

Małgorzata DETKA, Zdzisław KACZMAREK  
Samodzielny Zakład Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii  
Politechnika Świętokrzyska

## ODTWARZANIE PRZEBIEGÓW IMPULSOWYCH WIELKOŚCI MECHANICZNYCH W TORZE POMIAROWYM Z DWOMA RODZAJAMI ZNIEKSZTAŁCEŃ

**Streszczenie.** W układach pomiarowych szybkozmiennych wielkości mechanicznych głównymi przyczynami zniekształceń mierzonych przebiegów są: dyspersja w przetworniku mechanicznym oraz skończona baza pomiarowa przetworników mechaniczno – elektrycznych [2]. W pracy przedstawione zostaną wyniki symulacji odtwarzania przebiegów odkształceń impulsowych w torze pomiarowym z dwoma wyżej wymienionymi przyczynami zniekształceń. Odtwarzanie przeprowadza się w dwóch etapach, w dziedzinie częstotliwości, wykorzystując algorytmy dyskretnej transformaty Fouriera [4,5]. W pierwszym etapie dokonuje się rekonstrukcji przebiegów na wejściach przetworników mechaniczno-elektrycznych, znając ich transmitancje. W drugim etapie, na podstawie skorygowanych sygnałów, wyznacza się transmitancję odcinka przetwornika mechanicznego, a następnie odtwarza się przebieg wymuszenia. Do stabilizacji odtwarzania stosowano regularyzację w postaci filtrów regularyzujących. Jakość odtwarzania oceniano na podstawie wybranych miar błędu dynamicznego.

## RECONSTRUCTED THE PULSE CHARACTERISTICS OF MECHANICAL QUALITIES IN A MEASUREMENT PATH WITH TWO KINDES OF DISTORTION

**Summary.** The two main causes of distortions occurring in measurement systems of rapidly varying mechanical quantities are the dispersion in the mechanical transducer and a finite measurement base of the mechanoelectric transducers. A simulation was carried out to reconstruct the waveforms of impulse strain in a measurement path with the two above mentioned distortion causes. The reconstruction process is carried out in two stages in the frequency domain making use of the discrete Fourier transform algorithm. First, the input signals of the mechanoelectric transducers with known transmittances are reconstructed. Then, on the basis of the corrected signals, the transmittance of a section of the mechanical transducer is determined and subsequently the excitation waveform is reconstructed. For the stabilization of the reconstruction process regularization in the shape of regularization filters was employed. The quality of the reconstruction was estimated on the grounds of the selected measures of the dynamic error.

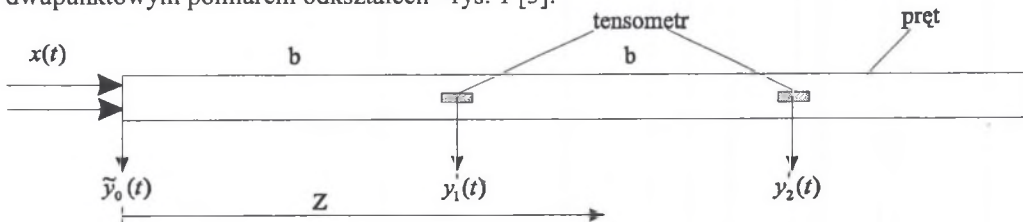
## 1. WSTĘP

W badaniach naukowych i technice coraz częściej występuje potrzeba pomiarów impulsowych wielkości mechanicznych o paśmie częstotliwościowym do 1 MHz, a nawet większym. Wiąże się to z wykorzystywaniem w procesach technologicznych, w konstrukcji maszyn i urządzeń wielu zjawisk o dużych szybkościach zmian w czasie, takich jak uderzenie mechaniczne, udar elektryczny oraz detonacja. Do celów diagnostyki technicznej coraz powszechniej wykorzystuje się zjawisko emisji akustycznej, którego efektem są sygnały emisji akustycznej mające charakter impulsowy. Pomiary impulsowych wielkości mechanicznych wiążą się z określonymi trudnościami. Pierwszą jest zapewnienie odpowiednio szerokiego pasma przenoszenia toru pomiarowego, o którym decyduje w głównej mierze czujnik pomiarowy. Następne to właściwe doprowadzenie wymuszenia do czujnika oraz jego oddziaływanie na obiekt. Czujniki wielkości mechanicznych składają się zwykle z dwóch przetworników: przetwornika mechanicznego i przetwornika mechaniczno-elektrycznego. Na ograniczenie pasma przenoszenia czujnika pomiarowego, w różny sposób, mają wpływ obydwaj przetworniki. Przetworniki mechaniczno-elektryczne ograniczają pasmo częstotliwościowe przetwarzanych sygnałów, głównie wskutek skończonej ich bazy pomiarowej. Ograniczeniem pasma przenoszenia przetworników mechanicznych są ich częstotliwości własne. Celem zwiększenia ich wartości stosuje się różne sposoby, między innymi zwiększanie ich sztywności oraz gdzie to możliwe stosowanie przetworników cienkowarstwowych i scalonych. Często przetworniki mechaniczne wielkości impulsowych wykonywane są w postaci sprężystych prętów stanowiących falowody do prowadzenia wymuszeń mechanicznych. W tym przypadku źródłem zniekształceń sygnału przetwarzanego nie jest ograniczone pasmo przenoszenia, ale wpływ zjawiska dyspersji w przetworniku.

