

Adam ŻUCHOWSKI

Zakład Teorii Sterowania i Technik Symulacyjnych

Instytut Automatyki Przemysłowej

Politechnika Szczecińska

## UWAGI NA TEMAT PROJEKTOWANIA PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH O NIELINIOWEJ DYNAMICE

**Streszczenie.** Problemy syntezy przetworników pomiarowych o liniowej dynamice należą do grupy zagadnień dobrze poznanych zarówno pod względem stosowanych metod, jak i możliwości do uzyskania rezultatów. Synteza przetworników o dynamice nieliniowej poza szczególnymi rozwiązaniami jest dziedziną otwartą. Rozważono niektóre definicje i możliwości realizacyjne typowych, nieliniowych procedur śledzenia sygnałów, opóźniania, uśredniania, całkowania i różniczkowania, a także filtracji. Rozważania zilustrowano wybranymi przykładami.

## REMARKS ON DESIGN OF NONLINEAR MEASURING SENSORS

**Summary.** The problems associated with synthesis of linear sensors (methods and expected results) can be treated as well known. The synthesis of nonlinear measuring sensors seems to be still the "open area", if one neglect certain particular solutions. The chosen definitions and possibilities of realization of typical, nonlinear procedures on signals, like averaging, differentiation, integration, filtering and follow up operation are considered in the paper. The considerations are illustrated by means of respective examples.

### 1. WSTĘP

Nieliniowa dynamika przetworników pomiarowych może być traktowana albo jako stan niepożądany stanowiący źródło dodatkowych błędów, albo też jako droga wiodąca do uzyskania określonych celów nieosiągalnych w obrębie układów o dynamice liniowej. W tym pierwszym przypadku dla zmniejszenia błędów stosuje się bądź specjalne człony kompensujące nieliniowość, bądź ujemne sprzężenie zwrotne zmniejszające wrażliwość układu na odchyłki jego parametrów. Problematyka ta jest na ogół dobrze znana i nie wymaga omawiania.

Pomysł wykorzystania nieliniowości dla uzyskania określonych efektów jest znany i wykorzystywany od dawna w teorii sterowania, a został przeniesiony na grunt miernictwa dynamicznego, np. w postaci serwomechanizmów z ruchem ślizgowym w budowie rejestratorów, propozycji budowy rejestratorów o ograniczonych błędach nieczytelności zapisu [1], filtrów adaptacyjnych [2,3], filtrów spełniających określone nierówności różniczkowe [4]

i innych. Są to jednak stosunkowo nieliczne przykłady takich zastosowań i wydaje się, że tej bogatej w możliwości problematyce warto poświęcić uwagę.

Generalnie rzecz biorąc, rola dynamiki toru pomiarowego sprowadza się do realizacji kilku typowych operacji na sygnale wejściowym. Należą do nich śledzenie, opóźnianie, uśrednianie sygnału wejściowego w określonym przedziale czasu, całkowanie, różniczkowanie, a także filtracja, tj. określona zmiana widma sygnału. Opis tych operacji w układach liniowych jest stosunkowo prosty, natomiast w układach nieliniowych trudniejszy i zwykle nie do końca wyjaśniony w dostateczny sposób.

## 2. PROBLEMATYKA

Z wielu możliwych rozważymy dwa problemy. Pierwszy – to problem sprowadzenia zadanej operacji na sygnale wejściowym do równoważnego nieliniowego równania różniczkowego o takiej postaci, by możliwa była realizacja fizykalnego układu o dynamice opisywanej takim właśnie równaniem, lub przynajmniej do równania realizującego zadaną operację w sposób przybliżony. Konieczne jest tu uwzględnienie pewnych ograniczeń – na przykład operowanie wyłącznie dostępnymi w praktyce sygnałami bez konieczności ich różniczkowania, a także operowanie równaniami różniczkowymi o jawnej postaci pochodnej najwyższego rzędu sygnału wyjściowego.

Drugi – to problem określenia którą z typowych operacji na sygnale wejściowym realizuje układ o dynamice opisywanej danym nieliniowym równaniem różniczkowym.

I tak – w przypadku przetwornika o dynamice rzędu pierwszego dostępne obserwacjom i możliwe do wykorzystania są jedynie sygnały wejściowy  $x(t)$  i wyjściowy  $y(t)$ , co stwarza możliwość rozpatrywania realizowalnej, nieliniowej dynamiki przetwornika w postaci równania różniczkowego:

$$T(x,y) \cdot \frac{dy}{dt} + y = k(x,y) \cdot x, \quad (1)$$

a w przypadku przetworników o dynamice rzędów wyższych w postaci równań różniczkowych odpowiednio bardziej złożonych. Wychodząc z takich założeń, rozpatrzmy teraz kolejno podstawowe, typowe operacje na sygnale wejściowym  $x(t)$ .

