

Łukasz OSKWAREK
Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i
Systemów Informacyjno-Pomiarowych
Politechnika Warszawska

OCENA METROLOGICZNA WIELKOŚCI MIERZONYCH I ODTWARZANYCH W TOMOGRAFII IMPEDANCYJNEJ

Streszczenie. W artykule zostały przedstawione zagadnienia dotyczące analizy metrologicznej systemu pomiarowego do tomografii impedancyjnej (TI). Informację o rozkładzie poszukiwanego parametru (najczęściej konduktywności) uzyskuje się drogą pośrednią poprzez doprowadzenie do badanego obiektu pobudzenia oraz pomiar napięć lub prądów na jego brzegu. Jest oczywiste, iż jakość konstruowanych obrazów techniką TI determinowana jest nie tylko właściwościami algorytmu rekonstrukcji, lecz także dokładnością i precyzją wykonywanych pomiarów. Celem prezentowanych analiz jest ocena wpływu błędów pomiarowych i opisujących je niepewności na wyniki pomiarów i rekonstrukcji. Szczególnie dużo uwagi poświęcono opisowi metod szacowania niepewności konduktywności poszczególnych elementów obrazu wynikowego. Pokazane zostały praktyczne przykłady oceny wyników symulacji i eksperymentów uzyskanych w badaniach dwóch odrębnych modeli wielopunktowego systemu pomiarowego oraz obiektu badanego (tj. obiektu typu ciągłego i dyskretnego).

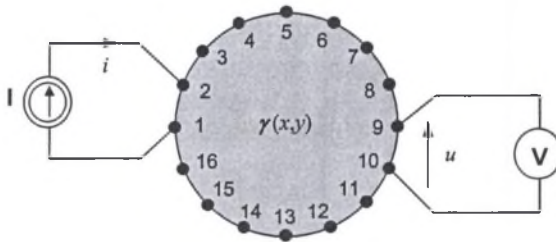
METROLOGICAL ESTIMATION OF MEASURED AND REPRODUCED QUANTITIES IN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY

Summary. In this paper some tasks deal with metrological analysis of Electrical Impedance Tomography (EIT) measuring system are presented. Information about investigated parameter distribution (mostly conductivity) is obtained in a indirect way by the object excitation and electrode voltages (currents) measurement. It is very clear that the overall quality of the created image is determined not only by the properties of the algorithm implemented but also by the accuracy and precision of measurement. The purpose of presended analysis is estimation of the influence of measurement errors and their uncertienties on the measurement and reconstruction results. The methods of calculatinon of the investigated conductivity uncertainty (etc. conductivity of several elements of reconstructed image) are reviewed in more detail. The paper provides some practical examples of estimation of the experiments and simulations results based on two different models of system and object (continuous and discrete object).

1. WPROWADZENIE

Intensywny rozwój technologii cyfrowej spowodował, że algorytmy przetwarzania wielkości mierzonych na wielkości poszukiwane stanowią obecnie integralną część łańcucha pomiarowego realizowanego we współczesnych systemach pomiarowych. Z powyższą sytuacją mamy do czynienia także w przypadku tomografii impedancyjnej, której zadaniem jest odtwarzanie rozkładu parametru materiałowego (najczęściej konduktywności) wewnątrz obiektu badanego na podstawie wyników pomiarów napięć (prądów) wykonanych na jego brzegu [1,2].

Przykładowa koncepcja układu pomiarowego wykorzystywanego w tomografii impedancyjnej została pokazana na rys. 1. Wyznaczenie rozkładu konduktywności odbywa się w układzie wieloelektrodowym. Jednocześnie w pomiarze biorą udział cztery elektrody: para elektrod pobudzających (przykładowo 1-2), do których doprowadzany jest prąd, oraz para elektrod pomiarowych (np. 9-10), dla których mierzona jest różnica potencjałów. Dla danego położenia elektrod pobudzających pomiar napięcia wykonywany jest między różnymi parami sąsiadujących ze sobą elektrod pomiarowych (oznaczonych numerami od 3 do 16), z wyłączeniem elektrod pobudzających. Procedura pomiaru napięć ulega powtórzeniu przy sekwencyjnej zmianie położenia elektrod pobudzających.



Rys. 1. Idea pomiarów w tomografii impedancyjnej: i – prąd pobudzenia, u – mierzone napięcie, $\gamma(x,y)$ – rozkład konduktywności wewnątrz obiektu badanego

Fig. 1. Concept of measurements in Impedance Tomography: i – excitation, u – measured voltage, $\gamma(x,y)$ – conductivity distribution within the testing object

Inne konfiguracje układów pomiarowych, różniące się między sobą charakterem wielkości pobudzającej i pomiarowej oraz sposobem doprowadzania sygnału pobudzającego do obiektu i pozyskiwania sygnału pomiarowego, zostały przedstawione w pracy [3].

