

Andrzej CIOSKA

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Przemysłowej, Zakład Mechatroniki

ELEKTROMECHANICZNY PRZETWORNIK WIELKOŚCI MECHANICZNYCH NA WIELKOŚCI ELEKTRYCZNE

Streszczenie. W artykule przedstawiono problematykę przetwarzania mechanicznych wielkości położenia, prędkości i przyspieszenia drgających układów maszynowych na pomiarowe sygnały napięciowe. Przeprowadzono analizę typowego przetwornika elektromechanicznego ze sprzężeniem magnetycznym wychodząc z energetycznych równań równowagi dynamicznej Lagrange'a. Wyznaczono funkcję przejścia, charakterystyki amplitudowe transmitancji przetwornika oraz określono warunki przetwarzania położenia, prędkości i przyspieszenia na sygnał napięciowy.

THE ELECTROMECHANICAL CONVERTER OF THE MECHANICAL TO THE ELECTRICAL QUANTITIES

Summary. The paper presents problems of the conversion of the mechanical quantities of the position, speed and acceleration of the oscillating mechanical system to the measuring voltage signals. The analysis of the typical electromechanical converter with the magnetic coupling was carried on the ground of the energetic equations of the Lagrange dynamic equilibrium. The transient function and the gain vs frequency diagrams of the converter transmittance were calculated and the conditions of the conversion of the position, speed and acceleration to the voltage signals were determined.

1. RÓŻNICZKOWE RÓWNANIA RÓWNOWAGI

Na rysunku 1 przedstawiono typowy cylindryczny układ elektromechaniczny, składający się z części mechanicznej i elektrycznej ze sprzężeniem magnetycznym. Obwód elektryczny zasilany napięciem $u(t)$ zawiera rezystancję źródła R_s , rezystancję pomiarową R_p oraz rezystancję R_c i indukcyjność $L(x)$ cewki o z zwojach. Konstrukcja mechaniczna składa się z części nieruchomej związanej z obwodem magnetycznym przetwornika i części ruchomej rdzenia o masie m . Ruchowi rdzenia przeciwdziała sprężyna o podatności K i tłumik o współczynniku tłumienia lepkiego D . Dla układu z rys.1 wyznaczono różniczkowe równania równowagi.

Funkcja stanu całkowitej koenergii układu $\mathcal{F}'(\dot{x}, x, \dot{q})$ jest sumą funkcji stanu koenergii kinetycznej $E'_k(\dot{x})$ i funkcji stanu koenergii magnetycznej $W'_m(\dot{q}, x)$ tego układu [1]

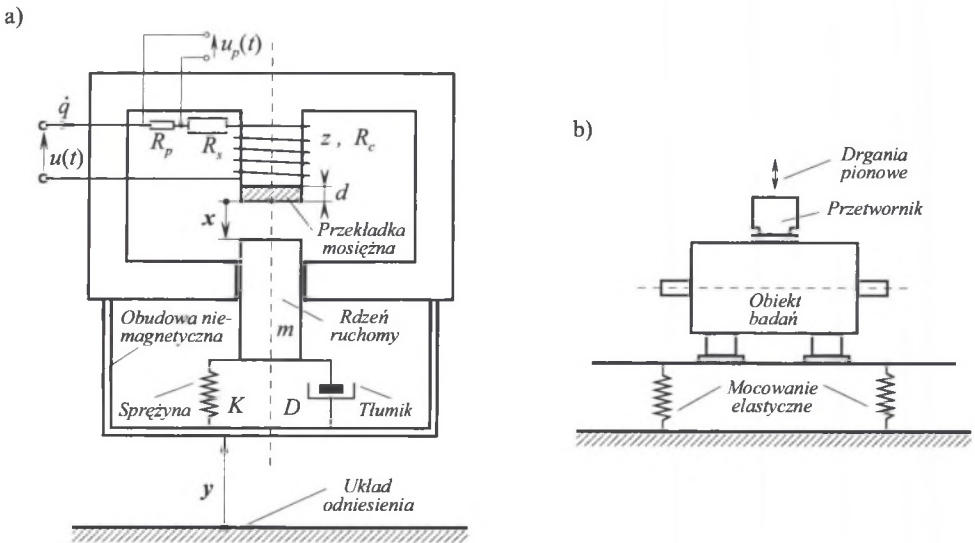
$$\mathcal{F}'(\dot{x}, x, \dot{q}) = E'_k(\dot{x}) + W'_m(\dot{q}, x) \quad (1)$$

