ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2005
Seria: ELEKTRYKA z. 195 Nr kol. 1670

Roman Marcin OLEJNIK
Wydział Zarządzania, Instytut Ekonometrii i Informatyki
Politechnika Częstochowska

TOPOLOGIA W METROLOGII NA PRZYKŁADZIE WARUNKU ADDYTYWNOŚCI

Streszczenie. Addytywność to podstawowa własność funkcji miary, określanej według skali ilorazowej. Jej sens wyrażamy werbalnie następująco: ***miara sumy jest równa sumie miar***. Własność ta w odniesieniu do funkcji skali jest definiowana na bazie *sumy fizycznej*, określonej na zbiorze przejawów (zwanych inaczej stanami) w postaci *sumy fizycznej*. Analogicznie, w odniesieniu do funkcji miary *addytywność* jest tworzona na bazie połączenia przedmiotów, czyli *konkatenacji*.

Różne są sposoby określenia relacji połączenia, stosowanego choćby w geometrii. Często proponowane koncepcje nie dają jednoznaczności wyniku działań, przez co funkcja skalowania i funkcja miary tracą swój atrybut bycia funkcją, gdyż są niejednoznaczne. W artykule, pragnę przeprowadzić analizę nadania jednoznaczności obydwu funkcjom przez nową koncepcję sumy fizycznej. Na jej bazie definiujemy dwie odmiany addytywności: *skończoną addytywność* i *słabą addytywność*. Godny poddania dyskusji jest fakt zastosowania tych pojęć w rachunkowości, finansach i zarządzaniu.

TOPOLOGY IN METROLOGY ON THE EXAMPLE ADDITIVITY CONDITIONS

Summary. Additivity is the basic property of measure function, described according to quotient range. Its sense is verbally expressed in a following way: ***the measure of sum equals to the sums of measures***. This property with reference to scale function is defined on basis of *physical sum*, described on the symptoms set (in other words called states) in the form of *physical sum*. Similarly, with reference to measure function, *additivity* is created on basis of subjects' joint that is *concatendency*.

There are different ways of describing relation's connection, applied even in geometry. Suggested conceptions often don't give unambiguous operations score, because of this fact calibrating and measure function lose their attribute of being function, because they are ambiguous. In the article I would like to carry out analysis of giving unambiguous form to both functions, through a new conception of the physical sum. On its basis are formed two additivity types: *limited additivity* and *weak additivity*. Worth discussing is fact of these concepts' application in accountancy, finance and management.

WPROWADZENIE

Addytywność to podstawowa własność funkcji miary, określanej według skali ilorazowej. Jej sens wyrażamy werbalnie następująco: ***miara sumy jest równa sumie miar***. Własność ta w odniesieniu do funkcji skali jest definiowana na bazie *sumy fizycznej*, określonej na zbiorze przejawów (zwanych inaczej stanami) w postaci *sumy fizycznej*. Analogicznie, w odniesieniu do funkcji miary *addytywność* jest tworzona na bazie połączenia przedmiotów, czyli *konkatenacji*.

Różne są sposoby określenia relacji połączenia, stosowanego choćby w geometrii. Często proponowane koncepcje nie dają jednoznaczności wyniku działań, przez co funkcja skalowania i funkcja miary tracą swój atrybut bycia funkcją, gdyż są niejednoznaczne. W artykule, pragnę przeprowadzić analizę nadania jednoznaczności obydwu funkcjom przez nową koncepcję sumy fizycznej. Na jej bazie definiujemy dwie odmiany addytywności: *skończoną addytywność* i *słabą addytywność*. Godny poddania dyskusji jest fakt zastosowania tych pojęć w rachunkowości, finansach i zarządzaniu.

1. WSTĘP

We wstępnej fazie edukacji można spotykać się z następującymi zagadnieniami mierzenia:

0. Długość odcinków.
1. Mierzenie kątów.
2. Pole wielokąta.
3. Długość okręgu i jego łuku.
4. Pole wycinka kołowego.
5. Pole powierzchni trójkąta.
6. Pole powierzchni wielokąta.
7. Pole powierzchni wielościanu.
8. Objętość wielościanu.

