ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

CZESŁAW SAJDAK

ANALIZA PRACY CYLINDRYCZNYCH URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH DO TRANSPORTU I MIESZANIA CIEKŁYCH METALI

P. 3353/87

HUTNICTWO

Z. 29
GLIWICE
1987

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 889

P. 3353/87

CZESŁAW SAJDAK

ANALIZA PRACY CYLINDRYCZNYCH URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH DO TRANSPORTU I MIESZANIA CIEKŁYCH METALI

GLIWICE 1987

OPINIODAWCY:
Prof. dr hab. inż. Aleksy Kurbiel
Prof. dr inż. Ryszard Sikora

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. inż. Wiesław Gabzdyl
REDAKTOR DZIAŁU — Doc. dr inż. Izabella Hyla
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Stinzing
CZŁONKOWIE KOLEGIUM — Prof. dr hab. inż. Adolf Maciejny
— Prof. dr inż. Stanisław Malzacher
— Prof. dr hab. inż. Bronisław Skinderowicz

Opracowanie redakcyjne
Alicja Nowacka

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0324-802X

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 160+85 Ark. wyd. 8,5 Ark. druk. 7,375 Papier offset. kl. III 70x100, 70g
Oddano do druku 20.06.86 Podpis. do druku 8.09.86 Druk ukończ. w lutym 1987
Zam. 624/86 O-24 Cena zł 170,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

P162/87

SPIS TREŚCI

Str.

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA 9

1. WSTĘP 13

2. OBLICZENIA ELEKTROMAGNETYCZNE I HYDRODYNAMICZNE. STUDIUM LITERATURY 17

2.1. Zagadnienie elektromagnetyczne 17
2.2. Zagadnienie magnetohydrodynamiczne 18
2.3. Podsumowanie 19

3. CEL I ZAKRES PRACY 20

4. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE W CYLINDRYCZNYCH URZĄDZENIACH DO TRANSPORTU I MIESZANIA CIEKŁYCH METALI 22

4.1. Założenia i równania wyjściowe 22
4.2. Magnetyczny potencjał wektorowy 24
4.3. Gęstość liniowa prądu wzbudników 26
4.4. Podstawowe zależności 27
4.4.1. Siła elektrodynamiczna i ciśnienie 27
4.4.2. Moc i sprawność. Impedancja wzbudnika 29
4.5. Potencjał wektorowy układów nieskończenie rozległych 30

5. WPŁYW ZMIAN PARAMETRÓW I POSTACI MODELU OBLICZENIOWEGO NA PARAMETRY URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH 32

5.1. Nierównomierny rozkład prędkości metalu 32
5.2. Ograniczenie podłużnego efektu krańcowego 40
5.2.1. Uzwojenia kompensacyjne 40
5.2.2. Zwoje zwarte 49
5.2.3. Stopniowanie okładu prądowego 55
5.3. Oddziaływanie rdzeni magnetycznych 58
5.3.1. Rozległe rdzenie magnetyczne o $\mu_f > \mu_0$ i $\sigma_f \geq 0$ 58
5.3.2. Rdzenie magnetyczne o ograniczonych wymiarach 59
5.3.2.1. Pole magnetyczne w układzie bez rdzenia magnetycznego 59
5.3.2.2. Pole wypadkowe 61
5.3.2.3. Wpływ skończonej wysokości rdzenia na parametry elektromagnetyczne 62

Str.

5.4. Kształtowanie pola sił elektrodynamicznych w urządzeniach wielowzbudnikowych 64
5.5. Wyższe harmoniczne czasowe prądu wzbudnika 65

6. OBLICZENIA I POMIARY WYBRANYCH PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH 72
6.1. Stan jałowy 72
6.2. Stan obciążenia 75
6.2.1. Pompy indukcyjne 75
6.2.2. Mieszadła indukcyjne 84
6.2.3. Przepływomierze indukcyjne 86

7. METODYKA OBLICZEŃ PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH I HYDRODYNAMICZNYCH 91

8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI 99

DODATKI 102
D.1. Równania ruchu ciekłego metalu 102
D.2. Prototypy urządzeń elektromagnetycznych do ciekłych metali. Warunki pomiarów 102
D.3. Wyznaczenie grubości warstwy zakrzepniętej wlewka 104

LITERATURA 110

STRESZCZENIA 116

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

ВАЖНЕЙШИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ 9

1. ВВЕДЕНИЕ 13

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЁТЫ. ИЗУЧЕНИЕ ЛИТЕРАТУРЫ. 17
2.1. Электромагнитный вопрос 17
2.2. Магнетогидродинамический вопрос 18
2.3. Подведение итогов 19

3. ЦЕЛЬ И ОБЪЁМ РАБОТЫ 20

4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ ДЛЯ ТРАНСПОРТА И ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ 22
4.1. Исходные данные и уравнения 22
4.2. Магнитный векторный потенциал 24
4.3. Линейная плотность тока индуктора 26
4.4. Основные зависимости 27
4.4.1. Электромагнитная сила и давление 27
4.4.2. Мощность и к.п.д. Полное сопротивление индуктора 29
4.5. Векторный потенциал бесконечно длинных систем 30

5. ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ И ВИДА РАСЧЁТНОЙ МОДЕЛИ НА ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ 32
5.1. Неравномерное распределение скорости металла 32
5.2. Ограничение продольного краевого эффекта 40
5.2.1. Компенсационная обмотка 40
5.2.2. Короткозамкнутый виток 49
5.2.3. Градуирование линейной нагрузки 55
5.3. Воздействие магнитных сердечников 58
5.3.1. Длинные магнитные сердечники при $\mu_f > \mu_0$ и $\sigma_f > 0$ .. 58
5.3.2. Магнитные сердечники с действительными размерами 59
5.3.2.1. Магнитное поле в системе без магнитного сердечника . 59
5.3.2.2. Результирующее поле 61
5.3.2.3. Влияние ограниченной длины сердечника на электромагнитные параметры 62

Стр.

5.4. Формирование поля электромагнитных сил в многоиндукторных устройствах 64
5.5. Высшие временные гармоники тока индуктора 65

6. РАСЧЁТЫ И ИЗМЕРЕНИЯ ИЗБРАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ 72

6.1. Холостой режим 72
6.2. Рабочий режим 75

6.2.1. Индукционные насосы 75
6.2.2. Индукционные перемешиватели 84
6.2.3. Индукционные расходомеры 86

7. МЕТОДИКА РАСЧЁТОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ. 91

8. ИТОГИ И ВЫВОДЫ 99

ПРИЛОЖЕНИЯ 102

Д.1. Уравнения течения жидкого металла 102
Д.2. Прототипы электромагнитных устройств для жидкого металла. Условия измерений 102
Д.3. Определение толщины застывшего слоя слитка 104

ЛИТЕРАТУРА 110

РЕЗЮМЕ 116

CONTENTS

page

IMPORTANT DESIGNATIONS 9

1. INTRODUCTION 13

2. ELECTROMAGNETIC AND HYDRODYNAMIC CALCULATIONS. LITERATURE STUDY 17

2.1. Electromagnetic problem 17
2.2. Magnetohydrodynamic problem 18
2.3. Summary 19

3. THE AIM AND RANGE OF THE PAPER 20

4. ELECTROMAGNETIC FIELD IN CYLINDRICAL DEVICES FOR TRANSPORT AND LIQUID METALS STIRRING 22

4.1. Assumptions and initial equations 22
4.2. Magnetic vector potential 24
4.3. Specific electric loading of the inductor 26
4.4. Basic dependences 27

4.4.1. Electromagnetic force and pressure 27
4.4.2. Power and efficiency. Inductor impedance 29

4.5. Vector potential in infinitely extensive systems 30

5. THE INFLUENCE OF PARAMETER CHANGES AND THE FORM OF CALCULATING MODEL UPON THE PARAMETERS OF ELECTROMAGNETIC DEVICES 32

5.1. Unequal distribution of metal velocity 32
5.2. Weakening of end effect 40

5.2.1. Compensating winding 40
5.2.2. Shorted coils 49
5.2.3. The gradation of specific electric loading 55

5.3. The reaction of magnetic cores 58

5.3.1. Extensive magnetic cores with $\mu_r > \mu_o$ and $\sigma_r > 0$ 58
5.3.2. Magnetic cores with limited dimensions 59

5.3.2.1. Magnetic field in the system without a magnetic core 59
5.3.2.2. Resultant field 61
5.3.2.3. The influence of finite core hight upon electromagnetic parameters 62

page

5.4. Formation of electromagnetic forces in multi-inductor devices 64
5.5. Time higher harmonic of inductor current 65

6. CALCULATIONS AND MEASUREMENTS OF THE SELECTED ELECTROMAGNETIC PARAMETERS 72
6.1. No-load state 72
6.2. Operating conditions 75
6.2.1. Induction pumps 75
6.2.2. Induction stirrers 84
6.2.3. Induction flow-meters 86

7. THE METHODICS OF CALCULATIONS OF ELECTROMAGNETIC AND HYDRODYNAMIC PARAMETERS 91

8. SUMMING UP AND CONCLUSIONS 99

SUPPLEMENTS 102
D.1. Equations of liquid metal flow 102
D.2. The prototypes of electromagnetic devices for liquid metals. Conditions of measurements 102
D.3. The determination of the thickness of ingot solidified layer 104

REFERENCES 110

SUMMARY 116

Ważniejsze oznaczenia

$\vec{A}$	- magnetyczny potencjał wektorowy, Vs/m
a	- elementy macierzy (5.30)
$\vec{B}$	- indukcja magnetyczna, Vs/m^2
b,c	- elementy macierzy (4.6)
C,D	- stałe całkowania
c_w	- ciepło właściwe, Ws/(kg K)
E	- siła elektromotoryczna, V
E_p	- siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu pomiarowym, V
$\vec{F}$	- całkowita siła elektrodynamiczna, N
$\vec{f}$	- gęstość objętościowa sił elektrodynamicznych, N/m^3
f	- częstotliwość prądu, Hz
g_v	- grubość zwoju zwartego, m
H_f	- wysokość rdzenia magnetycznego, m
I_o	- natężenie prądu wzbudnika, A
$I_o(x)$, $I_1(x)$	- zmodyfikowane funkcje Bessela rzędu zerowego i pierwszego
J	- gęstość liniowa prądu, okład prądowy, A/m
$\vec{J}_s$	- gęstość powierzchniowa prądu indukowanego, A/m^2
J_v	- gęstość liniowa prądu indukowanego w zwoju zwartym, A/m
j	- jednostka urojona
$K_o(x)$, $K_1(x)$	- zmodyfikowane funkcje McDonalda rzędu zerowego i pierwszego
K_s	- liczba sekcji uzwojenia
K_u	- liczba sekcji uzwojenia kompensacyjnego
k	- numer sekcji wzbudnika
k_e	- współczynnik ekranowania (wzór (6.3))
$k_{Hf} = \frac{H_f}{L}$	
$k_L = \frac{L}{R_s}$	

k_u - współczynnik wzrostu zużycia przewodu nawojowego (wzór (5.24))

k_φ - współczynnik wpływu wyższych harmonicznych (wzór (5.54))

L - wysokość uzwojenia, m

M - liczba obszarów w modelu obliczeniowym

m_f - liczba faz

m_W - współczynnik oddziaływania rdzenia magnetycznego (pkt. 5.3.1)

N - liczba warstw podziału metalu

N_f - liczba odcinków podziału obwodu rdzenia magnetycznego

N_w - liczba wzbudników

P - moc czynna, W

P_k - straty mocy w sekcji uzwojenia, W

P_v - straty mocy w zwoju zwartym, W

p - zmienna całkowania

p_b - liczba par biegunów

p^e - ciśnienie, N/m^2

p_V - gęstość objętościowa mocy czynnej, W/m^3

Q - wydajność, natężenie przepływu, m^3/h

R - promień, m

S - moc pozorna, VA

s - poślizg

s_k - przekrój kanału, m^2

s_w - liczba sekcji na biegun i fazę

T - temperatura, K

t - czas, s

$\vec{v}$ - prędkość, m/s

v_m - prędkość ruchu mechanicznego, m/s

v_s - prędkość synchroniczna pola biegnącego, m/s

w - liczba zwojów w sekcji

w_k - liczba zwojów w k-tej sekcji

w_u - liczba zwojów uzwojenia kompensacyjnego

X - reaktancja, Ω

Z - impedancja, Ω

Z_{fm} - impedancja uzwojenia fazowego, Ω

$\alpha = \frac{\gamma}{\tau}$

α_o - równoważny współczynnik przejmowania ciepła, $W/(m^2\,K)$

β - współczynnik określony wzorem (4.5)

Γ - gęstość liniowa prądów wtórnych, A/m

δ - gęstość ciekłego metalu, kg/m^3

ΔL - element podziału obwodu rdzenia magnetycznego, m

ΔR - grubość warstwy, m

δ_{1k} - delta Kroneckera

ε - założona dokładność obliczeń (rys. 7.1 i 7.2)

η_e - sprawność elektryczna

η_m - sprawność mechaniczna

$\varphi, \varphi, \vartheta, \lambda$ - kąty przesunięcia fazowego, rad

$\varkappa$ - współczynnik we wzorze (5.2)

λ_o - przewodność cieplna właściwa, W/(m K)

$\lambda_{\varrho,z}$ - współczynnik określony wzorem (6.1)

μ - przenikalność magnetyczna, Vs/Am

μ_f - przenikalność magnetyczna rdzenia, Vs/Am

μ_k - lepkość dynamiczna, Pa.s

μ_o - przenikalność magnetyczna próżni, Vs/Am

ν, ξ - numery harmonicznych

σ - konduktywność, S/m

σ_f - konduktywność rdzenia magnetycznego, S/m

τ - podziałka biegunowa, m

ω = 2πf, pulsacja, rad/s

$\vec{i}_\varrho$, $\vec{i}_\vartheta$, $\vec{i}_z$, $\vec{n}$ - wektory jednostkowe

Ważniejsze indeksy i symbole

f - ferromagnetyk

s - uzwojenie ze stopniowaniem okładu prądowego

i - numer obszaru obliczeniowego

j, k - numer sekcji, wskaźnik sumowania

l - przepływ laminarny

p - uzwojenie pomiarowe
q - wielkość odniesienia
r - wielkość bezwymiarowa
t - przepływ turbulentny
u - uzwojenie kompensacyjne
v - wzbudnik ze zwojem zwartym
w - wzbudnik wewnętrzny
z - wzbudnik zewnętrzny
ρ, θ, z - współrzędne cylindryczne
$\times$ - iloczyn wektorowy
$\sim$ - transformata Fouriera
$*$ - wielkość zespolona sprzężona

