

Jerzy JAKUBIEC, Piotr MAKOWSKI, Jerzy ROJ
Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej
Politechnika Śląska

SIEĆ NEURONOWA JAKO ELEMENT PRZETWORNIKA PRÓBKUJĄCEGO

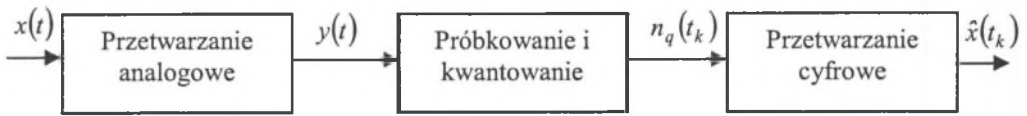
Streszczenie. Przetwornik próbkujący jest układem pomiarowym służącym do uzyskiwania wartości chwilowych wielkości zmiennych w czasie. Stanowi on tor pomiarowy, którego końcowym ogniwem jest przetwarzanie cyfrowe, realizujące odtwarzanie wielkości wejściowej przetwornika na podstawie ciągu skwantowanych próbek napięcia wyjściowego części analogowej toru. Błąd wyniku odtwarzania zależy od błędów części analogowej, układu próbkująco/pamiętającego, przetwornika A/C oraz właściwości algorytmu odtwarzania. Model błędu przetwornika próbkującego, w którym dla celów odtwarzania zastosowano sieć neuronową, może być budowany w dużej części przy użyciu badań symulacyjnych. Celem pracy jest scharakteryzowanie zagadnień związanych z identyfikacją tego rodzaju modelu.

NEURAL NETWORK AS AN ELEMENT OF SAMPLING TRANSDUCER

Summary. A sampling transducer is such a measuring instrument which delivers instantaneous values of its varying in time input quantity. It can be described as a measuring chain the final element of which performs digital processing consisting in reconstruction of instantaneous values of an input quantity on the basis of a series of quantized samples of the analog part output quantity. The reconstruction result inaccuracy depends on errors of the analog part, errors of sampling and quantization, as well as on properties of the reconstruction algorithm. An error model of a sampling transducer, in which an artificial neural network is used for reconstruction, may be built, in a large part, by using results obtained in a simulation way. The paper aim is to characterize problems connected with identification of such a model.

1. PRZETWORNIK PRÓBKUJĄCY

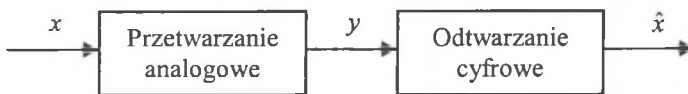
Przetwornik próbkujący jest określany jako tego rodzaju układ pomiarowy, który służy do dostarczania wyników pomiaru wartości chwilowych wielkości zmiennych w czasie [1]. Przetworniki próbkujące mogą być budowane jako urządzenia pomiarowe pracujące autonomicznie lub jako elementy systemów pomiarowych [2], mogą również stanowić fragmenty narzędzi pomiarowych. W systemach pomiarowo-sterujących przetworniki takie mogą być rozpatrywane jako przyrządy wirtualne budowane z aktualnie dostępnych zasobów systemu. Ogólna struktura procesu przetwarzania jest we wszystkich wymienionych przypadkach taka sama i może być przedstawiona w sposób pokazany na rys. 1.



Rys. 1. Ogólna struktura procesu przetwarzania realizowanego przez przetwornik próbkujący
Fig. 1. General structure of conversion performed by a sampling transducer

W ujęciu ogólnym przetwornik próbkujący stanowi łańcuch trzech elementów. Pierwsze ogniwo realizuje przetwarzanie analogowe zmiennej w czasie wielkości wejściowej $x(t)$ na wielkość elektryczną $y(t)$, na ogół na napięcie, której zmiany w czasie odpowiadają przebiegowi wielkości wejściowej. Drugie ogniwo realizuje dwa działania. Najpierw wielkość $y(t)$ jest próbkowana w chwili t_k , a następnie próbka podawana jest kwantowaniu za pomocą przetwornika A/C, w wyniku czego uzyskuje się wynik kwantowania w postaci liczby kwantów n_q przyporządkowanych wartości próbki.

Wskazanie n_q kwantyzatora jest liczbą niemianowaną. Aby uzyskać wynik wyrażony w jednostkach wielkości wejściowej, należy w najprostszym przypadku, gdy tor pomiarowy jest liniowy i przetwarzanie odbywa się w warunkach statycznych, pomnożyć n_q przez stałą zależną od właściwości wszystkich przetworników leżących na drodze od wejścia do wyjścia przetwornika A/C. Działanie to jest prostą operacją arytmetyczną wykonywaną na wyniku uzyskiwanym z przetwornika A/C. Na ogół jest ono znacznie bardziej złożone, szczególnie w sytuacjach, gdy w części analogowej występują przetworniki nieliniowe o właściwościach dynamicznych istotnie wpływających na niedokładność pomiaru. W takich przypadkach przetwarzanie cyfrowe dogodnie jest rozpatrywać w kategoriach odtwarzania [1,3].



Rys. 2. Tor pomiarowy z odtwarzaniem
Fig. 2. Measuring chain realizing reconstruction

Zasadę odtwarzania można scharakteryzować posługując się uproszczoną strukturą toru pomiarowego, pokazaną na rys. 2. Wielkość wejściowa x jest przetwarzana analogowo na wielkość y w sposób, który daje się opisać ogólnie pewnym modelem \mathbf{M} , a zatem zachodzi

$$y = \mathbf{M}(x). \quad (1)$$

Drugi element toru z rys. 2, realizujący odtwarzanie, wykonuje działania odwrotne w stosunku do opisanych zależnością (1), co można zapisać jako

$$\hat{x} = \mathbf{M}^{-1}(y). \quad (2)$$

Łączny efekt obu tych działań ma postać równania

$$\hat{x} = \mathbf{M}^{-1}[\mathbf{M}(x)] = x. \quad (3)$$

Fizyczna interpretacja określa odtwarzanie jako wnioskowanie o przyczynie na podstawie znajomości jej skutku oraz modelu odwrotnego łączącego skutek z przyczyną. W związku z tym, w sytuacji gdy rozpatruje się aspekty metrologiczne odtwarzania, może być ono traktowane jako korekcja błędów systematycznych powstających w trakcie przetwarzania analogowej wielkości wejściowej toru pomiarowego [1]. Przywracając pierwotną postać sygnału wejściowego, odtwarzanie eliminuje wszystkie „zniekształcenia” (błędy) sygnału na drodze od wejścia toru do wyjścia przetwornika A/C. Zgodnie z równaniem (3), przetwarzanie analogowe oraz wykonanie działania, które w sensie matematycznym polega na rozwiązaniu modelu odwrotnego do opisującego przetwarzanie, powoduje, że wielkość wyjściowa toru z odtwarzaniem jest równa wielkości wejściowej. Zatem, równanie (3) stanowi opis działania idealnego przetwornika pomiarowego.