przy czym funkcje stanu koenergii kinetycznej $E'_k(\dot{x})$ i koenergii magnetycznej $W'_m(\dot{q}, x)$ odpowiednio wynoszą:

$$E'_k(\dot{x}) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (2)$$

$$W'_m(\dot{q}, x) = \frac{1}{2} L(x) \dot{q}^2 \quad (3)$$

gdzie: \dot{x} i \dot{q} – pochodne czasowe odpowiednio w m/s i w Q/s=A zmiennych uogólnionych położenia x dla części mechanicznej i ładunku q dla części elektrycznej; m – masa członu ruchomego części mechanicznej układu, w kg; $L(x)$ – indukcyjność cewki o z zwojach, w H.



Rys. 1. Przetwornik pomiarowy wielkości mechanicznych na elektryczne (a); zamocowanie przetwornika na obiekcie drgającym (b)

Fig. 1. The measuring converter of the mechanical to the electrical quantities (a); fastening of the converter on the oscillating object (b)

Dla układu elektromechanicznego z rys.1, przy zerowym spadku napięć magnetycznych w ferromagnetycznym rdzeniu obwodu magnetycznego (przy $\mu_{Fe} = \infty$) układu elektromechanicznego, indukcyjność $L(x)$ jest funkcją zmiennej uogólnionej położenia x i wynosi:

$$L(x) = z^2 \frac{\mu_o S_{Fe}}{d+x} , \quad (4)$$

gdzie: z – liczba zwojów cewki; $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m – przenikalność magnetyczna powietrza; S_{Fe} – przekrój powierzchni czołowej rdzenia, w m^2 ; d – grubość przekładki mosiężnej, w m; x – zmienna położenia części ruchomej rdzenia, w m.

Kładąc relacje (2) i (3) do relacji (1) przy uwzględnieniu indukcyjności $L(x)$ z relacji (4), otrzymuje się funkcję stanu całkowitej koenergii $\mathcal{L}'(\dot{x}, x, \dot{q})$ układu elektromechanicznego ze sprzężeniem magnetycznym

$$\mathcal{L}'(\dot{x}, x, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{a \dot{q}^2}{d+x} , \quad (5)$$

gdzie przez a oznaczono

$$a = \frac{1}{2} \mu_o z^2 S_{Fe} . \quad (6)$$

Funkcja stanu całkowitej energii układu elektromechanicznego $\mathcal{V}(x, q)$ jest sumą funkcji stanu energii potencjalnej $E_p(x)$ i funkcji stanu energii elektrycznej $W_e(q)$ tego układu

$$\mathcal{V}(x, q) = E_p(x) + W_e(q) , \quad (7)$$

przy czym funkcje stanu energii potencjalnej $E_p(x)$ i energii elektrycznej $W_e(q)$ odpowiednio wynoszą:

$$E_p(x) = \frac{(x-b)^2}{2K} , \quad (8)$$

$$W_e(q) = 0 , \quad (9)$$

gdzie: b – położenie początkowe sprężyny, w m; K – podatność sprężyny, w m/N. Zauważa się, że przy położeniu rdzenia ruchomego w pozycji $x=b$ sprężyna nie wywiera żadnej siły (wówczas energia zgmagazynowana w sprężynie równa się zero). Energia elektryczna układu $W_e(q)$ jest równa zero, ponieważ w układzie nie występuje magazynowanie tej energii.