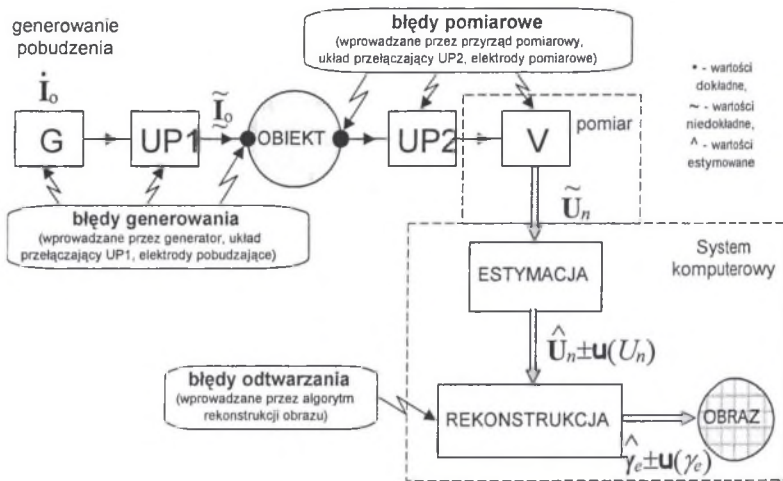
Oczywisty jest fakt, iż jakość konstruowanych obrazów determinowana jest nie tylko właściwościami algorytmu rekonstrukcji obrazu, lecz także dokładnością i precyzją wykonywania pomiarów. W związku z powyższym istnieje potrzeba określenia specyfiki pomiarów wykonywanych w systemach wielopunktowych, w których nadrzędnym celem jest odtwarzanie struktury obiektu.

2. METODYKA OCENY WYNIKÓW POMIARÓW I REKONSTRUKCJI OBRAZU

Analiza metrologiczna każdego systemu pomiarowego ma na celu ocenę wartości estymowanych wielkości mierzonych i odtwarzanych oraz ich niepewności. Wymaga ona znajomości różnego typu błędów w systemie, tzn. błędów systematycznych o znanym znaku i

wartości, błędów o znanej wartości maksymalnej i nieznanym znaku oraz błędów losowych. Specyfika pomiarów wykonywanych w systemach wielopunktowych polega na tym, iż spośród różnego typu błędów największy wpływ na wyniki rekonstrukcji mają błędy, których nie da się uwzględnić w wartości estymowanej wyniku – stanowią one źródło niepewności wyniku (błędy losowe oraz błędy o znanej wartości maksymalnej i nieznanym znaku, np. zaokrąglenia).

Na rys. 2 przedstawiony został schemat procesu pomiaru i odtwarzania obrazu w tomografii impedancyjnej. W celu właściwej oceny wartości estymowanych oraz niepewności wyników: pomiaru i odtwarzania niezbędne staje się rozdzielenie błędów różnego typu, których źródłem jest proces pomiarowy od błędów wprowadzanych przez algorytm rekonstrukcji obrazu. Obok błędów mierzonych napięć na wynik rekonstrukcji mają wpływ także błędy generowania wymuszeń oraz innych wielkości wejściowych algorytmu służących do wyznaczenia tzw. konduktywności odniesienia.



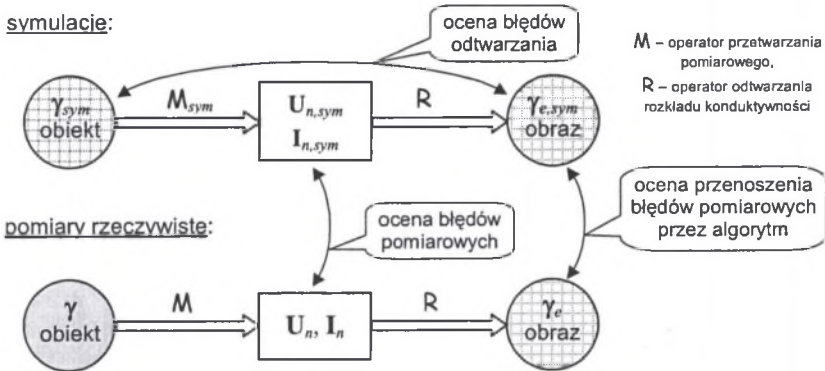
Rys. 2. Model procesu pomiaru i odtwarzania w tomografii impedancyjnej

Fig. 2. Model of measurement and reconstruction process in Impedance Tomography

Ocena niedokładności metody pomiarowej w tomografii impedancyjnej wymaga wykonania badań symulacyjnych obiektu przy założeniu braku błędów i zakłóceń w systemie oraz badań eksperymentalnych obiektu rzeczywistego. Analiza błędów, których źródłem jest proces mierzenia, opiera się na porównaniu wyników pomiarów w systemie rzeczywistym z analogicznymi wynikami uzyskanymi w drodze symulacji (patrz rys. 3). Najwygodniejszym sposobem wyodrębnienia błędów odtwarzania jest porównanie wyników rekonstrukcji uzyskanych w badaniach symulacyjnych z wartościami konduktywności symulowanego obiektu. Z kolei, porównanie obrazów rekonstrukcji dla wyników symulacji oraz badań rzeczywistych pozwala na ocenę przenoszenia błędów pomiarowych przez implementowany algorytm rekonstrukcji.

Przedstawiona analiza porównawcza wyników symulacji i eksperymentów pomiarowych ma sens tylko wówczas, gdy błędy wynikające z przyjęcia modeli symulacyjnych obiektu oraz przetwarzania pomiarowego są dużo mniejsze od błędów pomiarowych wynikających z niedoskonałości aparatury i procesu mierzenia. Problemy związane z trudnościami w odwzorowaniu właściwości obiektu ciągłego typu „wanna” (typowy obiekt badawczy) w jego modelu symulacyjnym z dostateczną dokładnością były przyczyną wykorzystania w badaniach

dwóch odrębnych modeli obiektu dedykowanego systemowi pomiarowemu i obiektu badanego, tj. obok wspomnianej wanny także obiektu dyskretnego w postaci siatki rezystorów [3,4].