Założenie 1 (będące ogólnym wnioskiem z powyższych przykładów):
Stosowane sposoby mierzenia są różne w zależności od tego, do jakiej klasy figur się odnoszą. Można mierzyć rozmaite klasy figur geometrycznych.

Założenie 2:
Istnieją pewne wspólne cechy sposobów mierzenia, zwanych mierzeniem geometrycznym.

Te formalnie własności zostaną wyodrębnione oraz przeanalizowane ich konsekwencje.

Symbolika:
Przestrzeń: Π_1, Π_2, Π_3 (zbiory punktów *przestrzeni jedno-, dwu-, trójwymiarowej*).
Π -przestrzeń, bez podkreślania jej ścisłego wymiaru.
$\alpha, \beta, \gamma, \delta \subseteq \Pi$ (figury, podzbiory Π).
A, B, C, D $\in \Pi$ (punkty, elementy Π).
$\Phi, \Psi, \Lambda \subseteq 2^{\Pi}$ (rodziny podzbiorów Π).

Definicja:

Funkcja zbiorowo-liczbowa jest to funkcja liczbowa określona na rodzinie podzbiorów przestrzeni Π.

2. CO MIERZYMY?

Poprzez operację *artykulacji* z podzbiorów (zbiorów punktów) tych tworzę obiekty, których zbiór określam jako wejściowe uniwersum i oznaczam symbolem: Ω, jak to czyni się w modelu standardowym wielkości fizycznej[1].

Skalowanie i *funkcja miary* są określane kolejno na: Q (zbiór przejawów wielkości), Ω. Nie są to rodziny podzbiorów pewnej przestrzeni (np. Π), lecz pierwsza zbiorem symboli przypisanych klasom obiektów (figur) izometrycznych (równoważnych pod względem długości, powierzchni lub objętości). Operacje zachowujące własności izometryczności są określane mianem: niezmienniczość przez przesunięcie. Pytanie globalne, do którego odpowiedzi zmierzam w moich pracach z metrologii brzmi: **Jak tu zastosować σ-ciało jako rodzinę podzbiorów określonej przestrzeni Π_1, Π_2, Π_3?**

Termin: klasy abstrakcji[2], na których oparte jest definiowanie przejawów wielkości, odnosi się tu do podzbiorów przestrzeni obiektów: Ω, a nie do podzbiorów przestrzeni punktów: Π[3].

Przykład:

Odcinki można traktować (definiować) jako: 1) zbiory punktów, czyli podzbiory w przestrzeni Π, (filozofia matematyki[4] określa ten sposób: standardowo określony zbiór obiektów), 2) odcinki swobodne, czyli klasy odcinków przystających. (filozofia matematyki określa ten sposób: standardowo określona klasa, czyli cecha abstrakcji – przejaw pewnej cechy obiektów zgrupowanej w klasie abstrakcji relacji równoważności, jaką jest relacja izometrii międzyodcinkowej).

Przez *równość odcinków* rozumiemy tu dwie relacje. W przypadku pierwszym: *równość zbiorów punktów tworzących te odcinki*, oraz drugim: *równość cechy odcinków przystających (przejawów),* czyli równoważnych[5].

Pole funkcji, czyli dziedzina miary i skali jest praktycznie zbiorem trudnym do precyzyjnego określenia.

Zapas funkcji – zbiór wartości (w metrologii polem funkcji nie musi być tylko zbiór liczb rzeczywistych, ale dowolny inny symbol, np. funkcja, czyli słynny tak zwany *mezurand*).

---

[1] Patrz: [1], [6], [4],[8], [14], [15], [16], [19], [5], [9], [21], [18].

[2] Patrz: [2], [11], [17].

[3] Relacja równoważności, czyli nierozróżnialności jest określona na uniwersum Ω, stanowiąc równoważność w sensie międzyobiektowym (międzyfigurowym).

[4] Patrz: [13].

[5] Czy tylko *izometrycznych*, czy mających jeszcze inne konieczne wspólne własności? Odpowiedź może dać sama geometria, w szczególności geometria metryczna (patrz: [3], [10]).