Kładąc relacje (8) i (9) do relacji (7), otrzymuje się funkcję stanu całkowitej energii $\mathcal{V}(x, q)$ dla układu elektromechanicznego

$$\mathcal{V}(x, q) = \frac{(x-b)^2}{2K} . \quad (10)$$

Funkcja Lagrange'a $\mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q})$ układu elektromechanicznego z rys.1 jest różnicą funkcji stanu całkowitej koenergii $\mathcal{L}'(\dot{x}, x, \dot{q})$ z relacji (5) i funkcji stanu całkowitej energii $\mathcal{V}(x, q)$ z relacji (10), czyli po odjęciu tych funkcji otrzymuje się :

$$\mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q}) = \mathcal{L}'(\dot{x}, x, \dot{q}) - \mathcal{V}(x, q) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{a \dot{q}^2}{d+x} - \frac{(x-b)^2}{2K} . \quad (11)$$

Funkcja dyssypacji Rayleigha $\mathcal{F}(\dot{x}, \dot{q})$ jest równa:

$$\mathcal{F}(\dot{x}, \dot{q}) = \frac{1}{2} D \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (R_s + R_c + R_p) \dot{q}^2 , \quad (12)$$

gdzie: D – współczynnik tłumienia lepkiego, w Ns/m; R_s , R_c i R_p – rezystancje odpowiednio źródła napięcia zasilającego, cewki i bocznika pomiarowego, w Ω .

Siły zewnętrzne $Q_x(g, \ddot{y})$ i $Q_q(t)$ odpowiednio dla części mechanicznej i części elektrycznej wynoszą:

$$Q_x(g, \ddot{y}) = mg + m\ddot{y} , \quad (13)$$

$$Q_q(t) = u(t) , \quad (14)$$

gdzie: $g = 9,8067 \text{ m/s}^2$ – przyspieszenie grawitacyjne; \ddot{y} – przyspieszenie wywierane przez zewnętrzne źródło drgań, w m/s^2 , w przypadku badania drgań w kierunku pionowym (rys.1).

Równania równowagi dynamicznej części mechanicznej oraz części elektrycznej badanego układu elektromechanicznego wyznacza się z równań Lagrange'a określonych odpowiednio dla zmiennej uogólnionej mechanicznego położenia x i prędkości \dot{x} oraz dla elektrycznego ładunku q i prądu \dot{q} , czyli odpowiednio z równań:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q})}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{x}, \dot{q})}{\partial \dot{x}} = Q_x(g, \ddot{y}) , \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{x}, \dot{q})}{\partial \dot{q}} = Q_q(t) . \quad (16)$$

Uwzględniając funkcje $\mathcal{L}(\dot{x}, x, \dot{q})$ i $\mathcal{F}(\dot{x}, \dot{q})$ z równań (11) i (12) oraz kładąc równania (13) i (14) odpowiednio do równań (15) i (16), w wyniku odpowiednich operacji różniczkowania otrzymuje się następujące nieliniowe różniczkowe równania równowagi dynamicznej:

$$m\ddot{x} + D\dot{x} + \frac{x-b}{K} + \frac{a\dot{q}^2}{(d+x)^2} = m(g + \ddot{y}) , \quad (17)$$

$$\frac{2a}{d+x} \ddot{q} + (R_s + R_c + R_p) \dot{q} - \frac{2a}{(d+x)^2} \dot{q} \dot{x} = u(t) . \quad (18)$$

W równaniu równowagi mechanicznej poszczególne składniki sumy lewej strony równania (17) kolejno stanowią: siłę masy bezwładnej $m\ddot{x}$, siłę tłumienia lepkiego $D\dot{x}$, siłę wytworzoną przez sprężynę $\frac{x-b}{K}$ oraz siłę pochodzenia elektrycznego $\frac{a\dot{q}^2}{(d+x)^2}$, zaś w równaniu równowagi elektrycznej poszczególne składniki sumy lewej strony równania (18) kolejno stanowią: napię-

cie $\frac{2a}{d+x}\ddot{q}$ na indukcyjności $L(x)$, napięcie $(R_s + R_c + R_p)\dot{q}$ na sumarycznej rezystancji obwodu elektrycznego i napięcie $-\frac{2a}{(d+x)^2}\dot{q}\dot{x}$ pochodzenia mechanicznego.