Rys. 3. Ocena błędów pomiarów i rekonstrukcji w tomografii impedancyjnej
Fig. 3. Estimation of measurement and reconstruction errors in Impedance Tomography

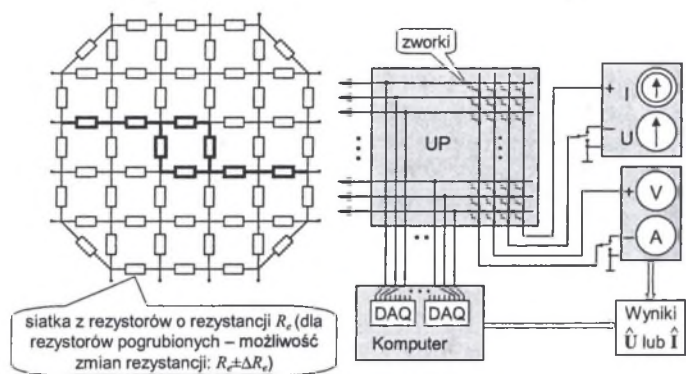
Należy jednak zaznaczyć, iż niepewność wyników pomiarów jest parametrem charakteryzującym rozrzut wyników (a tym samym błędów pomiarowych) wokół wartości średniej [5, 6]. Wobec powyższego szacowanie niepewności, w odróżnieniu od oceny wartości estymowanych, nie wymaga porównywania wyników pomiarów rzeczywistych z wartościami, które można uznać za dokładne (uzyskanymi w drodze symulacji przy założeniu dostatecznej dokładności odwzorowania właściwości obiektu w jego modelu symulacyjnym). Wynika stąd, iż ocena niepewności wyników może być przeprowadzona zarówno na obiekcie typu „siatka rezystorów”, jak również na obiekcie ciągłym.

3. OCENA WYNIKÓW POMIARÓW W BADANIACH MODELU WIELOPUNKTOWEGO SYSTEMU POMIAROWEGO

3.1. Budowa modelu wielopunktowego systemu pomiarowego

Model badawczy wielopunktowego systemu pomiarowego (wraz z obiektem badanym) [3, 4] został przedstawiony na rys. 4. Dedykowany system pomiarowy składa się z: generatora funkcyjnego (HP 33120A), autonomicznych przyrządów pomiarowych (opcjonalnie: HP 34401A lub ESCORT 97) oraz komputera klasy PC wyposażonego w dwie ośmiowieściowe karty zbierania danych (LAB-PC-1200). Układ przełączający (UP) umożliwia podłączenie generatora do obiektu badanego oraz, jednocześnie, obu kart zbierania danych i przyrządu autonomicznego.

Obiekt badany stanowi zespół rezystorów tworzących charakterystyczną siatkę składającą się z 56 gałęzi oraz 16 wyprowadzeń. Minimalna wartość rezystancji pomiędzy poszczególnymi węzłami siatki wynosi 1Ω , a maksymalna – $1 \text{ k}\Omega$. Konstrukcja obiektu umożliwia zadawanie zmian rezystancji w wybranych gałęziach siatki, a przez to wprowadzenie tzw. „zaburzenia” względem rezystorów tworzących tzw. „tło”.



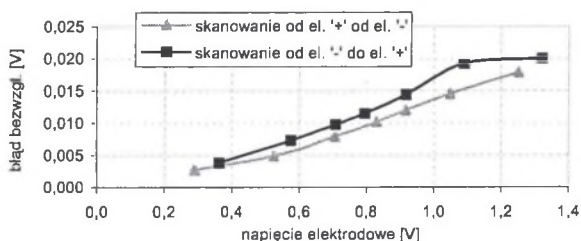
Rys. 4. Modele eksperymentalne wielopunktowego systemu pomiarowego i obiektu badanego
 Fig. 4. Experimental models of multi-point measuring system and testing object

Struktura wirtualnego przyrządu pomiarowego zawierająca wymienione elementy została opracowana w środowisku programowym LabWindows/CVI (firmy National Instruments). Z kolei, modele symulacyjne dedykowanego systemu pomiarowego i obiektu badanego zostały stworzone za pomocą programu PCNAP.

3.2. Ocena parametrów modelu badawczego wielopunktowego systemu pomiarowego

Prace wykonane przy wykorzystaniu modelu badawczego wielopunktowego systemu pomiarowego miały na celu przede wszystkim: określenie wymagań odnoszących się do parametrów dokładnościowych systemu oraz ich ocenę w warunkach statycznych i dynamicznych (z uwzględnieniem wpływu parametrów eksploatacyjnych oraz konfiguracji układu pomiarowego) [3].

Ocena dokładności metody pomiarowej odbywała się według zasad przedstawionych w rozdz. 2. Przykładowa charakterystyka błędu pomiarowego została pokazana na rys. 5.