## 3. TYPOWE OPERACJE NA SYGNALE WEJŚCIOWYM

### 3.1. Śledzenie sygnału

Nieunikniona inercyjność przetworników pomiarowych zawsze utrudnia proces śledzenia, znane są jednak układy, które dzięki specjalnym własnościom umożliwiają w pewnych warunkach śledzenie sygnału wejściowego praktycznie bez błędu. Dla przykładu, rozważymy równanie serwomechanizmu z ruchem ślizgowym:

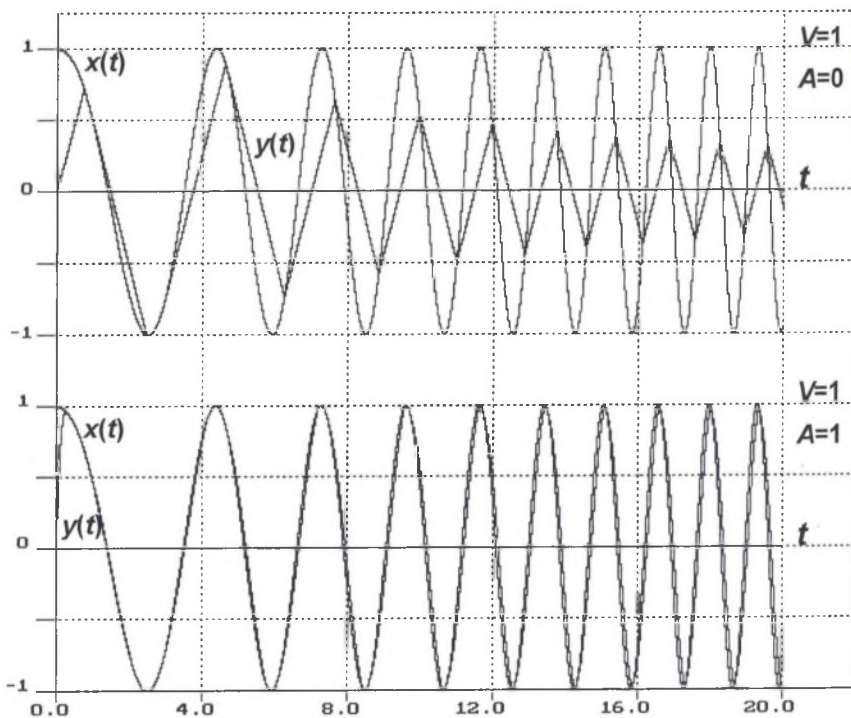
$$\frac{dy}{dt} = V \cdot \operatorname{sgn}(x - y). \quad (2)$$

Jak łatwo sprawdzić – odpowiada ono dokładnie modelowi dynamiki (1), jeśli przyjąć  $k(x,y)=1$ , oraz  $T(x,y)=\frac{1}{V}|x-y|$ . Istnieje stosunkowo prosta możliwość dodatkowej poprawy zdolności śledzenia sygnału  $x(t)$ , jeśli zrealizować model o postaci:

$$\frac{dy}{dt} = V \cdot \operatorname{sgn}(x-y) \cdot (1 + A \cdot |x-y|), \quad (3)$$

gdzie  $A$  jest stałym współczynnikiem.

Uzyskany efekt przy  $V=1$ ,  $x(t)=\cos(t \cdot (1+0,1 \cdot t))$ ,  $A=0$  oraz  $A=10$  zilustrowano wykresami na rysunku 1.



Rys. 1. Wyniki śledzenia sinusoidalnego sygnału o rosnącej pulsacji przy wykorzystaniu klasycznego serwomechanizmu o zmiennej strukturze (a) i serwomechanizmu opisanego równaniem (3) (b)

Fig. 1. The results of follow up operation applied to sine wave form of input signal with increased frequency and realized by classic servomechanism with variable structure (a) and that described by equation (3) (b)

Warto zwrócić uwagę na dwa fakty: równanie (3) jest tylko jednym dość dowolnym sposobem uzyskiwania poprawy śledzenia, jeśli jednak równanie (3) jest rzędu drugiego o postaci:

$$T \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = V \cdot \operatorname{sgn}(x-y) \cdot (1 + A \cdot |x-y|), \quad (4)$$

to człony  $T \cdot \frac{d^2 y}{dt^2}$ , oraz  $A \cdot |x - y|$  w początkowej fazie utrudniają uzyskanie ruchu ślizgowego i konieczne jest odpowiednie przyspieszenie komutacji, a więc rozbudowa układu o dodatkowe nieliniowe człony. Jak widać, problem najkorzystniejszej postaci modelu drugiego rzędu:

$$T \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = F\left(x, y, \frac{dy}{dt}\right), \quad (5)$$

operacji śledzenia sygnału  $x(t)$  wolno uznać za otwarty.

### 3.2. Opóźnianie sygnału

Opóźnianie sygnału  $x(t)$  można zdefiniować w sposób identyczny jak w przypadku odpowiedniej operacji liniowej, uzależniając jednak czas opóźnienia  $T_0$  od wartości sygnałów  $x(t)$  i  $y(t)$ :

$$y(t) = x[t - T_0(x, y)]. \quad (6)$$

Przybliżoną realizację tej operacji można uzyskać operując rozwinięciem w szereg Taylora przy użyciu skróconego zapisu:

$$y = x - T_0 \cdot x^{(1)} + \frac{1}{2} \cdot T_0^2 \cdot x^{(2)} - \frac{1}{6} \cdot T_0^3 \cdot x^{(3)} + \dots \quad (7)$$

skąd:

$$\begin{aligned} y^{(1)} &= x^{(1)} \cdot (1 - T_0^{(1)}) - x^{(2)} \cdot T_0 \cdot (1 - T_0^{(1)}) \\ y^{(2)} &= -x^{(1)} \cdot T_0^{(2)} + x^{(2)} \cdot (1 - T_0^{(1)})^2 + T_0 \cdot T_0^{(2)}, \end{aligned} \quad (8)$$

z pominięciem pochodnych rzędu wyższego niż drugi. Z układu równań (8) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= \frac{y^{(1)} \left\{ (1 - T_0^{(1)})^2 + T_0 T_0^{(2)} \right\} + y^{(2)} T_0 (1 - T_0^{(1)})}{(1 - T_0^{(1)})^3}, \\ x^{(2)} &= \frac{y^{(1)} T_0^{(2)} + y^{(2)} (1 - T_0^{(1)})}{(1 - T_0^{(1)})^3}, \end{aligned} \quad (9)$$

skąd po podstawieniu do równania (7):

$$\frac{1}{2} T_0^2 (1 - T_0^{(1)}) \cdot y^{(2)} + T_0 \left\{ (1 - T_0^{(1)})^2 + \frac{1}{2} T_0 T_0^{(2)} \right\} y^{(1)} + (1 - T_0^{(1)})^3 \cdot y = (1 - T_0^{(1)})^3 \cdot x. \quad (10)$$