Liczby kryterialne

Eu - liczba Eulera
Ha - liczba Hartmana
Re - liczba Reynoldsa
Re_m - magnetyczna liczba Reynoldsa

Stosowane skróty

MHD - magnetohydrodynamika
PEK - podłużny efekt krańcowy
$\mathfrak{Re}$ - część rzeczywista
SEM - siła elektromotoryczna

1. WSTĘP

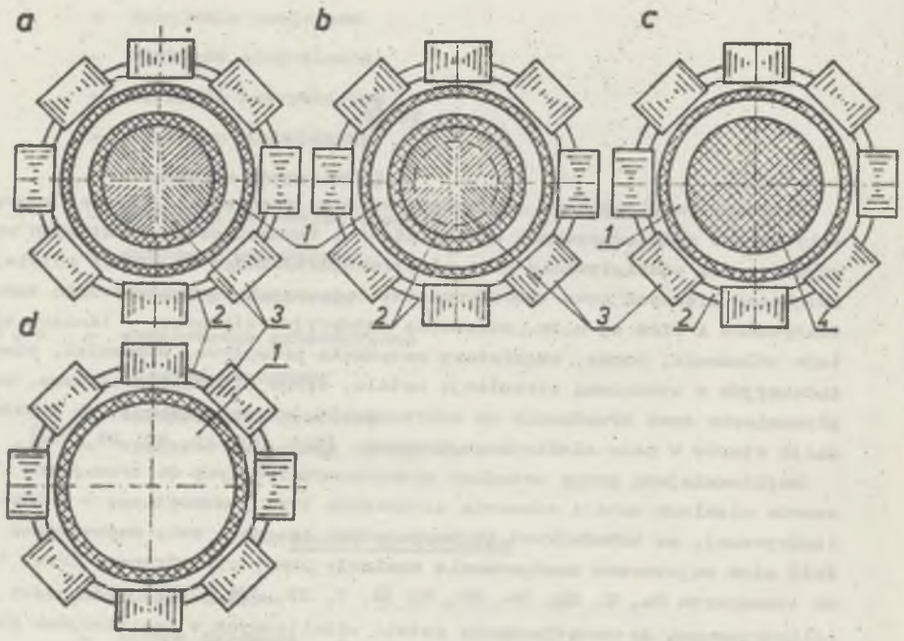
Potrzeby rozwijającego się hutnictwa oraz energetyki jądrowej spowodowały wzrost zainteresowania urządzeniami i technologiami, w których wykorzystuje się oddziaływanie pola elektromagnetycznego na ciekłe metale. Obiektami licznych prac teoretycznych, badawczych i wdrożeniowych znanych instytutów i firm są m.in. mieszadła indukcyjne stosowane w liniach ciągłego odlewania, pompy, regulatory natężenia przepływu, dozowniki, piece indukcyjne z wymuszoną cyrkulacją metalu, rynny elektromagnetyczne, przepływomierze oraz urządzenia do oczyszczania , homogenizacji lub krystalizacji stopów w polu elektromagnetycznym [3÷5, 20, 23, 80, 88, 106].

Najliczniejszą grupę urządzeń elektromagnetycznych do transportu i mieszania ciekłych metali stanowią urządzenia typu indukcyjnego o budowie cylindrycznej, ze wzbudnikami wytwarzającymi biegnące pole magnetyczne. Spośród nich najszersze zastosowanie znalazły pompy cylindryczne (rys. 1.1) do transportu Na, K, Hg, Pb, Zn, Mg [2, 7, 28, 106, 107]. Wydajności pomp cylindrycznych do przetłaczania metali alkalicznych w instalacjach pomocniczych reaktorów prędkich sięgają 200 m^3/h [43]. W głównych obwodach chłodzenia stosuje się pompy o wydajnościach do 3300 m^3/h [45]. W fazie badań znajdują się pompy o wydajnościach 8000 i 15000 m^3/h (o masach 20 i 40 t) [43].

W Polsce zbudowano dotychczas kilka prototypów pomp cylindrycznych z rdzeniami wewnętrznymi (rys. 1.1a) i bezrdzeniowych (rys. 1.1d) do sodu [11], cynku i ołowiu [23, 79]. Na przykład w przypadku Pb osiągano wydajność około 6 m^3/h (ok. 60 t/h), przy wysokości tłoczenia 0,25 m.

W liniach ciągłego odlewania instaluje się cylindryczne mieszadła indukcyjne, bezpośrednio w krystalizatorze (rys. 1.2a), w strefie chłodzenia pierwotnego lub poza nim, w strefie chłodzenia wtórnego (rys. 1.2b) [1, 34, 38, 46, 63, 83, 85, 98]. W pierwszym przypadku prawie cały wlewek ma postać ciekłą; w drugim - ciekły jest tylko rdzeń, natomiast warstwa zewnętrzna jest zakrzepnięta. Średnice wlewków wynoszą od 0,1 do 0,3 m, częstotliwość prądu wzbudnika 0,3÷8 Hz lub 50/60 Hz. Moce tych mieszadeł sięgają 1 MV.A [53].

Mieszadła cylindryczne z polem biegnącym stosuje się również w krystalizatorach pieców elektronowych do przetapiania stali oraz stopów molibdenu [110]. Mieszanie indukcyjne jest korzystne dla przebiegu oczyszczania półprzewodników przy przetapianiu strefowym oraz dla przyspieszenia rozprowadzania dodatków stopowych podczas wyciągania monokryształów [13,100].



Rys. 1.1. Cylindryczne pompy indukcyjne - przekroje poprzeczne
1 - kanał, 2 - uzwojenie, 3 - rdzeń magnetyczny, 4 - rdzeń ceramiczny

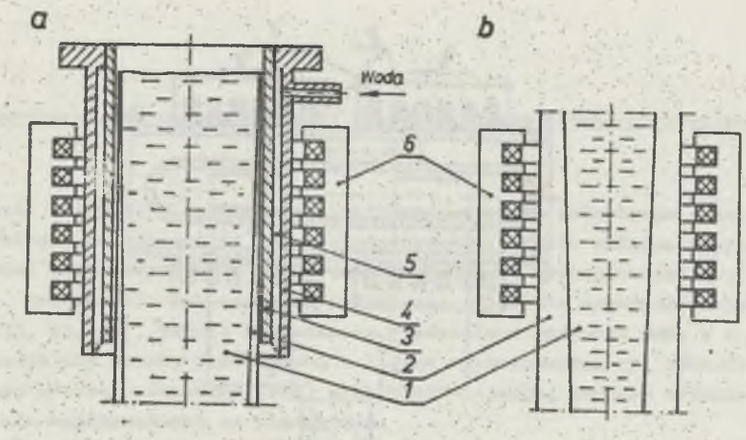
Fig. 1.1. Cylindrical induction pumps - cross-sections
1 - channel, 2 - winding, 3 - magnetic core, 4 - ceramic core

W piecach stosowanych do tych celów pole powodujące mieszanie uzyskuje się np. poprzez zasilanie wielofazowe cylindrycznych sekcji indukcyjnych lub oporowych elementów grzejnych (rys. 1.3).

W dwuczęstotliwościowych piecach tyglowych z wielofazowymi wzbudnikami pola biegnącego zintensyfikowanie ruchu kąpieli pozwala zwiększyć wydajność topienia oraz skuteczność obróbki ciekłych metali. Pojemności tych pieców dochodzą do 30 t, moce wzbudników mieszadeł do 1,8 MV.A [100].

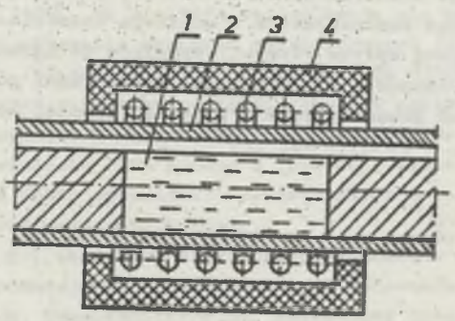
Przepływomierze elektromagnetyczne, zwłaszcza bezkontaktowe - indukcyjne [6, 18, 44], należą do nielicznych urządzeń pomiarowych spełniających wysokie wymagania stawiane przyrządom do pomiarów natężenia przepływu metali w instalacjach reaktorów jądrowych i w procesach metalurgicznych. Przykładowe rozwiązanie przepływomierza cylindrycznego pokazano na rysunku 1.4. Różnica napięć indukowanych w cewkach pomiarowych jest proporcjonalna do prędkości metalu.

W ostatnich kilkunastu latach obserwuje się wyraźne zwiększenie produkcji, zastosowań, mocy oraz różnorodności typów pomp, mieszadeł itp.



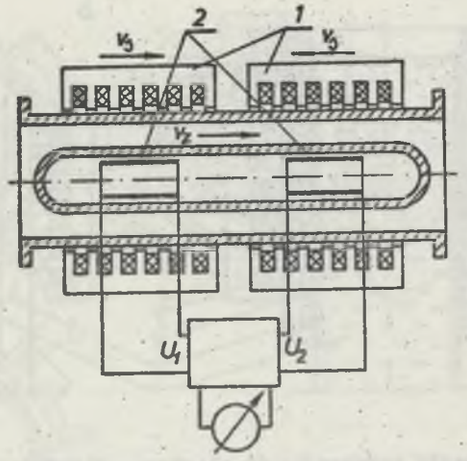
Rys. 1.2. Mieszadła indukcyjne do ciągłego odlewania - przekroje wzdłużne
1 - ciekły rdzeń wlewka, 2 - zakrzepnięta warstwa zewnętrzna, 3, 4 - ścianki krystalizatora, 5 - woda chłodząca, 6 - wzbudnik

Fig. 1.2. Induction stirrers used at continuous casting - longitudinal sections
1 - liquid core of the billet, 2 - solidified layer, 3, 4 - mould walls, 5 - cooling water, 6 - inductor



Rys. 1.3. Wykorzystanie sekcji grzejnych jako mieszadła dwufazowego przy przetapianiu strefowym
1 - przetapiana strefa, 2 - pojemnik z półprzewodnikiem, 3 - elementy grzejne, 4 - izolacja elektryczna i cieplna

Fig. 1.3. Utilization of heating sections as two-phase stirrer at zone melting
1 - melted zone, 2 - container with semiconductor, 3 - heating elements, 4 - electrical and thermal insulation



Rys. 1.4. Przepływomierz indukcyjny
1 - wzbudnik cylindryczny, 2 - cewka pomiarowa

Fig. 1.4. Induction flowmeter
1 - cylindrical inductor, 2 - measuring coil

urządzeń. W tej sytuacji szczególnego znaczenia nabiera rozwój metod ich obliczania, dokładnych, a jednocześnie przydatnych do celów projektowania oraz optymalizacji konstrukcji i parametrów. Zamierzeniem tej pracy jest przygotowanie metod spełniających w możliwie szerokim zakresie powyższe wymagania oraz ocena wpływu różnych czynników na parametry indukcyjnych urządzeń cylindrycznych z wielofazowymi wzbudnikami pola biegnącego.

Część zagadnień przedstawiono w zwięzłej formie, rozwinięcie zawierają prace [64÷78].

2. OBLICZENIA ELEKTROMAGNETYCZNE I HYDRODYNAMICZNE. STUDIUM LITERATURY

Zjawiska związane z wymuszonym elektromagnetycznie przepływem ciekłego metalu opisane są równaniami magnetohydrodynamiki (MHD): układem sprzężonych równań wektorowych pola elektromagnetycznego i hydrodynamiki [9, 37, 91, 103]. Rozwiązanie ich uzyskano dotychczas tylko dla prostych przypadków [31÷33, 58, 59]. Zwykle rozważa się rozdzielone równania MHD, a i wówczas stosuje się metody przybliżone i liczne uproszczenia, np. pominięcie podłużnego efektu krańcowego (PEK) oraz prądu rotacji, zamiana cylindrycznego układu współrzędnych na płaski itp.

2.1. Zagadnienie elektromagnetyczne

W zdecydowanej większości opracowań dotyczących obliczania cylindrycznych urządzeń elektromagnetycznych z polem biegnącym autorzy ograniczają się do analizy pola elektromagnetycznego. Rozpatruje się najczęściej proste, nieskończenie rozległe układy, zawierające 1÷3 obszary, przy czym ciekły metal traktowany jest jako środowisko jednorodne, nieruchome lub poruszające się ze stałą prędkością. Omówienie prac tego typu zawierają m.in. monografie [2, 50, 107]. Na analizie tej opierają się wszystkie stosowane obecnie metody projektowania urządzeń cylindrycznych [2, 106]. Dokładność ich jest niewielka, błędy przekraczają często 100% [106].

Rozwiązanie równań pola elektromagnetycznego w ogólnym wielowarstwowym modelu pomp indukcyjnych z wzbudnikami: zewnętrznym, wewnętrznym i dwustronnym (przy pominięciu PEK) podano w [66, 68]. Wyznaczono charakterystyki umożliwiające dobór optymalnej częstotliwości i podziałki biegunowej oraz wybór właściwej konstrukcji pompy.

W pracach [69, 70] obliczono siły elektrodynamiczne i podstawowe parametry mieszadeł indukcyjnych stosowanych przy odlewaniu ciągłym stali i metali nieżelaznych. Uwzględniono m.in. ekranujące działanie krystalizatora i zakrzepniętej warstwy zewnętrznej wlewka.

PEK uwzględnia się ograniczając w modelu częściowo wymiary wzbudnika, sprowadzonego do uzwojenia foliowego ciągłego lub wielosekcyjnego i nieskończenie rozległego, idealnego ($\mu_f = \infty$, $\sigma_f = 0$) rdzenia magnetycznego. Ciekły metal zastępowany jest jednorodnym, nieskończenie długim cylindrem nieruchomym lub poruszającym się ze stałą prędkością. Założenia takie przyjęto np. w pracach [12, 15, 54, 60, 86] rozpatrując proste modele ze wzbudnikiem zewnętrznym. Przykłady obliczeniowe ograniczono do rozkładów indukcji magnetycznej i gęstości sił. Pełniejszą analizę pracy pomp i mieszadeł

zawierają prace [22, 24, 64], dotyczące urządzeń ze wzbudnikami zewnętrznymi i wewnętrznymi, dwu- i trójfazowymi.