Rys. 5. Charakterystyki błędu pomiarowego w funkcji wartości napięć elektrodowych (przy pobudzeniu elektrod 1-9 i pomiarze napięcia multimetrem HP 34401A)

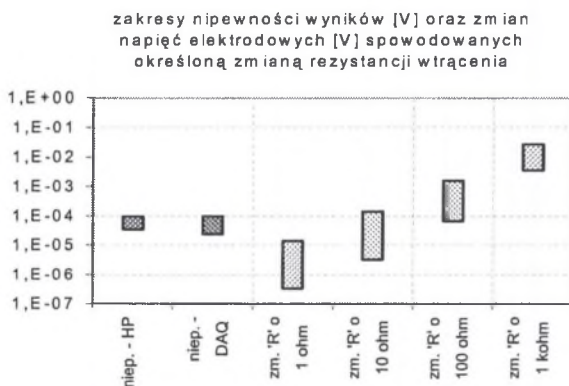
Fig. 5. Characteristics of measurement errors as a function of electrode voltage value (for electrodes 1-9 excitation and voltage measurement by HP 34401A multimeter)

Prezentowana charakterystyka jest reprezentatywna dla wszystkich wyników pomiarów i pozwala na sformułowanie wniosku, iż dla określonego przyrządu pomiarowego, położenia elektrod pobudzających oraz kierunku skanowania elektrod pomiarowych względem elektrod pobudzających błędy pomiarowe są w przybliżeniu liniową funkcją mierzonego napięcia

(sposrzczenie to zostało wykorzystane podczas wprowadzania poprawek do surowych wyników pomiarów).

W tomografii impedancyjnej o jakości tworzonych obrazów, w tym o możliwościach obrazowania elementów o niewielkich rozmiarach lub elementów o nieregularnych kształtach, decydują przede wszystkim: rozróżnialność wartości (rozdzielczość) konduktywności oraz rozróżnialność (rozdzielczość) przestrzenna elementów obrazu. Mniejszy wpływ na jakość obrazu wynikowego ma wartość estymowana konduktywności poszczególnych elementów obrazu. Z tego powodu podczas dokonywania oceny wielkości mierzonych, tzn. napięć elektrodowych, szczególnie interesująca okazała się analiza wrażliwości polegająca na porównaniu zmian wartości potencjałów elektrodowych spowodowanych określoną zmianą rezystancji obiektu z niepewnością rozszerzoną¹ wyników pomiarów (ze względów technicznych analiza ta została przeprowadzona na obiekcie typu dyskretnego).

Możliwość rejestrowania określonej zmiany konduktywności obiektu (rezystancji elementów siatki) zapewniona jest wówczas, gdy zakres zmian napięć przynajmniej częściowo pokrywa się lub położony jest powyżej zakresu niepewności wyników (patrz rys. 6). Uściślając: przynajmniej jeden wynik pomiaru spośród N mierzonych napięć powinien być większy od zakresu niepewności wyników (wobec symetryczności zakresu niepewności zadawane zmiany wynosiły nie 1Ω , 10Ω itd., lecz $0,5 \Omega$, 5Ω itd.). Przedstawione porównanie stanowi podstawę oceny możliwości wykorzystania systemu o zadanych parametrach i strukturze do określonych badań tomograficznych.



Rys. 6. Porównanie zakresów niepewności wyników oraz zmian napięć elektrodowych podczas badań obiektu o rezystancji 1Ω przy prądzie pobudzenia 1 A

Fig. 6. Comparison of the results uncertainties and electrode voltage changes for object resistance equals 1Ω and current excitation equals 1 A

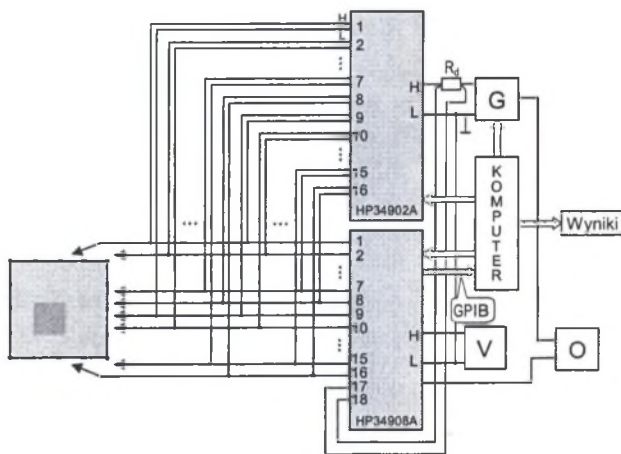
Z przeprowadzonych badań wynika wniosek, iż za pomocą przyrządów wykorzystanych w testowanym systemie możliwe jest wykrywanie zmian rezystancji w środku obiektu o wartości względnej rzędu 1% zakresu (tj. 10Ω). Warto dodać, iż zmiana konfiguracji układu pomiarowego lub jego parametrów eksploatacyjnych (np. wartości prądu pobudzenia, przykładowo do 2 mA) umożliwiła zwiększenie wykrywalności określonych zmian rezystancji „wewnątrz” obiektu badanego.

¹ W obliczeniach wykorzystane zostały metody przybliżone szacowania niepewności rozszerzonej [3].