Dla statycznej pracy układu elektromechanicznego z rys.1, przy stałej wartości napięcia zasilającego $u(t)=U_o$ i niewystąpieniu drgań mechanicznych $y(t)=const$, również stałymi wartościami pozostaną: położenie rdzenia ruchomego $x(t)=x_o$ oraz prąd $\dot{q}(t)=\dot{q}_o$. Stąd na podstawie równań (17) i (18) otrzymuje się następujące równania równowagi statycznej:

$$\frac{x_o - b}{K} + \frac{a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^2} = mg \quad , \quad (19)$$

$$(R_s + R_c + R_p)\dot{q}_o = U_o \quad . \quad (20)$$

2. LINIOWE PRZYROSTOWE RÓŻNICZKOWE RÓWNANIA RÓWNOWAGI

Przyjmuje się, że dla bardzo małych czasowych odchyień napięcia zasilającego od zadanej stałej wartości U_o danej zależnością

$$u(t) = U_o + u_1(t) \quad , \quad (21)$$

odpowieź układu będzie również podobnej postaci, czyli:

$$x(t) = x_o + x_1(t) \quad , \quad (22)$$

$$\dot{q}(t) = \dot{q}_o + \dot{q}_1(t) \quad , \quad (23)$$

przy czym: $u_1 \ll U_o$, $x_1 \ll x_o$ i $\dot{q}_1 \ll \dot{q}_o$.

Dla takiego wymuszenia napięciowego przy niewielkim odchyleniu wokół punktu pracy statycznej również poszczególne wyrazy w równaniach (17) i (18) będą zawierać składowe stałe i małe przyrosty wokół tego stałego poziomu pracy statycznej. Zależności takie otrzymuje się przez rozwinięcie poszczególnych wyrazów tych równań (funkcje jednej lub kilku zmiennych) w szereg Taylora wokół wartości statycznego punktu pracy i ograniczeniu się tylko do wyrazów liniowych rozwinięcia.

Rozwijając w szereg Taylora czwarty wyraz równania (17), otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \frac{a\dot{q}^2}{(d+x)^2} &\cong \frac{a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^2} + \frac{2a\dot{q}_o}{(d+x_o)^2}(\dot{q}-\dot{q}_o) - \frac{2a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^3}(x-x_o) = \\ &= \frac{a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^2} + \frac{2a\dot{q}_o}{(d+x_o)^2}\dot{q}_1 - \frac{2a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^3}x_1, \end{aligned} \quad (24)$$

zaś rozwijając w szereg Taylora wyraz pierwszy i trzeci równania (18), otrzymuje się:

$$\frac{2a}{d+x} \ddot{q} \cong \frac{2a}{d+x_0} \ddot{q}_0 + \frac{2a}{d+x_0} (\ddot{q} - \ddot{q}_0) - \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} (x - x_0) = \frac{2a}{d+x_0} \ddot{q}_1, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{2a}{(d+x)^2} \dot{q} \dot{x} \cong & \frac{2a}{(d+x_0)^2} \dot{q}_0 \dot{x}_0 + \frac{2a\dot{x}_0}{(d+x_0)^2} (\dot{q} - \dot{q}_0) + \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} (\dot{x} - \dot{x}_0) - \\ & - \frac{4a\dot{q}_0\dot{x}_0}{(d+x_0)^3} (x - x_0) = \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} \dot{x}_1. \end{aligned} \quad (26)$$