W przetworniku próbkującym odtwarzanie realizowane jest w sposób cyfrowy na skwantowanych próbkach wielkości wyjściowej jego części analogowej. Proces odtwarzania można przedstawiać w postaci łańcucha działań polegających na kolejnym korygowaniu błędów statycznych i dynamicznych oraz filtracji błędów losowych, która jest na ogół niezbędnym elementem odtwarzania. Powodem tego jest wzmacnianie błędów losowych przez algorytmy odtwarzania dynamicznego, co jest często spotykaną właściwością zadań odwrotnych [1,3,4]. W dalszym ciągu, dla prostoty, algorytm odtwarzania jest traktowany jako jedna całość bez rozdzielania na algorytmy korekcji statycznej, dynamicznej i filtracji.

Korekcja dynamiczna stanowi rozwiązywanie równań różnicowych opisujących właściwości dynamiczne przetwornika [1]. Zarówno algorytmy korekcji dynamicznej, jak i filtracji można realizować w sposób rekurencyjny lub nierekurencyjny, przy czym ten drugi sposób jest znacznie łatwiejszy do analizy metrologicznej. Biorąc pod uwagę, że algorytmy rekurencyjne dają się przekształcać do postaci nierekurencyjnej [5], algorytm odtwarzania ogólnie można traktować jako zbiór działań wykonywanych na czasowym ciągu wyników pomiaru wielkości wyjściowej części analogowej w celu wyznaczenia pojedynczej wartości chwilowej wielkości wejściowej przetwornika próbkującego.

W rzeczywistości, zgodnie z rys. 1, odtwarzanie realizowane jest na liczbach uzyskiwanych na wyjściu przetwornika A/C, w związku z czym można je zapisać jako

$$\hat{x}(t_k) = \mathbf{M}^{-1} [n_q(K)], \quad (4)$$

gdzie: $\hat{x}(t_k)$ jest oceną wartości chwilowej wielkości wejściowej $x(t)$ w chwili t_k , a

$$n_q(K) = \{n_q(t_k), k = 0, 1, \dots, K-1\}, \quad (5)$$

jest ciągiem liczb będących wskazaniem przetwornika A/C i reprezentujących wartości chwilowe wielkości $y(t)$, k jest numerem chwili próbkowania, a K oznacza całkowitą liczbę próbek. Pomnożenie wskazania przetwornika A/C przez wartość kwantu q pozwala na uzyskanie wskazania mianowanego wyrażonego w jednostkach wielkości y . Zatem, po przyjęciu oznaczenia

$$\bar{y}(t_k) = n_q(t_k) \cdot q, \quad (6)$$

algorytm odtwarzania można ogólnie opisać zależnością

$$\hat{x}(t_k) = \mathbf{M}^{-1} [\bar{y}(K)], \quad (7)$$

gdzie $\bar{y}(K)$ jest ciągiem, w sensie zależności (5), wskazań mianowanych pomiaru wartości chwilowych wielkości $y(t)$.

W celu opisu właściwości metrologicznych procesu przetwarzania realizowanego przez przetwornik próbkujący można posłużyć się probabilistycznym modelem wyniku pomiaru bezpośredniego wykonywanego przy użyciu kwantyzatora. Jak pokazano to w pracy [6], wynik kwantowania może być interpretowany jako zmienna losowa będąca sumą wskazania i realizacji błędu losowego δ_Q o znanej funkcji gęstości prawdopodobieństwa $g(\delta)$ o zerowej wartości oczekiwanej. Zachodzi zatem

$$y(t_k) = \bar{y}(t_k) + \delta_Q(t_k), \quad (8)$$

przy czym błąd wyniku kwantowania jest sumą błędów cząstkowych

$$\delta_Q(t_k) = \delta_1(t_k) + \delta_2(t_k) + \dots + \delta_J(t_k), \quad (9)$$

które są powodowane zarówno przez czynniki związane z samym kwantowaniem, jak i zakłócenia losowe wielkości poddawanej kwantowaniu. W przypadku gdy algorytm odtwarzania wykonuje działania na ciągu wyników, zakłada się, że składniki wyrażenia (9) są realizacjami ergodycznych procesów stochastycznych [6].

Probabilistyczny opis wyniku odtwarzania uzyskuje się wprowadzając do wyrażenia (7) zależność (8) modelującą wynik kwantowania. Uzyskuje się

$$x(t_k) = \mathbf{M}^{-1}[\{y(t_k), k = 0, 1, \dots, K\}] = \mathbf{M}^{-1}[\{\bar{y}(t_k) + \delta_Q(t_k)\}, k = 0, 1, \dots, K]. \quad (10)$$

Zakładając, że wskazanie i błąd są addytywne w operacjach realizujących algorytm odtwarzania, wyrażenie (10) można zapisać jako sumę dwóch składników

$$x(t_k) = [\mathbf{M}^{-1}\{\bar{y}(t_k)\} + \mathbf{M}^{-1}\{\delta_Q(t_k)\}], k = 0, 1, \dots, K = \mathbf{M}^{-1}[\bar{y}(K)] + \mathbf{M}^{-1}[\delta_Q(K)]. \quad (11)$$

Jeżeli przyjmie się dodatkowo taki sam rodzaj opisu dla wyniku wyjściowego algorytmu, jak dla wyniku kwantowania (10), to zależność (11) przyjmuje postać

$$x(k) = \hat{x}(k) + \delta_x(k) = \mathbf{M}^{-1}[\bar{y}(K)] + \mathbf{M}^{-1}[\delta_Q(K)] + \delta_A(k). \quad (12)$$

Do równania (12) wprowadzono dodatkowy błąd $\delta_A(k)$ wynikający z faktu, że rozwiązywanie modelu odwrotnego realizowane jest z ograniczoną dokładnością. Ponadto, zapis tego równania uproszczono zastępując symbol chwili t_k jej numerem k .

Zależność (12) można rozdzielić na dwa równania. Pierwsze ma postać (7) i stanowi ogólny zapis procedury obliczania oceny pojedynczej wartości chwilowej odtwarzanej wielkości wejściowej na podstawie ciągu wskazań mianowanych. Drugie równanie

$$\delta_x(k) = \mathbf{M}^{-1}[\delta_Q(K)] + \delta_A(k), \quad (13)$$

opisuje związki między błędami powstającymi podczas przetwarzania analogowego, kwantowania oraz na skutek ograniczonej dokładności realizacji algorytmu, a także uwzględnia przetwarzanie przez algorytm błędów pojawiających się wraz z danymi wejściowymi. Sposób przetwarzania błędów przez algorytm odtwarzania zależy od rodzaju błędu. Z tego punktu widzenia można wyodrębnić trzy rodzaje błędów [7]: statyczne, dynamiczne i losowe. Oznaczając je odpowiednio symbolami S, D i R i wprowadzając taki sam podział wśród błędów własnych algorytmu, zależność (13) przyjmuje postać

$$\delta_x(k) = \mathbf{M}^{-1}[\delta_{QS}(K)] + \mathbf{M}^{-1}[\delta_{QD}(K)] + \mathbf{M}^{-1}[\delta_{QR}(K)] + \delta_{AS}(k) + \delta_{AD}(k) + \delta_{AR}(k). \quad (14)$$

Równanie (14) stanowi model błędu wyniku pomiaru wartości chwilowej wielkości wejściowej realizowanego przez przetwornik próbkujący z wykorzystaniem odtwarzania. Model ten wykorzystywany jest do analizy metrologicznych właściwości przetwornika próbkującego oraz jako punkt wyjścia do budowania procedur wyznaczania niepewności wyniku uzyskiwanego na wyjściu tego przetwornika.