Ponieważ

$$T_0^{(1)}(x, y) = \frac{d}{dt} T_0(x, y) = \frac{\partial T_0}{\partial x} \cdot x^{(1)} + \frac{\partial T_0}{\partial y} \cdot y^{(1)},$$

a pochodne  $x^{(1)}, x^{(2)}$  są niedostępne – należy założyć, że opóźnienie  $T_0$  może być tylko funkcją zmiennej  $y$ , przy tym w równaniu (10) dostępne będą  $y$  oraz  $y^{(1)}$ . Wobec:

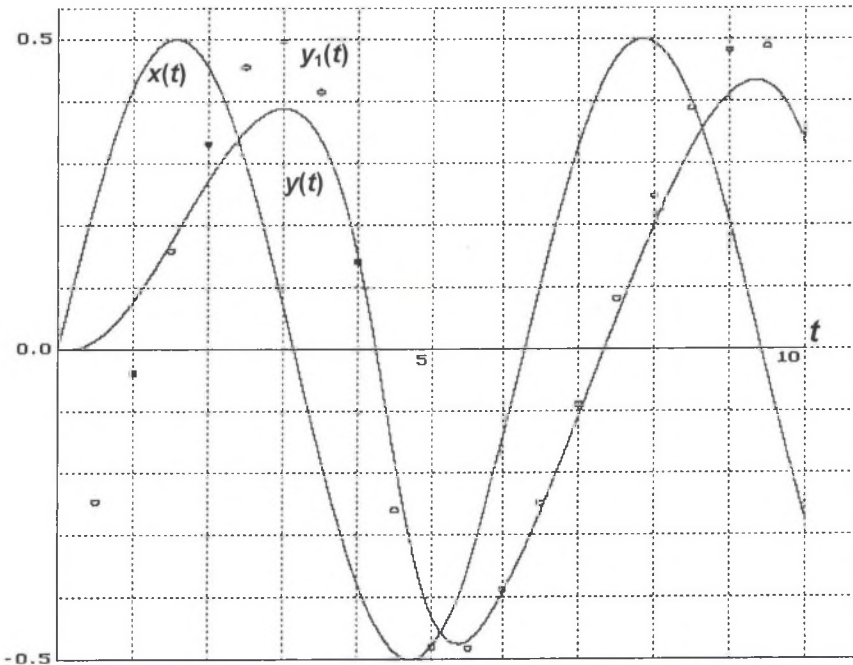
$$T_0^{(2)}(y) = \frac{d}{dt} T_0(y) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_0(y)}{\partial y} \cdot y^{(1)} \right) = \frac{\partial}{\partial y} T_0(y) \cdot y^{(2)} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} T_0(y) \cdot (y^{(1)})^2, \quad (11)$$

zatem równanie (10) daje się rozwikłać ze względu na drugą pochodną  $y^{(2)}$ , lecz posiada dość złożoną postać. I tak – dla przykładu – jeśli  $T_0(y) = 1 + y$ , otrzymuje się:

$$y^{(2)} + \frac{2 \cdot (1 - y^{(1)})^2}{1 + y} \cdot y^{(1)} + \frac{2 \cdot (1 - y^{(1)})^3}{(1 + y)^2} \cdot y = \frac{2 \cdot (1 - y^{(1)})^3}{(1 + y)^2} \cdot x.$$

Przebieg sygnału  $y(t)$  dla  $x(t) = \frac{1}{2} \cdot \sin(t)$  pokazano na rysunku 2.

Wykorzystując uzyskane wartości  $y(t)$  dla wyznaczenia opóźnienia  $T_0(y)$  i następnie ponownie wartości  $y(t)_1 = \frac{1}{2} \cdot \sin(t - T_0(y))$ , otrzymuje się przebieg  $y(t)_1$  zaznaczony punktami. Różnice  $y(t)$  i  $y(t)_1$  ilustrują błąd operacji opóźniania zrealizowanej w opisany sposób. Wynika on z nieuwzględniania wyższych pochodnych.



Rys. 2. Wyniki nieliniowego opóźnienia sygnału  $x(t)=0,5\sin(t)$ , przy założeniu że czas opóźnienia jest funkcją wartości sygnału wyjściowego  $T_0(y)=1+y$ . Wykres punktowy pozwala ocenić błędy realizacji uproszczonego, realizowanego modelu takiej operacji

Fig. 2. The results of non-linear delay of input signal  $x(t)=0,5\sin(t)$  in case of tuning of delay time according to formula  $T_0(y)=1+y$ , where  $y$  – output signal. The dot-line allows to estimate the errors of realization of simplified, realizable model of such operation

Równanie (10) ma postać na tyle złożoną, że nie pozwala ona rozwiązać nawet w sposób przybliżony drugiego problemu postawionego w rozdziale 2. Zakładając jednak, że sygnał  $x(t)$  jest gładki, a więc pomijając wszystkie pochodne  $x(t)$  rzędu wyższego niż pierwszy, otrzymuje się z równań (8).

$$x^{(1)} = \frac{y^{(1)}}{1 - T_0^{(1)}},$$

i tym samym po przekształceniach:

$$\frac{T_0(x, y)}{1 - \frac{d}{dt} T_0(x, y)} \cdot y^{(1)} + y = x,$$

jako równanie różniczkowe odpowiadające opóźnieniu  $T_0(x, y)$  dla gładkich  $x(t)$ . W praktyce, równań tego typu jest niewiele.