3. DEFINICJA MIARY

Definicja:

Miara jest pewną funkcją zbiorowo-liczbową, której polem jest rodzina Φ podzbiorów rozważanej przestrzeni (czyli zbiór wyartykułowanych obiektów, oznaczony symbolem Ω), a zapasem pewien podzbiór zbioru liczb rzeczywistych nieujemnych.

Przykład:

1. **Długość odcinka** – funkcja zbiorowo-liczbowa, określona na rodzinie podzbiorów przestrzeni: Π_1, zwanych *odcinkami* (po dokonaniu artykulacji).
2. **Pole wielokąta** - funkcja zbiorowo-liczbowa, określona na rodzinie podzbiorów przestrzeni: Π_2, zwanych wielokątami (po dokonaniu artykulacji).
3. **Objętość wielościanu** - funkcja zbiorowo-liczbowa, określona na rodzinie podzbiorów przestrzeni: Π_3, zwanych wielościanami (po dokonaniu artykulacji).

4. WŁASNOŚCI MIARY

Oto dalsze warunki, jakie musi spełniać miara (wielkości geometrycznej):

4.1. Addytywność miary

W rodzinie 2^{Π} wprowadzamy działanie ***dodawania***[6]:

$$\forall\alpha\subseteq\Pi\ \forall\beta\subseteq\Pi\ \exists\gamma\subseteq\Pi\ \gamma = \alpha \oplus \beta. \qquad (1)$$

Niech zostanie określone działanie dodawania: $\oplus$ za pomocą sumy mnogościowej zbiorów punktów, jakie stanowią odcinki, będące składnikami definiowanej sumy.

Twierdzenie (o niejednoznaczności sumy: $\oplus$ odcinków)

Suma dwóch odcinków zdefiniowana **na bazie mnogościowej** nie jest działaniem jednoznacznym, to znaczy nie jest prawdą, że:

$$\alpha = \alpha_1 \wedge \beta = \beta_1 \rightarrow \alpha \oplus \beta = \alpha_1 \oplus \beta_1.^{7} \qquad (2)$$

Wniosek:

Przestrzeń Π nie jest zamknięta ze względu na zdefiniowaną powyżej operację dodawania: $\oplus$.

W przestrzeni Π_1 suma mnogościowa dwóch odcinków nie musi być odcinkiem, jest nim wtedy, gdy odcinki mają choć jeden punkt wspólny. Natomiast w przestrzeni Π_2 i Π_3 suma mnogościowa dwóch zbiorów, będących zbiorami punktów stanowiących odcinki, często nie jest zbiorem punktów leżących na jednej prostej, a co dopiero mówić o punktach wspólnych obu zbiorów, aby ich suma też była odcinkiem (a zatem suma mnogościowa dwóch odcinków, określonych w przestrzeni dwu- lub trzywymiarowej, w ogóle nie musi być odcinkiem).

---

[6] SYSTEMOWO – bez użycia innej operacji, np. konkatenacji (od cechy do obiektu). Godne rozpatrzenia są filozoficzne własności ujęcia systemowego i odróżnienie ich od ujęcia klasycznego (od obiektu do jego cechy); patrz: [7].

[7] Dowód jest trywialny (dla odcinków jako zbioru punktów oraz odcinków swobodnych).

4.2. Propozycja sumy ⊕ w przestrzeni Π_1

Definicja (sumy: ⊕ w przestrzeni Π_1):

Dodawanie ⊕ w przestrzeni Π_1 określimy następująco:

1) jeżeli zbiory: α, β są rozłączne, to: $\alpha \oplus \beta = \alpha \cup \beta$,
2) jeżeli zbiory: α, β nie są rozłączne, to dokonujemy takiego **przesunięcia** równoległego zbioru β (na prostej Π_1), by otrzymany w wyniku tego przesunięcia zbiór β_1 był już rozłączny ze zbiorem α; sumę $\alpha \oplus \beta$ definiujemy wtedy następująco: $\alpha \oplus \beta = \alpha \cup \beta_1$.

Tak określona suma nie jest jeszcze jednoznaczna (filozofia geometrii). Jednoznaczność możemy uzyskać, zakładając, że prosta Π_1 jest zorientowana, a zbiór β przesuwany w kierunku zgodnym z orientacją tej prostej tak, by odcinek wyznaczony przez „ostatni" punkt zbioru α oraz „pierwszy" punkt zbioru β_1 przystawał do z góry zadanego odcinka[8].