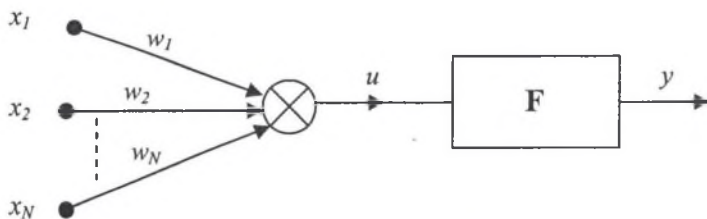
2. NEURONOWA IMPLEMENTACJA ALGORYTMU ODTWARZANIA

W podstawowym ujęciu algorytm odtwarzania przyjmuje postać analityczną i stanowi w ogólnym przypadku zbiór równań o znanych współczynnikach, których wartość jest wyznaczana w procesie identyfikacji modelu odwrotnego. Dokładność odtwarzania zależy w dużym stopniu od tego, jak dobrze znany jest ten model. Z reguły wzrost dokładności okupiony jest znaczną rozbudową algorytmu, co z kolei powoduje istotny wzrost nakładów ponoszonych na identyfikację modelu. Rosną także trudności związane z obliczaniem niepewności wyników uzyskiwanych na wyjściu złożonych numerycznie algorytmów [7].

Alternatywnym rozwiązaniem jest zastosowanie sieci neuronowej do realizacji odtwarzania. Jest to szczególnie uzasadnione w przypadkach, gdy występują istotne trudności w odpowiednio dokładnej identyfikacji parametrów modelu, przykładowo gdy występują duże zakłócenia o charakterze losowym. Wówczas zamiast żmudnego wyznaczania tych parametrów zadanie to przekazuje się sieci neuronowej. W procesie uczenia, na podstawie dostarczanych jej zbiorów danych uczących, sieć tworzy swoją własną, specyficzną dla niej, aproksymację modelu odwrotnego toru przetwarzania. Współczynniki tego modelu, chociaż określone, nie są jednak znane, gdyż taka wiedza jest w praktyce bezużyteczna. Sieć jako całość stanowi „wytrenowaną” formę algorytmu odtwarzania. Można zatem w tym przypadku mówić o neuronowej postaci tego algorytmu.

Zarówno postać analityczna, jak i neuronowa algorytmu może być realizowana w dwojaki sposób. Najbardziej rozpowszechnione są realizacje programowe polegające w końcowym etapie na sekwencyjnym wykonywaniu rozkazów przez procesor. W przypadku złożonych algorytmów takie działanie jest czasochłonne i wymaga procesora o dużej mocy obliczeniowej. W przypadku realizacji odtwarzania na bieżąco, czyli w takt napływania kolejnych danych pomiarowych, szybkość wykonywania algorytmu przez procesor może być niewystarczająca i wówczas konieczne jest użycie implementacji sprzętowej algorytmu.

Jak już o tym wspomniano, algorytm odtwarzania może być ogólnie rozpatrywany w postaci równania nierekurencyjnego, będącego zapisem działań na czasowym ciągu wskazań przetwornika A/C. W takim przypadku neuronowa realizacja algorytmu ma postać wielowarstwowej sieci jednokierunkowej, przedstawionej na rys. 4 [8]. Każda warstwa składa się z neuronów zbudowanych w sposób pokazany na rys. 3.



Rys. 3. Budowa sztucznego neuronu

Fig. 3. Construction of the artificial neuron

Sztuczny neuron jest elementem o wielu wejściach i jednym wyjściu. Sygnał wyjściowy neuronu opisuje zależność

$$y = F\left(\sum_{j=1}^N w_j x_j\right) = F(u), \quad (15)$$

gdzie: x_j jest sygnałem, a w_j jest współczynnikiem wagowym na wejściu o numerze j , $j = 1, 2, \dots, N$. F jest symbolem funkcji aktywacji, która może być liniowa

$$y(u) = u, \quad (16)$$

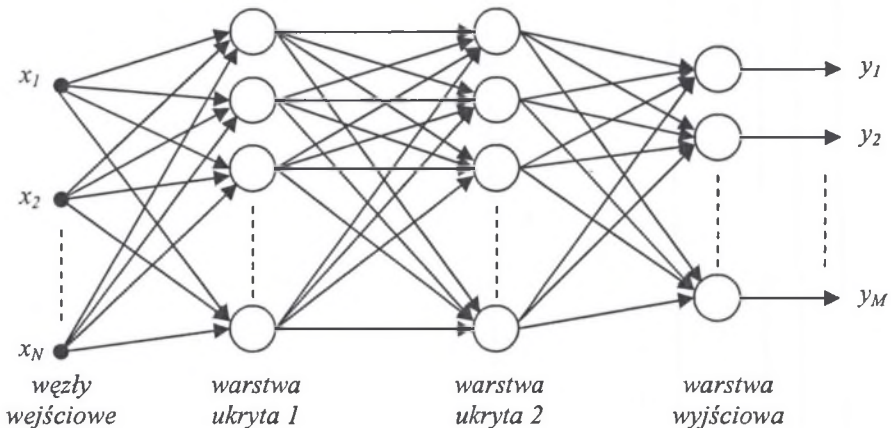
lub nieliniowa. Funkcja nieliniowa może mieć postać unipolarną, najczęściej sigmoidalną

$$y(u) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta u)}, \quad (17)$$

lub bipolarną sigmoidalną

$$y(u) = \operatorname{tgh}(\beta u), \quad (18)$$

gdzie współczynnik β może przyjmować wartość dowolną, przy czym z reguły $\beta = 1$. Funkcję bipolarną można uzyskać także mnożąc wyrażenie (17) przez 2 i odejmując 1.