### 3.3. Uśrednianie sygnału w określonym przedziale czasu

Definiując nieliniową operację uśredniania w przedziale czasu  $T_u(x, y)$  jako:

$$y(t) = \frac{1}{T_u(x, y)} \cdot \int_{t-T_u(x, y)}^t x(t) dt \quad (12)$$

wobec:

$$y(t) \cdot T_u(x, y) = \int_{-\infty}^t x(t) dt - \int_{-\infty}^{t-T_u(x, y)} x(t) dt = X(t) - X(t - T_u(x, y)),$$

po rozwinięciu  $X(t - T_u(x, y))$  w szereg Taylora i prostych przekształceniach i z pominięciem pochodnych  $x(t)$  rzędu wyższego niż drugi otrzymuje się:

$$y = x - \frac{1}{2} \cdot T_u(x, y) \cdot x^{(1)} + \frac{1}{6} \cdot T_u^2(x, y) \cdot x^{(2)}. \quad (13)$$

Jest to równanie tego samego typu jak (7) i może być dalej przekształcane w identyczny sposób, przy tym także i tu z uwagi na możliwość realizacji konieczne jest założenie, że  $T_u$  jest wyłącznie funkcją zmiennej  $y$ . Zakładając, że sygnał  $x(t)$  jest gładki, po zróżniczkowaniu równania (13) względem czasu otrzymuje się:

$$x^{(1)} = \frac{y^{(1)}}{1 - \frac{1}{2} T_u^{(1)}(x, y)},$$

skąd po podstawieniu do (13):

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot T_u(x, y)}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} T_u(x, y)} \cdot y^{(1)} + y = x, \quad (14)$$

jako przybliżone równanie realizujące operację uśredniania na gładkich  $x(t)$ . Jest to równanie tego samego typu co (12) i jak łatwo zauważyć  $T_u(x, y) = 2 \cdot T_0(x, y)$  podobnie jak dla operacji liniowej.

### 3.4. Sygnał wyjściowy jako nieliniowa średnia ważona

Operację na sygnale wejściowym zdefiniujemy w następujący sposób:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t W(x, y) \cdot x(t) dt \cdot \left\{ \int_{-\infty}^t W(x, y) dt \right\}^{-1}, \quad (15)$$

przy tym wobec  $x(t) = 0$  dla  $t < 0$ , oraz  $y(t) = 0$  dla  $t < 0$  przyjmujemy:

$$y(t) = \int_0^t W(x, y) \cdot x(t) dt \cdot \left\{ A + \int_0^t W(x, y) dt \right\}^{-1},$$

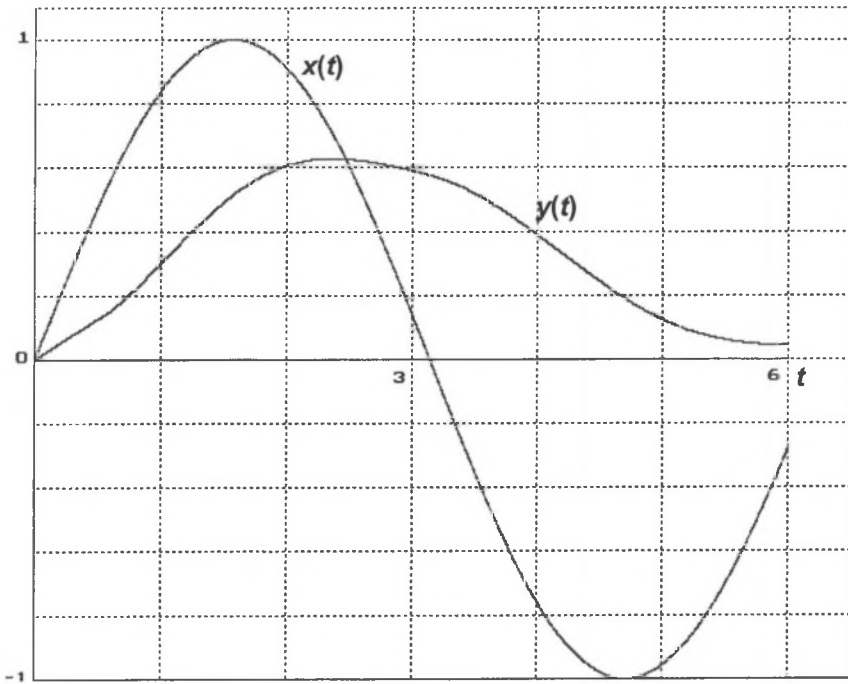
gdzie  $A = \int_{-\infty}^0 W(x, y) dt$ .