Podobieństwo modeli cylindrycznych pomp i mieszadeł oraz np. silników tubowych, maszyn indukcyjnych cylindryczno-śrubowych oraz wielofazowych nagrzewnic i pieców tyglowych sprawiło, że przy analizie pola elektromagnetycznego w tych urządzeniach stosuje się podobne metody rozwiązywania równań Maxwella [14, 16, 21, 27, 29, 30, 36, 56, 57, 61, 81, 104, 105].

2.2. Zagadnienie magnetohydrodynamiczne

W pracach dotyczących wyznaczania pola prędkości ciekłego metalu w cylindrycznych urządzeniach elektromagnetycznych analizuje się trzy rodzaje przepływów:

- laminarny [10, 17, 25, 26, 40, 41, 90],
- turbulentny, dla rozdzielonych równań MHD [62, 92÷94],
- turbulentny, przy uwzględnieniu sprzężenia równań MHD [31÷33, 58, 59, 99].

W pracy [17] badano przepływ laminarny w kanale cylindrycznym pełnym. Uzyskane związki mogą być stosowane tylko przy małych magnetycznych liczbach Reynoldsa. Bardziej złożony model pompy indukcyjnej z kanałem rurowym i wewnętrznym rdzeniem magnetycznym, lecz przy pominięciu PEK rozpatrzono w pracy [40]. Stwierdzono tam, że nierównomierny rozkład prędkości ma wpływ na obniżenie sprawności pompy, w porównaniu z przypadkiem v_z = const, zwłaszcza przy małych poślizgach.

Niestacjonarny przepływ laminarno-wirowy w zamkniętym cylindrze o ograniczonej wysokości badano w pracy [90]. Ciekły metal znajdował się w polu biegnącym wytworzonym przez nieskończenie rozległy wzbudnik. Do rozwiązania równań potencjału magnetycznego i hydrodynamicznego zastosowano metodę małego parametru.

Zarys metodyki rozwiązywania równań przepływu turbulentnego w układach cylindrycznych przedstawiono w pracach [62, 91÷94]. Gęstość sił elektrodynamicznych obliczano tam dla nieskończenie rozległych modeli, przyjmując, że prędkość środowiska przewodzącego $v_z = 0$ [94] lub v_z = const [92, 93], a natężenie pola magnetycznego na powierzchni metalu jest znane. Określono pola prędkości przy zastosowaniu metody różnic skończonych.

Sprzężone równania pól MHD analizowano w [59] dla przepływu turbulentnego w piecu indukcyjnym. Zagadnienie uproszczono wprowadzając skuteczną liczbę Reynoldsa, której wartość ustala się eksperymentalnie. Układ równań nieliniowych rozwiązano metodą iteracyjną.

W pracy [58] rozpatrywano przepływ turbulentny w złożonych modelach indukcyjnych urządzeń cylindrycznych, na podstawie równania Reynoldsa zapisanego dla rotacji prędkości. Przy $Re_m/\omega_r \ll 1$ dopuszcza się przybliżenie bezindukcyjne, natomiast przy $1 < \omega_r < Re_m$ równania MHD rozwiązuje

się jako sprzężone. W obu przypadkach stosuje się metodę różnic skończonych z nierównomierną siatką w warstwie przyściennej. Metodę tę zastosowano również w pracy [32] do wyznaczenia rozkładu prędkości przy przepływie laminarnym i turbulentnym w kanale cylindrycznym pełnym, przy czym przyjęto, że znany jest rozkład gęstości sił elektrodynamicznych $f(\varrho)$. Odwrotne zagadnienie rozważano w [33], badając wpływ nierównomiernego rozkładu prędkości na siły elektrodynamiczne. Obliczenia wykonano dla v_z = = const; $\frac{f_z}{v_s} = 2\varrho_r^2$ oraz $\frac{v_z}{v_s} = 2(1 - \varrho_r^2)$.

Uproszczenie rozwiązań z prac [32, 33] jest możliwe przy zastosowaniu dwuwarstwowego modelu przepływu: warstwa przyścienna - struga [31].

2.3. Podsumowanie

Prace dotyczące obliczania parametrów elektromagnetycznych i hydrodynamicznych cylindrycznych urządzeń z polem biegnącym mają charakter przyczynkowy. Zarówno w rozwiązaniach rozdzielonych jak i sprzężonych równań MHD analizę pola elektromagnetycznego przeprowadza się dla prostych przypadków, bez uwzględnienia szeregu istotnych cech konstrukcji lub zjawisk, np. rzeczywistych wymiarów rdzeni magnetycznych, strat mocy w rdzeniach magnetycznych, nierównomiernego rozkładu prędkości, obecności elementów ograniczających PEK itp. Brak również głębszych analiz wpływu tych czynników na parametry urządzeń i dokładność metod obliczeniowych. Wyciągane wnioski są niepełne, co utrudnia wybór właściwych rozwiązań konstrukcyjnych (np. ilość i rodzaj wzbudników, materiał ekranów, typ uzwojenia, podziałka biegunowa) oraz parametrów zasilania (np. układ prądowy, częstotliwość prądu).

Wymagań wysokiej efektywności i przydatności praktycznej nie spełniają metody stosowane obecnie przy rozwiązywaniu sprzężonych równań MHD. Dokładność ich jest jeszcze problematyczna, co znajduje m. in. potwierdzenie w porównaniach przeprowadzonych w pracy [58].

Długie czasy obliczeń na EMC utrudniają analizę wielowariantową oraz optymalizację konstrukcji i zasilania.

Weryfikacja doświadczalna metod obliczeniowych jest niewystarczająca. Jest to spowodowane głównie trudnymi warunkami pomiarów (m.in. wysoka temperatura) oraz wysokimi kosztami budowy prototypów przemysłowych lub modeli laboratoryjnych.

3. CEL I ZAKRES PRACY

Urządzenia elektromagnetyczne do transportu, mieszania, dozowania i obróbki ciekłych metali są obiektami o złożonej budowie i skomplikowanym charakterze zjawisk MHD związanych z ich działaniem. Wysokie moce i koszty wytwarzania, różnorodność wykonań i jednostkowa nieraz produkcja, duża zależność parametrów eksploatacyjnych (zwłaszcza wydajności, sprawności i zużycia energii elektrycznej) od konstrukcji wzbudników i parametrów zasilania - to najważniejsze czynniki uzasadniające potrzebę poszukiwań efektywnych metod obliczeniowych, umożliwiających wybór optymalnych rozwiązań w trakcie projektowania i eliminujących w maksymalnym stopniu budowę i badania kolejnych prototypów. Akceptowane do tych celów powinny być tylko metody zapewniające możliwie pełny opis zjawisk, łączące odpowiednio wysoką dokładność z małą pracochłonnością oraz pozwalające na kompleksową analizę pracy szerokiej klasy urządzeń.

W niniejszej pracy podjęto próbę przygotowania metodyki obliczania parametrów cylindrycznych urządzeń elektromagnetycznych do ciekłych metali ze wzbudnikami wytwarzającymi biegnące pole magnetyczne, spełniającej powyższe wymagania w szerszym niż dotąd zakresie. Skoncentrowano się na obliczeniach elektromagnetycznych, których dokładność decyduje m.in. o dokładności rozwiązania zagadnienia hydrodynamicznego.

Tezy pracy sformułowano następująco:

Dla grupy cylindrycznych urządzeń elektromagnetycznych do ciekłych metali ze wzbudnikami wytwarzającymi biegnące pole magnetyczne można opracować ogólny, wspólny model obliczeniowy oraz uniwersalną metodę obliczeniową charakteryzującą się wysoką dokładnością i przydatnością praktyczną, umożliwiające wybór optymalnych konstrukcji i parametrów zasilania pomp, mieszadeł, przepływomierzy itp. urządzeń. Osiągnięcie wysokiej dokładności obliczeń wymaga uwzględnienia w analizie podłużnego efektu krańcowego oraz istotnych zjawisk i elementów urządzeń, a zwłaszcza:

- ekranującego działania krystalizatorów, faz stałych i kanałów metalowych,
- elementów ograniczających podłużny efekt krańcowy,
- nierównomiernego rozkładu prędkości,
- rzeczywistych wymiarów rdzeni magnetycznych.

Zakres pracy związany jest bezpośrednio z celem i powyższymi tezami. Zbada się ponadto:

- możliwość stosowania modeli obliczeniowych z nieskończenie rozległymi wzbudnikami przy wyborze konstrukcji urządzeń i wstępnym doborze niektórych parametrów,
- wpływ wyższych harmonicznych czasowych prądu wzbudnika na zmiany parametrów urządzeń,
- możliwość kształtowania pola sił elektrodynamicznych w urządzeniach wielowzbudnikowych.

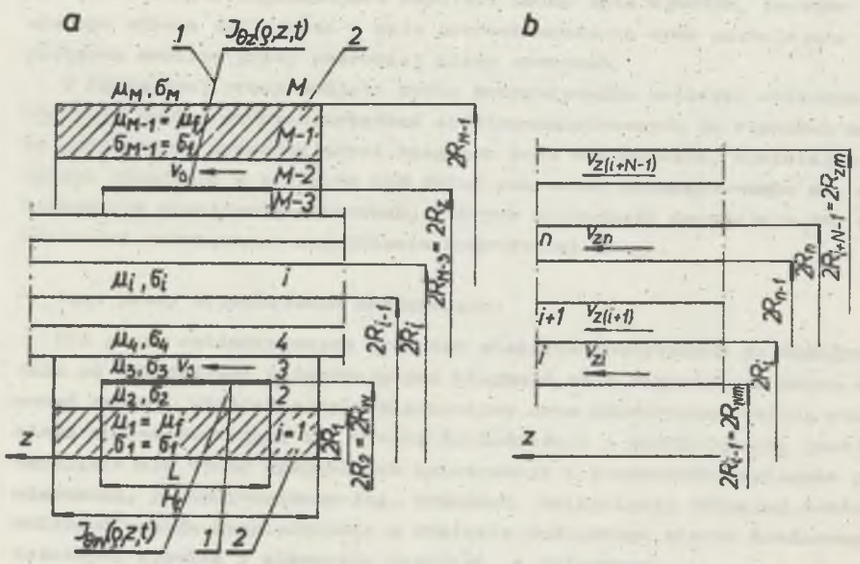
Wyznaczy się również rozkłady prędkości ciekłego metalu w pompach indukcyjnych przy przepływie laminarnym oraz przedstawi w niezbędnym zakresie obliczenia termokinetyczne w procesie ciągłego odlewania z mieszadłami indukcyjnymi. Obliczenia zostaną zweryfikowane doświadczalnie w kilku prototypach pomp i mieszadeł indukcyjnych.

Zakres wykorzystania wyznaczonych związków i charakterystyk zwiększa przedstawienie wszystkich wielkości w postaci bezwymiarowej.

4. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE W CYLINDRYCZNYCH URZĄDZENIACH DO TRANSPORTU I MIESZANIA CIEKŁYCH METALI

4.1. Założenia i równania wyjściowe

Jako podstawowy rozważa się ogólny, wielowarstwowy model (rys. 4.1) wspólny dla wszystkich rozpatrywanych w pracy urządzeń cylindrycznych z polem biegnącym (pkt 1), uzupełniany dalej o elementy dodatkowe, wprowadzone w pkt. 5.



Rys. 4.1. Model wielowarstwowy urządzeń indukcyjnych (a) i podział ciekłego metalu na warstwy (b)

1 - uzwojenie, 2 - rdzeń magnetyczny

Fig. 4.1. Multi-layer model of induction devices (a) and division of liquid metal into layers (b)

1 - winding, 2 - magnetic core

Źródłami pola są wielofazowe wzbudniki: zewnętrzny i wewnętrzny, o jednakowych wysokościach, podziałce biegunowej i częstotliwości prądu zasilania. Dla uproszczenia zagadnienia, podobnie jak np, w [14, 54, 60, 86, 87, 109], uzwojenia zastąpiono warstwami nieskończenie cienkimi, w których płyną znane prądy o równoważnych gęstościach liniowych (okładach prądowych). W analizie pola będzie się uwzględniać trzy rodzaje bezżłobkowych rdzeni magnetycznych:

- o skończonej wysokości H_f oraz $\mu_f \gg \mu_o$ i $\sigma_f = 0$,
- o $H_f \gg L$, $\mu_f > \mu_o$ i $\sigma_f > 0$,
- o $H_f \gg L$, $\mu_f \gg \mu_o$ i $\sigma_f = 0$.

Pominięcie żłobków jest uzasadnione dużymi odległościami między wzbudnikami i elementami przewodzącymi (w wielu rozwiązaniach urządzeń stosuje się rdzenie bezżłobkowe).

Pomiędzy wzbudnikami znajdują się nieograniczone wzdłuż osi z warstwy przewodzące o $\mu > \mu_o$, $\sigma > 0$ i $v_z \geq 0$ - odpowiadające ciekłemu metalowi, fazom stałym metalu, ścianom krystalizatora i kanałowi metalowemu - oraz warstwy nieprzewodzące o $\mu = \mu_o$, $\sigma = 0$ i $v_z = 0$ - odpowiadające szczelinom powietrznym, warstwom wody chłodzącej oraz wyłożeniu ogniotrwałemu i termoizolacyjnemu (rys. 1.1 ÷ 1.4). Przyjmuje się, że wszystkie ośrodki są liniowe i izotropowe. Pomija się prądy przesunięcia.

W ogólnym przypadku ciekły metal podzielony jest na warstwy o zróżnicowanych grubościach i prędkościach (rys. 4.1b) w celu uwzględnienia nierównomiernych rozkładów prędkości (pkt 5.1)

Przy rozwiązywaniu równań pola elektromagnetycznego pomija się wpływ składowej promieniowej prędkości v_ϱ na pole indukowane. Jest to uzasadnione, ponieważ w strefach objętych działaniem sił elektrodynamicznych $v_z \gg v_\varrho$ [94, 95]. Wektor prędkości ma wtedy tylko jedną składową $\vec{v} = (0,0,v_z(\varrho))$. Jeżeli metalowi nadaje się ruch mechaniczny z zewnątrz, np. przy ciągłym odlewaniu, wtedy

$$v_z = v_{zo} \pm v_{mm},$$

gdzie:

v_{mm} - prędkość ruchu mechanicznego metalu (wlewka),

v_{zo} - prędkość ruchu wywołanego siłami elektrodynamicznymi.

Przyjmuje się, że stan termiczny jest ustalony.