Rys. 4. Przykładowa struktura sieci neuronowej jednokierunkowej wielowarstwowej
Fig. 4. Exemplary structure of a multilayer, one-way neural network

Przykładową strukturę jednokierunkowej, wielowarstwowej sieci neuronowej pokazano na rys. 4. Z rysunku tego wynika, że neuronowa realizacja algorytmu zależy od wielu czynników, takich jak: liczba warstw sieci, liczba neuronów w warstwie, zastosowanej funkcji aktywacji oraz od procedury uczenia sieci, której celem jest dobór współczynników wagowych wszystkich neuronów. Uczenie jest procesem wieloetapowym, którego efektywność zależy od zastosowanej metody, a ponadto do jego zakończenia niezbędne jest sformułowanie odpowiedniego kryterium. Te wszystkie czynniki mają wpływ na właściwości metrologiczne sieci neuronowej, a w szczególności na niedokładność realizacji odtwarzania. Powoduje to, że

analiza tego rodzaju właściwości sieci jest zagadnieniem złożonym i musi być dokonywana łącznie dla całego przetwornika próbkującego, czyli z uwzględnieniem przetwarzania realizowanego przez pozostałe ogniwa toru. Powodem tego jest ścisły związek modeli matematycznych opisujących przetwarzanie i odtwarzanie, wynikający z równań (1), (2) i (3).

Uczenie i testowanie sieci musi być przeprowadzane na danych będących wynikami pomiaru wielkości wejściowej przetwornika próbkującego. Stwarza to wiele problemów praktycznych, w przypadku gdy przetwornik próbkujący mierzy wielkości nieelektryczne. Biorą się one stąd, że niezbędna jest znajomość wielu odpowiednio dokładnych wartości wielkości wejściowej i odpowiadających im ciągów danych wyjściowych z przetwornika A/C. Uzyskanie takich zbiorów danych jest trudne do realizacji, czasochłonne i kosztowne i nie zawsze prowadzi do pożądaných rezultatów [9]. W tej sytuacji celowe staje się poszukiwanie środków pozwalających na stwierdzenie, czy dana sieć neuronowa stanowi odpowiednio dokładny element przetwornika próbkującego. Jedno z takich rozwiązań polega na budowaniu modeli błędu sieci, których celem jest opis związków zachodzących między błędami wyniku na wyjściu sieci a błędami danych wprowadzanych na jej wejście oraz błędami własnymi sieci. Właściwości takich modeli mogą być badane symulacyjnie dla różnych struktur sieci, zastosowanych funkcji aktywacji oraz procedur uczenia. W dalszym ciągu pracy opisano sposób budowy takich modeli, środki użyte do analizy ich właściwości oraz przedstawiono wybrane wyniki badań dla przykładowej sieci neuronowej.

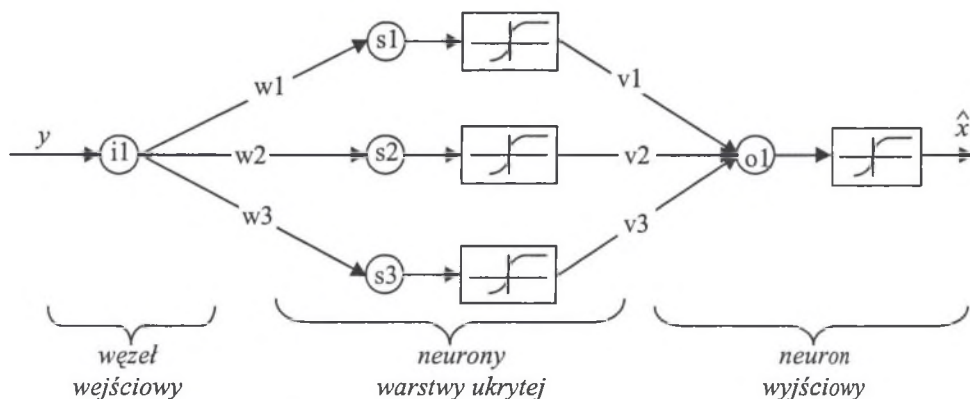
3. OPIS METROLOGICZNYCH WŁAŚCIWOŚCI SIECI NEURONOWEJ

3.1. Wybór struktury i uczenie sieci

Dla celów eksperymentalnych przyjęto, że przetwarzanie analogowe w przetworniku próbkującym opisane jest równaniem kwadratowym w zakresie $x \in \langle 0,1 ; 1,0 \rangle$. Zatem sieć neuronowa rozwiązuje równanie odwrotne

$$x = \sqrt{y}. \quad (19)$$

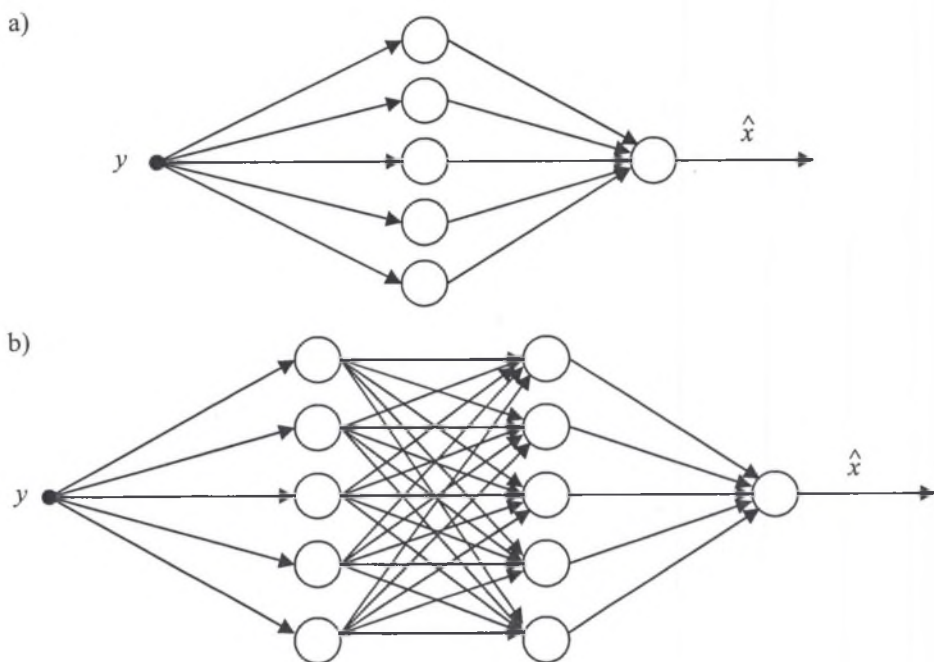
Strukturę sieci, przyjętą na podstawie twierdzenia Kołmogorowa [8], pokazano na rys. 5.



Rys. 5. Sieć neuronowa o minimalnej strukturze 1-3-1

Fig. 5. The minimal structure 1-3-1 of the neural network

Sieć pokazana na rys. 5 ma strukturę 1-3-1 (1 wejście, 3 neurony w warstwie ukrytej, 1 neuron wyjściowy) minimalną, w sensie przytoczonego twierdzenia, dla celów realizacji postawionego zadania. Dla celów porównawczych badania rozszerzono na sieci o strukturach 1-2-1, 1-5-1, 1-8-1 oraz sieci dwuwarstwowe o strukturach: 1-3-3-1, 1-5-5-1 i 1-8-8-1. Wybrane struktury sieci pokazano w sposób uproszczony na rys. 6. Jako funkcje aktywacji przyjęto sigmoidalne funkcje bipolarne.



