ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994
Seria: GÓRNICTWO z. 220 Nr kol. 1242

Алексей Алексейевич **ВОВК**
Игор Тимотейевич **СЕЛЕЗОВ**
Академия Наук Украины, Киев

МЕТОД ВОЛНОВОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ В РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОЦЕССА ДИНАМИЧЕСКОГО РАСХОЖДЕНИЯ ВОЛН В ГРУНТЕ

Резюме. В работе представлено предложение решения нелинейной одномерной модели динамического расхождения волн в грунте.

Этот способ аналогичен известному методу векторизации дифференциального оператора на основании знания физических свойств грунта и является расширенной разработкой результатов работы (6).

METODA FALOWEJ DEKOMPOZYCJI W ROZWIĄZYWANIU NIELINIOWEGO PROCESU DYNAMICZNEGO PRZEBIEGU FAL W GRUNTACH

Streszczenie. W artykule przedstawiono propozycję rozwiązania nieliniowego jednowymiarowego modelu dynamicznego rozchodzenia się fal w gruntach. Sposób ten jest analogią znanej metody wektoryzacji operatora różnicowego na podstawie znajomości rezultatów pracy [6].

METHOD OF WAVE DECOMPOSITION IN SOLVING NONLINEAR DYNAMIC PROCESS OF WAVE PROPAGATION IN SOILS

Summary. A solution of the nonlinear, one - dimensional model of the dynamic wave propagation in soils has been resented in the paper. This approach is analogical to the known method of vectorization of differential operator on the basis of knowledge of physical properties of soils. It is an extension of results of the paper [6].

Численные алгоритмы, основанные на факторизации разностного оператора [1, 2], относятся к наиболее эффективным методам решения уравнений математической физики с помощью конечно-разностной аппроксимации. В данной статье такой подход развивается применительно к изучению распространения волн в грунтах [3,4]. Известно, что наиболее адекватные модели механики сплошной среды описываются квазилинейными системами дифференциальных уравнений гиперболигеского типа [5]. Нелинейная одномерная модель динамики распространения волн в грунте может быть представлена в виде

$$E\frac{\partial W}{\partial t} + B\frac{\partial W}{\partial S} = D \tag{1}$$

Здесь:
E - единичная матрица
W - вектор-столбец искомых функций,
S - лагранжева координата,
B - матрица конвективных членов,
D - вектор-столбец правых частей.
t - время

Размерность матричных уравнений определяется размерностью исходной постановки задачи (количеством изучаемых волн в грунте).

Упорядочим уровнения в записи (1) согласно описываемым ими типами волн: продольная, сдвиговая, волна Релея и волна Лява. Исходя из этого, декомпозицию матрицы B проведем следующим образом

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \tag{2}$$

где

$$B = \begin{matrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{18} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{28} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{81} & b_{82} & \dots & b_{88} \end{matrix}$$

$$B_1 = \begin{matrix} b_{11} & b_{12} & \ldots & b_{18} \\ b_{21} & b_{22} & \ldots & b_{28} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{matrix} \qquad (3)$$

$$B_2 = \begin{matrix} 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ b_{31} & b_{32} & \ldots & b_{38} \\ b_{41} & b_{42} & \ldots & b_{48} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{matrix}$$

....

$$B_4 = \begin{matrix} 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ b_{71} & b_{72} & \ldots & b_{78} \\ b_{81} & b_{82} & \ldots & b_{88} \end{matrix}$$

В каждой из матриц B_i ($i = 1,\ldots 4$) ненулевыми являются те строки, которые описывают только один, определенный тип волны.

В системе (1) аппроксимируем конвективные производные в левой части односторонними разделенными разностями, а производные, входящие в вектор правых частей центрально-разделенными разностями

$$\frac{W^{n+1}}{\Delta t}+(B_1\Lambda_x W)^{n+1}+(B_2\Lambda_x W)^{n+1}+\ldots+(B_4\Lambda_x W)^{n+1}=D_n+\frac{W^n}{\Delta t} \tag{4}$$

где

$$(B_1\Lambda_x W)^{n+1}=(B_i^{n+1}W_i^{n+1}-B_{i-1}^{n+1}W_{i-1}^{n+1})/\Delta x \tag{5}$$

Δt - шаг по времени,
Δx - шаг по координате.
В операторной форме имеем:

$$[(E+\Delta t\zeta(B_1\Lambda_x+B_2\Lambda_x+\ldots+B_4\Lambda_x)]W^{n+1}=\Delta tD^n+W^n \tag{6}$$

где ζ - параметр, с помощью которого можно управлять порядком аппроксимации разностной схемы (6). Приближенно факторизуем разностный оператор (6):

$$(E+\Delta t\zeta B_1\Lambda_x)(E+\Delta t\zeta B_2\Lambda_x)(\ldots)(E+\Delta t\zeta B_4\Lambda_x)=\Delta tD^n+W^n \tag{7}$$

при этом погрешность аппроксимации уравнения (6) с помощью (7) составляет:

$$D\left(\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2}\right) \tag{8}$$

С этой погрешностью (8) решение системы (7) можно расщепить на четыре шага:

$$(E+\Delta t\zeta B_1\Lambda_x)W^{n+1}=W^n+\Delta tD_1^n$$

$$(E+\Delta t\zeta B_2\Lambda_x)W^{n+2}=W^{n+1}+\Delta tD_2^n, \qquad (9)$$

$$(E+\Delta t\zeta B_3\Lambda_x)W^{n+3}=W^{n+2}+\Delta tD_3^n,$$

$$(E+\Delta t\zeta B_4\Lambda_x)W^{n+4}=W^{n+3}+\Delta tD_4^n$$

где D_i - деконпозиция вектора-столбца правых частей (1) в соответствии с типом моды. Реанизация схемы (9) на ЭВМ производится рекуррентным счетом. Предложенный способ волновой декомпозиции соответствует известному способу факторизации разсностного оператора по физическим факторам и является развитием результатов, изложенной в статье Калюха Ю.И и Селезова И.Т. [6].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Марчук Г. И. - Методы расщепления . М. 5 Наука, 1988 - 264 с.

[2] Роуч П. - Вычислительная гидродинамика. - М.: МИР, 1980 - 616 с.

[3] Кольский Г. - Волны напряжений в твердых телах. М.: Из-вр иностр. л-ры, 1955 - 192 с.

[4] Вовк А. А. - Основы прикладной геодинамики взрыва. Киев: Наук. думка, 1976 - 274 с.

[5] Селезов И. Т. - Концепция гиперболичности в теории управляемых динамических систем. - В кн.: Кибернетика и вычислительная техника - Киев. Наук, думка, 1969, с. 58-67.

[6] Калюх Ю.И., Селезов И.Т. - Метод волновой декомпозиции в нелинейной динамике искривленных стержней. Докл. АН Украины - 1992. - Нр. 9, с. 52-57.

Recenzent: Dr hab.inż. Jan **Zych** prof. P.Śl.

Wpłynęło do Redakcji w kwietniu 1994 r.