W pracy przedstawiono wyniki badań symulacyjnych odtwarzania przebiegów odkształceń impulsowych w torze pomiarowym z dwoma przyczynami zniekształceń tych przebiegów: dyspersją w przetworniku mechanicznym oraz skończoną bazą pomiarową przetworników mechaniczno-elektrycznych.

## 2. SYMULACJA DYSPERSJI

W badaniach wykorzystano czujnik pomiarowy w postaci pręta Hopkinsona z dwupunktowym pomiarem odkształceń - rys. 1 [3].



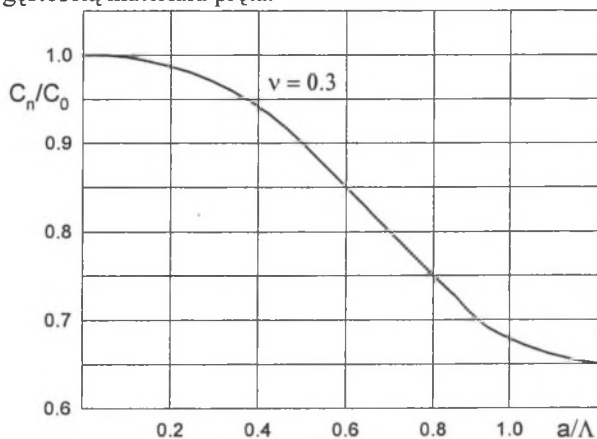
Rys. 1. Pręt Hopkinsona z dwupunktowym pomiarem odkształceń  
Fig. 1. Two-point strain measurement of the Hopkinson pressure bar

Odcinek pomiędzy początkiem pręta i pierwszym tensometrem jest równy odcinkowi zawartemu między dwoma tensometrami. Opis dyspersyjnego rozchodzenia się fal sprężystych w pręcie ujęty jest równaniem częstotliwościowym Pochhammera Chree [2]. Jeśli przyjąć w tym równaniu wartość stałej Poissona  $\nu$  jako stałą, to można je rozwiązać metodami

numerycznymi, otrzymując krzywe dyspersyjne, które dla danej postaci drgań przedstawiają zależność  $c_n/c_0$  w funkcji  $a/\Lambda$ .

$$c_n / c_0 = F(a / \Lambda), \quad \text{rzęd modu} = \text{parametr}, \quad (1)$$

gdzie:  $a$  jest promieniem pręta,  $\Lambda$  jest długością fali,  $c_n$  jest prędkością fazową fal podłużnych oraz  $c_0 = (E/\rho)^{0.5}$  jest prędkością fal podłużnych nieskończenie długich,  $E$  i  $\rho$  są odpowiednio modułem Younga i gęstością materiału pręta.



Rys. 2. Zależność prędkości fazowej fal podłużnych w pręcie od ich długości dla I-ego modu drgań pręta  
Fig. 2. Relationship between the phase velocity of the longitudinal waves in the bar and their length for mode-I bar vibrations

Na rysunku 2 pokazano wykres zależności (1) dla stałej  $\nu = 0,3$ . Zależności (1) dostępne są także w postaci tabel. Wymuszenie impulsowe  $x(t)$  działa na powierzchnię czołową pręta, wywołując w nim impuls odkształcenia sprężystego  $y(t)$ . Po przetworzeniu analogowo-cyfrowym otrzymuje się ciąg próbek  $y[k]$ ,  $k=0, 1, 2, \dots, N-1$ . Obliczając dyskretną transformatę Fouriera ciągu czasowego  $y[k]$  otrzymuje się ciąg próbek  $Y[n]$  określonych równaniem:

$$Y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} y[k] e^{-j(2\pi nk / N)}, \quad (2)$$

$$n=0, 1, 2, \dots, N-1.$$

Elementy ciągu  $Y[n]$  będące liczbami zespolonymi można zapisać w postaci:

$$Y_n = |Y_n| e^{j\varphi_n}. \quad (3)$$

Elementom  $Y_n$  odpowiadają częstotliwości  $n/NT$ , gdzie  $T$  oznacza czas próbkowania. Impuls odkształcenia propagując dyspersyjnie wzdłuż odcinka  $b$  pręta ulega zniekształceniu. Przebiegi odpowiadające zniekształconemu impulsowi odkształcenia zapisano jako  $y_1(t)$  i  $y_1[k]$ ,  $k=0, 1, 2, \dots, N-1$ . W celu zasymulowania zniekształceń wywołanych dyspersją w każdym elemencie ciągu  $Y[n]$  wprowadza się przesunięcie fazy  $\Delta\varphi_n$  zależne od częstotliwości elementu  $Y_n$  i drogi propagacji z impulsu, określone zależnością:

$$\Delta\varphi_n = 2\pi \frac{n \cdot z}{N \cdot T} \left( \frac{1}{c_0} - \frac{1}{c_n} \right). \quad (4)$$

Wymagane do obliczenia  $\Delta\varphi_n$  prędkości fazowe  $c_n$ , przy danych: promień pręta  $a$ , prędkość fali podłużnej  $c_0$  oraz czas trwania impulsu  $\tau = NT$ , wyznacza się posługując się zależnością (1). W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymuje się ciąg próbek zespolonych  $Y_1[n]$ , którego element  $Y_{1n}$  można zapisać:

$$Y_{1n} = |Y_n| e^{j(\varphi_n - \Delta\varphi_n)}. \quad (5)$$

Zniekształcony ciąg czasowy  $y_1[k]$  otrzymujemy z  $Y_1[n]$  stosując odwrotną dyskretną transformatę Fouriera:

$$y_1[k] = \sum_{n=0}^{N-1} Y_1[n] e^{j(2\pi nk/N)}, \quad (6)$$

$$k=0, 1, 2, \dots, N-1.$$

Ciąg czasowy  $y_2[k]$ , otrzymujemy z ciągu  $y_1[k]$  w sposób analogiczny jak ciąg  $y_1[k]$  z ciągu  $y[k]$ .