Kładąc relacje (24) do równania (17), po odpowiednim uporządkowaniu, otrzymuje się:

$$\left[m\ddot{x}_1 + D\dot{x}_1 + \frac{x_1}{K} - \frac{2a\dot{q}_0^2}{(d+x_0)^3} x_1 + \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} \dot{q}_1 \right] + \left[\frac{x_0 - b}{K} + \frac{a\dot{q}_0^2}{(d+x_0)^2} \right] = [m\ddot{y}_1] + [mg], \quad (27)$$

natomiast kładąc relacje (25) i (26) do równania (18), otrzymuje się:

$$\left[\frac{2a}{d+x_0} \ddot{q}_1 + (R_s + R_c + R_p) \dot{q}_1 - \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} \dot{x}_1 \right] + [(R_s + R_c + R_p) \dot{q}_0] = [u_1(t)] + [u_0], \quad (28)$$

przy czym w równaniach (17) i (18) uwzględniono zależności (21), (22) i (23), dla których zachodzi: $\dot{x} = \dot{x}_1$, $\ddot{x} = \ddot{x}_1$, $\ddot{q} = \ddot{q}_1$.

Odejmując stronami równania (19) i (20) odpowiednio od równań (27) i (28), otrzymuje się liniowe przyrostowe równania różniczkowe układu elektromechanicznego, opisujące pracę tego układu w pobliżu stałego punktu pracy (x_0, \dot{q}_0) , czyli

$$m\ddot{x}_1 + D\dot{x}_1 + \frac{1}{K} x_1 - \frac{2a\dot{q}_0^2}{(d+x_0)^3} x_1 + \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} \dot{q}_1 = m\ddot{y}_1, \quad (29)$$

$$\frac{2a}{d+x_0} \ddot{q}_1 + (R_s + R_c + R_p) \dot{q}_1 - \frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} \dot{x}_1 = u_1(t). \quad (30)$$

Przy pominięciu znikomo małej siły przyrostowej $\frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} \dot{q}_1$ w równaniu (29) oraz przyjęciu zerowego przyrostowego napięcia zasilającego $u_1(t)=0$ w równaniu (30), równania (29) i (30) przedstawia się w następującej postaci operatorowej:

$$\left(mp^2 + Dp + \frac{1}{K} - \frac{2a\dot{q}_0^2}{(d+x_0)^3} \right) x_1 + 0 = mp^2 y_1, \quad (31)$$

$$-\frac{2a\dot{q}_0}{(d+x_0)^2} p x_1 + \left(\frac{2a}{d+x_0} p + (R_s + R_c + R_p) \right) \dot{q}_1 = 0. \quad (32)$$

3. TRANSMITANCJA PRZETWORNIKA

Rozwiązując równania (31) i (32) względem przyrostowego prądu \dot{q}_1 , otrzymuje się:

$$\Delta(p)\dot{q}_1 = \begin{vmatrix} mp^2 + Dp + \frac{1}{K} - \frac{2a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^3} & mp^2 y_1 \\ -\frac{2a\dot{q}_o}{(d+x_o)^2} p & 0 \end{vmatrix} = \frac{2a\dot{q}_o}{(d+x_o)^2} mp^3 y_1, \quad (33)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= \begin{vmatrix} mp^2 + Dp + \frac{1}{K} - \frac{2a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^3} & 0 \\ -\frac{2a\dot{q}_o}{(d+x_o)^2} p & \frac{2a}{d+x_o} p + (R_s + R_c + R_p) \end{vmatrix} = \\ &= \left[mp^2 + Dp + \frac{1}{K} - \frac{2a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^3} \right] \left[\frac{2a}{d+x_o} p + (R_s + R_c + R_p) \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Uwzględniając zależność na napięciowy sygnał wyjściowy $u_p(t)$ przetwornika z rys.1, czyli

$$u_p(t) = R_p \dot{q}_1(t), \quad (35)$$

na podstawie równań (33) i (34) otrzymuje się transmitancję operatorową przetwornika jako związek pomiędzy wyjściowym napięciem pomiarowym u_p i przyrostowym położeniem y_1