W analizowanym modelu magnetyczny potencjał wektorowy, generowany przez sinusoidalnie zmienne w czasie prądy wzbudników, ma tylko jedną składową $\vec{A} = (0, A(\varrho,z,t), 0)$, przy czym $A(\varrho,z,t) = A(\varrho,z)e^{j\omega t}$.

Dla uzyskania zależności i charakterystyk uniwersalnych wprowadza się bezwymiarowy (względny) potencjał wektorowy

$$A_{ri}(\varrho_r, z_r) = \frac{A_i(\varrho, z)}{\mu_q J_q R_q}$$

oraz transformację wymiarów i parametrów modelu

$$R_{ri} = \frac{R_i}{R_q}; \quad z_r = \frac{z}{R_q}; \quad t_r = \omega t; \quad \mu_{ri} = \frac{\mu_i}{\mu_q}; \quad \varrho_r = \frac{\varrho}{R_q}; \quad \sigma_{ri} = \frac{\sigma_i}{\sigma_q}; \quad \tau_r = \frac{\tau}{R_q},$$

gdzie μ_q, J_q, R_q, σ_q są wielkościami odniesienia (różnymi od zera), dowolnie przyjętymi, np. spośród wymiarów i parametrów modelu lub rzeczywistego urządzenia.

Wówczas potencjał wektorowy dla $R_{r(i-1)} \leq \varrho_r \leq R_{ri}$ spełnia równanie różniczkowe [64]

$$\frac{\partial^2 A_{ri}}{\partial \varrho_r^2} + \frac{1}{\varrho_r}\frac{\partial A_{ri}}{\partial \varrho_r} + \frac{\partial^2 A_{ri}}{\partial z^2} - \left[\frac{1}{\varrho_r^2} + Re_{mi}\frac{\partial}{\partial z_r} + j\omega_{ri}\right] A_{ri} = 0, \tag{4.1}$$

przy czym

$$Re_{mi} = \frac{\tau_r}{T}(1-s_i)\omega_{ri}, \tag{4.2}$$

$$\omega_{ri} = \omega\mu_i\sigma_i R_q^2, \tag{4.3}$$

$$s_i = 1 - \frac{v_{zi}}{v_s} = 1 - v_{zi}\frac{T}{\omega\tau}.$$

4.2. Magnetyczny potencjał wektorowy

Równanie potencjału wektorowego (4.1) rozwiązano metodą przekształceń całkowych [8, 42, 47]. Przekształcenie Fouriera względem zmiennej rzeczywistej z_r zastosowano do funkcji $A_{ri}(\varrho_r, z_r)$. Rozwiązanie równania (4.1) dla $R_{r(i-1)} \leq \varrho_r \leq R_{ri}$ ma wówczas postać [42, 47, 55, 64]

$$A_{ri}(\varrho_r, z_r) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[C_{ri}(p_r)I_1(\beta_{ri}\varrho_r) + D_{ri}(p_r)K_1(\beta_{ri}\varrho_r)\right]e^{jp_r z_r}\,dp_r, \tag{4.4}$$

przy czym

$$\beta_{ri} = \sqrt{p_r^2 + j(\omega_{ri} + p_r Re_{mi})}, \tag{4.5}$$

$$Re(\beta_{ri}) > 0,$$

$$p_r = pR_q.$$

Stałe $C_{ri}(p_r)$ i $D_{ri}(p_r)$ wyznacza się z transformowanych warunków brzegowych dla potencjału wektorowego [47], przy uwzględnieniu skończonych wartości rozwiązań dla $\varrho_r \to \infty$ i $\varrho_r \to 0$ w odpowiednich obszarach. Dla modelu obliczeniowego (rys. 4.1) z rdzeniami magnetycznymi nieskończenie rozległymi o $\mu_f > \mu_o$ i $\sigma_f \geq 0$ bezwymiarowe zespolone współczynniki C_{ri} i D_{ri} określone są układem równań:

$$\begin{bmatrix} b^I_{11} & -b^I_{21} & -b^K_{21} & 0 & 0 & 0 \ldots & & \ldots & 0 \\ c^I_{11} & -c^I_{21} & c^K_{21} & 0 & 0 & 0 \ldots & & \ldots & 0 \\ 0 & b^I_{22} & b^K_{22} & -b^I_{32} & -b^K_{32} & 0 \ldots & & \ldots & 0 \\ 0 & c^I_{22} & -c^K_{22} & -c^I_{32} & c^K_{32} & 0 \ldots & & \ldots & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots & & & \vdots \\ 0 \ldots & & & & & \ldots 0 & b^I_{(M-1)(M-1)} & b^K_{(M-1)(M-1)} & b^K_{M(M-1)} \\ 0 \ldots & & & & & \ldots 0 & c^I_{(M-1)(M-1)} & -c^K_{(M-1)(M-1)} & c^K_{M(M-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{r1} \\ C_{r2} \\ D_{r2} \\ C_{r3} \\ \vdots \\ D_{r(M-3)} \\ D_{r(M-1)} \\ D_{rM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{J}_{r2} \\ 0 \\ \tilde{J}_{r3} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

który wynika z warunków brzegowych dla $\varrho_r = R_{ri}$

$$b^I_{ii}C_{ri} + b^K_{ii}D_{ri} - b^I_{(i+1)i}C_{r(i+1)} - b^K_{(i+1)i}D_{r(i+1)} = 0 \tag{a}$$

(4.7)

$$c^I_{ii}C_{ri} - c^K_{ii}D_{ri} - c^I_{(i+1)i}C_{r(i+1)} + c^K_{(i+1)i}D_{r(i+1)} = \tilde{J}_{ri}, \tag{b}$$

gdzie:

$\tilde{J}_{ri}$ - transformata gęstości liniowej prądu ($\tilde{J}_{ri} \neq 0$ dla $i = 2; M-3$),

$$b^I_{ki} = I_1(\beta_{rk}R_{ri}),$$

$$b^K_{ki} = K_1(\beta_{rk}R_{ri}),$$

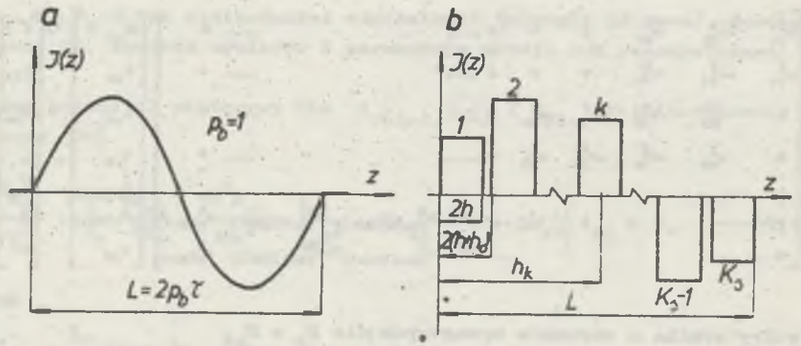
$$c^I_{ki} = \frac{\beta_{rk}}{\mu_{rk}} I_o(\beta_{rk}R_{ri}), \tag{4.8}$$

$$c^K_{ki} = \frac{\beta_{rk}}{\mu_{rk}} K_o(\beta_{rk}R_{ri}),$$

$k = i; i+1.$

4.3. Gęstość liniowa prądu wzbudników

W układzie równań (4.6) oraz w warunku brzegowym (4.7b) występują transformaty gęstości liniowej prądu wzbudnika zewnętrznego ($\vec{J}_{rz}$) i wewnętrznego ($\vec{J}_{rw}$). Wyznaczono ich postaci dla dwóch rodzajów uzwojeń foliowych i związanych z nimi rozkładów $J(\varrho,z,t)$.



Rys. 4.2. Rozkłady gęstości liniowych prądu uzwojenia ciągłego (a) (dla $p_b = 1$) oraz wielosekcyjnego (b)

Fig. 4.2. Distributions of specific electric loading in continuous winding (a) (for $p_b = 1$) as well as multi-sectional winding (b)

W pierwszym przypadku rzeczywiste uzwojenie zastąpiono nieskończenie cienką warstwą o wysokości L, dla której (rys. 4.2a)

$$J_i(\varrho = R_i,z,t) = \begin{cases} J_{oi}\, e^{j(\omega t - \alpha z + \psi_i)} & \text{dla } 0 \leq z \leq L \\ 0 & \text{dla } 0 > z > L \end{cases} \qquad (4.9)$$

gdzie:

$\alpha = \frac{\pi}{\tau}$,

ψ_i - kąt przesunięcia fazowego między okładami prądowymi wzbudników (J_w, J_z),

$R_i = R_w$; R_z (rys. 4.1a).

Po obliczeniu transformaty Fouriera funkcji (4.9) oraz wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych jak w pkt. 4.1 otrzymano:

$$\vec{J}_{ri}(\varrho_r = R_{ri},p_r) = \frac{jJ_{roi}\, e^{j\psi_i}}{p_r + \alpha_r}\left[e^{-j(p_r + \alpha_r)L_r} - 1\right], \qquad (4.10)$$

przy czym

$$\vec{J}_r(\varrho_r = R_{ri},p_r,t_r) = \vec{J}_r(\varrho_r = R_{ri},p_r)\, e^{jt_r}, \qquad (4.11)$$

gdzie:

$J_{roi} = \frac{J_{oi}}{J_q}$,

$\alpha_r = \alpha R_q$,

$L_r = \frac{L}{R_q}$.

Uwzględnienie dyskretnego rozkładu gęstości prądu wzbudnika umożliwia zastępczy wzbudnik foliowy wielosekcyjny (rys. 4.2b), dla którego

$$J_i(\varrho = R_i,z,t) = \begin{cases} J_{oi}\, e^{j(\omega t - \varphi_k)} & \text{dla } 2(k-1)(h+h_o) \leq z \leq 2kh+2h_o(k-1) \\ 0 & \text{dla pozostałych z} \end{cases} \qquad (4.12)$$

gdzie:

$k = 1,2...K_s$.

Przyjmuje się, że liczba zwojów w każdej sekcji jest jednakowa. Po przekształceniu (4.12)

$$\vec{J}_{ri}(\varrho_r = R_{ri},p_r) = 2J_{roi}\,\frac{\sin p_r h_r}{p_r}\sum_{k=1}^{K_s} e^{-j(p_r h_{rk} + \varphi_k)}, \qquad (4.13)$$

gdzie:

$h_{rk} = h_r(2k-1) + 2h_{ro}(k-1) = \frac{h_k}{R_q}$,

$h_r = \frac{h}{R_q}$; $h_{ro} = \frac{h_o}{R_q}$; $J_{roi} = \frac{wI_{oi}}{2h}\frac{1}{J_q}$; $K_s = 2p_b m_f s_w$.

Postaci $\vec{J}_{ri}$ dla wzbudników z uzwojeniami kompensacyjnymi oraz ze stopniowaniem okładu prądowego podano w pkt. 5.2, przy analizie sposobów ograniczenia PEK, natomiast dla przepływomierzy - w pkt. 6.4.

4.4. Podstawowe zależności

4.4.1. Siła elektrodynamiczna i ciśnienie

Dla sinusoidalnie zmiennych w czasie wektorów pola średnia za okres wartość siły elektrodynamicznej działającej na jednostkę objętości ruchomego środowiska przewodzącego (gęstość objętościowa siły) wynosi:

$$\vec{f} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\vec{J}_{sm} \times \vec{B}_m^*\} \tag{4.14}$$

gdzie:

$$\vec{J}_s = -\sigma\left[\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{v} \times \vec{B}\right], \tag{4.15}$$

$$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}. \tag{4.16}$$

W rozważanym modelu (rys. 4.1) $\vec{A} = (0, A(\varrho,z,t), 0)$ oraz $\vec{v} = (0,0,v_z)$, a więc pozostałe wektory pola mają postać: $\vec{B} = (B_\varrho(\varrho,z,t), 0, B_z(\varrho,z,t))$, $\vec{J}_s = (0, J_{s\Theta}(\varrho,z,t), 0)$, przy czym

$$B_\varrho = -\frac{\partial A}{\partial z}, \tag{4.17}$$

$$B_z = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial(\varrho A)}{\partial \varrho}. \tag{4.18}$$

Po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych otrzymuje się dla

$$R_{r(i-1)} \leq \varrho_r \leq R_{ri}$$

$$f_{r\varrho i}(\varrho_r, z_r) = \frac{R_q}{\mu_q J_q^2} f_{\varrho i}(\varrho, z) = -\omega_{ri} s_i \mathrm{Re}\left\{jA_{ri}\frac{1}{\varrho_r}\frac{\partial(\varrho_r A_{ri}^*)}{\partial \varrho_r}\right\}, \tag{4.19}$$

$$f_{rzi}(\varrho_r, z_r) = \frac{R_q}{\mu_q J_q^2} f_{zi}(\varrho, z) = -\omega_{ri} s_i \mathrm{Re}\left\{jA_{ri}\frac{\partial A_{ri}^*}{\partial z_r}\right\} \tag{4.20}$$

Całkowita siła elektrodynamiczna wywołująca ruch metalu w kierunku osi z wynosi więc

$$F_{rzi} = \frac{F_{zi}}{\mu_q J_q^2 R_q^2} = 2\pi \int_{R_{r(i-1)}}^{R_{ri}} \int_{-\infty}^{\infty} f_{rzi}\varrho_r \, dz_r \, d\varrho_r, \tag{4.21}$$

natomiast w osi ϱ

$$F_{r\varrho i} = \frac{F_{\varrho i}}{\mu_q J_q^2 R_q^2} = 2\pi \int_{R_{r(i-1)}}^{R_{ri}} \int_{-\infty}^{\infty} f_{r\varrho i}\varrho_r \, dz_r \, d\varrho_r. \tag{4.22}$$

Podobnie jak gęstość siły, ciśnienie działające na ciekły metal ma również dwie składowe. Dla oceny własności eksploatacyjnych, zwłaszcza pomp, interesująca jest jedynie składowa w osi z. Po uwzględnieniu (4.19)

$$p^*_{rzi}(\varrho_r) = \frac{p^*_{zi}(\varrho)}{\mu_q J_q^2} = -\omega_{ri} s_i \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}\left\{jA_{ri}\frac{\partial A_{ri}^*}{\partial z_r}\right\} dz_r, \tag{4.23}$$

natomiast ciśnienie średnie w obszarze $R_{r(i-1)} \leq \varrho_r \leq R_{ri}$

$$p^*_{ri} = \frac{1}{R_{ri} - R_{r(i-1)}} \int_{R_{r(i-1)}}^{R_{ri}} p^*_{rzi}(\varrho_r)\, d\varrho_r = \frac{F_{rzi}}{s_{kr}} \tag{4.24}$$

Przy obliczaniu ciśnienia (4.23) korzysta się z twierdzenia o mocy [8].