Po przekształceniach:

$$y^{(1)} = \frac{(x - y) \cdot W(x, y)}{A + \int_0^t W(x, y) dt}, \quad (16)$$

i równanie takie można zrealizować, jeśli dostępne są sygnały  $x$  i  $y$  przy wykorzystaniu dwóch integratorów bez żadnych uproszczeń. Na rys. 3 pokazano przebieg sygnału  $y(t)$  przy założonych:

$$A = 1, \quad W(x, y) = |x| + |y|, \quad \text{oraz} \quad x(t) = \sin(t).$$



Rys. 3. Wynik operacji uśredniania sygnału  $x(t)=\sin(t)$  przy wykorzystaniu funkcji wagi  $W(x,y)=|x|+|y|$   
 Fig. 3. The result of averaging of signal  $x(t)=\sin(t)$  for weight function  $W(x,y)=|x|+|y|$

### 3.5. Całkowanie sygnału

W przypadku nieliniowego całkowania możliwe są dwie nieco różne definicje tej operacji. Albo:

$$y(t) = \frac{1}{T_c(x,y)} \cdot \int_0^t x(t) dt, \quad (17)$$

albo też:

$$y(t) = \int_0^t \frac{x(t)}{T_{cl}(x,y)} dt. \quad (18)$$

W przypadku pierwszej definicji (17) otrzymuje się równanie różniczkowe:

$$T_c(x,y) \cdot \frac{dy}{dt} + y \cdot \frac{d}{dt} T_c(x,y) = x, \quad (19)$$

które daje się zrealizować dokładnie tylko wtedy, gdy  $T_c$  jest wyłącznie funkcją zmiennej  $y$ , gdyż pochodna  $\frac{dx}{dt}$  nie jest dostępna. W tych warunkach równanie (19) można łatwo przekształcić do postaci:



$$\frac{dy}{dt} = \frac{x(t)}{T_c(y) + y \cdot \frac{dT_c(y)}{dy}} \quad (20)$$

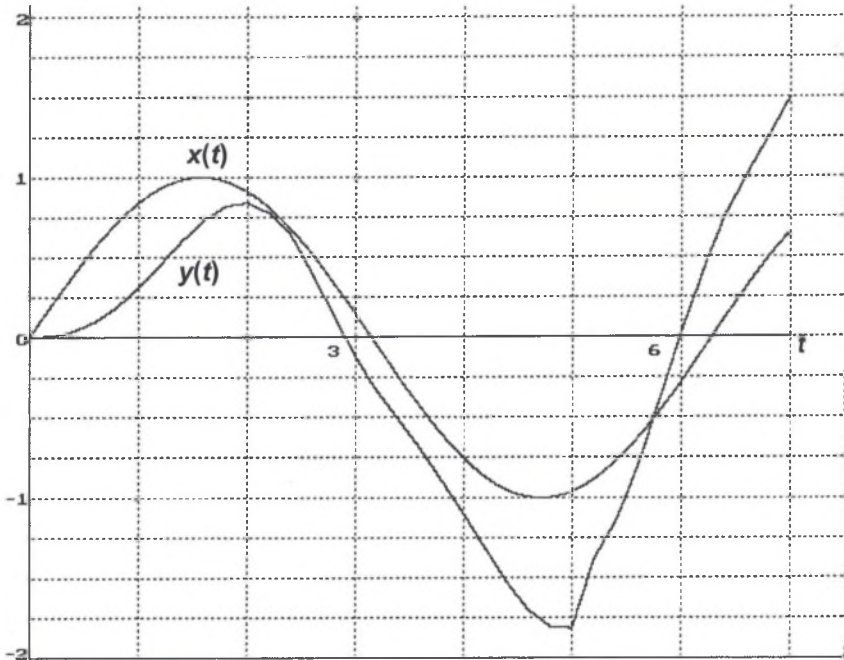
W przypadku drugiej definicji:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{x(t)}{T_{c1}(x,y)}, \quad (21)$$

i zrealizowanie operacji nie nastęrcza większych trudności. Łatwo sprawdzić, że jeśli w tym przypadku  $T_{c1}$  jest wyłącznie funkcją zmiennej  $y$ , to operacje (20) i (21) są równoważne, jeśli zachodzi związek:

$$T_c(y) = \frac{1}{y} \cdot \left( \int_0^y T_{c1}(y) dy + C \right), \quad (22)$$

gdzie  $C$  jest stałą całkowania.



Rys. 4. Wynik nieliniowego, rzeczywistego różniczkowania sygnału  $x(t)=\sin(t)$  przy przyjętych stałych czasowych  $T_1=T_2=1$  s oraz  $T_c(x,y)=|x|+|y|$

Fig. 4. The result of real differentiation of signal  $x(t)=\sin(t)$  for assumed time constants  $T_1=T_2=1$  sec. and  $T_c(x,y)=|x|+|y|$