### 3. SYMULACJA PRZETWARZANIA PRZETWORNIKAMI UŚREDNIAJĄCYMI

W pomiarach impulsowych wielkości mechanicznych jako przetworniki mechaniczno-elektryczne stosuje się zwykle tensometry rezystancyjne, które są przetwornikami uśredniającymi. Transmitancja widmowa przetwornika uśredniającego dana jest wzorem:

$$\bar{G}_t(j\omega) = k_0 \frac{\sin \omega t_u}{\omega t_u} + j \frac{k_0}{\omega t_u} (\cos \omega t_u - 1), \quad (7)$$

gdzie  $t_u$  jest czasem uśredniania, wynikającym z bazy pomiarowej  $L$  przetwornika uśredniającego i prędkości propagacji fali odkształceń w przetworniku mechanicznym. Charakterystyki częstotliwościowe amplitudowa i fazowa przetwornika uśredniającego w postaci dyskretnej wyrażają się wzorami:

$$|G_t[n]| = \frac{k_0 NT}{\Pi n t_u} \left| \sin \frac{\Pi n t_u}{NT} \right|, \quad (8)$$

$$\arg G_t[n] = -\frac{\Pi t_u n}{NT}. \quad (9)$$

Symulację wpływu bazy pomiarowej przetwornika uśredniającego na proces przetwarzania przeprowadzono w dziedzinie częstotliwości, korzystając z relacji:

$$Y_1'[n] = G_t[n] Y_1[n],$$

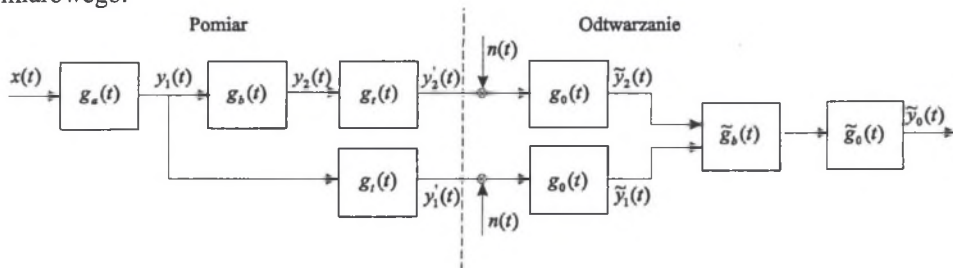
$$Y_2'[n] = G_t[n] Y_2[n]. \quad (10)$$

Wyznaczając odwrotną dyskretną transformatę Fouriera ciągów  $Y_1'[n]$  i  $Y_2'[n]$ , otrzymano czasowe ciągi próbek  $y_1'[k]$  i  $y_2'[k]$  ze zniekształceniami wywołanymi symulowaną dyspersją i symulowaną bazą pomiarową.

### 4. ODTWARZANIE

Odtwarzanie przebiegu wymuszenia  $x(t)$ , a ściślej odtwarzanie najlepszej estymaty tego przebiegu, przeprowadzono w dziedzinie częstotliwości w dwóch etapach, tak jak to pokazano

na rysunku 3. W celu zbliżenia warunków symulacji odtwarzania do rzeczywistych warunków odtwarzania dodano zakłócenia w postaci szumu białego do sygnałów wyjściowych toru pomiarowego.



Rys. 3. Schemat toru pomiarowego i odtwarzania sygnałów pomiarowych

Fig. 3. Schematic diagram of the measurement path and reconstruction of measuring signal

W pierwszym etapie odtwarzano widma częstotliwościowe sygnałów odkształceń zniekształcone na skutek uśredniającego przetwarzania, na podstawie zależności:

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_1[n] &= \frac{K[n, \gamma]}{G_t[n]} \cdot Y_1'[n] = G_0[n] \cdot Y_1'[n], \\ \tilde{Y}_2[n] &= \frac{K[n, \gamma]}{G_t[n]} \cdot Y_2'[n] = G_0[n] \cdot Y_2'[n],\end{aligned}\quad (11)$$

gdzie:  $G_0$  jest transmitancją filtra odtwarzającego, natomiast  $K[n, \gamma]$  jest charakterystyką amplitudowo-częstotliwościową filtra regularyzującego opisaną wzorem:

$$K[n, \gamma] = \frac{|G_t[n]|^2}{|G_t[n]|^2 + \gamma |C[n]|^2}, \quad (12)$$

gdzie:  $C[n]$  jest dyskretną transformatą Fouriera operatora drugiej różnicy,  $\gamma$  jest parametrem regularyzacji.