$$\frac{u_p}{y_1} = \frac{R_p \frac{2a\dot{q}_o m}{(d+x_o)^2} p^3}{\left[mp^2 + Dp + \frac{1}{K} - \frac{2a\dot{q}_o^2}{(d+x_o)^3} \right] \left[\frac{2a}{d+x_o} p + (R_s + R_c + R_p) \right]}, \quad (36)$$

którą przedstawia się w postaci:

$$\frac{u_p}{y_1} = \frac{k p^3}{\left(\frac{p^2}{\omega_n^2} + 2\zeta \frac{p}{\omega_n} + 1 \right) (\tau p + 1)}, \quad (37)$$

gdzie przez k , ω_n^2 , ζ i τ (odpowiednio w Vs^3/m , rad^2/s^2 , $-$, s) kolejno oznaczono:

$$k = \frac{2R_p m \sqrt{aK} \sqrt{Kmg + b - x_o}}{3x_o (R_s + R_c + R_p) \left(1 - \frac{x_o^{\min}}{x_o}\right)}, \quad (38)$$

$$\omega_n^2 = \frac{3 \left(1 - \frac{x_o^{\min}}{x_o}\right)}{mK \left(1 + \frac{d}{x_o}\right)}, \quad (39)$$

$$\zeta = \frac{D}{2m\omega_n}, \quad (40)$$

$$\tau = \frac{2a}{(d+x_o)(R_s+R_c+R_d)} = \frac{\mu_o z^2 S_{Fe}}{(d+x_o)(R_s+R_c+R_d)} = \frac{L_o}{R_s+R_c+R_d}, \quad (41)$$

przy czym L_o jest indukcyjnością cewki dla rdzenia w położeniu pracy ustalonej

$$L_o = \frac{\mu_o z^2 S_{Fe}}{d+x_o}, \quad (42)$$

natomiast występująca w równaniach (38) i (39) wartość x_o^{\min} jest minimalną wartością położenia rdzenia, wynikającą z zakresu pracy stabilnej układu, wynoszącą:

$$x_o^{\min} = \frac{2}{3}(Kmg + b) - \frac{1}{3}d. \quad (43)$$

Na podstawie relacji (37) określa się transmitancję zespoloną przetwornika

$$\frac{\underline{U}_p}{\underline{Y}_1} = \frac{k(j\omega)^3}{\left(j2\zeta\frac{\omega}{\omega_n} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)(j\tau\omega + 1)}, \quad (44)$$

dla której moduł w jednostkach bezwzględnych jest równy:

$$\left|\frac{\underline{U}_p}{\underline{Y}_1}\right| = \frac{k\omega^3}{\sqrt{\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2} \cdot \sqrt{(\tau\omega)^2 + 1}}, \quad (45)$$

natomiast w dB wynosi:

$$20 \log_{10} \left|\frac{\underline{U}_p}{\underline{Y}_1}\right| = 20 \log_{10}(k) + 60 \log_{10}(\omega) - 10 \log_{10} \left[\left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 \right] - 10 \log_{10} [(\tau\omega)^2 + 1], \quad (46)$$

przy czym dwa ostatnie wyrazy relacji (46) aproksymuje się odpowiednio do postaci:

$$-10 \log_{10} \left[\left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 \right] = \begin{cases} -10 \log_{10}(1) = 0 & \text{dla } \omega \ll \omega_n \\ -40 \log_{10} \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) & \text{dla } \omega \gg \omega_n \end{cases}, \quad (47)$$

$$-10 \log_{10} [(\tau\omega)^2 + 1] = \begin{cases} -10 \log_{10}(1) = 0 & \text{dla } \omega \ll \frac{1}{\tau} \\ -20 \log_{10}(\tau\omega) & \text{dla } \omega \gg \frac{1}{\tau} \end{cases}. \quad (48)$$