Rys. 6. Uproszczone schematy badanych sieci neuronowych o strukturach a) 1-5-1, b) 1-5-5-1
 Fig. 6. Simplified schemes of the examined neural networks a) 1-5-1, b) 1-5-5-1

Programową realizację wymienionych rodzajów sieci wykonano z wykorzystaniem programu *MatLab* z biblioteką *Neural Network Toolbox*. Uczenie sieci zrealizowano za pomocą algorytmu Levenberga-Marquardta [8], będącego modyfikacją algorytmu wstecznej propagacji błędów, przy czym 90-elementowy zbiór wzorców uczących wygenerowano na podstawie równania (19). Jako miarę stopnia wytrenowania (nauczenia) sieci wykorzystano standardowo używany wskaźnik obliczany na podstawie zależności

$$\delta_{\text{SSE}} = \sum_{i=1}^{i=W} \sum_{j=1}^{j=M} (\hat{x}_j^i - x_j^i)^2, \quad (20)$$

gdzie: \hat{x}_j^i jest wartością uzyskiwaną na wyjściu sieci, x_j^i wartością dokładną uzyskiwaną na podstawie równania (19), W – liczbą elementów wzorców zbioru uczącego, M – liczbą neuronów warstwy wyjściowej.

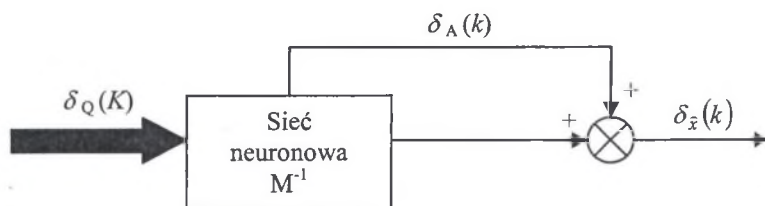
Uczenie sieci realizowano wielokrotnie dla losowo wybranych wartości początkowych współczynników wagowych tak długo, dopóki wskaźnik δ_{SSE} zmienił się w istotnym

stopniu. Do dalszych eksperymentów wybierano sieć charakteryzującą się najmniejszą wartością tego wskaźnika.

3.2. Model błędu sieci

Powszechnie stosowany sposób wyrażania niedokładności sieci neuronowej za pomocą błędu średniokwadratowego [8] jest niewystarczający do analizy jej właściwości metrologicznych, gdyż jest zbyt uproszczony. Pełna wiedza o zachowaniu się sieci jako końcowego ogniwa przetwornika próbkującego wymaga bowiem określenia sposobu przenoszenia różnego rodzaju błędów z wejścia na wyjście oraz wyznaczenia błędów własnych sieci. W tym celu niezbędna jest znajomość rozkładów błędów na wejściu i wyjściu sieci. Złożenie jej błędów wyjściowych pozwala m. in. na wyznaczenie błędu wypadkowego, a tym samym na obliczenie niepewności wyniku pomiaru na wyjściu przetwornika próbkującego.

Dla celów analizy metrologicznych właściwości sieci neuronowej wykorzystywany jest model błędu sieci [10], którego ogólną postać, wynikającą bezpośrednio z równania (13), przedstawia rys. 7. Model ten opisuje efekt działania sieci na ciągu błędów wejściowych $\delta_Q(K)$ w postaci jednej wartości błędu na wyjściu w chwili k kumulującej się z realizacją błędu własnego sieci $\delta_A(k)$, co prowadzi do powstania błędu wypadkowego $\delta_x(k)$.



Rys. 7. Ogólny model błędów sieci neuronowej realizującej odtwarzanie
Fig. 7. General error model of a neural network performing reconstruction

Na podstawie modelu błędu można zbudować model niepewności sieci [7], zastępując błędy odpowiednimi niepewnościami i określając związki między nimi. Model niepewności sieci może być przydatny do obliczania niepewności wypadkowej na podstawie niepewności cząstkowych, a także do porównywania właściwości różnych rozwiązań badanych sieci. Wartość niepewności w sposób syntetyczny reprezentuje źródło błędu, a tym samym jej użycie pozwala w sposób stosunkowo prosty na porównywanie właściwości sieci o różnych konstrukcjach i strukturach (różnej liczbie warstw i neuronów), o różniących się funkcjach aktywacji, odmiennych procedurach uczenia itp.