4. OCENA WYNIKÓW REKONSTRUKCJI OBRAZU W BADANIACH MODELU EKSPERYMENTALNEGO IMPEDANCYJNEGO TOMOGRAFU KOMPUTEROWEGO

4.1. Budowa modelu impedancyjnego tomografu komputerowego

Budowa dedykowanego systemu pomiarowego została przedstawiona na rys. 7. Model impedancyjnego tomografu komputerowego [2,3] składa się z następujących elementów: generatora funkcyjnego HP33120A (G), modułów: HP34902A oraz HP34908A pełniących funkcję układu przełączającego oraz przyrządu pomiarowego, oscyloskopu HP54603B (O), dodatkowego przyrządu pomiarowego (V), komputera (K) wyposażonego w oprogramowanie HPVVEE (Hewlett-Packard), rezystora dodatkowego służącego do pomiaru konduktywności odniesienia (R_d) oraz kilku wanień pomiarowych, różniących się między sobą wielkością, kształtem oraz liczbą elektrod i ich sposobem rozmieszczenia.



Rys. 7. Model eksperymentalny impedancyjnego tomografu komputerowego
Fig. 7. Experimental models of Computing Impedance Tomograph

Dedykowany wirtualny przyrząd pomiarowy został skonstruowany za pomocą zintegrowanego środowiska programowego HPVVEE. Uzyskane wyniki pomiarów zostają poddane obróbce za pomocą programu MATLAB i specjalistycznych programów rekonstrukcji obrazu [2].

W wykonanych pracach badawczych model eksperymentalny tomografu impedancyjnego został wykorzystany w celu oceny przenoszenia różnego typu błędów pomiarów oraz opisanych na nich niepewności przez określony algorytm rekonstrukcji obrazu² [3].

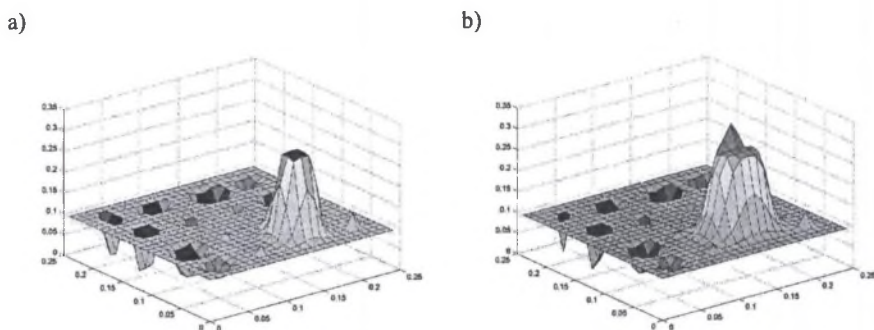
4.2. Badania wpływu błędów pomiarowych na wynik rekonstrukcji obrazu

W rozdz. 2 zaznaczone zostało, iż w ogólności obiekt typu „wanna” nie nadaje się do badania wpływu błędów pomiarowych na wyniki pomiarów i rekonstrukcji. Z drugiej strony,

² Wobec złożoności algorytmu rekonstrukcji obrazu w badaniach nie była poruszana tematyka dotycząca oceny wpływu błędów (i opisujących je niepewności), których źródłem jest implementowany algorytm, na wyniki odtwarzania konduktywności - zagadnienia te są w ciągłym zainteresowaniu specjalistów z dziedziny pola elektromagnetycznego.

zastosowanie wielopunktowych systemów pomiarowych w aplikacjach tomografii impedancyjnej „narzuca” konieczność wykonywania pomiarów na obiekcie typu ciągłego. Z tego powodu w przeprowadzonych badaniach zostały przyjęte kompromisowe rozwiązania.

Jedno z wykonanych „doświadczeń” polegało na przeprowadzeniu symulacji obiektu badanego (wanny) i wyznaczeniu wartości napięć elektrodowych, przyjętych dalej jako wartości dokładne. Następnie uzyskane wyniki zostały skorygowane o wartości traktowane jako błędy pomiarowe. Rozpatrywane były różne wartości i charakter błędów (błędy addytywne, multiplikatywne i losowe). Na rys. 8 przedstawione zostały przykładowe rozkłady konduktywności dla wyników pomiarowych uznanych za dokładne (rys.8a) oraz obarczonych błędami losowymi o wartości maksymalnej równej 0,1% (rys.8b).



Rys. 8. Rekonstrukcje obrazu dla wyników pomiarów: a) uznanych za dokładne, b) obarczonych błędami losowymi o wartości maksymalnej 0,1%

Fig. 8. Image reconstruction for the measurement results: a) assumed as accurate results, b) for the results laden with random errors of 0,1%. maximum value

Wpływ błędów losowych (w odróżnieniu od błędów systematycznych – obciążeń) na rekonstrukcję obrazu uwidacznia się nie tylko w wynikach rekonstrukcji (rys. 8), lecz także w liczbie wykonywanych iteracji. Należy jednak dodać, iż dla większej wartości błędów (np. 10% wartości mierzonych napięć) błędy systematyczne dodatkowo uwypuklają zniekształcenia wprowadzane przez błędy o charakterze losowym.

4.3. Szacowanie niepewności wyników odtwarzania konduktywności

Znaczący wpływ błędów losowych na wynik rekonstrukcji wskazuje na potrzebę oceny przenoszenia niepewności wyników pomiarów przez implementowany algorytm.