4. CHARAKTERYSTYKI AMPLITUDOWE TRANSMITANCJI

Na podstawie relacji (46) wyznaczono asymptotyczne charakterystyki amplitudowe transmitancji przetwornika elektromechanicznego z rys.1 dla dwóch przypadków wystąpienia wzajemnej zależności pomiędzy parametrami ω_n i $\frac{1}{\tau}$ układu: (a) gdy $\omega_n \ll \frac{1}{\tau}$ oraz (b) gdy $\frac{1}{\tau} \ll \omega_n$. Odpowiadające charakterystyki przedstawiono na rys.2a i 2b.

Dla przypadku (a) zauważa się, że przy pracy przetwornika w przedziale pulsacji ω równej $\omega_n \ll \omega \ll \frac{1}{\tau}$ transmitancję zespoloną z relacji (44) można aproksymować do zależności:

$$\frac{U_p}{Y_1} \cong A_v(j\omega), \quad (49)$$

co wynika z postaci operatorowej

$$\frac{u_p}{y_1} \cong A_v p. \quad (50)$$

Na podstawie relacji (50) otrzymuje się:

$$u_p \cong A_v p y_1 = A_v \dot{y}_1, \quad (51)$$

zatem w zakresie nachylenia charakterystyki +20 dB/dekadę (rys.2a), przetwornik pracuje jako miernik prędkości \dot{y}_1 . Dla pulsacji $\omega \gg \frac{1}{\tau}$ urządzenie jest przetwornikiem położenia.

Dla przypadku (b) zauważa się, że przy pracy przetwornika w przedziale pulsacji ω równej $\frac{1}{\tau} \ll \omega \ll \omega_n$, transmitancję zespoloną z relacji (44) można aproksymować do zależności

$$\frac{U_p}{Y_1} \cong A_a(j\omega)^2, \quad (52)$$

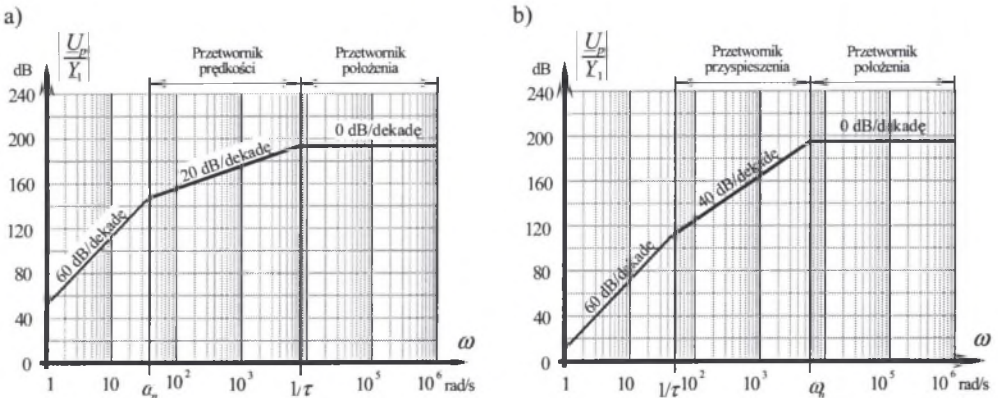
co wynika z postaci operatorowej

$$\frac{u_p}{y_1} \cong A_a P^2 \quad (53)$$

Na podstawie relacji (53) otrzymuje się:

$$u_p \cong A_a P^2 y_1 = A_a \ddot{y}_1 \quad (54)$$

zatem w zakresie nachylenia charakterystyki +40 dB/dekadę (rys.2b) przetwornik pracuje jako miernik przyspieszenia \ddot{y}_1 . Dla pulsacji $\omega \gg \omega_n$ urządzenie jest przetwornikiem położenia.