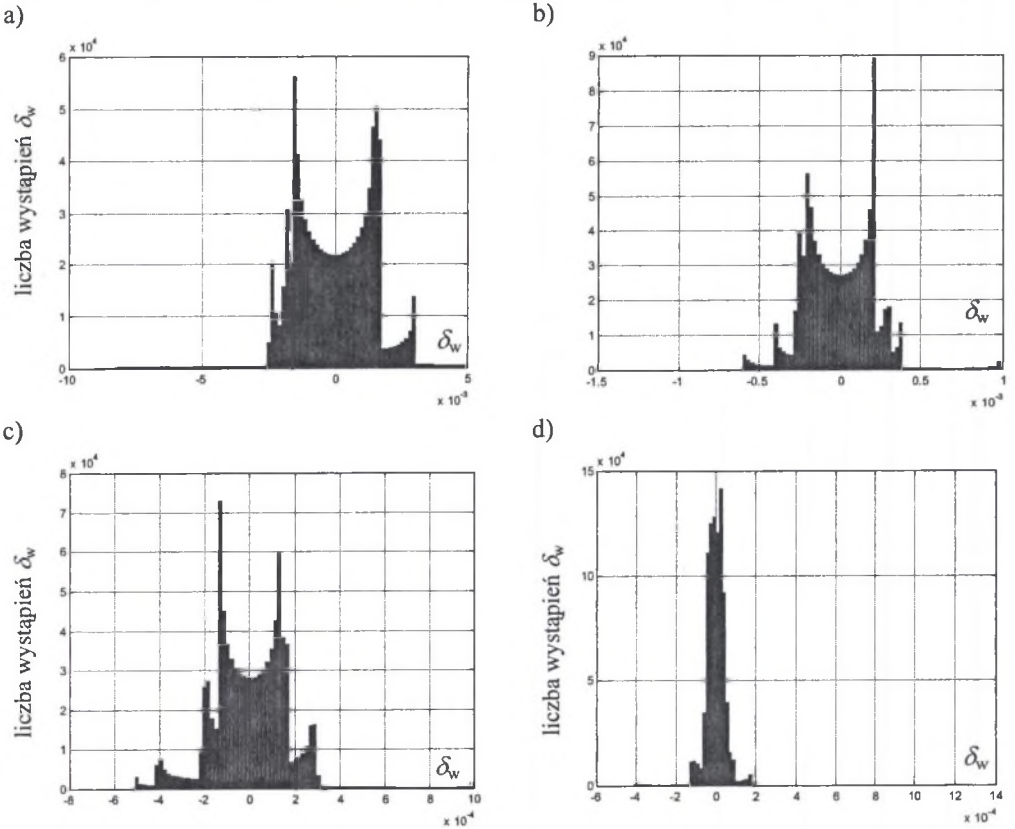
3.3. Błędy własne sieci

Zbiór wartości błędu własnego sieci wyznaczany jest dla sieci nauczonej, dla której wskaźnik δ_{SSE} (20) przyjmuje wartość nie większą od zadanej. Eksperyment symulacyjny składał się z 900 000 kroków. Każdy z kroków polegał na losowaniu wartości mieszczącej się w zakresie przetwarzania sieci, wyznaczeniu odpowiedzi sieci \hat{x}_i , obliczeniu wartości dokładnej \hat{x}_i uzyskanej po spierwiastkowaniu wartości wejściowej, a następnie obliczeniu wartości błędu zgodnie z zależnością

$$\delta_i = \hat{x}_i - \dot{x}_i, \quad (21)$$

gdzie: i jest numerem kroku, $i = 1, \dots, 900000$.

Uzyskane wartości błęd zestawiono w histogram. Przykładowe histogramy pokazuje rys. 8.



Rys. 8. Przykładowe histogramy błędów własnych sieci neuronowej o strukturze a) 1-3-1, b) 1-5-1, c) 1-3-3-1, d) 1-5-5-1

Fig. 8. Exemplary histograms of own errors of the neural networks with structure a) 1-3-1, b) 1-5-1, c) 1-3-3-1, d) 1-5-5-1

3.4. Niepewność jako parametr zbioru wartości błędu

Odpowiednio liczny histogram może być traktowany jako dyskretna reprezentacja funkcji gęstości prawdopodobieństwa $g(\delta)$ błęd δ . W celu porównania właściwości różnych rozwiązań sieci wygodnie jest posługiwać się niepewnością określaną jako parametr zbioru wartości błęd. Tradycyjnie niepewność jest definiowana dla funkcji $g(\delta)$ symetrycznej względem osi rzędnych [11]. W takim przypadku do wyznaczania niepewności Δ można posłużyć się funkcjonalem [6]

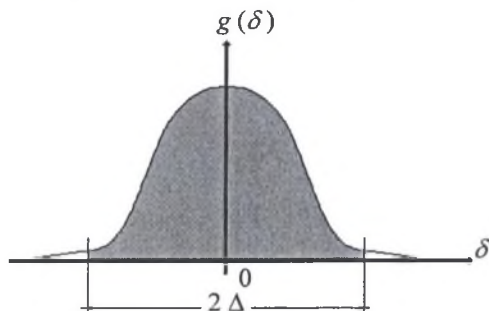
$$\frac{1}{F} \int_{-\Delta}^{+\Delta} g(\delta) d\delta = \alpha, \quad (22)$$

gdzie α jest poziomem ufności i z reguły przyjmuje się $\alpha = 0,95$ oraz zachodzi

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\delta) d\delta. \quad (23)$$

Dla zbioru wartości błędu opisanego funkcją gęstości prawdopodobieństwa lub histogramem częstości $F = 1$, dla histogramu licznosci $F > 1$.

Graficzną interpretację tak określonej niepewności przedstawia rys. 9.



Rys. 9. Graficzna interpretacja niepewności Δ

Fig. 9. Graphical interpretation of the uncertainty Δ

Histogramy pokazane na rys. 8, reprezentujące błędy własne sieci neuronowej, są niesymetryczne. Zatem, nie jest możliwe w ich przypadku zastosowanie funkcjonału (22) do wyznaczenia niepewności. Dla tego rodzaju sytuacji można zaproponować zmodyfikowaną definicję niepewności opisaną poniżej [12].

Załóżmy, że wartość oczekiwana funkcji gęstości prawdopodobieństwa błędu $E[g(\delta)] = 0$, a ponadto jest ona niesymetryczna w tym sensie, że w obszarze zmienności δ istnieją takie wartości, dla których $g(\delta) \neq g(-\delta)$. Niech błędem granicznym lewostronnym nazywany jest taki parametr δ_{gr-} , dla którego zachodzi

$$\frac{1}{F_-} \int_{\delta_{gr-}}^0 g(\delta) d\delta = \alpha, \quad (24)$$

gdzie α jest poziomem ufności oraz zachodzi

$$F_- = \int_{-\infty}^0 g(\delta) d\delta. \quad (25)$$

W podobny sposób określany jest błąd graniczny prawostronny δ_{gr+} wyznaczany na podstawie funkcjonału

$$\frac{1}{F_+} \int_0^{\delta_{gr+}} g(\delta) d\delta = \alpha, \quad (26)$$

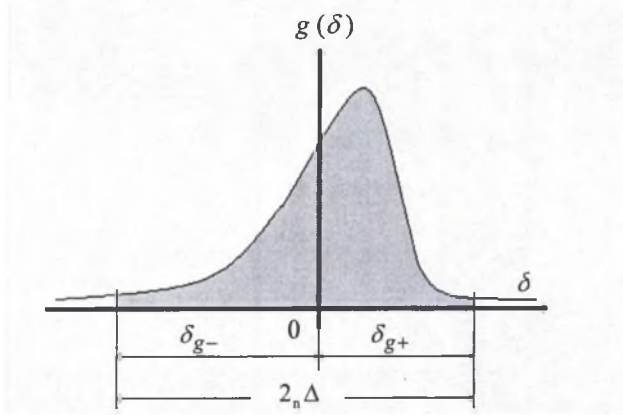
gdzie

$$F_+ = \int_0^{+\infty} g(\delta) d\delta. \tag{27}$$

Niepewność zbioru wartości błędów o rozkładzie niesymetrycznym definiowana jest jako

$${}_n\Delta = \frac{\delta_{gr+} - \delta_{gr-}}{2}. \tag{28}$$

Graficzną interpretację błędów granicznych i niepewności błędów o rozkładzie niesymetrycznym przedstawia rys. 10. W tabeli 1 zestawiono opisane parametry zbioru wartości błędów badanych sieci neuronowych.