4.4.2. Moc i sprawność. Impedancja wzbudnika

Moce czynne wydzielane w elementach ekranujących i rdzeniach magnetycznych oblicza się na podstawie prawa Joule'a lub korzystając z wektora Poyntinga. Obydwa sposoby są kłopotliwe w praktyce obliczeniowej, ponieważ gęstość mocy jest w nich całkowana po całej objętości rozpatrywanego obszaru lub po jego powierzchni granicznej. Przy wyznaczaniu całkowitej mocy urządzenia korzystniej jest stosować metodę impedancji, która wymaga obliczenia impedancji własnych (zewnętrznych) Z_k i wzajemnych Z_{kj} sekcji uzwojeń, przy obecności elementów przewodzących.

W ogólnym przypadku (rys. 4.1) moc zespolona urządzenia ze wzbudnikiem zewnętrznym o K_{sz} sekcjach i wewnętrznym o K_{sw} sekcjach wynosi [47, 48]

$$S' = \sum_{k=1}^{K_s} Z_k |I_k|^2 + \sum_{k=1}^{K_s}\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{K_s} Z_{kj} I_j I_k^* = \mathrm{Re}(S') + j\,\mathrm{Im}(S'), \tag{4.25}$$

przy czym

$$Z_k = -\frac{E_k}{I_k}, \tag{4.26}$$

$$Z_{kj} = -\frac{E_j}{I_k}, \tag{4.27}$$

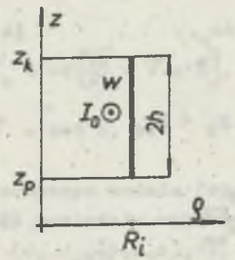
$$I_{k,j} = I_o\, e^{-j\varphi_{k,j}},$$

I_k, I_j – prądy w sekcjach k, j,

E_k – SEM indukowana w sekcji k,

E_j – SEM indukowana w sekcji j przez prąd w sekcji k, przy $I_j = 0$,

$K_s = K_{sz} + K_{sw}$,



Rys. 4.3. Pojedyncza sekcja uzwojenia wzbudnika

Fig. 4.3. Single section of inductor winding

$$k = 1,2... K_s,$$

$$j = 1,2... K_s.$$

SEM indukowaną w pojedynczej sekcji uzwojenia cylindrycznego (rys. 4.3) o liczbie zwojów w określa się następująco:

$$E = - j\omega 2\pi R_i \frac{w}{2h} \int_{z_p}^{z_k} A_i(\rho = R_i, z)\, dz . \quad (4.28)$$

Ze względu na przyjęty model z nieskończenie cienkimi uzwojeniami w obliczeniach mocy [4,25] nie uwzględnia się rezystancji własnych sekcji oraz związanych z nimi strat mocy P_k. Całkowita moc czynna

$$P = \sum_{k=1}^{K_s} P_k + \Re e(S'), \quad (4.29)$$

gdzie straty mocy P_k wyznacza się z przybliżonych zależności stosowanych np. dla pieców i nagrzewnic indukcyjnych [81] lub maszyn elektrycznych [104].

Sprawność mechaniczną urządzeń elektromagnetycznych do transportu i mieszania ciekłych metali określa się jako stosunek mocy mechanicznej w ciekłym metalu do całkowitej mocy czynnej

$$\eta_m = \frac{\frac{\omega\tau}{\pi} \sum_i (1-s_i) F_{zi}}{\Re e(S') + \sum_k P_k} \quad (4.30)$$

Materiał zawarty w pkt. 4.1 ÷ 4.4 opublikowano w pracy [64].

4.5. Potencjał wektorowy układów nieskończenie rozległych

W urządzeniach elektromagnetycznych do ciekłych metali wpływ PEK na parametry pracy maleje wraz ze wzrostem wysokości wzbudnika. Przy $L >> 2R_{w,z}$ obliczenia można prowadzić w oparciu o model ze wzbudnikami nieskończenie rozległymi. Dla pomp i mieszadeł indukcyjnych nie są jednoznacznie określone warunki, dla których dopuszczalne jest pominięcie PEK

(np. w przypadku pieców i nagrzewnic indukcyjnych przyjmuje się, że efekty krańcowe, związane ze skończoną wysokością wzbudnika cylindrycznego można pominąć przy $\frac{L}{2R} > 10$ [81]).

W dalszej części porówna się rezultaty wynikające z analiz przy uwzględnieniu skończonej wysokości uzwojeń i przy $L \to \infty$ oraz zweryfikuje je doświadczalnie. W tym celu rozważa się model z rys. 4.1, w którym uzwojenia wzbudników są nieskończenie rozległe w kierunku osi z, a ich okłady prądowe dane są funkcjami

$$J_i(\rho = R_i, z, t) = J_{oi}\, e^{j(\omega t - \alpha z + \varphi_i)}, \quad (4.31)$$

gdzie:

$R_i = R_w, R_z$ (rys. 4.1).

Wówczas potencjał wektorowy $A_i(\rho,z,t) = A_i(\rho)\, e^{j(\omega t - \alpha z)}$. Po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych oraz rozwiązaniu równania (4.1) dla $A_i(\rho)$ otrzymano ostatecznie

$$A_{ri}(\rho_r, z_r, t_r) = \left[C_{ri}(\alpha_r) I_1(\beta^o_{ri}\rho_r) + D_{ri}(\alpha_r) K_1(\beta^o_{ri}\rho_r)\right] e^{j(t_r - \alpha_r z_r)}, \quad (4.32)$$

gdzie:

$$\beta^o_{ri} = \sqrt{\alpha_r^2 + j\omega_{ri} s_i}, \quad (4.33)$$

$i = 1,2... M.$

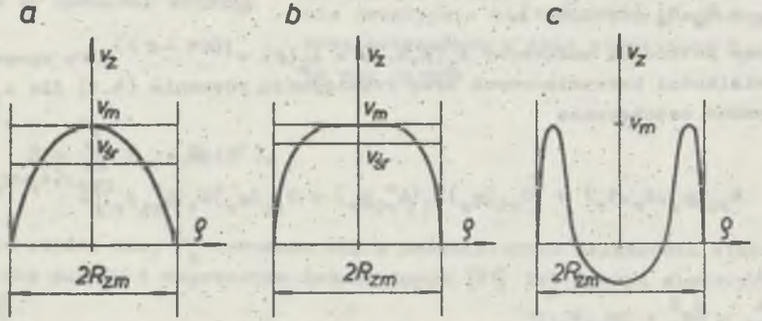
Dla ogólnego modelu wielowarstwowego z rys. 4.1 układ równań określających stałe całkowania C_{ri} i D_{ri} ma analogiczną postać jak (4.6), z tym, że należy zastąpić: p_r przez α_r, β_{ri} przez β^o_{ri} oraz $\tilde{J}_{ri}$ przez J_{ri} ($J_{ri} = \frac{J_{oi}}{J}$). Składowe wektorów pola elektromagnetycznego oraz ciśnienie i sprawność wyznacza się z zależności podanych w pkt.4.4.

Rozwiązania szczegółowe opublikowano w pracach [66, 68÷70].

5. WPŁYW ZMIAN PARAMETRÓW I POSTACI MODELU OBLICZENIOWEGO NA PARAMETRY URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH

5.1. Nierównomierny rozkład prędkości metalu

Dla przepływów ciekłych mętali w pompach i przepływomierzach typowe są rozkłady prędkości jak na rys. 5.1 a,b, natomiast w mieszadłach i piecach ze wzbudnikami wielofazowymi - jak na rys. 5.1c.



Rys. 5.1. Rozkłady prędkości ciekłego metalu
a - przepływ laminarny, b - przepływ turbulentny, c - przepływ w mieszadle indukcyjnym lub piecu wielofazowym

Fig. 5.1. Velocity distributions of liquid metal
a - laminar flow, b - turbulent flow, c - flow in the induction stirrer or multi-phase furnace

Przy rozwiązywaniu rozdzielonych równań MHD pole elektromagnetyczne analizuje się najczęściej dla nieruchomego metalu [86] lub przy założeniu $v_z = v_{śr} = \text{const}$ [54]. Wpływ zależności $v_z(\varrho)$ na siły elektrodynamiczne omówiono w pracy [33]. Rozwiązanie otrzymano tam pracochłonnymi metodami numerycznymi, dla zadanych prostych funkcji $v_z(\varrho)$.

Ogólny model wielowarstwowy (rys. 4.1) przyjęty w tej pracy umożliwia uwzględnienie przy obliczeniach wektorów pola elektromagnetycznego dowolnego rozkładu prędkości. Zależność $v_z(\varrho)$ przybliża się stałymi wartościami prędkości w obrębie każdej z N warstw, na które podzielony jest ciekły metal (rys. 4.1b).

Dla oceny wpływu nierównomiernego rozkładu prędkości na parametry elektromagnetyczne przeprowadzono przykładową analizę dla przepływów z rysunku 5.1.

Z badań przepływów w kanałach pomp cylindrycznych wynika, że rzeczywiste rozkłady prędkości można aproksymować, z dokładnością wystarczającą dla analizy pola elektromagnetycznego, następującymi funkcjami [2]:

- dla przepływu laminarnego (rys. 5.1a)

$$v^1_{rz}(\varrho_r) = \frac{v^1_z(\varrho)}{v_m} = \left[1 - \left(\frac{\varrho_r}{R_{rzm}}\right)^2\right], \tag{5.1}$$

- dla przepływu turbulentnego (rys. 5.1b)

$$v^t_{rz}(\varrho_r) = \frac{v^t_z(\varrho)}{v_m} = \left(1 - \frac{\varrho_r}{R_{rzm}}\right)^{\varkappa}, \tag{5.2}$$

gdzie:

$\varkappa = 0{,}1 \div 0{,}2.$

Wartości średnie prędkości w całym przekroju kanału wynoszą wówczas

$$v^1_{śr} = \frac{2}{3} v_m, \tag{5.3}$$

$$v^t_{śr} = \frac{1}{\varkappa + 1} v_m, \tag{5.4}$$

natomiast poślizgi średnie

$$s^{1,t}_{śr} = 1 - \frac{v^{1,t}_{śr}}{v_s} = 1 - \frac{Q}{a_k v_s}. \tag{5.5}$$

Przy podziale obszaru zajmowanego przez ciekły metal w kanale pełnym (rysunek 5.2a) na N warstw o jednakowych grubościach

$$\Delta R_r = \frac{R_{rzm}}{N}$$

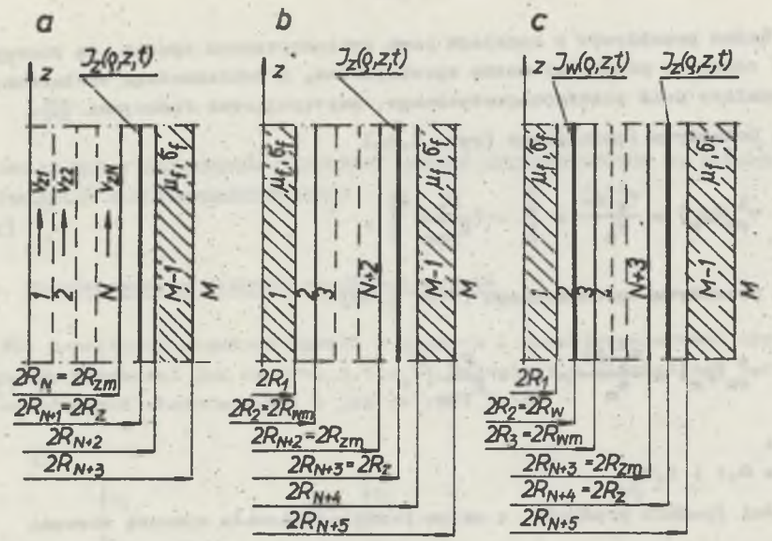
poślizgi średnie dla $R_{r(n-1)} \leq \varrho_r \leq R_{rn}$ mają postać:

- przy przepływie laminarnym

$$s^1_n = 1 - \frac{3}{4N^2}(1 - s^1_{śr})\left[2(N^2 - n^2) + 2n - 1\right], \tag{5.6}$$

- przy przepływie turbulentnym

$$s^t_n = 1 - \frac{\varkappa + 1}{2}(1 - s^t_{śr})\left[\left(1 - \frac{n-1}{N}\right)^{\varkappa} + \left(1 - \frac{n}{N}\right)^{\varkappa}\right], \tag{5.7}$$



Rys. 5.2. Modele urządzeń elektromagnetycznych z nierównomiernym rozkładem prędkości

Fig. 5.2. Models of electromagnetic devices with non-uniform velocity distribution

gdzie:

$n = i = 1,2...N$ (dla $n = 1$; $R_{ro} = 0$).

W przypadku kanału rurowego (rys. 5.2b,c) przy

$$\Delta R_r = \frac{R_{rzm} - R_{rwm}}{N}$$

otrzymano

$$s_n^1 = 1 - \frac{3}{N^2}(1 - s_{śr}^1)\left[(N-n)(2n-1) + n - 1\right], \tag{5.8}$$

$$s_n^t = 1 - \frac{\alpha+1}{2}(1 - s_{śr}^t)\left[\left(1 - \left|2\frac{n-1}{N} - 1\right|\right)^{\alpha} + \left(1 - \left|2\frac{n}{N} - 1\right|\right)^{\alpha}\right], \tag{5.9}$$

$n = i, i+1, \ldots i+N-1$.

Rozkład prędkości metalu w mieszadłach i piecach wielofazowych (rysunek 5.1c), ze względu na małą grubość warstwy przyściennej, można aproksymować funkcją [89]

$$v_z(\rho) = v_m(a + b\rho^2). \tag{5.10}$$

Strumień wektora $\oint \vec{v}$ (masowe natężenie przepływu) dla rozpatrywanego przepływu wynosi

$$\oint \int_0^{R_{zm}} v_z(\rho)\,\rho\,d\rho = 0. \tag{5.11}$$

Jeżeli założy się, że prędkość maksymalna metalu jest znana i występuje przy $\rho = R_{zm}$ (wtedy $v_z(\rho = R_{zm}) = v_m$) (rys. 5.2a), wówczas po uwzględnieniu (5.11) otrzymuje się

$$v_{rz}(\rho_r) = \frac{v_z(\rho)}{v_m} = \frac{1}{11}\left[\left(\frac{4\rho_r}{R_{rzm}}\right)^2 - 5\right], \tag{5.12}$$

a poślizg średni dla $R_{r(n-1)} \leq \rho_r \leq R_{rn}$ wynosi

$$s_n = 1 - \frac{1}{11}(1-s)\left\{\frac{8}{N^2}\left[2n(n-1) + 1\right] - 5\right\}, \tag{5.13}$$

gdzie:

$$s = 1 - \frac{v_m}{v_s},$$

$n = i = 1,2,\ldots N$.