W drugim etapie odtwarzania dokonano korekcji zniekształceń wywołanych dyspersją. W tym celu, wykorzystując otrzymane w pierwszym etapie odtwarzania ciągi próbek  $\tilde{Y}_1[n]$  i  $\tilde{Y}_2[n]$ , wyznaczono próbki transmitancji widmowej odcinka pręta:

$$\tilde{G}_b[n] = \frac{\tilde{Y}_2[n]}{\tilde{Y}_1[n]}. \quad (13)$$

Przy założeniu że  $\tilde{G}_b[n] = \tilde{G}_a[n]$ , można odtworzyć dyskretną transformatę Fouriera  $Y_0[n]$  ciągu  $y_0[k]$ , który odpowiada impulsowi odkształcenia dla  $z=0$  ze wzoru:

$$Y_0[n] = \frac{\tilde{Y}_1[n]}{\tilde{G}_b[n]} = \frac{\tilde{Y}_1[n]}{\tilde{Y}_2[n]} = \frac{\tilde{Y}_1[n] \cdot \tilde{Y}_1[n]}{\tilde{Y}_2[n]}. \quad (14)$$

Dokładny rezultat rozplatania opisany zależnością (14) jest praktycznie nie do uzyskania, zatem wyznacza się ciąg częstotliwościowy regularyzowany, który wyraża się zależnością:



$$\tilde{Y}_0[n] = K[n, \gamma] \cdot Y_0[n] = \frac{\tilde{Y}_1^2[n] \cdot \tilde{Y}_2[n]}{|\tilde{Y}_2[n]|^2 + \gamma |C[n]|^2} = \tilde{G}_0[n] \cdot \tilde{Y}_1[n] \quad (15)$$

Wyznaczając odwrotną dyskretną transformatę Fouriera ciągu  $\tilde{Y}_0[n]$ , otrzymuje się ciąg próbek czasowych  $\tilde{y}_0[k]$ , który jest estymatą wymuszenia  $x(t)$ .

Przykładowe wyniki badań symulacyjnych z wymuszeniem impulsowym prostokątnym oraz w kształcie połówki sinusoidy przedstawiono na rysunkach: 4 – 7.

Z przeprowadzonych badań wynika, że w torze pomiarowym z dwoma przyczynami zniekształceń można rekonstruować przebieg wymuszenia, dokonując odtwarzania w kolejności odwrotnej do kolejności powstawania przyczyn tych zniekształceń. Z tego względu w tym przypadku w pierwszej kolejności odtwarzane są zniekształcenia uśredniania wywołane wpływem bazy pomiarowej tensometru, a w następnej zniekształcenia wywołane zjawiskiem dyspersji. Regularyzacja odtwarzania w pierwszym etapie pozwala w większości przypadków odtwarzać nawet bez regularyzacji w drugim etapie. Należy jednak zaznaczyć, że przy dużym poziomie szumów regularyzacja w drugim etapie odtwarzania jest wymagana ze względu na niestabilność tego procesu.

## 5. OCENA JAKOŚCI ODTWARZANIA

Ocenę jakości odtwarzania przeprowadzono wykorzystując następujące miary błędu dynamicznego: błąd odtwarzania amplitudy, błąd odtwarzania czasu trwania i błąd średniokwadratowy. Miary powyższe obliczono z zależności:

$$\delta_A = \frac{\tilde{A} - A}{A} \cdot 100\% , \quad (16)$$

gdzie:  $A$  jest amplitudą wejściowego ciągu czasowego  $y[k]$ ,  $\tilde{A}$  jest amplitudą estymaty nieznieskształconego ciągu czasowego  $y[k]$

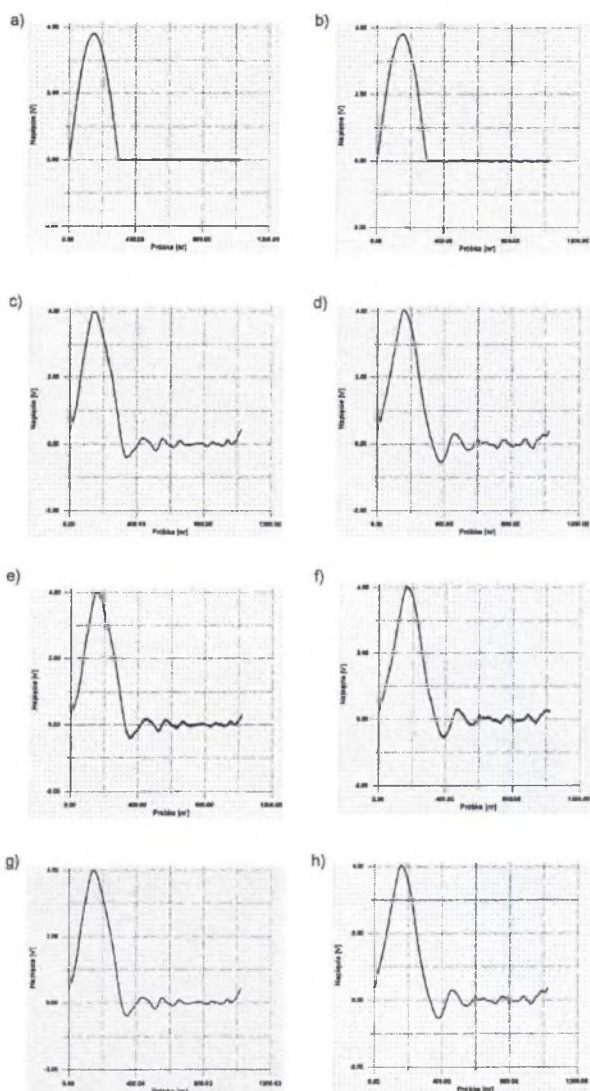
$$\delta_T = \frac{\tilde{\alpha} - \alpha}{\alpha} \cdot 100\% , \quad (17)$$

gdzie:  $\alpha$  jest czasem trwania wejściowego ciągu czasowego  $y[k]$ ,  $\tilde{\alpha}$  jest czasem trwania estymaty nieznieskształconego ciągu czasowego  $y[k]$

$$\delta_K = \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^{n=N-1} (\tilde{y}_0[k] - y[k])^2}{\sum_{n=0}^{n=N-1} y[k]^2}} . \quad (18)$$