Rys. 10. Graficzna interpretacja błędów δ_{gr-} i δ_{gr+} oraz niepewności ${}_n\Delta$
 Fig. 10. Graphical interpretation of the errors δ_{gr-} , δ_{gr+} and the uncertainty ${}_n\Delta$

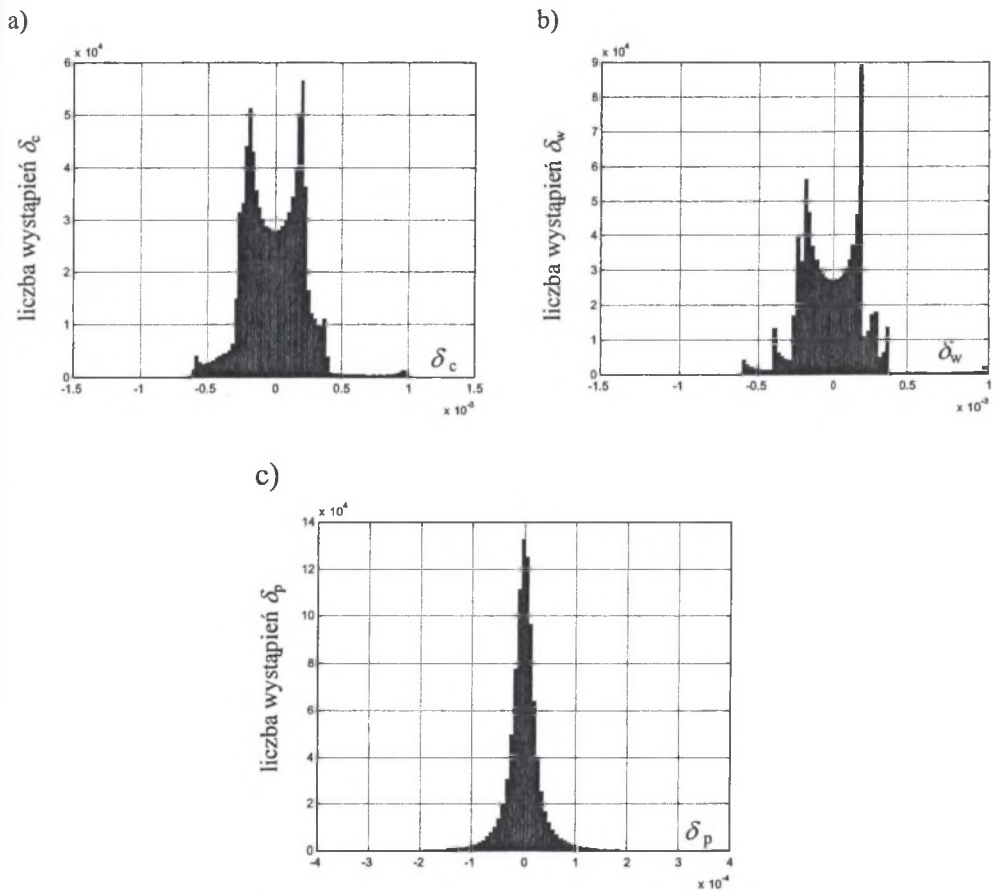
Tabela 1

Parametry niedokładnościowe badanych struktur sieci: δ_{SSE} - wskaźnik nauczania sieci, δ_{gr-} - błąd graniczny lewostronny, δ_{gr+} - błąd graniczny prawostronny, ${}_n\Delta$ - niepewność błędów dla poziomu ufności $\alpha = 0,95$ wyznaczana na podstawie zależności (28)

	Struktura sieci						
	1-2-1	1-3-1	1-5-1	1-8-1	1-3-3-1	1-5-5-1	1-8-8-1
δ_{SSE}	$3,18 \cdot 10^{-3}$	$2,92 \cdot 10^{-4}$	$6,81 \cdot 10^{-6}$	$1,23 \cdot 10^{-7}$	$3,45 \cdot 10^{-6}$	$4,77 \cdot 10^{-7}$	$1,27 \cdot 10^{-7}$
δ_{gr-}	$-11,2 \cdot 10^{-3}$	$-2,37 \cdot 10^{-3}$	$-3,96 \cdot 10^{-4}$	$-6,36 \cdot 10^{-5}$	$-3,79 \cdot 10^{-4}$	$-1,24 \cdot 10^{-4}$	$-4,64 \cdot 10^{-5}$
δ_{gr+}	$8,20 \cdot 10^{-3}$	$2,82 \cdot 10^{-3}$	$3,74 \cdot 10^{-4}$	$4,14 \cdot 10^{-5}$	$2,88 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-4}$	$6,55 \cdot 10^{-5}$
${}_n\Delta$	$9,68 \cdot 10^{-3}$	$2,59 \cdot 10^{-3}$	$3,86 \cdot 10^{-4}$	$5,25 \cdot 10^{-5}$	$3,33 \cdot 10^{-4}$	$1,24 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-5}$

3.5. Przenoszenie błędów z wejścia na wyjście sieci neuronowej

W celu zbadania, w jaki sposób sieć neuronowa przenosi błędy z wejścia na wyjście, przeprowadzono eksperyment symulacyjny złożony z 900 000 kroków. W każdym kroku losowano, zgodnie z rozkładem jednostajnym, liczbę z zakresu wejściowego sieci, obliczano jej odpowiedź, po czym obliczano błąd własny sieci δ_w w sensie zależności (21). Następnie generowano liczbę o rozkładzie normalnym o zerowej wartości oczekiwanej i odchyleniu standardowym równym $0,5 \cdot 10^{-4}$, którą dodawano do uprzednio wylosowanej wartości wejściowej. Dla tak uzyskanej sumy obliczano odpowiedź sieci, a następnie wyznaczano błąd δ_c tej odpowiedzi. Błąd ten stanowi sumę błędu własnego i błędu przeniesionego z wejścia, w związku z czym, aby uzyskać wartość błędu przeniesionego δ_p , od błędu δ_c odejmowano błąd δ_w . Uzyskiwane wartości błędów zestawiano w histogramy, których przykłady przedstawia rys. 11.



Rys. 11. Histogramy: a) błędu całkowitego, b) błędu własnego, c) przeniesionego, dla sieci o strukturze 1-5-1

Fig. 11. Histograms of errors obtained for the neural network with structure 1-5-1:
a) resultant error, b) own error, c) error transmitted from the input to output

W celu porównania właściwości różnego rodzaju sieci przy przenoszeniu błędów z wejścia na wyjście można posłużyć się współczynnikiem propagacji błędów określonym dla rozkładów symetrycznych jako

$$k_p = \frac{\Delta_p}{\Delta_{we}}, \quad (29)$$

gdzie: Δ_{we} jest niepewnością błędu danych wejściowych sieci, a Δ_p jest niepewnością tego błędu przeniesionego na jej wyjście.

Tego samego rodzaju współczynnik można zdefiniować dla rozkładów niesymetrycznych.

W tabeli 2 zestawiono wartości współczynnika propagacji k_p błędów losowych o rozkładzie normalnym dla wybranych struktur sieci neuronowych.