Rys. 2. Asymptotyczne charakterystyki amplitudowe transmitancji dla: (a) $\omega_n \ll \frac{1}{\tau}$ oraz (b) $\frac{1}{\tau} \ll \omega_n$
 Fig. 2. The asymptotic gain vs frequency diagrams of the transmittance for: (a) $\omega_n \ll \frac{1}{\tau}$
 and (b) $\frac{1}{\tau} \ll \omega_n$

5. PODSUMOWANIE

Na podstawie otrzymanych w punkcie 4 charakterystyk amplitudowych transmitancji oraz relacji matematycznych z punktu 3 zauważa się, że przetwornik elektromechaniczny z rys.1 przy starannym zaprojektowaniu obwodu elektrycznego i części mechanicznej może pracować w dwóch wersjach wystąpienia wzajemnej zależności pomiędzy parametrami ω_n i $\frac{1}{\tau}$ układu: (a) jako miernik prędkości i położenia w zakresie pulsacji odpowiednio $\omega_n \ll \omega \ll \frac{1}{\tau}$ i $\omega \gg \frac{1}{\tau}$, jeżeli $\omega_n \ll \frac{1}{\tau}$ (rys.2a) albo (b) jako miernik przyspieszenia i położenia w zakresie pulsacji odpowiednio $\frac{1}{\tau} \ll \omega \ll \omega_n$ i $\omega \gg \omega_n$, jeżeli $\frac{1}{\tau} \ll \omega_n$ (rys.2b).

Rozpatrzone występowanie drgań mechanicznych w kierunku pionowym (rys.1). W przypadku analizy drgań w innym kierunku należy odpowiednio zmodyfikować równania przedstawione w punkcie 1. Analizowane drgania opisuje się czasowymi funkcjami okresowymi $y_1(t)$ wokół punktów równowagi statycznej i rozkłada się na szereg Fouriera. Parametry ω_n i $\frac{1}{\tau}$ układu dobiera się tak, aby harmoniczna drgań o najwyższym rozpatrywanym rzędzie znalazła się w zakresie pulsacji odpowiadających jednemu z trzech rodzajów przetworników (położenia, prędkości, przyspieszenia), biorąc pod uwagę założoną dokładność pomiarową.

LITERATURA

1. Meisel J.: *Principles of Electromechanical Energy Conversion*. McGraw-Hill Company, New York, 1966.
2. Owczarek J. i inni: *Elektryczne Maszynowe Elementy Automatyki*. WNT, Warszawa 1983.
3. Puchała A.: *Dynamika Maszyn i Układów Elektromechanicznych*. PWN, Warszawa 1977.

Recenzent: Dr hab. inż. Krystyna Macek-Kamińska, prof. Pol. Opolskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 24.05.2004 r.

Abstract

The analysis of the typical electromechanical converter with the magnetic coupling was carried on the ground of the energetic equations of the Lagrange dynamic equilibrium.

The analyzed converter, when its electrical circuit and mechanical components are carefully designed, can operate in 2 versions of the interdependence existence between parameters ω_n and $\frac{1}{T}$ of the device: (a) as the speed and position meter in the appropriate ranges $\omega_n \ll \omega \ll \frac{1}{T}$ and $\omega \gg \frac{1}{T}$ for $\omega_n \ll \frac{1}{T}$ (Fig.2a) or (b) as acceleration and position meter appropriate $\frac{1}{T} \ll \omega \ll \omega_n$ and $\omega \gg \omega_n$ for $\frac{1}{T} \ll \omega_n$ (Fig.2b). The mechanical oscillations were considered in the vertical direction. The equation presented in the chapter 1 should be properly modified for case of the analysis of the oscillations in the other direction. The analyzed oscillations are described by mean of the time dependent periodical functions $y_1(t)$ around the points of the static equilibrium and distributed in Fourier series. The device parameters ω_n and $\frac{1}{T}$ are matched so, that highest order oscillations harmonic occurs in the range of oscillations that correspond to one kind of the meters (of the position, speed and acceleration), taking in account the assumed measuring accuracy.