Dla uzyskania większej dokładności aproksymacji funkcji $v_z(\rho)$ należy zastosować podział na warstwy o zróżnicowanych grubościach, określanych z warunku stałego przyrostu prędkości w obrębie warstwy. Na przykład dla przepływu laminarnego w kanale pełnym pompy (rys. 5.2a), przy prędkości wyrażonej wzorem (5.1), otrzymuje się dla $R_{r(n-1)} \leq \rho_r \leq R_{rn}$

- promień zewnętrzny warstwy

$$R_{rn} = R_{rzm}\sqrt{\frac{n}{N}}, \tag{5.14}$$

- poślizg średni w warstwie

$$s_n^1 = 1 - \frac{3}{2}(1 - s_{śr}^1)\left(1 - \frac{2n-1}{N}\right). \tag{5.15}$$

Gęstość sił elektrodynamicznych oblicza się z zależności podanych w punkcie 4.4, przy uwzględnieniu poślizgów w poszczególnych warstwach. Całkowita siła elektrodynamiczna wynosi

$$F_{rz} = \frac{F_z}{\mu_q J_q^2 \delta_q^2} = 2\pi \sum_n \int_{R_{r(n-1)}}^{R_{rn}} \int_{-\infty}^{\infty} f_{rzn}\rho_r\,dz_r\,d\rho_r, \tag{5.16}$$

$$F_{r\rho} = \frac{F_\rho}{\mu_q J_q^2 R_q^2} = 2\pi \sum_n \int_{R_{r(n-1)}}^{R_{rn}} \int_{-\infty}^{\infty} f_{r\rho n}\rho_r\,dz_r\,d\rho_r, \tag{5.17}$$

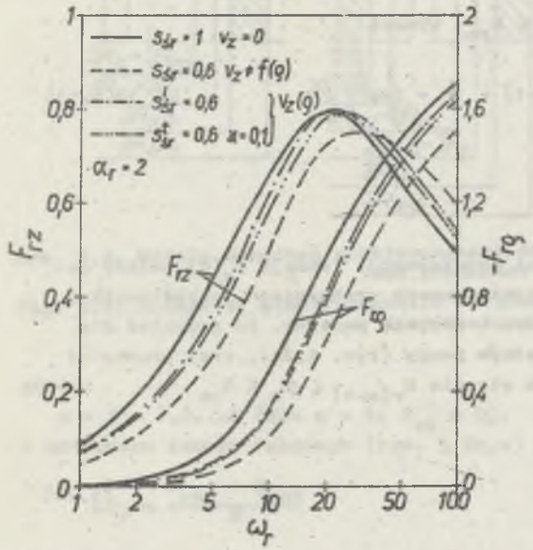
przy czym

n = i = 1,2,... N - dla kanału pełnego,

n = i, i + 1,... i + N - 1 - dla kanału rurowego,

natomiast ciśnienie średnie w całym przekroju kanału

$$p_r^e = \sum_n \frac{\int_{R_{r(n-1)}}^{R_{rn}} p^e_{rzn}(\varrho r)\, d\varrho_r}{R_{rn} - R_{r(n-1)}} . \qquad (5.18)$$



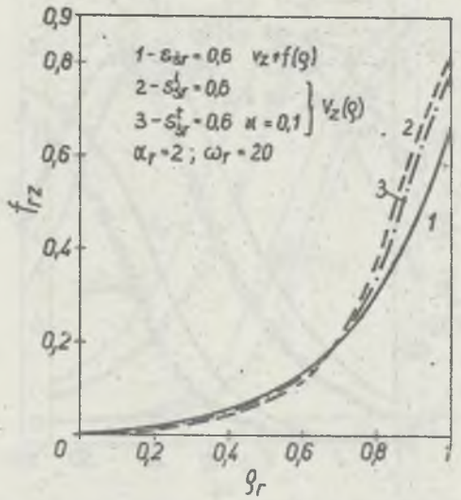
Rys. 5.3. Siły elektrodynamiczne w pompie ze wzbudnikiem zewnętrznym - rys. 5.2a (R_{r6}=1; R_{r7} = R_{r8} = 1,25; R_{r9} = 1,5)

Fig. 5.3. Electromagnetic forces in the pump with outer inductor - Fig. 5.2a (R_{r6} = 1; R_{r7} = R_{r8} = 1,25; R_{r9} = 1,5)

Ocenę wpływu rodzaju przepływu metalu na siły elektrodynamiczne przeprowadzono dla mieszadła oraz kilku typów pomp (rys. 5.2), przy pominięciu PEK. Obliczenia wykonano dla $v_z(\varrho)$ = const oraz dla przepływu laminarnego i turbulentnego (N=6), przy rozkładach prędkości określonych zależnościami (5.1), (5.2) i (5.12). Przyjęto, że rdzeń magnetyczny jest bezstratny (σ_{rf} = 0), co jest uzasadnione zwłaszcza przy niskich częstotliwościach prądu wzbudnika. Bezwymiarowa podziałka biegunowa wzbudnika wynosi τ_r = 1,6.

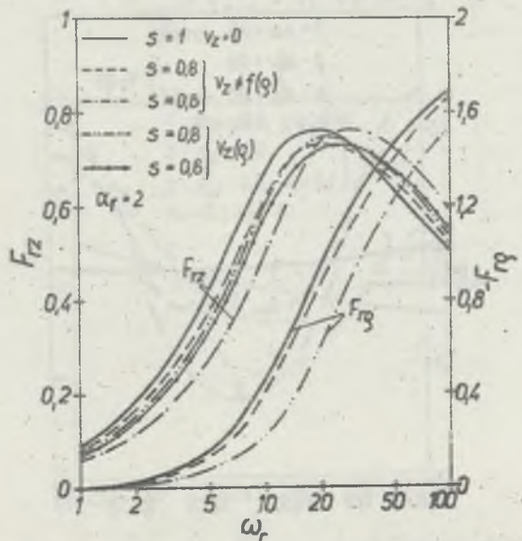
Wpływ nierównomiernego rozkładu prędkości na siły elektrodynamiczne jest najbardziej wyraźny w pompie z kanałem pełnym (rys. 5.3 i 5.4) oraz w mieszadle (rysunek 5.5), przy tych samych poślizgach średnich różnice między wartościami sił dochodzą do 25%.

W pompach z kanałami rurowymi siły całkowite ulegają nieznacznym zmianom (rys. 5.6 i 5.8). Duże jest jednak zniekształcenie rozkładu gęstości objętościowej sił w stosunku do przypadku przepływu ze stałą prędkością (rys. 5.7 i 5.9). Należy zauważyć, że wartości maksymalne F_{rz} występują przy parametrze ω_r w niewielkim stopniu zależnym od charakteru przepływu. Wstępny dobór ω_r może więc odbywać się przy założeniu v_z = const lub nawet v_z = 0.



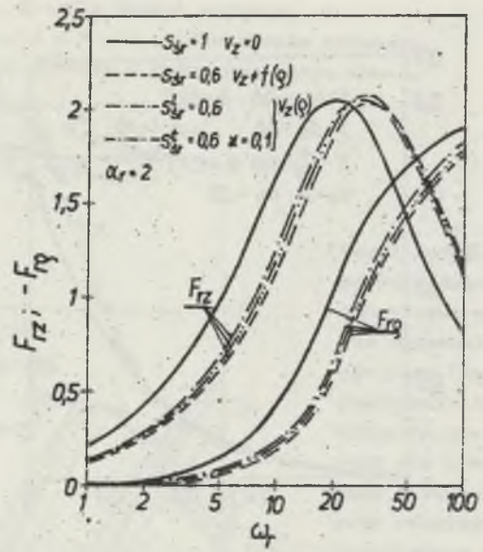
Rys. 5.4. Rozkład gęstości objętościowej siły elektrodynamicznej w pompie ze wzbudnikiem zewnętrznym - rys. 5.2a (wymiary jak dla rys. 5.3)

Fig. 5.4. Distribution of body force in a pump with an outer inductor - Fig. 5.2a (parameters as for Fig. 5.3)



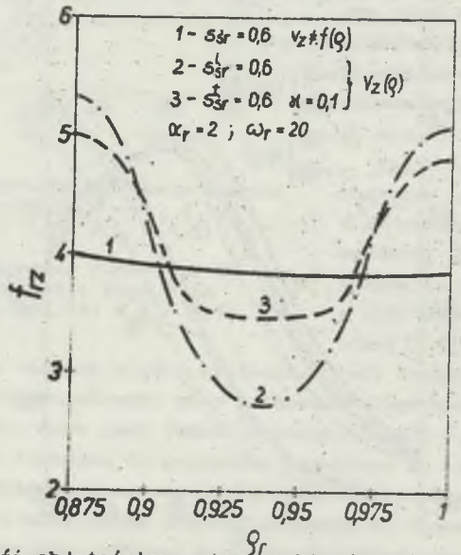
Rys. 5.5. Siły elektrodynamiczne w mieszadle indukcyjnym - rys. 5.2a (wymiary jak dla rys. 5.3)

Fig. 5.5. Electromagnetic forces in the induction stirrer - Fig. 5.2a (parameters as for Fig. 5.3)



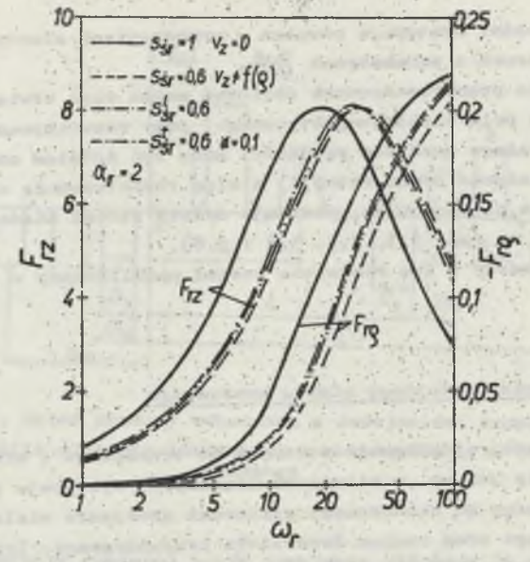
Rys. 5.6. Siły elektrodynamiczne w pompie z kanałem rurowym - rys. 5.2b (R_{r1} = 0,625; R_{r2} = 0,875; R_{r8} = 1; R_{r9} = R_{r10} = 1,25; R_{r11} = 1,5)

Fig. 5.6. Electromagnetic forces in the pump with tubular channel - Fig. 5.2b (R_{r1} = 0,625; R_{r2} = 0,875; R_{r8} = 1; R_{r9} = R_{r10} = 1,25; R_{r11} = 1,5)



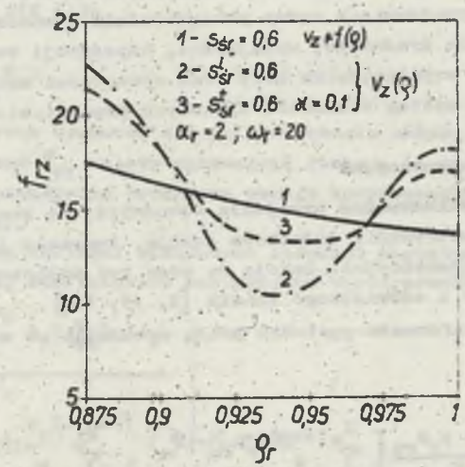
Rys. 5.7. Gęstość objętościowa siły elektrodynamicznej w pompie z kanałem rurowym - rys. 5.2b (wymiary podano pod rys. 5.6)

Fig. 5.7. Body force in the pump with tubular channel - Fig. 5.2b (parameters given below Fig. 5.6)



Rys. 5.8. Siły elektrodynamiczne w pompie z kanałem rurowym - rys. 5.2c (R_{r1} = R_{r2} = 0,625; R_{r3} = 0,875; R_{r9} = 1; R_{r10} = R_{r11} = 1,25; R_{r12} = 1,5; J_{row} = J_{roz} = 1; ψ = 0)

Fig. 5.8. Electromagnetic forces in the pump with tubular channel - Fig. 5.2c (R_{r1} = R_{r2} = 0,625; R_{r3} = 0,875; R_{r9} = 1; R_{r10} = R_{r11} = 1,25; R_{r12} = 1,5; J_{row} = J_{roz} = 1; ψ = 0)



Rys. 5.9. Gęstość objętościowa siły elektrodynamicznej w pompie z rysunku 5.2c (wymiary podano pod rys. 5.8)

Fig. 5.9. Body force in the pump from Fig. 5.2c (parameters given below Fig. 5.8)

Podobne zależności występują również w urządzeniach elektromagnetycznych o innych wymiarach i parametrach [73].

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można więc stwierdzić, że przyjęcie w analizie pola elektromagnetycznego, przy rozwiązywaniu rozdzielonych równań pól, stałego rozkładu prędkości może być źródłem znacznych błędów. Całkowite pominięcie prądu rotacji, a więc rozpatrywanie ciekłego metalu jako środowiska nieruchomego, powoduje dalszy wzrost niedokładności (krzywe dla $s = 1$ na rys. 5.3, 5.5, 5.6 i 5.8).

Materiał zawarty w tym rozdziale został opublikowany w pracach [64, 70, 73].