Tabela 2

Wartości współczynnika propagacji błędów wejściowych k dla badanych struktur sieci neuronowych

	Struktura sieci						
	1-2-1	1-3-1	1-5-1	1-8-1	1-3-3-1	1-5-5-1	1-8-8-1
k_p	1,56	1,65	1,67	1,77	1,66	1,72	1,73

4. UWAGI KOŃCOWE I WNIOSKI

Przedstawione w pracy przykładowe wyniki badań wskazują na przydatność modelu błędów do opisu właściwości metrologicznych sieci neuronowych. Znajomość klasy funkcji, którą realizuje sieć, pozwala na symulacyjne przeprowadzenie badań związków zachodzących między błędami danych na wyjściu i wejściu sieci, co istotnie ułatwia analizę właściwości sieci. Wyniki tej analizy, w postaci modelu błędu sieci, mogą być przenoszone na sytuacje pokrewne, kiedy sieć jest uczona danymi pomiarowymi [13].

Uzyskane w pracy wyniki dotyczą stosunkowo prostej sytuacji, gdy sieć jest używana do odtwarzania statycznego, które realizuje korekcję błędów liniowości części analogowej przetwornika próbkującego. W przypadku gdy wielkość wejściowa przetwornika zmienia się odpowiednio szybko w czasie, odtwarzanie musi obejmować zadanie korekcji błędów dynamicznych, która musi być przeprowadzana na ciągu danych wejściowych. Jak pokazuje to praca [14], analiza niedokładności sieci realizującej korekcję dynamiczną w warunkach nieliniowych jest zagadnieniem bardzo złożonym. Opisaną w pracy metodą pozwala na selektywną analizę właściwości sieci dla różnych rodzajów błędów pojawiających się w tym przypadku, tj. błędów statycznych, dynamicznych i losowych, a następnie na ich składanie w sposób opisany przez model błędu. Dalsze badania w tym kierunku będą dotyczyły budowy i analizy modeli sieci neuronowych stosowanych w przetwornikach próbkujących do odtwarzania dynamicznego w warunkach nieliniowych.

Literatura

1. Jakubiec J., Roj J.: *Pomiarowe przetwarzanie próbkujące*. Podręcznik akademicki. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2000.
2. Bolikowski J. i inni: *Podstawy projektowania inteligentnych przetworników pomiarowych*. WSI, seria Monografie nr 68, Zielona Góra 1993.
3. Morawski R. Z.: *Zadania odwrotne w metrologii*. Podstawowe Problemy Metrologii. Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach. Seria: Konferencje, Nr 1. Gliwice-Ustroń, 1998, s. 37-49.
4. Jakubiec J.: *Bieżące programowe odtwarzanie wartości chwilowych dynamicznych przebiegów wejściowych nieliniowych przetworników pomiarowych*. Monografia. Gliwice 1988.
5. Jakubiec J.: *Metrologiczne własności pewnej postaci szeregu czasowego jako sposobu przedstawiania rekurencyjnych algorytmów przetwarzania danych pomiarowych*. Archiwum Elektrotechniki, Tom XL, Zeszyt 157/158 - 3-4/1991, PWN, Warszawa 1993, s. 723-735.
6. Jakubiec J.: *Błędy i niepewność wyniku kwantowania*. Podstawowe Problemy Metrologii. Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach. Seria: Konferencje Nr 5. Gliwice-Ustroń, 11-14.05.2003, s. 369-382.
7. Jakubiec J.: *Redukcyjna arytmetyka interwałowa w zastosowaniu do wyznaczania niepewności algorytmów przetwarzania danych pomiarowych*. Monografia. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.
8. Osowski S.: *Sieci neuronowe w ujęciu algorytmicznym*. WNT, Warszawa 1996.
9. Makowski P.: *Sieć neuronowa w zastosowaniu do rozwiązywania dwuwymiarowego zadania odwrotnego na przykładzie pomiaru stężeń komponentów mieszanin gazowych*. V Ogólnopolskie Warsztaty Doktoranckie OWD'2003, Istebna-Zaolzie, 18-21.10.2003, Zeszyt Nr 2, s. 99-104.
10. Jakubiec J., Roj J.: *Model błędów sieci neuronowej jako ogniwa przetwarzania próbkującego*. PAK, 7-8/2000, s. 33-36.
11. *Wyrażanie niepewności pomiaru*. Przewodnik GUM, 1999.
12. Makowski P., Roj J.: *Błędy własne sieci neuronowej zastosowanej do rozwiązywania dwuwymiarowego odwrotnego zadania pomiarowego*. VI International Workshop for Candidates for a Doctor's Degree OWD'2004 – Wisła, 16 – 19 October 2004, Zeszyt Nr 4, s. 303 – 306.
13. Makowski P., Roj J.: *Dobór funkcji aktywacji sieci neuronowej realizującej odtwarzanie wielkości wejściowej przetwornika pomiarowego*. PAR 7-8/2004, s. 120-124.
14. Minkina W., Gryś S.: *Korekcja charakterystyk dynamicznych czujników termometrycznych – metody, układy, algorytmy*. Monografia. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2004.

Recenzent: Dr hab. inż. Waldemar Minkina, prof. Politechniki Częstochowskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 7 grudnia 2004

Abstract

General structure of a sampling transducer can be presented as it is shown in Fig. 1. It consists of three parts: analog, analog-to-digital and digital. The analog part converts varying in time input signal $x(t)$ to electrical signal $y(t)$ which is sampled and then quantized by the analog-to-digital part. The last, digital part, performs reconstruction of an instantaneous value of the input quantity at the moment t_k on the base of a series of quantized samples (5). The reconstruction operations are generally described by Eq. (4), where \mathbf{M}^{-1} denotes inverse model of the analog part. The error of the result at the output of the AD converter can be treated as the sum (9) of different partial errors which are commonly processed with these results accordingly with Eq. (11), so the resultant error at the output of the transducer has the form

(14), when index S denotes static, D – dynamic and R – random errors, A is the symbol of a reconstruction algorithm.

In the situation when identification of the analog part model is difficult one can apply a neural network to solving the inverse model, i.e. to performing the reconstruction algorithm. Before that it is needed a choice of a structure of the neural network, number of its layers, an activation function, then such a determined network has to be tough up. All these activities influence inaccuracy of the network output result, therefore it is necessary to examine how this inaccuracy depends on them. In can be performed by a simulation way using an error model of the network generally shown in Fig. 7. To realize simulation experiments, one choose square function as the model of the analog part, so the inverse function, solved by the network, is described by Eq. (19).

Graphical representation of Eq. (13), called the error model, is shown in Fig. 7. The errors in this model can be split into partial errors as it is described by Eq. (14) and then examined in simulation way. Exemplary histograms of the error introduced by the neural network itself (own error) are shown in Fig.8. To compare the errors obtained in different work conditions of the network, it is needed a parameter describing properties of the error distributions. This role can accomplish uncertainty defined by Eq. (22) and interpreted as in Fig. 8. In the situation when the error distribution is unsymmetrical, uncertainty can be defined by using Eqs. (26), (27) and (28). Uncertainties of chosen networks contains table 1.

Propagation of errors from the input to the output of a neural network can be described by the coefficient (29). Exemplary values of the error propagation coefficient are placed at table 2.