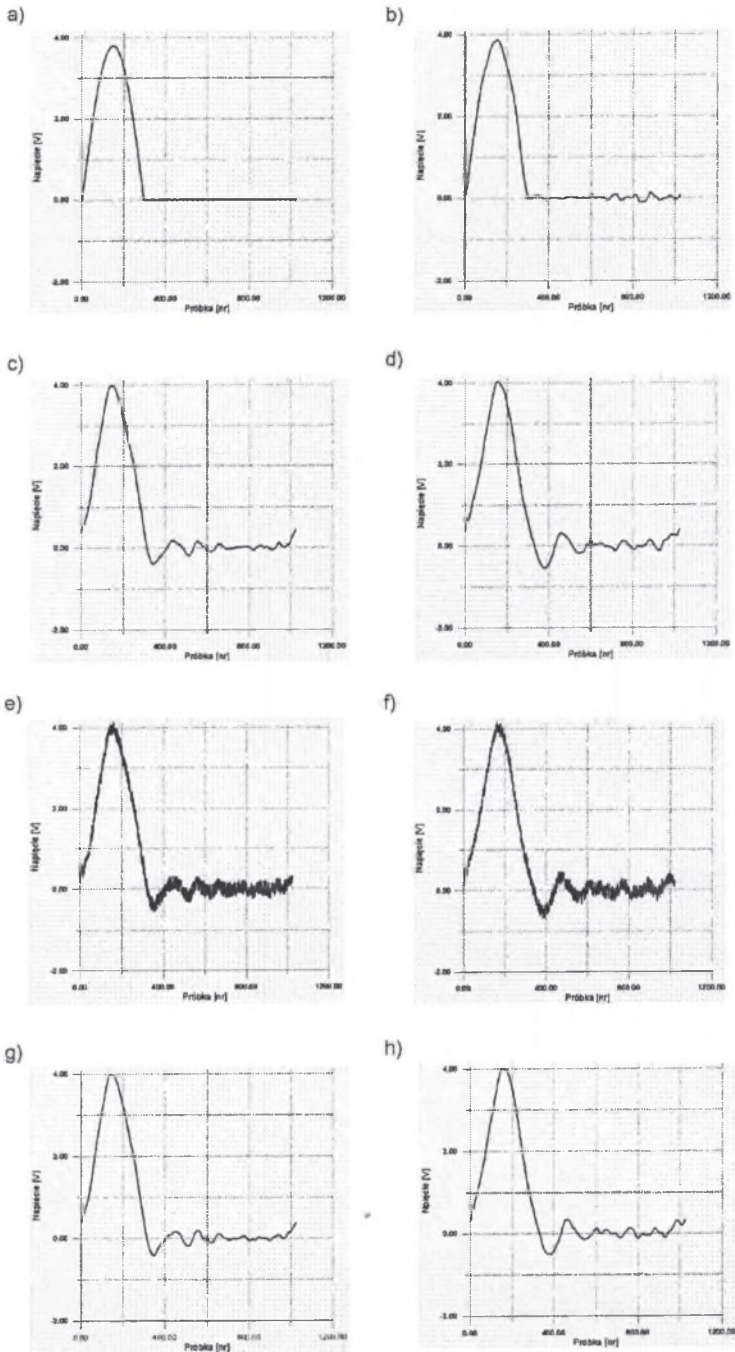
Wpływ parametru regularyzacji i poziomu szumów na jakość odtwarzania przedstawiono na rysunkach 8 i 9.

Z przeprowadzonych badań wynika, że przyjęty przez nas parametr regularyzujący zapewnia minimum wszystkich rodzajów błędów.



Rys. 4. Zniekształcenia dyspersyjne i uśredniania impulsu w kształcie połówki sinusoidy w torze pomiarowym oraz ich zmniejszanie w wyniku odtwarzania, przy poziomie szumów 1% amplitudy impulsu: a) wymuszenie, b) odtworzony przebieg odkształcenia na początku pręta, c) przebieg odkształcenia w odległości  $b$  od początku pręta, d) przebieg odkształcenia w odległości  $2b$  od początku pręta, e) przebieg odkształcenia przetworzony pierwszym tensometrem z nałożonym 1% szumem, f) przebieg odkształcenia przetworzony drugim tensometrem z nałożonym 1% szumem, g) odtworzony przebieg odkształcenia na wejściu pierwszego tensometru, h) odtworzony przebieg odkształcenia na wejściu drugiego tensometru