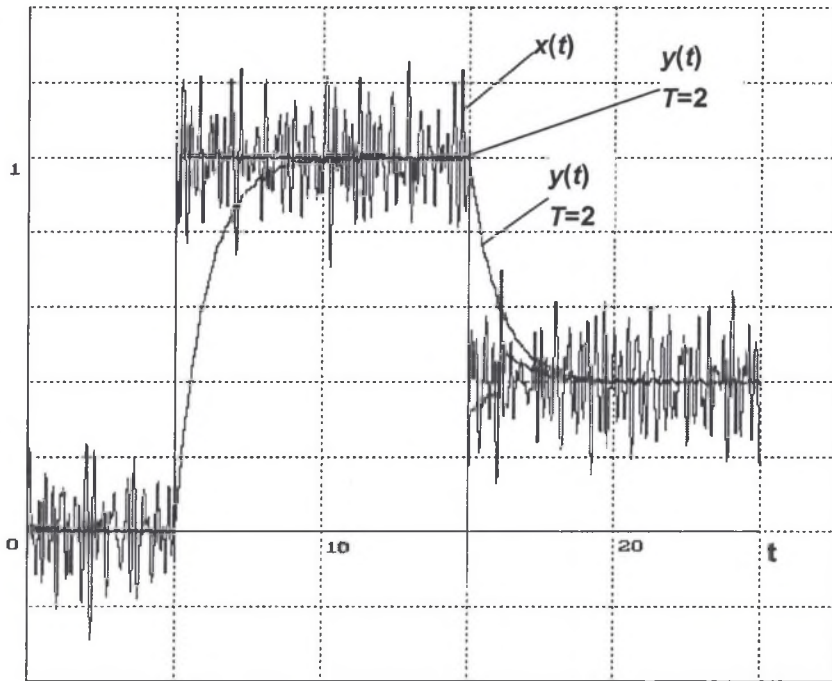
### 3.6. Różniczkowanie sygnału

Ponieważ pochodna  $\frac{dx}{dt}$  nie jest dostępna – możliwe wydaje się wyłącznie tak zwane różniczkowanie rzeczywiste i to pod warunkiem operacji zdefiniowanej równaniem:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + T_2 \cdot \frac{dy}{dt} + y = \frac{d}{dt} x(t) \cdot T_r(x,y), \quad (23)$$

gdyż wtedy

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T_1 \cdot T_2} x(t) \cdot T_r(x,y) - \frac{1}{T_1} y - \frac{1}{T_1 \cdot T_2} \int_0^t y \cdot dt, \quad (24)$$



Rys. 5. Wynik nieliniowej filtracji zakłóconego sygnału o skokowych zmianach przy parametrach  $T=2$  s,  $D=0,15$ . Dla porównania przedstawiono wynik filtracji liniowej w warunkach stałej czasowej filtru  $T=2$  s

Fig. 5. The result of non-linear filtering of disturbed signal composed of step pulses for  $T=2$  sec.,  $D=0,15$ . The „reference” result of linear filtering for constant filter parameter  $T=2$  sec., have been shown as well

i operację taką można wykonać dokładnie przy wykorzystaniu dwóch integratorów, jeśli tylko dostępne są sygnały  $x(t)$  i  $y(t)$ . Różniczkowanie jest oczywiście tym lepsze, im mniejsze są stałe  $T_1$  i  $T_2$ . Na rysunku 4 pokazano przebieg sygnału  $y(t)$  przy przyjęciu  $T_1 = T_2 = 1$   $T_r(x,y) = |x| + |y|$ , oraz przy  $x(t) = \sin(t)$ . Jak wynika z rysunku, duże wartości stałych czasowych  $T_1, T_2$  są zdecydowanie niekorzystne.

### 3.7. Filtracja

W tym przypadku zdefiniowanie operacji jest trudne, gdyż własności tłumienne filtru można powiązać w prosty sposób ze stałymi czasowymi lub pierwiastkami równań

charakterystycznych i zer transmitancji w układach liniowych. Można jednak uzależniać współczynniki wzmocnień statycznych lub „stałe czasowe” (nie będą już stałymi!) od wartości sygnałów dostępnych w układzie i w ten sposób wywierać wpływ na zachowanie się nieliniowych przetworników. Istnieje tutaj bardzo wiele różnych możliwości, rozpatrzmy więc tylko dwa proste przykłady.

### 3.7.1. Filtr przenoszący skokowe zmiany sygnału wejściowego

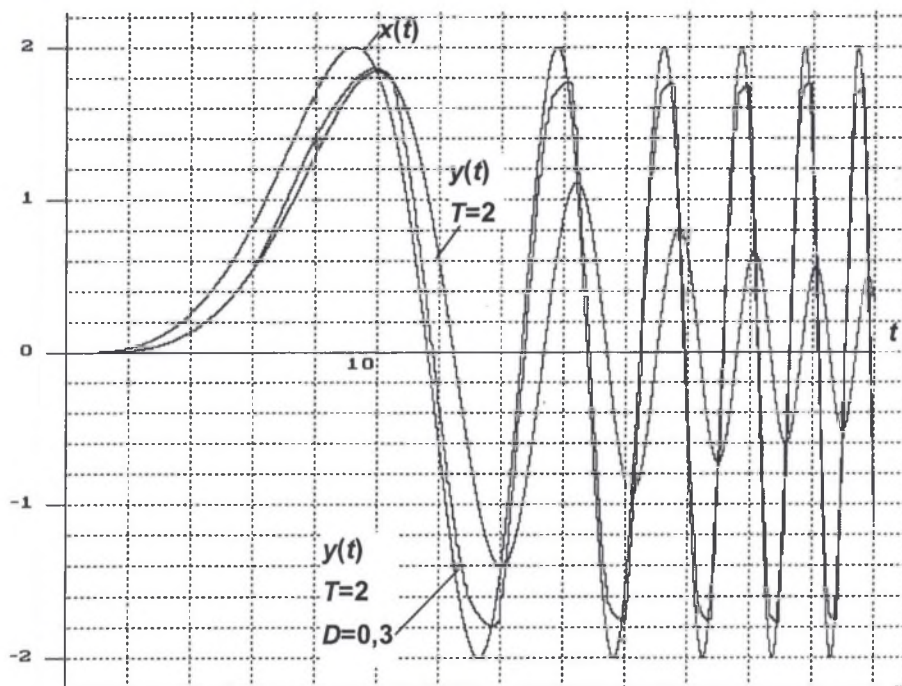
Rozważmy równanie różniczkowe:

$$T(x,y) \cdot \frac{dy}{dt} + y = x(t), \quad (25)$$

a „stałą czasową” przyjmujemy w postaci:

$$T(x,y) = \frac{T}{2} \cdot (1 + \operatorname{sgn}(D - |x - y|)), \quad (26)$$

gdzie  $D$  jest arbitralnie przyjętym, dodatnim współczynnikiem.