4.3.1. Metody szacowania niepewności wyników odtwarzania konduktywności

W dedykowanym systemie pomiarowym do tomografii impedancyjnej informację o poszukiwanych wielkościach, czyli wartościach konduktywności elementów aproksymacyjnych obrazu wynikowego $\{\gamma_e\} = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_E)$, uzyskuje się na podstawie znajomości wartości wielu wielkości wejściowych oznaczonych ogólnie jako ciąg $\{X_n\} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$. W skład ciągu $\{X_n\}$ wchodzi przede wszystkim mierzone napięcia elektrodowe U_n oraz inne wielkości odnoszące się m.in. do wymiarów geometrycznych obiektu badanego (wanny) i parametrów sygnału pobudzenia.

Szacowanie niepewności standardowych lub rozszerzonych (w tym miejscu traktowanych alternatywnie) odtwarzania konduktywności odbywa się zgodnie z równaniem propagacji o następującej postaci ogólnej:

$$u(\gamma_e) = \sqrt{\mathbf{c}^T(\gamma_e/X) \cdot \mathbf{u}(X) \cdot \mathbf{r}(X) \cdot \mathbf{u}(X) \cdot \mathbf{c}(\gamma_e/X)}, \quad (1)$$

gdzie: $u(\gamma_e)$ – niepewność (standardowa/rozszerzona) konduktywności określonego elementu obrazu, $\mathbf{c}(\gamma_e/X)$ – wektor wrażliwości konduktywności określonego elementu na wielkości wejściowe algorytmu, $\mathbf{u}(X)$ – macierz diagonalna niepewności wielkości wejściowych (elementami macierzy są niepewności $u(X_n)$), $\mathbf{r}(X)$ – symetryczna macierz korelacji wielkości wejściowych algorytmu (elementami macierzy są współczynniki korelacji $r(X_n, X_n')$).

Dalsza analiza nasuwa pytania o sposób uwzględniania w obliczeniach:

- niepewności cząstkowych wielkości wejściowych algorytmu $u(X_n)$, których źródłem są czynniki oznaczone umownie symbolem i ;
- współczynników korelacji odnoszących się do niepewności cząstkowych $r_i(X_n, X_n')$;
- współczynników rozszerzenia $k_n(\alpha)$ dla określonego poziomu ufności α .

Uwzględnienie w prezentowanych rozważaniach niepewności opisanych na różnych źródłach błędów cząstkowych powoduje I -krotne zwiększenie (I -liczba źródeł błędów cząstkowych) wymiarów wektorów i macierzy wykorzystanych do zapisu równania (1). Poniżej przedstawione zostaną dwie różne metody szacowania niepewności rozszerzonej konduktywności poszczególnych elementów obrazu wynikowego różniące się między sobą sposobem szacowania niepewności łącznej oraz doбором współczynnika rozszerzenia³.

Metoda I. W metodzie tej niepewności standardowe i rozszerzone konduktywności wyznaczone są na podstawie znajomości niepewności łącznych wielkości wejściowych algorytmu rekonstrukcji obrazu. Szacowanie niepewności rozszerzonych wyników odtwarzania konduktywności należy wykonać w następujący sposób:

- dla poszczególnych wielkości wejściowych algorytmu dokonać geometrycznego sumowania niepewności standardowych cząstkowych $u_{s,i}(X_n)$ celem wyznaczenia niepewności standardowej łącznej $u_s(X_n)$ [N równań]⁴,
- w celu oszacowania niepewności rozszerzonych wielkości wejściowych $u_r(X_n)$ przemnożyć wartości niepewności standardowych $u_s(X_n)$ przez odpowiednio dobrany współczynnik rozszerzenia $k_n(\alpha)$ – określić postać macierzy $\mathbf{u}_r(X)$,
- na podstawie znajomości wartości niepewności $u_r(X_n)$ oraz współczynników korelacji pomiędzy różnymi wielkościami $r_i(X_n, X_n')$ wyznaczyć wartości kowariancji $u(X_n, X_n')$ oraz współczynniki korelacji $r(X_n, X_n')$ [$\binom{N}{2}$ równań] – określić postać macierzy $\mathbf{r}(X)$,
- wyznaczyć $E \cdot N$ współczynników wrażliwości $\mathbf{c}(\gamma_e/X_n)$ oraz określić postać E wektorów wrażliwości konduktywności przypisanych poszczególnym elementom obrazu na wielkości wejściowe $\mathbf{c}(\gamma_e/X)$,
- celem wyznaczenia niepewności rozszerzonej konduktywności przypisanej e -temu elementowi obrazu $u_r(\gamma_e)$ rozwiązać równanie postaci (1) dla niepewności rozszerzonych $u_r(X)$ – komplet wyników otrzymuje się przez E -krotne rozwiązanie powyższego równania.

³ Szczegółowy opis metod szacowania niepewności oraz współczynników korelacji został przedstawiony w pracy [3].

⁴ W prezentowanych w artykule rozważaniach przyjęto założenie niezależności źródeł niepewności cząstkowych.