5.2. Ograniczenie podłużnego efektu krańcowego

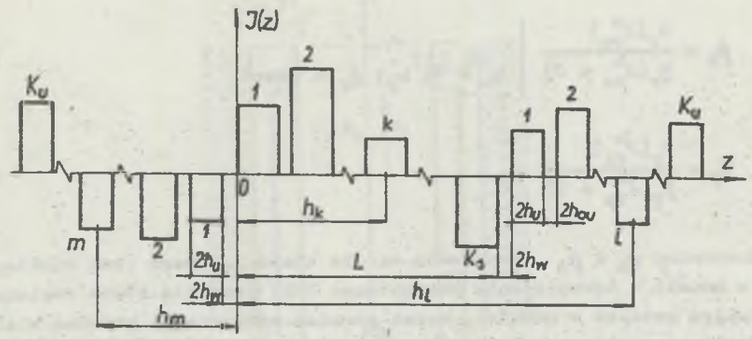
W urządzeniach elektromagnetycznych do transportu i mieszania ciekłych metali, podobnie jak np. w silnikach liniowych, występuje podłużny efekt krańcowy, związany ze skończonymi wymiarami uzwojenia wielofazowego i rdzenia magnetycznego oraz ruchem środowiska przewodzącego. Istotę tego zjawiska, jego wpływ na niektóre własności urządzeń oraz sposoby przeciwdziałania przedstawiono m.in. w pracach [2, 107]. W cylindrycznych pompach i mieszadłach indukcyjnych dla ograniczenia PEK stosuje się najczęściej uzwojenia kompensacyjne, stopniowanie okładu prądowego oraz zwoje zwarte. Dalej skoncentrowano się na jednym z aspektów wprowadzenia uzwojeń kompensacyjnych, stopniowania okładu prądowego lub zwojów zwartych, szczególnie ważnym ze względów technologicznych, a mianowicie na zmianach rozkładów wektorów pola wzdłuż wzbudnika. Pełną ocenę skuteczności ograniczenia PEK w konkretnych urządzeniach można przeprowadzić wyznaczając zmiany siły całkowitej, ciśnienia średniego, wydajności, impedancji wzbudnika (niesymetria obciążenia), współczynnika mocy oraz sprawności mechanicznej. Obliczenia wykonuje się według schematów blokowych przedstawionych w pkt. 7.

5.2.1. Uzwojenia kompensacyjne

Rozpatruje się cylindryczne uzwojenia wzbudnika, na krańcach którego rozmieszczone są symetrycznie dodatkowe sekcje, tworzące jedno- lub wielofazowe uzwojenia kompensacyjne. Sekcje te mogą być połączone z uzwojeniem głównym lub zasilane z oddzielnego źródła [2, 19, 107].

Bezwymiarowa transformata gęstości prądu wzbudnika ma wówczas postać (rys. 5.10)

$$\mathcal{J}^u_{ri} = 2J^u_{ro}\,\frac{\sin p_r h_{ru}}{p_r}\left[\sum_{m=1}^{K_u} e^{\,j(p_r h_{rm} - \psi_m)} + \sum_{l=1}^{K_u} e^{\,-j(p_r h_{rl} + \lambda_l)}\right] + \mathcal{J}_{ri} \tag{5.19}$$



Rys. 5.10. Okład prądowy wzbudnika z uzwojeniami kompensacyjnymi

Fig. 5.10. Specific electric loading of the inductor with compensating windings

gdzie:

$\mathcal{J}_{ri}$ – transformata gęstości prądu uzwojenia głównego (4.13) lub (4.10),

$$J^u_{ro} = \frac{w_u I_{ou}}{2h_u}\,\frac{1}{J_q},$$

$$h_{rm} = 2h_{rw} + 2(m-1)h_{rou} + (2m-1)h_{ru},$$

$$h_{rl} = L_r + 2h_{rw} + 2(l-1)h_{rou} + (2l-1)h_{ru},$$

$$L_r = 2h_r K_s + 2(K_s-1)h_{ro},$$

$$l,m = 1,2,\ldots K_u.$$

Potencjały wektorowe wyznacza się po rozwiązaniu układu równań (4.6), przy czym w miejsce $\mathcal{J}_{ri}$ należy wprowadzić funkcję (5.19). Przy obliczaniu całkowitej mocy urządzenia dodatkowe sekcje kompensacyjne uwzględnia się w sumowaniu (4.25).

Dla oceny zmian wartości składowych indukcji magnetycznej oraz siły elektrodynamicznej zdefiniowano następujące współczynniki:

$$\alpha_B = \left.\frac{\frac{1}{L_r}\int_0^{L_r} B_r(J^u_{ro})\,dz_r}{\frac{1}{L_r}\int_0^{L_r} B_r(J^u_{ro}=0)\,dz_r}\right|_{\varrho_r = \text{const}}, \tag{5.20}$$

$$\beta_B = \frac{B_r(J^u_{ro})}{B_r(J^u_{ro} = 0)} \Bigg| \; z_r = 0;\ L_r;\ \varrho_r = \text{const}, \tag{5.21}$$

$$\beta_F = \frac{F_r(J^u_{ro})}{F_r(J^u_{ro} = 0)} . \tag{5.22}$$

Współczynniki α_B i β_B wyznaczane są dla stanu jałowego (bez ciekłego metalu w kanale - ograniczenie pierwotnego PEK) oraz dla stanu obciążenia (z ciekłym metalem w kanale). Można również zdefiniować podobne wielkości określające zmiany gęstości siły elektrodynamicznej, impedancji, sprawności itp. parametrów.

Dyskusję wpływu uzwojeń kompensacyjnych na zmiany rozkładów niektórych wielkości przeprowadzono w oparciu o przykładowy model z rys. 5.11, zawierający wzbudnik z uzwojeniami kompensacyjnymi oraz ciekły metal poruszający się ze stałą prędkością v_z. Na podstawie równań (4.6) otrzymano dla $0 < \varrho_r \leq R_{r1}$

$$A_{r1}(\varrho_r, z_r, t_r) = \frac{A_1(\varrho, z, t)}{\mu_q J_q R_2} =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \bar{J}^u_r \frac{I_1(p_r) + F(p_r)K_1(p_r)}{\beta_{r1}X_{r1}I_0(\beta_{r1}R_{r1}) + p_r X_{r2} I_1(\beta_{r1}R_{r1})} I_1(\beta_{r1}\varrho_r) e^{jp_r z_r}\, dp_r\, e^{jt_r}, \tag{5.23}$$

przy czym $\bar{J}^u_r$ - funkcja (5.19),

$$F(p_r) = \frac{I_0(p_r R_{r3})}{K_0(p_r R_{r3})} ,$$

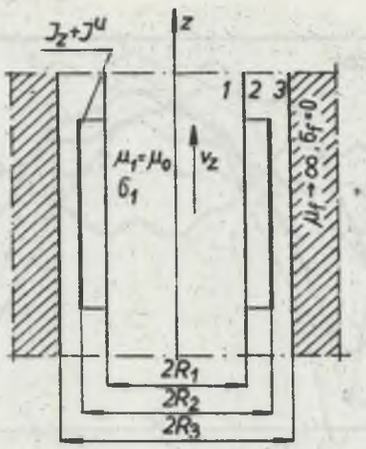
$$X_{r1} = F(p_r)K_1(p_r R_{r1}) + I_1(p_r R_{r1}),$$

$$X_{r2} = F(p_r)K_0(p_r R_{r1}) - I_0(p_r R_{r1}),$$

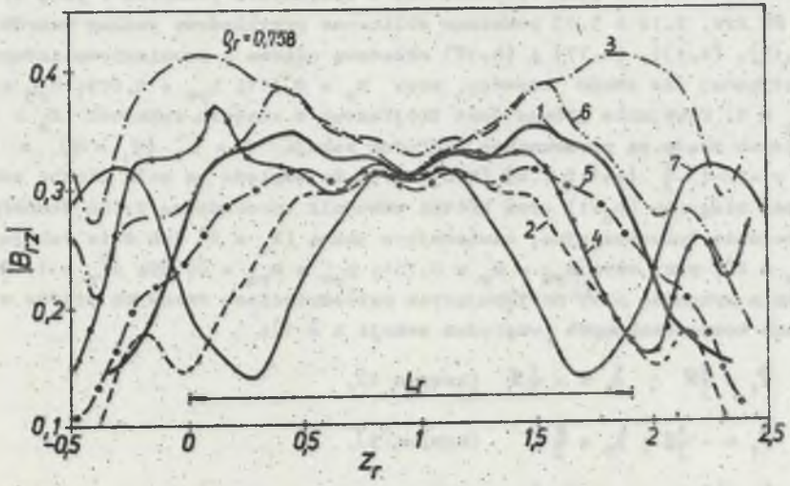
$$\beta_{r1} = \sqrt{p_r^2 + j(\omega_{r1} + p_r Re_{m1})},$$

$$\omega_{r1} = \omega \mu_0 \sigma_1 R_2^2,$$

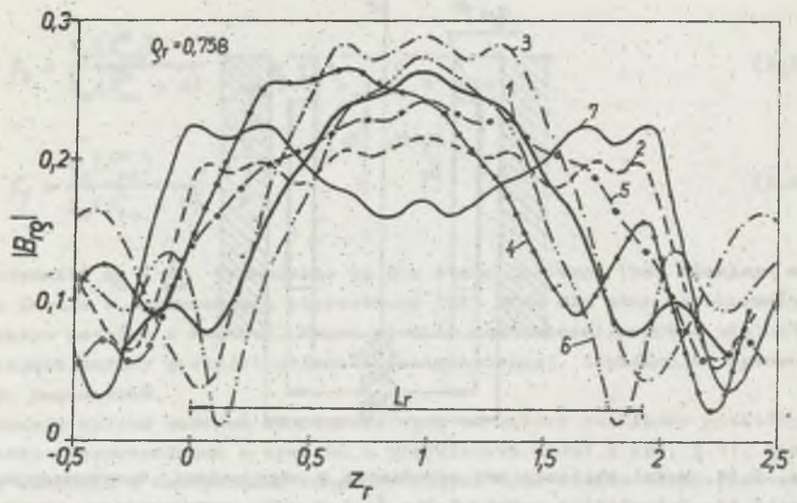
$$R_{r2} = 1.$$



Rys. 5.11. Model obliczeniowy urządzenia z uzwojeniami kompensacyjnymi
Fig. 5.11. Calculating model of the device with compensating windings



Rys. 5.12. Rozkłady składowych osiowych indukcji magnetycznej ($m_f = 3$, $K_s = 6$, $K_u = 1;2$)
Fig. 5.12. Distributions of axial components of magnetic induction ($m_f = 3$; $K_s = 6$; $K_u = 1;2$)



Rys. 5.13. Rozkłady składowych promieniowych indukcji magnetycznej (m_f = 3, K_s = 6, K_u = 1;2)

Fig. 5.13. Distributions of radial components of magnetic induction (m_f = 3; K_s = 6; K_u = 1;2)

Składowe wektorów pola wyznacza się z zależności podanych w pkt. 4.4.

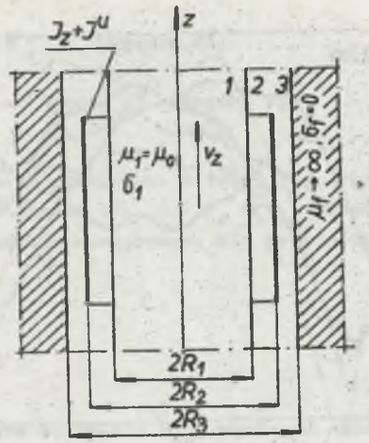
Na rys. 5.12 i 5.13 pokazano obliczone przykładowo według wzorów (5.23), (5.19), (4.13), (4.17) i (4.18) składowe osiowe i promieniowe indukcji magnetycznej dla stanu jałowego, przy h_r = 0,111; h_{ro} = 0,059; R_{r3} = 1,086; J^u_{ro} = 1. Uzwojenie główne jest trójfazowe o sześciu sekcjach (K_s = 6), w których prądy są przesunięte względem sekcji k = 1 (φ_1 = 0) o kąty $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$ (k=1,2...6) (krzywa 1). Ze względu na małą liczbę sekcji i par biegunów (p_b=1) oraz krótki wzbudnik wprowadzono tylko jednofazowe uzwojenie kompensacyjne, zawierające jedną (K_u = 1) lub dwie sekcje (K_u = 2), przy czym $h_{ru} = h_r$ = 0,111; $h_{rw} = h_{ro}$ = 0,059; J^u_{ro} = 1. Obliczenia wykonano przy następujących przesunięciach fazowych prądów w sekcjach kompensacyjnych (względem sekcji k = 1):

a) $\psi_1 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{3}\pi$ (krzywa 2),

b) $\psi_1 = -\frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = \frac{2}{3}\pi$ (krzywa 3),

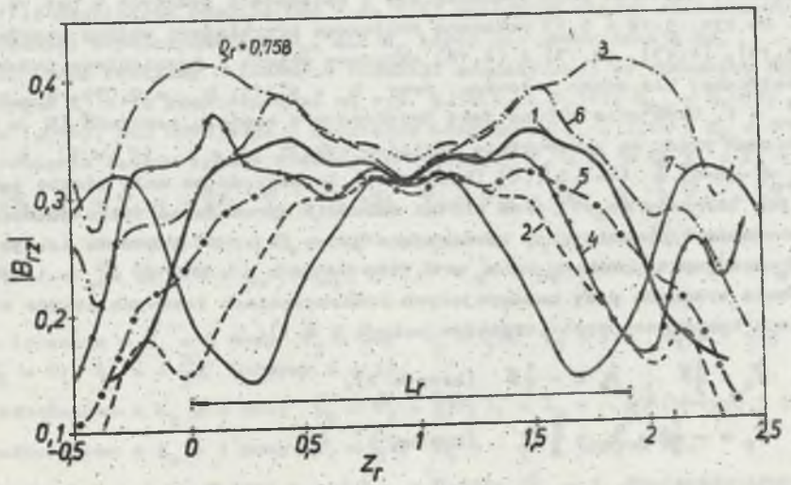
c) $\psi_1 = \frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = -\frac{2}{3}\pi$ (krzywa 4),

d) $\psi_1 = \frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = 0$ (krzywa 5),



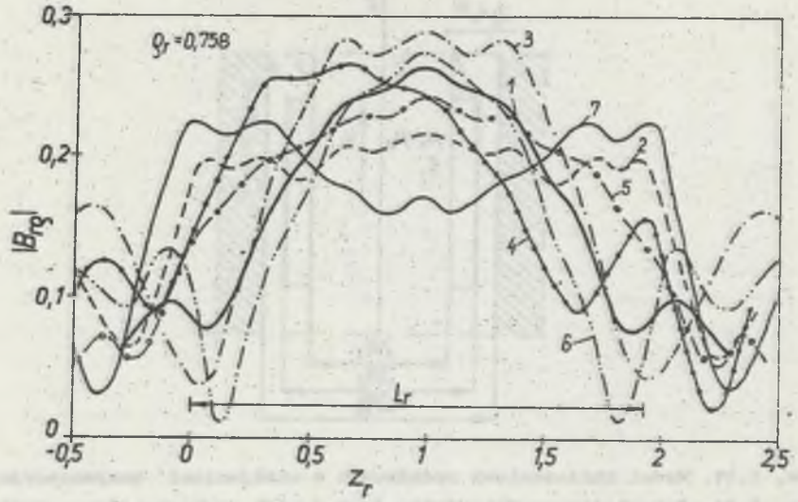
Rys. 5.11. Model obliczeniowy urządzenia z uzwojeniami kompensacyjnymi

Fig. 5.11. Calculating model of the device with compensating windings



Rys. 5.12. Rozkłady składowych osiowych indukcji magnetycznej (m_f = 3, K_s = 6, K_u = 1;2)

Fig. 5.12. Distributions of axial components of magnetic induction (m_f = 3; K_s = 6; K_u = 1;2)



Rys. 5.13. Rozkłady składowych promieniowych indukcji magnetycznej ($m_f = 3$, $K_s = 6$, $K_u = 1;2$)

Fig. 5.13. Distributions of radial components of magnetic induction ($m_f = 3$; $K_s = 6$; $K_u = 1;2$)

Składowe wektorów pola wyznacza się z zależności podanych w pkt. 4.4.