4.3. Wstępne pojęcia topologiczne

Dla punktu P należącego do przestrzeni Π definiujemy jego *otoczenie* zależnie od wymiaru przestrzeni:

Dla punktu P otoczenie stanowi:

1) odcinek o środku w punkcie P, gdy $P \in \Pi_1$,
2) koło o środku w punkcie P, gdy $P \in \Pi_2$,
3) kula o środku w punkcie P, gdy $P \in \Pi_3$.

Wniosek (własności otoczenia):

- pojęcie otoczenia punktu zależy od wymiaru przestrzeni, w której go rozpatrujemy,
- otoczenie punktu jest pewnym podzbiorem tej przestrzeni, do której ten punkt należy.

Definicja (punktu wewnętrznego):

Punkt P nazywamy *punktem wewnętrznym zbioru α*, jeżeli istnieje otoczenie tego punktu zawarte w zbiorze α.

4.4. Relatywizm własności bycia punktem wewnętrznym

Przykład (relatywność):

- Niech zbiór α będzie odcinkiem leżącym w przestrzeni Π_1. Każdy punkt do niego należący (z wyjątkiem końców) jest jego punktem wewnętrznym (dowód prosty).
- Niech zbiór α będzie odcinkiem leżącym w przestrzeni Π_1. Traktując odcinek α jako podzbiór przestrzeni Π_2 (lub Π_3), możemy stwierdzić, że żaden punkt nie byłby jego punktem wewnętrznym (dowód prosty).
- Każdy **skończony** zbiór α, będący podzbiorem przestrzeni Π, nie ma punktów wewnętrznych (w dowolnej przestrzeni Π otoczenie każdego punktu jest nieskończonym podzbiorem określonej przestrzeni punktowej).
- Jeżeli zbiór α składa się ze **wszystkich punktów** przestrzeni Π, to każdy punkt tej przestrzeni jest jego punktem wewnętrznym.

---

[8] Por.: [12], s.10.

- Punkty leżące na obwodzie wielokąta α przestrzeni Π_2 nie są jego punktami wewnętrznymi, natomiast wszystkie pozostałe punkty do niego należące są jego punktami wewnętrznymi.
- Rozpatrzmy ten sam wielokąt α w przestrzeni Π_2 (analizowany powyżej). Ten sam zbiór rozpatrywany w przestrzeni Π_3, nie ma punktów wewnętrznych.

Z powyższych przykładów wynika:

Lemat (o relatywności cechy topologicznej bycia punktem wewnętrznym – matematyka przed cechami topologicznymi):
Własność: punkt P *bycia punktem wewnętrznym zbioru α* zależy nie tylko od niego i od tego zbioru, ale i od przestrzeni, w której zbiór α rozpatrujemy.

Uwaga (o relatywności własności relacji w stosunku do przestrzeni, w której relacja jest określona):
Przestrzeń (ustalone uniwersum) ma istotny wpływ na własności określonej na niej relacji. Innymi słowy: *relacja określona ekstensjonalnie przez te same sekwensy (zbiór sekwensów), przy innych przestrzeniach określoności najczęściej zmienia swoje własności binarne*[9].

Twierdzenie (filozoficzne) (o relatywności – **matematyka przed własnościami relacji**):
Cechy mnogościowe i topologiczne są zależne od uprzednio ustalonej przestrzeni[10].

4.5. Ciąg dalszy topologii

Definicja (zbiorów zachodzących na siebie):
Dwa podzbiory α i β tej samej przestrzeni Π nazywamy *nie zachodzącymi na siebie*, jeżeli nie mają one wspólnych punktów wewnętrznych. W przeciwnym wypadku nazywamy je *zachodzącymi na siebie.*

Przykład:
- Dwa odcinki przestrzeni Π_1 mające tylko jeden punkt wspólny nie zachodzą na siebie.
- Dwa odcinki przestrzeni Π_1 mające więcej niż jeden punkt wspólny zachodzą na siebie.
- Dwa dowolne odcinki rozpatrywane w przestrzeni Π_2 lub Π_3 nie zachodzą na siebie.