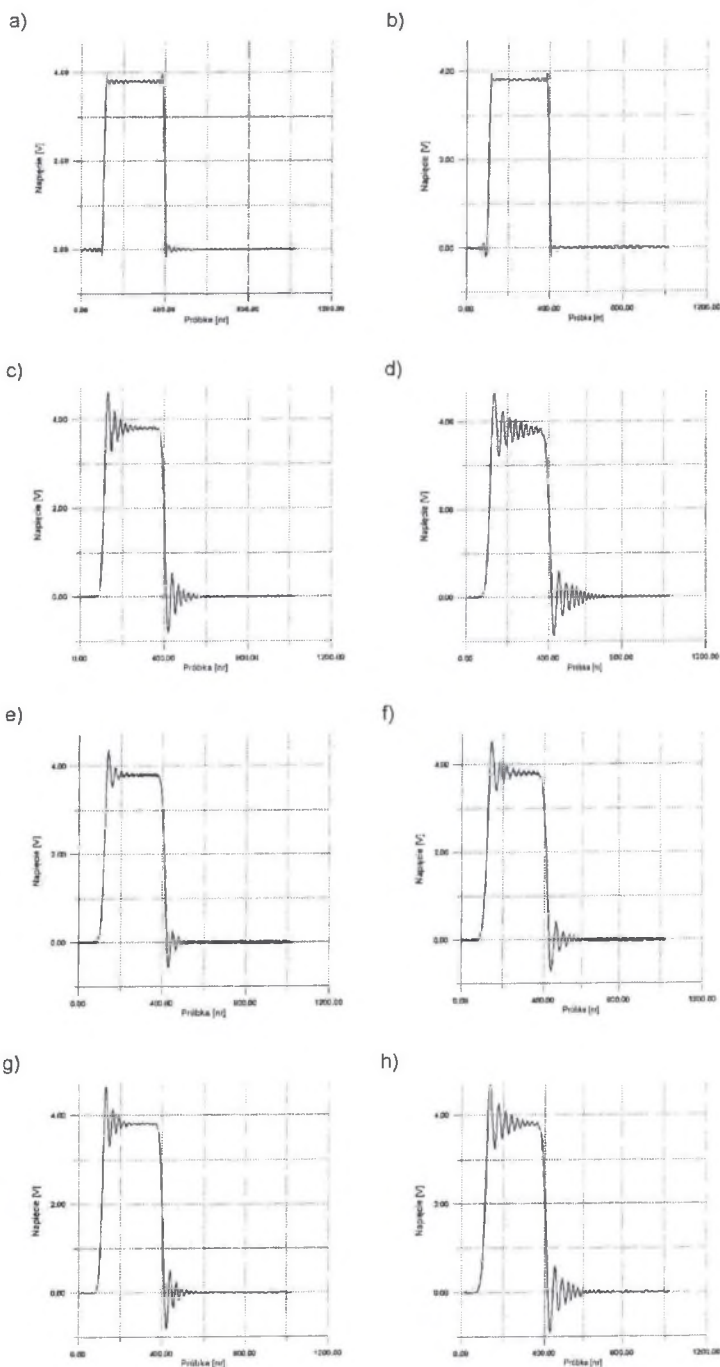
Fig. 4. Dispersive and averaging distortions of a half-sinusoid pulse in the measurement path and their reduction after restoration at a 1% noise level of the pulse amplitude: a) excitation, b) restored strain characteristics on one end of the bar, c) strain characteristics at the distance  $b$  from that end of the bar, d) strain characteristics at the distance  $2b$  from that end of the bar, e) strain characteristics restored by strain gauge one with 1% noise, f) strain characteristics restored by the other strain gauge with 1% noise, g) restored strain characteristics at the input of strain gauge one, h) restored strain characteristics at the input of strain gauge two



Rys. 5. Zniekształcenia dyspersyjne i uśredniania impulsu w kształcie połówki sinusoidy w torze pomiarowym oraz ich zmniejszanie w wyniku odtwarzania, przy poziomie szumów 5% amplitudy impulsu. Pozostałe oznaczenia jak na rys. 4

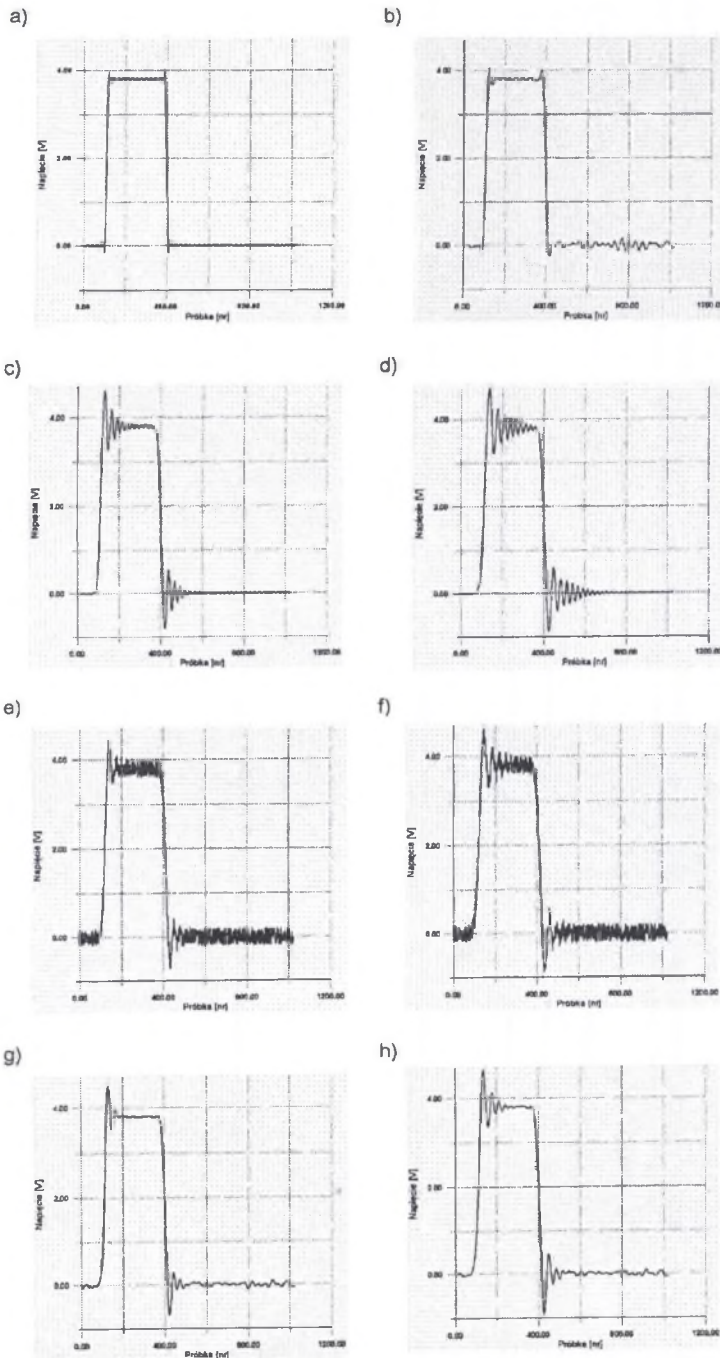
Fig. 5. Dispersive and averaging distortions of a half-sinusoid pulse in the measurement path and their reduction due to restoration at a 5% noise level of the pulse amplitude. For other symbols, see fig. 4