Metoda II. Przedstawiona poniżej metoda szacowania niepewności konduktywności wykorzystuje inny sposób grupowania niepewności cząstkowych i odnoszących się do nich współczynników korelacji w macierzach: $\mathbf{u}(X)$ oraz $\mathbf{r}(X)$. Grupowanie to opiera się na podziale elementów tych macierzy według źródeł błędów cząstkowych, a nie według wielkości wejściowych algorytmu. Szacowanie niepewności rozszerzonych według tej metody należy przeprowadzić w przedstawiony poniżej sposób:

- określić wartości niepewności standardowych $u_{s,i}(X_n)$ oraz współczynników korelacji $r_i(X_n, X_n')$ odnoszących się do poszczególnych źródeł niepewności, a następnie postacie macierzy $\mathbf{u}_{s,i}(X)$ oraz $\mathbf{r}_i(X)$,
- wyznaczyć $E \cdot N$ współczynników wrażliwości $c(\gamma_e/X_n)$ oraz określić postać E wektorów wrażliwości konduktywności przypisanych poszczególnym elementom obrazu na wielkości wejściowe $\mathbf{c}(\gamma_e/X)$,
- celem wyznaczenia niepewności standardowych wyników odtwarzania konduktywności $u_{s,i}(\gamma_e)$ przypisanych poszczególnym elementom obrazu i odnoszących się do różnych źródeł niepewności cząstkowych rozwiązać $E \cdot I$ równań o postaci (1) (z wykorzystaniem macierzy $\mathbf{u}_{s,i}(X)$, $\mathbf{r}_i(X)$ oraz wektorów $\mathbf{c}(\gamma_e/X)$),
- dokonać geometrycznego sumowania wartości niepewności standardowych cząstkowych $u_{s,i}(\gamma_e)$ celem wyznaczenia wartości niepewności standardowych łącznych $u_s(\gamma_e)$ – w celu uzyskania kompletu wyników czynność tę należy wykonać E -krotnie,
- celem wyznaczenia niepewności rozszerzonych wszystkich wyników odtwarzania konduktywności $u_t(\gamma_e)$ dobrać współczynnik rozszerzenia $k_n(\alpha)$, indywidualnie dla poszczególnych elementów obrazu

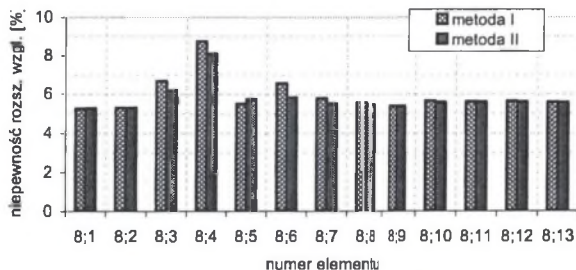
Z przytoczonego opisu wynika, iż przedstawiona metoda szacowania niepewności rozszerzonej umożliwia dobór współczynnika rozszerzenia po wykonaniu obliczeń według równań macierzowych opisujących prawa propagacji niepewności dla pomiarów pośrednich.

4.3.2. Wyznaczanie niepewności wyników rekonstrukcji obrazu – przykład obliczeń

Podczas wykonywania eksperymentów została przyjęta koncepcja pomiarowa polegająca na pobudzaniu elektrod przeciwległych sinusoidalnym sygnałem napięciowym i pomiarze potencjałów pozostałych elektrod względem masy generatora. Obiektem badanym była wanna w kształcie prostopadłościanu wypełniona roztworem z zanurzonym stalowym klockiem wyposażona w 16 elektrod rozmieszczonych w jednej płaszczyźnie [3].

Ze względu na dużą liczbę wielkości wyjściowych algorytmu rekonstrukcji ilustracja szacowania niepewności wyników odtwarzania konduktywności dotyczyła przypadku, w którym rozdzielczość obrazu wynikowego wynosiła 12×12 pikseli ($13 \cdot 13 = 169$ wyników rekonstrukcji). W obliczeniach rozpatrywanych było 120 wielkości wejściowych algorytmu, tj. 112 mierzonych napięć oraz 8 innych wielkości (parametry elektryczne układu pomiarowego, parametry geometryczne obiektu). Uwzględnione zostały trzy podstawowe źródła niepewności cząstkowych wyników, tj.: czynniki o charakterze niezdeterminowanym, właściwości aparatury pomiarowej określone w parametrze zwanym błędem granicznym oraz zaokrąglenie wyników pomiarów.

Pełne zestawienie wszystkich wyników obejmuje po 169 wartości konduktywności oraz niepewności standardowych i rozszerzonych (względnych i bezwzględnych) wyznaczonych metodami: I oraz II. Dobrej skali porównawczej szacowania niepewności rozszerzonej obiema metodami dostarcza wykres pokazany na rys.9 (dotyczący 13 wyników odnoszących się do 8 wiersza macierzy opisującego obraz wynikowy).



