyżej o około $+6\%$. Odchyłki parametrów częstotliwościowych ω_{gr} , ω_s wynoszą w przybliżeniu $\pm 1\%$ i są wielokrotnie mniejsze od odchyłek parametrów amplitudowych.

8. PODSUMOWANIE

Dla potrzeb przeprowadzonej analizy wrażliwości filtrów eliptycznych charakterystykę filtru opisano za pomocą parametrów $K_{ur}, K_{up}, \omega_{gr}, K_{us}, \omega_s$. Pod wpływem odchyłek δY_i wartości parametrów struktur składowych Y_i , charakterystyka ulega odchyleniu od przypadku nominalnego. Dzięki wprowadzeniu parametrów opisujących charakterystykę można wyrazić

jednoznacznie odchylenie charakterystyki poprzez określenie ich względnych odchyłeń: δK_{ur} , δK_{up} , $\delta \omega_{gr}$, δK_{us} , $\delta \omega_s$.

W ramach przeprowadzonej analizy wrażliwości zaproponowano metodę wyznaczania względnych odchyłeń: δK_{ur} , δK_{up} , $\delta \omega_{gr}$, δK_{us} , $\delta \omega_s$, spowodowanych określoną odchyłką δY_i od nominalu parametrów struktur składowych Y_i . Metoda ta bazuje na obliczeniu w sposób numeryczny odpowiedniej klasy małoprzystowych współczynników wrażliwości. Ponadto przedstawiono sposób obliczania skrajnych odchyłek parametrów charakterystyki, w przypadku gdy wartość każdego i -tego parametru struktur obciążona jest pewną określoną niepewnością graniczną $\delta Y_i = \pm \delta Y_{\max}$.

Przedstawione rozważania zilustrowano prezentując obszerny przykład obliczeniowy, w którym przeprowadzono szczegółowo, krok po kroku, analizę wrażliwości przykładowego znormalizowanego ($\omega_{grn} = 1$) filtru eliptycznego rzędu $r = 4$, o nierównomierności pasma przepustowego równej 3 dB.

Zaproponowana analiza wrażliwości, dzięki wyrażeniu odchyłeń charakterystyki poprzez podanie odchyłek parametrów ją opisujących, pozwala w sposób przejrzysty na porównywanie poszczególnych rodzajów filtrów pod kątem wrażliwości. Może się to odbywać poprzez porównywanie wartości liczbowych odchyłek. W ten sposób można na przykład porównywać wrażliwości filtrów eliptycznych różniących się rzędem r oraz przyjętą wartością współczynnika k .

LITERATURA

1. Chen W.K.: *The Circuits and Filters Handbook*. IEEE Press, New York 1995.
2. Drwal G., Grzynkowski R., Kapusta A., Słota D.: *Mathematica 4*. Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2000.
3. Matejcek L., Vrba K.: *Sensitivity analysis of higher-order filters*. Electronics Letters, November 2001.
4. Pasko M., Adrikowski T.: *Unormowanie filtrów eliptycznych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Elektryka z. 182. Gliwice 2002, s. 89-100.
5. Pasko M., Adrikowski T.: *Realizacja praktyczna filtrów eliptycznych parzystego rzędu z użyciem struktur bikwadratowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Elektryka z. 182. Gliwice 2002, s. 101-122.
6. Pasko M., Adrikowski T.: *Analiza wrażliwości charakterystyki częstotliwościowej filtrów eliptycznych realizowanych na bazie struktur bikwadratowych*. Materiały konferencyjne ZKwE'2004, Poznań 2004.
7. Thede L.: *Analog And Digital Filter Design Using C*. Hall PTR, New Jersey 1996.
8. Vallette F., Vasilescu G.: *A Fully Recursive Approach to the Computation of Higher Order Sensitivities of Linear Active Circuits*. IEEE Transactions on Circuit and Systems Vol. 46, No. 8, p. 907-919, August 1999.

Recenzent: Dr hab. inż. Konrad Skowronek, prof. Politechniki Poznańskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 14 kwietnia 2004 r.