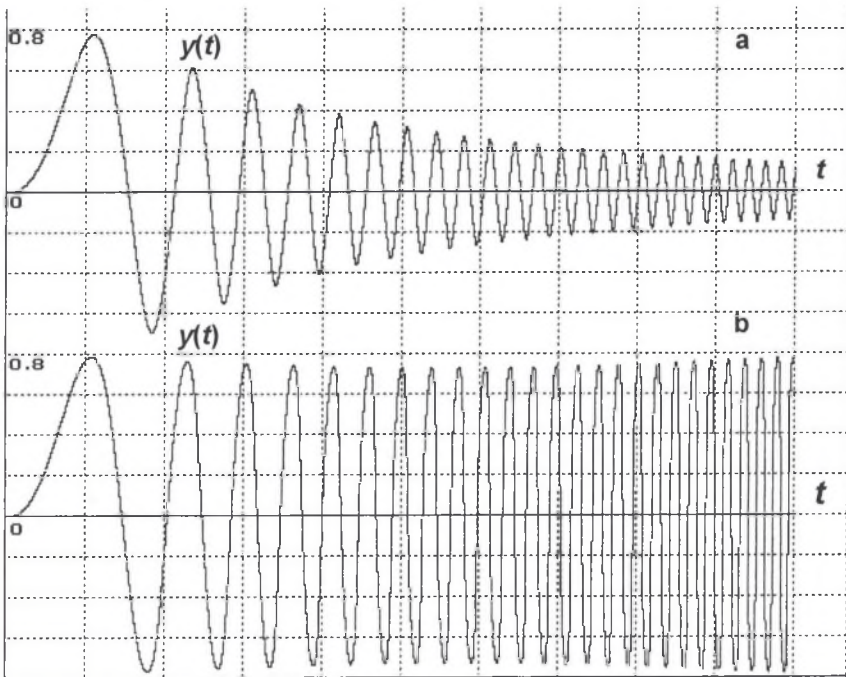


Rys. 6. Wynik nieliniowej filtracji sygnału  $x(t)=2 \cdot \sin(0,002 \cdot t^3)$  przy parametrach filtru  $T=2$  s,  $D=0,15$ . Dla porównania przedstawiono wynik filtracji liniowej w warunkach stałej czasowej filtru  $T=2$  s

Fig. 6. The result of non-linear filtering of signal  $x(t)=2 \cdot \sin(0,002 \cdot t^3)$  for filter parameters  $T=2$  sec.,  $D=0,15$ . The additionally presented result of linear filtering for  $T=2$  sec., allows to see advantageous features of non-linear filtering

W warunkach  $|x - y < D|$  zachodzi  $T(x, y) = T$  i przetwornik wykazuje klasyczne własności tłumienne nie wymagające komentarza. Jeśli jednak  $|x - y| > D$ , wówczas  $T(x, y) = 0$  (w praktyce należy dopuścić pewną minimalną skończoną wartość) i przetwornik śledzi zmiany sygnału  $x(t)$  bez błędów, jeśli są to zmiany skokowe lub z niewielkim błędem przy powolnych zmianach ciągłych. W miejsce funkcji  $\text{sgn}(\cdot)$  można przyjąć funkcję  $\frac{2}{\pi} \cdot \arctg(1000(D - |x - y|))$ , realizując ostatecznie operację:

$$\frac{T}{2} \cdot \left( 1,001 - \frac{2}{\pi} \cdot \arctg(1000(D - |x - y|)) \right) \frac{dy}{dt} + y = x. \quad (27)$$



Rys. 7. Wynik nieliniowej filtracji sygnału  $x(t) = \sin(0,04 \cdot t^2)$  w warunkach stałych czasowych zależnych od pochodnej sygnału wyjściowego filtru – zgodnie ze wzorami (28)-(a) i (29)-(b)

Fig. 7. The result of non-linear filtering of signal  $x(t) = \sin(0,04 \cdot t^2)$  for time constants depending on filter output signal derivative see formula 28-(a) and 29-(b)

Na rysunkach 5 i 6 pokazano przebiegi sygnału  $y(t)$  w warunkach  $T = 2, D = 0,3$  przy skokowych zmianach  $x(t)$  w obecności zakłóceń oraz przebieg sygnału  $y(t)$  przy  $x(t) = 2 \cdot \sin(0,002 \cdot t^3)$ , bez zakłóceń, przy identycznych  $T$  oraz  $D$ . Dla porównania pokazano również odpowiednie przebiegi  $y(t)$  liniowego przetwornika o parametrze  $T = 2$  w identycznych warunkach. Przetwornik nieliniowy mógłby mieć zastosowanie np. w układach diagnozujących stany awaryjne (zwarcia) w warunkach istnienia zakłóceń. Wartość  $D$  należy oczywiście odpowiednio dobrać do ich poziomu.

## 3.7.2. Filtr o „stałej czasowej” zależnej od pochodnej sygnału wyjściowego

Rozpatrzmy operację opisaną równaniem różniczkowym:

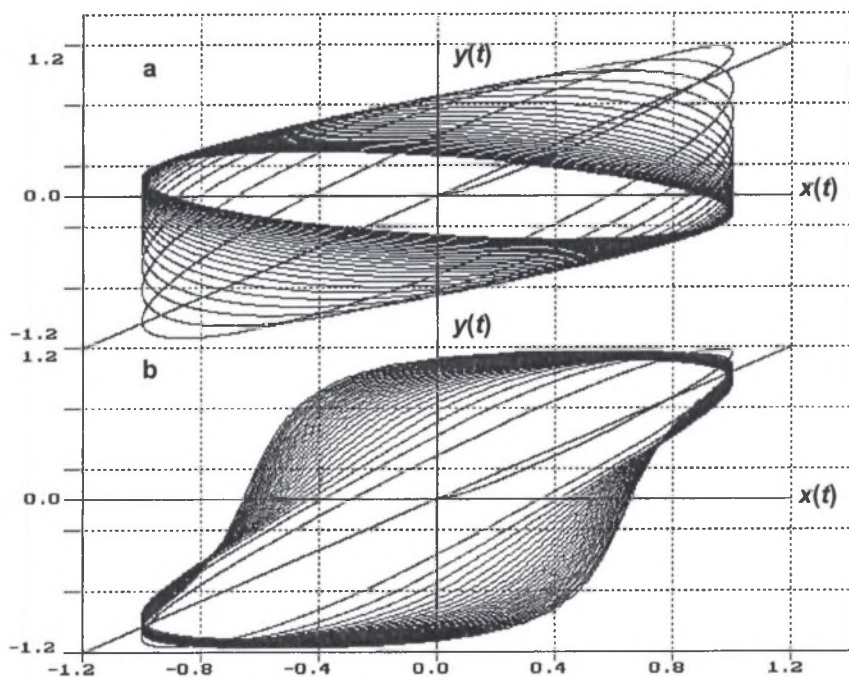
$$T^2(y^{(1)}) \cdot y^{(2)} + 2 \cdot T(y^{(1)}) \cdot y^{(1)} + y = x, \quad (28)$$

przyjmując dwa warianty układu. W pierwszym „stała czasowa” rośnie ze wzrostem pochodnej  $y^{(1)}$ , przykładowo zgodnie z zależnością

$$T(y^{(1)}) = 0,1 \cdot (1 + 0,25 \cdot |y^{(1)}|), \quad (29)$$

w drugim maleje:

$$T(y^{(1)}) = \frac{0,1}{1 + 0,25 \cdot |y^{(1)}|} \quad (30)$$



Rys. 8. Ilustracja działania filtra o zależności (29) jako „korekcji” dynamiki toru (b) w stosunku do działania liniowego filtra o  $T=0.1$  s (a)

Fig. 8. The illustration of operation of filter (29) which can be treated as kind of correction of dynamics of system (b) in relation to operation of linear filter with  $T=0.1$  sec. (a)

przy tym w obu wariantach  $T(0)$  są identyczne. Przebiegi sygnału wyjściowego  $y(t)$  przy  $x(t) = \sin(0,4 \cdot t^2)$  pokazano na rysunku 7. Układ w wersji pierwszej (a) szybko tłumi drgania ze wzrostem pulsacji sygnału wejściowego, układ w wersji drugiej (b) dokonuje pewnej nietypowej „korekcji”, zachowując w przybliżeniu stałą amplitudę sygnału wyjściowego mimo wzrostu pulsacji sygnału wejściowego. Nie jest to oczywiście korekcja idealna, czego dowodzą

wykresy  $y(x)$  pokazane na rysunku 8. W wersji (a) stała czasowa  $T = 0,1 = const$ , w wersji (b) maleje ona ze wzrostem  $|y^{(1)}|$ . W wersji (b) przy wyższych częstotliwościach występuje tu wyraźnie przesunięcie fazowe i daje się zauważyć wpływ wyższych harmonicznych sygnału  $y(t)$ , zachowana jest tylko w przybliżeniu stała amplituda  $y(t)$ . Właściwości układu są zależne od wartości współczynników funkcji  $T(y^{(1)})$ .

#### 4. PODSUMOWANIE

Na tym etapie rozważań trudno o wnikliwe podsumowanie ich rezultatów, na podkreślenie zasługuje raczej bogactwo rozmaitych możliwości. Niektóre z rozwiązań tutaj prezentowanych wydają się interesujące. Trudno również ocenić już teraz, czy sposób podejścia do problemów syntezy polegający na rozważaniu typowych operacji w wersji nieliniowej okaże się właściwy.

#### Literatura

1. Grzywacz B.: *Synteza struktur rejestratorów o ograniczonych błędach nieczytelności zapisu*. Rozprawa doktorska. Politechnika Szczecińska, Wydział Elektryczny, Szczecin 1977.
2. Kaszyński R.: *Koncepcje parametrycznych i adaptacyjnych filtrów składowej statej*. Rozprawa doktorska. Politechnika Szczecińska, Wydział Elektryczny. Szczecin 1978.
3. Durnaś M., Żuchowski A.: *Adaptacyjny filtr do pomiaru składowej wolnozmiennnej sygnału i jej trendu*. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Nr 207, Elektrotechnika Z. 25, s. 57-62, 2003.
4. Durnaś M., Grzywacz B.: *On the Signal processing for identification by means of non-linear filters*. Procc. of II MMAR Int. Conference, Międzyzdroje 1995.
5. Jarmusz A.: *Graniczne możliwości korekcji nieliniowej oscylografu pętlicowego*. Rozprawa doktorska. Politechnika Szczecińska, Wydział Elektryczny, Szczecin 1973.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Zakrzewski

Wpłynęło do Redakcji dnia 7 grudnia 2004

#### Abstract

The nonlinear dynamics of measuring sensors is usually treated as undesired property (the source of additional errors). On the other hand it can be considered as way for attaining of good defined aims, which can not be successfully gained by using of linear sensors. The influences of dynamics of measuring system can be brought to certain number of typical operations on input signal. Thus, idea of defining of respective nonlinear operations and considerations aimed at formulation of realization conditions for them seem to be promising. The operations of input signal averaging, differentiation, integration, nonlinear filtering and follow up procedure have been selected. The presented considerations should only be treated as kind of possible attempt. The chosen elements of presented considerations are illustrate by enclosed examples.