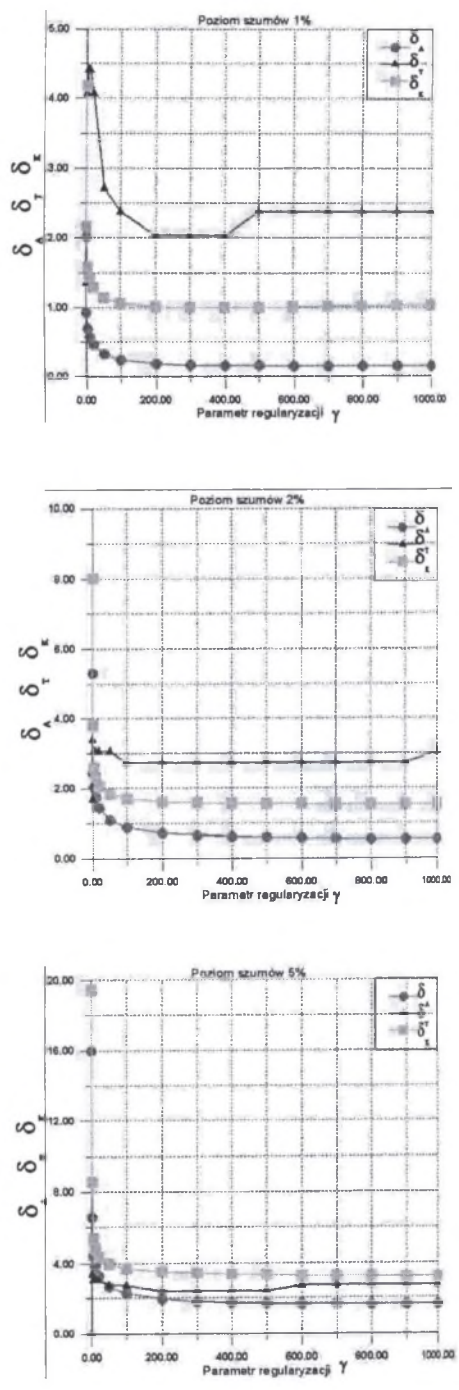
Rys. 6. Zniekształcenia dyspersyjne i uśredniania impulsu prostokątnego w torze pomiarowym oraz ich zmniejszenie w wyniku odtwarzania, przy poziomie szumów 1% amplitudy impulsu. Pozostałe oznaczenia jak na rys. 4

Fig. 6. Dispersive and averaging distortions of a rectangular pulse in the measurement path and their reduction due to restoration at a noise level of 1% of the pulse amplitude. For other symbols, see fig. 4

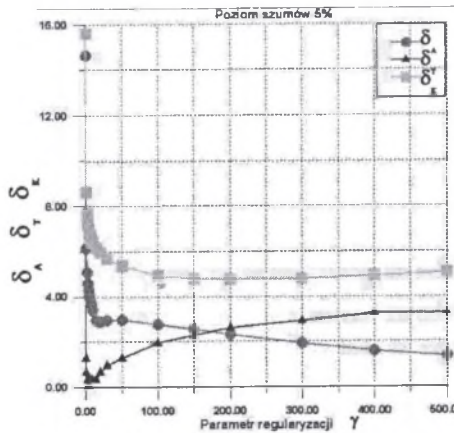
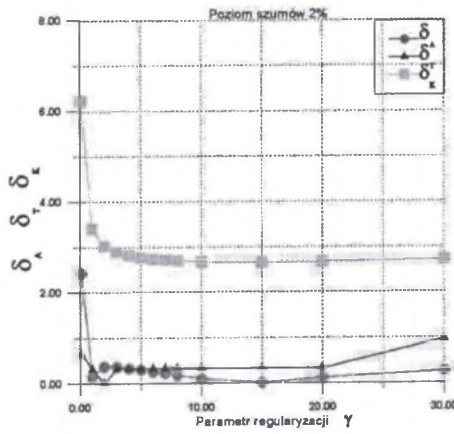
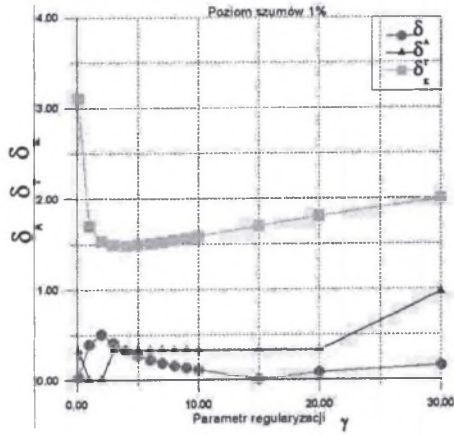