Rys. 9. Wartości niepewności rozszerzone konduktywności wyznaczonych metodami: I i II
 Fig. 9. Values of extended uncertainties of conductivity calculated according to the methods: I i II

Analiza wyników szacowania niepewności wskazuje na następujące wnioski:

- pomimo relatywnie niskiego poziomu niepewności mierzonych napięć (ok. 0,1%) niepewności rozszerzone odtwarzania konduktywności wynoszą przeważnie powyżej 5% – jest to spowodowane małą wrażliwością zmian napięć elektrodowych na zmiany konduktywności obiektu oraz dużą liczbą wielkości wejściowych algorytmu,
- zgodnie z przewidywaniami, szacowanie niepewności standardowych wielkości odtwarzanych metodą I oraz metodą II daje takie same rezultaty, natomiast analogiczne porównanie wyników szacowania niepewności rozszerzonych wskazuje na istnienie rozbieżności (od ułamka do 25%) pomiędzy wynikami szacowania niepewności obiema metodami – potwierdza to zasadę, zgodnie z którą prawo propagacji niepewności nie może zostać wykorzystane do przenoszenia przedziałów ufności [5],
- pomimo konieczności rozwiązania większej liczby równań macierzowych metoda II szacowania niepewności umożliwiła dobór współczynnika rozszerzenia na poziomie wielkości odtwarzanych (dlatego została uznana za metodę poprawną) oraz pozwala na odrębną ocenę przenoszenia poszczególnych niepewności cząstkowych wielkości wejściowych (w tym mierzonych napięć) przez algorytm.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiona w pracy metodyka oceny metrologicznej systemu pomiarowego do tomografii impedancyjnej wymaga realizacji czynności, obejmujących:

- ocenę surowych wyników pomiarów uzyskanych przy wykorzystaniu testowanego systemu (testowanych systemów) na obiekcie typu dyskretnego o znanych i odpowiednio dobranych parametrach (przykładowo, liczba elementów wykonawczych obiektu powinna być zbliżona do liczby elementów liniowo niezależnych obrazu) – na podstawie oceny wyników pomiarów możliwe staje się podjęcie dalszych decyzji, dotyczących doboru właściwych narzędzi pomiarowych oraz ewentualnego wprowadzania korekt do wyników pomiarów;
- porównanie między sobą:
 - zmian wartości napięć elektrodowych wynikających z przyjętego zakresu wartości konduktywności, liczby liniowo niezależnych elementów obrazu oraz rozdzielczości konduktywności i rozdzielczości przestrzennej obrazu,
 - niepewności wyników pomiarów wyznaczonych na podstawie dostępnej nam wiedzy o właściwościach przyrządów pomiarowych wykorzystanych w systemie, a także wyników przeprowadzonych eksperymentów;

➤ ocenę wyników rekonstrukcji obrazu (w tym ocenę propagacji błędów i niepewności przez implementowany algorytm) – przy zastosowaniu w badaniach obiektu typu ciągłego.

Porównanie, o którym mowa powyżej, stanowi podstawę oceny możliwości wykorzystania testowanego systemu do tworzenia obrazów z określoną rozdzielczością przestrzenną oraz rozdzielczością wartości konduktywności (i może ono zostać przeprowadzone zarówno przy wykorzystaniu obiektu typu ciągłego, jak i dyskretnego). Należy przy tym zaznaczyć, iż głównym celem wspomnianej analizy porównawczej nie jest ocena możliwości wykonywania pomiarów przy wykorzystaniu określonego systemu pomiarowego, lecz ocena jego przydatności w badaniach, których celem jest uzyskanie obrazu o odpowiedniej jakości.

Literatura

1. *Electrical Impedance Tomography*. <http://www.eit.org.uk>
2. Filipowicz S. F., Rymarczyk T.: *Tomografia impedancyjna – pomiary, konstrukcje i metody tworzenia obrazów*. BEL Studio Sp. z o.o., Warszawa 2003.
3. Oskwarek Ł.: *Metodyka doboru parametrów i struktury wielopunktowego systemu pomiarowego do Tomografii Impedancyjnej*. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska, IETiSIP, Warszawa 2003.
4. Górecki M., Wołosiak J.: *Model systemu tomografii impedancyjnej*. Praca dyplomowa inżynierska. Politechnika Warszawska, IETiSIP, Warszawa 2002.
5. *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*. GUM, Warszawa 1999.
6. Arendarski J.: *Niepewność pomiarów*. Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Brunon Szadkowski

Wpłynęło do Redakcji dnia 7 grudnia 2004

Abstract

In Electrical Impedance Tomography (EIT) information about investigated parameter distribution (conductivity, impedantivity, admittivity) is obtained in a indirect way - almost all EIT systems use current (potential) object excitation and electrode voltages measurement (fig. 1). It is very clear that, the overall quality of the created image is determined by both the properties of the algorithm implemented and the accuracy of electrode values measurement.

The analysis of dedicated measurement system and image reconstruction algorithm (fig. 2) is based on the comparison of the measurement and reconstruction results obtained in the real EIT-system and in its simulation model (with the assumption of the absence of errors and noises – fig. 3). This analysis requires a prior knowledge of testing object parameters. Mapping of a real object properties, like vessel containing a liquid, into its simulation model is a very difficult task. Therefore, measurement results analysis has been performed using a different type of testing object, e.g. a grid of resistors (fig. 4). The most interesting investigation was the comparison of the changes of electrode voltage values (caused by the changes of carefully selected object resistances) with the uncertainties of the results (fig. 6) – it's the base of EIT-system evaluation.

The other of testing systems (based on a continuous object, e.g. a vessel – fig. 8) has been used for the investigations of the measurement errors and uncertainties propagation throughout the reconstruction algorithm. In spite of a low level of measurement result uncertainties (0,1%), extended uncertainties of investigated conductivity were at the level of (5÷10)% (fig. 9). It was caused by low sensitivity of measured voltage on the object conductivity changes and a large number of algorithm input data.