---

[9] Dowód:

Rozpatrzmy dwie relacje:

R_1 określoną na przestrzeni $\Omega_1=\{a, b, c, d\}$ następująco:

$R_1=\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle c, c\rangle\}$.

R_2 określoną na przestrzeni $\Omega_1=\{a, b, c\}$ następująco:

$R_2=\{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle, \langle c, c\rangle\}$.

Obydwie relacje są określone przez ten sam zbiór sekwensów; różnią się jednak dziedzinami, w których są określone (tylko jednym elementem). Łatwo zauważyć, że obydwie mają własność *symetryczności*, lecz co do własności *zwrotności*, to się istotnie różnią, bo R_2 własność tę ma, natomiast R_1 własności tej nie ma.

[10] Dowód. Twierdzenie jest konsekwencją powyższych tez.

- Dwa koła w przestrzeni Π_2 styczne do siebie zewnętrznie nie zachodzą na siebie, styczne wewnętrznie zachodzą na siebie.

Wniosek (związek rozłączności i zachodzenia na siebie podzbiorów Π):
1. Dwa podzbiory przestrzeni Π rozłączne nie zachodzą na siebie.
2. Dwa zbiory nie zachodzące na siebie nie muszą być rozłączne[11].

4.6. Definicja addytywności

W oparciu o powyższe definicje wprowadzamy pojęcie addytywności w wersji jednej z możliwych, stosowanych w metrologii.

Definicja (funkcji addytywnej):
Niech $f(\alpha)$ będzie pewną funkcją zbiorowo – liczbową określoną na rodzinie Φ podzbiorów przestrzeni Π. Załóżmy, że w rodzinie Φ określone jest działanie dodawania $\oplus$. Jeżeli dla każdych dwu zbiorów α i β rodziny Φ, nie zachodzących na siebie, spełniony jest warunek:

$$f(\alpha \oplus \beta) = f(\alpha) + f(\beta), \tag{3}$$

to *funkcję* $f(\alpha)$ nazywamy ***addytywną*** w rodzinie Φ.

Uwaga:
Ze względu na wspomnianą *niejednoznaczność* sumy $\oplus$ powyższą definicję należy uściślić dodając, że warunek addytywności $[f(\alpha\oplus\beta)=f(\alpha)+f(\beta)]$ ma zachodzić nie tylko dla każdych dwu zbiorów α i β rodziny Φ, ale i dla każdego zbioru otrzymanego jako suma: $\alpha\oplus\beta$ zbiorów α i β.

Wniosek (zależność własności addytywności od definicji $\oplus$ - „matematyka przed addytywnością"):
Własność addytywności zależy nie tylko od **funkcji** i jej **pola**, ale też od **określenia działania dodawania** w tym polu.

Dowód:
Wniosek ten opiera się bezpośrednio na zacytowanej definicji addytywności oraz powyższej uwadze (definicja addytywności przy definicji niejednoznacznej sumy $\oplus$).

Efektywnym przykładem potwierdzającym dowodzony wniosek może być układ:
- Φ - rodzina wszystkich podzbiorów skończonych przestrzeni Π_1,
- $f(\alpha)$ – funkcja przyporządkowującą liczbę równą ilości punktów należących do zbioru $\alpha\in\Phi$,
- jeżeli α, $\beta \in \Phi$, to za $\oplus$ przyjmujemy odpowiednio:
1. sumę mnogościową zbiorów α, β równą: $\alpha\cup\beta$, jeżeli zbiory α, β są rozłączne,
2. sumę „z przesunięciem równoległym": $\alpha\cup\beta_1$, jeżeli zbiory α, β nie są rozłączne.

[11] Dowód: Twierdzenie jest konsekwencją definicji *zachodzenia na siebie* i powyższych przykładów.

Analiza modelu: w przypadku pierwszym funkcja nie jest addytywna[12], natomiast w przypadku drugim „ta sama funkcja" ma własność addytywności[13].