Rys. 7. Zniekształcenia dyspersyjne i uśredniania impulsu prostokątnego w torze pomiarowym oraz ich zmniejszenie w wyniku odtwarzania, przy poziomie szumów 5% amplitudy impulsu. Pozostałe oznaczenia jak na rys. 4

Fig. 7. Dispersive and averaging distortions of a rectangular pulse in the measurement path and their reduction due to restoration at a noise level of 5% of the pulse amplitude. For other symbols, see fig. 4



Rys. 8. Ilustracje wpływu parametru regularyzacji  $\gamma$  na błędy odtwarzania: amplitudy  $\delta_A$ , czasu trwania  $\delta_T$ , średniokwadratowy  $\delta_K$ , impulsu w kształcie półowki sinusoidy przy różnym poziomie szumów  
 Fig. 8. Influence of the parameter of regularization  $\gamma$  on the half-sinusoid pulse restoration errors at different levels of noise



Rys. 9. Ilustracje wpływu parametru regularyzacji  $\gamma$  na błędy odtwarzania: amplitudy  $\delta_A$ , czasu trwania  $\delta_T$ , średniokwadratowy  $\delta_K$ , impulsu prostokątnego przy różnym poziomie szumów

Fig. 9. Influence of the parameter of regularization  $\gamma$  on the rectangular pulse restoration error at different levels of noise



## 6. WNIOSKI

Z przeprowadzonych badań wynika, że odtwarzanie impulsowych sygnałów mechanicznych obciążonych zniekształceniami dyspersyjnymi i uśredniania, przy braku analitycznego opisu właściwości dynamicznych przetwornika mechanicznego, można przeprowadzić w dwóch etapach.

W pierwszym etapie odtwarza się przebiegi odkształceń w pręcie w miejscach usytuowania tensometrów, minimalizując zniekształcenia uśredniania. Na tej podstawie wyznacza się transmitancję odcinka pręta, a następnie odtwarza przebieg wymuszenia minimalizując zniekształcenia dyspersyjne.

Najlepsze odtwarzanie sygnału wymuszenia, przy zastosowaniu filtra regularyzującego, uzyskuje się przez dobór optymalnej wartości parametru regularyzacji. Odchylenie od wartości optymalnej tego parametru nie powoduje radykalnego pogorszenia jakości odtwarzania. Optymalną wartość parametru regularyzacji można ustalić na podstawie różnych miar błędu dynamicznego: błędu odtwarzania amplitudy, błędu odtwarzania czasu trwania lub błędu średniokwadratowego. Ta ostatnia miara błędu nadaje się do powyższego celu najlepiej.

## Literatura

1. Bancroft D.: *The velocity of longitudinal waves in cylindrical bar*. Physical Review 4 1941.
2. Karczmarek Z.: *Pomiar i odtwarzanie przebiegów sił i ciśnień impulsowych*. Monografie Politechniki Świętokrzyskiej Nr 26. Kielce 2001.
3. Karczmarek Z.: *Metody korekcji zniekształceń dyspersyjnych w przetworniku mechanicznym typu pręt Hopkinsona*. Kongres Metrologii KM. Wrocław 6-9 09 2004 s. 221-224.
4. Lyons R.G.: *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*. Wydaw. Komunikacji i Łączności, Warszawa 2000.
5. Oppenheim A.V., Schafer R.W.: *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*. Wydaw. Komunikacji i Łączności, Warszawa 1979.

Recenzent: Dr hab. inż. Józef Parchański, prof. Politechniki Śląskiej

Wpłynęło do Redakcji dnia 7 grudnia 2004

## Abstract

The two main causes of distortions occurring in measurement systems of rapidly varying mechanical quantities are the dispersion in the mechanical transducer and the finite measurement base of the mechanoelectric transducers. A simulation was carried out to reconstruct the waveforms of impulse strain in a measurement path with the two above mentioned distortion sources. The experiment required using a measuring sensor in the form of a Hopkinson pressure bar and the two-point strain measurement technique presented in Fig. 1.

The simulation was performed according to the diagram shown in Fig. 3. To make a simulation of the dispersion in the mechanical transducer, the dispersion curves were used. This involved applying a numerical solution of the equation of motion of the mechanical transducer with harmonic excitation in the following form: Eq(1), Fig. 2.

The dispersion was simulated basing on the following relations: Eq(3), Eq(4), Eq(5).

The phase velocities  $c_n$  necessary to calculate  $\Delta\varphi_n$  are determined using Eq(1). The strain characteristics deformed due to dispersion are constituted by the input signals of the mechanelectric transducers, whose spectral transmittance has the form: Eq(7), Eq(8), Eq(9).

The distortions caused by the finite measurement base were simulated using the following formula: Eq(10).

The distortions in the measurement path were added to the output and presented in the form of white noise  $n(t)$  with desired amplitudes.

The reconstruction process was carried out in two stages in the frequency domain making use of the discrete Fourier transform algorithm. First, the input signals of the piezoelectric transducers with known transmittances were reconstructed: Eq(11), Eq(12).

Then, on the basis of the corrected signals, the transmittance of a section of the mechanical transducer was determined and subsequently the excitation waveform was reconstructed as follows: Eq(13), Eq(14), Eq(15).

Examples of the simulation are presented in Figs. 4 to 7. For the stabilization of the reconstruction process regularization, regularization filters were employed. The quality of the reconstruction was estimated on the grounds of the selected measures of the dynamic error: Eq(16), Eq(17), Eq(18), Fig. 8, Fig. 9.