5. INNE RODZAJE ADDYTYWNOŚCI

Niech $m(\alpha)$ będzie miarą określoną na rodzinie Φ podzbiorów przestrzeni Π, w której określone jest dodawanie $\oplus$. Funkcja miary $m(\alpha)$ ma pewne własności, które są konsekwencjami warunków, jakie musi ona spełnić. Oto niektóre z nich.

5.1. Skończona addytywność

Definicja (skończonej addytywności)

Jeżeli zbiory $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ (gdzie $n \in N$ i $n>1$) spełniają następujące warunki:

1. $\alpha_i \in \Phi$ dla $i = 1, 2, ..., n$
2. zbiór α_{k+1} nie zachodzi na sumę $\alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus ... \oplus \alpha_k$ dla $k = 1, 2, ..., n-1$;

to

$m(\alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus ... \oplus \alpha_n) = m(\alpha_1) + m(\alpha_2) + ... + m(\alpha_n)$.

Dowód zachodzenia tej własności dla funkcji miary można przeprowadzić w oparciu o indukcję zupełną (matematyczną) ze względu na zmienną: n.

5.2. Mocna addytywność

Założenie 2) twierdzenia o skończonej addytywności funkcji miary nie jest równoważne założeniu następującemu:

2') żadne dwa ze zbiorów $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ nie zachodzą na siebie.

Można udowodnić, że powyższe założenie [2'] jest mocniejsze niż poprzednie [2][14].

Dopuszczalne jest jeszcze jedno kryterium na addytywność określoną ze względu na warunek zachodzenia lub rozłączności zbiorów z określonej rodziny. Oto definicja tak zwanej **słabej addytywności**:

Jeżeli zbiory $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ (gdzie $n \in N$ i $n>1$) spełniają następujące warunki:

1') $\alpha_i \in \Phi$ dla $i = 1, 2, ..., n$,

---

[12] Można wziąć zbiór α składający się z dwóch punktów. Zgodnie z definicją zachodzenia na siebie, zbiór α nie zachodzi na samego siebie, ponieważ nie istnieje otwarty jego podzbiór, gdyż α jest zbiorem skończonym (co było już poruszane). Określona funkcja miary nie spełnia wtedy warunku addytywności, co wykazuje następujące rozumowanie:
$f(\alpha \oplus \alpha)=f(\alpha \cup \alpha)=f(\alpha)=2 \neq 4=2+2=f(\alpha)+f(\alpha)$.

[13] Po dokonaniu przesunięcia równoległego zbioru α przejdzie on w zbiór także dwuelementowy β_1 i zbiory te nie będą już rozłączne i spełnią warunek addytywności dla sumy: $\oplus$, zdefiniowanej jako suma mnogościowa. Warunek niezachodzenia na siebie zbiorów α i β_1 jest konsekwencją skończoności rozpatrywanych zbiorów.

[14] Patrz: [12], s.22.

2") zbiór α_{k+1} jest rozłączny z sumą $\alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus ... \oplus \alpha_k$ dla $k = 1, 2, ..., n-1$;
to
$m(\alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus ... \oplus \alpha_n) = m(\alpha_1) + m(\alpha_2) + ... + m(\alpha_n)$.

Określana rodzina zbiorów mierzalnych (Φ) spełnia tę własność, ponieważ łatwo zauważyć, że skończona addytywność implikuje słabą addytywność, ponieważ warunek skończonej rozłączności pociąga za sobą warunek skończonego niezachodzenia na siebie zbiorów[15].

PODSUMOWANIE

Wychodząc od przykładów miar, można szukać własności formalnych, jakie musi posiadać miara. Oto te własności: jest funkcją określoną na rodzinie podzbiorów z góry ustalonego uniwersum, funkcją addytywną, zdefiniowaną na bazie zbiorów nie zachodzących na siebie. Idąc tą drogą poszukiwań, można zauważyć pewne własności metodologiczne o zasięgu metametrologicznym (zagadnienia z filozofii metrologii stanowiące elementy filozofii nauki): zależność własności relacji od przestrzeni określoności, zależność pojęcia: być punktem wewnętrznym, a zatem pojęć topologicznych od uprzednio ustalonego uniwersum, zależność pojęcia własności addytywności funkcji od definicji sumy zdefiniowanej na podzbiorach uniwersum. Wprowadzane pojęcia mają więc charakter relatywny. Własność ta implikuje prawidłowość metodologiczną, że pewna struktura matematyczna musi istnieć jako pierwotna w stosunku do własności: mnogościowych, topologicznych, geometrycznych czy metrologicznych.

Drugą cechą zaprezentowanych definicji jest ich strukturalny charakter, czego wyjątkiem może być definicja sumy: $\oplus$, zdefiniowana na bazie sumy mnogościowej (od przedmiotu do abstrakcji).

Literatura

1. Ajdukiewicz K.: *Logika pragmatyczna.* PWN, Warszawa 1974.
2. Bellacicco A. Labella A.: *Le strutture matematiche dei dati,* (Struktury matematyczne danych), Milano, Feltrinelli 1979.
3. Dubikajtis L.: *Geometria metryczna.* Uniwersytet Śląski w Katowicach, Katowice 1973.
4. Finkelsten L.: *Podstawowe pojęcia metrologii* [w:] *Pomiary Automatyka Kontrola* 1974/6, s. 245 – 249.
5. Finkelsten L.: *Teoria i filozofia pomiaru* [w:] *Podręcznik metrologii* (red. Sydenhaim, P.H.), T. 1, WKŁ, Warszawa 1988.
6. *International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology.* ISO 1993. Tłumaczenie polskie: *Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii,* GUM, Warszawa 1996.
7. Jaworski J. M.: *Filozofia współczesnego pomiaru* [w:] *Materiały Szkoły-Konferencji: Metrologia Wspomagana Komputerowo,* Zegrze k. Warszawy 1993, T.1, s. 9-35.
8. Jaworski J.: *Matematyczne podstawy metrologii.* WNT, Warszawa 1979.
9. Jaworski J. M., Morawski R. Z., Olędzki J. S.: *Wstęp do metrologii i techniki eksperymentu.* WNT, Warszawa 1992.
10. Kordos M, Szczerba L. W.: *Geometria dla nauczycieli.* PWN, Warszawa 1976.

[15] Twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe.

11. Kuratowski K.: *Wstęp do teorii mnożności i topologii.* PWN, Warszawa 1973.
12. Moszner Z.: *O mierzeniu w matematyce.* PZWS, Warszawa 1951.
13. Murawski R.: *Filozofia matematyki. Zarys dziejów.* PWN, Warszawa 1995.
14. Olejnik R. M.: *O pomiarze.* Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1998.
15. Piotrowski J.: *Podstawy miernictwa.* Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.
16. Piotrowski J.: *Teoria pomiarów.* PWN, Warszawa 1986.
17. Rasiowa H.: *Wstęp do matematyki współczesnej.* PWN, Warszawa 1997.
18. Sadowski A., Miernik E., Sobol J.: *Metrologia długości i kąta.* WNT, Warszawa 1978.
19. Sydenham P. H. (red.): *Handbook of Measurement Science. Vol.1-2,* J.Wiley, Chichester 1982-1983. Tłumaczenie polskie: *Podręcznik metrologii.* T.1-2, WKŁ, Warszawa 1988-1990.
20. Wierzbicki A.: *Modele i wrażliwość układów sterowania.* WNT, Warszawa 1977.
21. Wójcicki R.: *Wykłady z metodologii nauk.* PWN, Warszawa 1982.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Janusz Jaworski

Wpłynęło do Redakcji dnia 7 grudnia 2004

Abstract

Additivity is the basic property of measure function, described according to quotient range. Its sense is verbally expressed in a following way: ***the measure of sum equals to the sums of measures***. This property with reference to scale function is defined on basis of *physical sum*, described on the symptoms set (in other words called states) in the form of *physical sum.* Similarly, with reference to measure function, *additivity* is created on basis of subjects' joint that is *concatendency.*

There are different ways of describing relation's connection, applied even in geometry. Suggested conceptions often don't give unambiguous operations score, because of this fact calibrating and measure function lose their attribute of being function, because they are ambiguous. In the article I would like to carry out analysis of giving unambiguous form to both functions, through a new conception of the physical sum. On its basis are formed two additivity types: *limited additivity* and *weak additivity.* Worth discussing is fact of these concepts' application in accountancy, finance and management.