Na rys. 5.12 i 5.13 pokazano obliczone przykładowo według wzorów (5.23), (5.19), (4.13), (4.17) i (4.18) składowe osiowe i promieniowe indukcji magnetycznej dla stanu jałowego, przy $h_r = 0{,}111$; $h_{ro} = 0{,}059$; $R_{r3} = 1{,}086$; $J^u_{ro} = 1$. Uzwojenie główne jest trójfazowe o sześciu sekcjach ($K_s = 6$), w których prądy są przesunięte względem sekcji $k = 1$ ($\varphi_1 = 0$) o kąty $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$ ($k=1,2...6$) (krzywa 1). Ze względu na małą liczbę sekcji i par biegunów ($p_b=1$) oraz krótki wzbudnik wprowadzono tylko jednofazowe uzwojenie kompensacyjne, zawierające jedną ($K_u = 1$) lub dwie sekcje ($K_u = 2$), przy czym $h_{ru} = h_r = 0{,}111$; $h_{rw} = h_{ro} = 0{,}059$; $J^u_{ro} = 1$. Obliczenia wykonano przy następujących przesunięciach fazowych prądów w sekcjach kompensacyjnych (względem sekcji k = 1):

a) $\vartheta_1 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{3}\pi$ (krzywa 2),

b) $\vartheta_1 = -\frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = \frac{2}{3}\pi$ (krzywa 3),

c) $\vartheta_1 = \frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = -\frac{2}{3}\pi$ (krzywa 4),

d) $\vartheta_1 = \frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = 0$ (krzywa 5),

e) $\vartheta_1 = -\frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = \pi$ (krzywa 6),

f) $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{3}\pi$ (krzywa 7).

Współczynniki kompensacji zestawiono w tabl. 5.1. Podano tam również wartości średnie α_B, wyznaczone dla $0 < \varrho_r < R_{r1}$. Współczynnik k_u jest miarą wzrostu zużycia przewodu nawojowego. Dla przyjętego modelu z uzwojeniami foliowymi

$$k_u = 1 + \frac{2K_u h_{ru}}{K_s h_r} . \qquad (5.24)$$

Najbardziej interesujące są zmiany $B_{r\varrho}$, ponieważ składowa ta decyduje o wartościach gęstości siły transportującej f_{rz} oraz siły całkowitej F_{rz}. Największy wzrost wartości średnich obu składowych indukcji uzyskano przy połączeniu szeregowym sekcji kompensacyjnych z sekcjami k = 2 i 5 (krzywa 3). Na krańcach wzbudnika $B_{r\varrho}$ ulega wtedy znacznemu zmniejszeniu, maleje więc strumień pulsujący.

Dla trzech rodzajów połączeń sekcji kompensacyjnych wykonano pomiary rozkładów indukcji w prototypie I ze wzbudnikiem zewnętrznym (wymiary i charakterystyka w tabl. D.1) i na ich podstawie wyznaczono α_B i β_B (tablica 5.1). Największe różnice (od 5 do 11%) występują między obliczonymi i zmierzonymi współczynnikami β_B, dla α_B błędy nie przekraczają 6%.

Obliczone rozkłady składowych indukcji magnetycznej we wzbudniku trójfazowym o $K_s = 12$ przedstawiono na rys. 5.14 ($h_r = 0{,}111$; $h_{ro} = 0{,}059$; $R_{r3} = 1{,}086$). Dla uzwojenia o podziałce biegunowej $\tau_r = 2{,}04$ i $p_b = 1$ przesunięcia fazowe prądów w sekcjach wynoszą: $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; $\varphi_3 = \varphi_4 = -\frac{1}{3}\pi$; $\varphi_5 = \varphi_6 = -\frac{2}{3}\pi$; $\varphi_7 = \varphi_8 = \pi$; $\varphi_9 = \varphi_{10} = \frac{2}{3}\pi$; $\varphi_{11} = \varphi_{12} = \frac{1}{3}\pi$ (krzywa 1), natomiast przy $\tau_r = 1{,}02$ i $p_b = 2$, $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$, gdzie $k = 1,2,...\ 12$ (krzywa 4). Rozpatrzono trzy rodzaje uzwojeń kompensacyjnych:

a) trójfazowe o $K_u = 3$ przy $\vartheta_1 = \frac{2}{3}\pi$; $\vartheta_2 = \frac{1}{3}\pi$; $\vartheta_3 = \pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{3}\pi$; $\lambda_2 = 0$; $\lambda_3 = -\frac{2}{3}\pi$ (krzywe 2 i 5),

b) jednofazowe o $K_u = 2$ przy $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{3}\pi$ (krzywe 3 i 6),

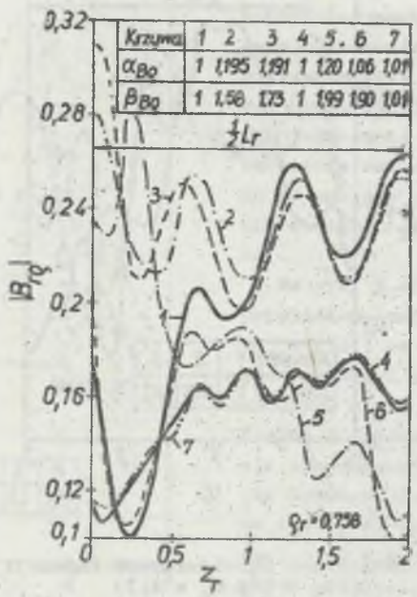
c) jednofazowe o $K_u = 1$ przy $\vartheta_1 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{3}\pi$ (krzywa 7),

przy czym $h_{ru} = h_r = 0{,}111$; $h_{rw} = h_{ro} = 0{,}059$; $J^u_{ro} = 1$. Stwierdzono wzrost wartości średniej składowej promieniowej indukcji ($\alpha_{B\varrho} > 1$) oraz zwiększenie $B_{r\varrho}$ na krańcach wzbudnika ($\beta_{B\varrho} > 1$ dla $z_r = 0$; L_r).

Współczynniki kompensacji wzbudnika trójfazowego o $K_s = 6$
Compensation coefficients of the three-phase inductor with $K_s = 6$

Tablica 5.1

Wariant połączenia - nr krzywej	Obliczenia																								k_u
	Pomiar																								
	$\rho_r = 0{,}758$																								
	α'_{Bz}	$\alpha_{B\rho}$	β_{Bz}			$\beta_{B\rho}$			Wartości średnie				α_{Bz}	$\alpha_{B\rho}$	β_{Bz}			$\beta_{B\rho}$			α'_{Bz}	$\alpha_{B\rho}$	β_{Bz}		
			$z_r=0$	$z_r=L_r$	$\frac{z_r}{L_r}$	$z_r=0$	$z_r=L_r$	$\frac{z_r}{L_r}$	α'_{Bz}	$\alpha_{B\rho}$	β_{Bz}	$\beta_{B\rho}$			$z_r=0$	$z_r=L_r$	$\frac{z_r}{L_r}$	$z_r=0$	$z_r=L_r$	$\frac{z_r}{L_r}$					
a - 2	0,791	1,045	0,53	0,59	1,11	2,26	2,26	1,00	0,77	1,01	0,53	2,26	0,83	1,02	0,58	0,65	1,12	2,1	2,15	1,02					1,33
b - 3	1,126	1,127	1,49	1,49	1,00	0,47	0,80	1,70	1,16	1,16	1,49	0,47	1,10	1,09	1,35	1,40	1,04	0,50	0,75	1,50					1,33
c - 4	0,941	0,989	1,20	0,61	0,51	1,79	1,79	1,00	0,94	1,04	1,20	1,79													1,33
d - 5	0,916	1,089	0,88	0,88	1,00	1,69	1,69	1,00	0,89	1,08	0,88	1,69	0,90	1,10	0,80	0,82	1,02	1,53	1,59	1,04					1,33
e - 6	1,013	0,900	1,04	1,04	1,00	1,22	0,45	0,37	1,09	0,94	1,04	1,22													1,33
f - 7	0,707	1,022	0,70	0,70	1,00	2,62	2,62	1,00	0,66	0,99	0,70	2,62													1,67



Rys. 5.14. Rozkłady składowych promieniowych indukcji magnetycznej ($m_f = 3$, $p_b = 1$, $K_s = 12$, $K_u = 1; 2; 3$)

Fig. 5.14. Distributions of radial components of magnetic induction ($m_f = 3$; $p_b = 1$; $K_s = 12$; $K_u = 1; 2; 3$)

Na rys. 5.15 pokazano składowe $B_{z\rho}$ dla wzbudnika o $K_s = 18$, przy $\psi_k = +(k-1)\frac{2\pi}{3}$ oraz wymiarach jak dla rys. 5.14. Krzywa 1 dotyczy uzwojenia podstawowego. Uzwojenia kompensacyjne zawierają:

a) $K_u = 3$ sekcje, przy $\psi_1 = \frac{2}{3}\pi$; $\psi_2 = \frac{1}{3}\pi$; $\psi_3 = \pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{3}\pi$; $\lambda_2 = 0$; $\lambda_3 = -\frac{2}{3}\pi$ (krzywa 2),

b) $K_u = 2$ sekcje, przy $\psi_1 = \psi_2 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{3}\pi$ (krzywa 3).

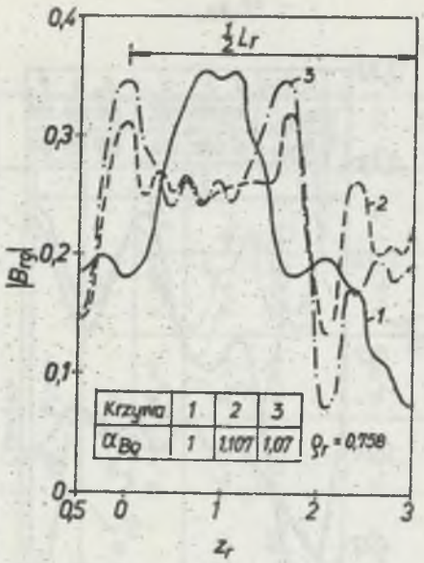
Wyznaczono również zależności $B_{r\rho} = f(z_r)$ dla wzbudnika dwufazowego (rysunek 5.16), przy $h_r = 0{,}192$; $h_{ro} = 0{,}059$; $R_{r3} = 1{,}086$; $J^u_{ro} = 1$. Uzwojenie główne zawiera $K_s = 4$ sekcje o przesunięciach fazowych $\psi_k = (k-1)\frac{\pi}{2}$ (krzywa 1). Rozpatrzono uzwojenia kompensacyjne o $K_u = 1$ oraz

a) $\psi_1 = \frac{1}{2}\pi$; $\lambda_1 = \pi$ (krzywa 2),

b) $\psi_1 = -\frac{1}{2}\pi$; $\lambda_1 = \pi$ (krzywa 3),

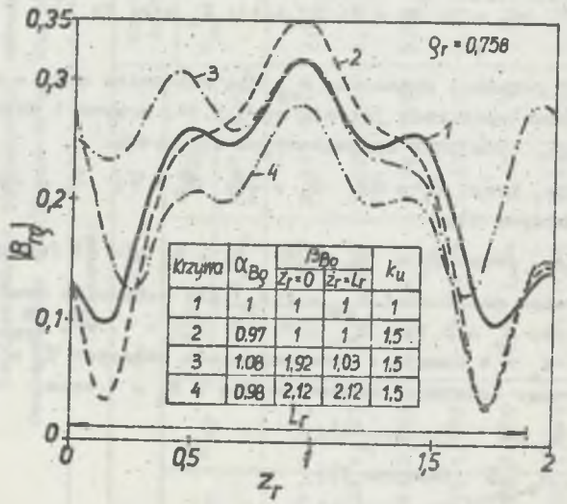
c) $\psi_1 = \pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{2}\pi$ (krzywa 4).

Przedstawione wyżej rozkłady wektorów pola dla różnych rodzajów wzbudników i uzwojeń kompensacyjnych odnoszą się do stanu jałowego. Obliczenia dla tego stanu nie dają oczywiście pełnych informacji o zmianie parametrów



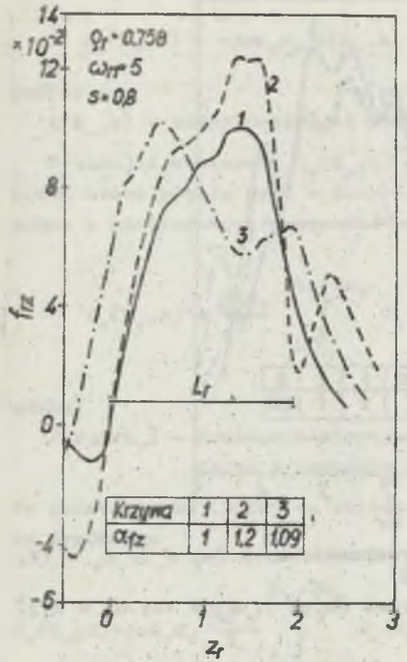
Rys. 5.15. Rozkłady składowych promieniowych indukcji magnetycznej (m_f = 3; K_s = 18; K_u = 2;3)

Fig. 5.15. Distributions of radial components of magnetic induction (m_f = 3; K_s = 18; K_u = 2;3)



Rys. 5.16. Rozkłady składowych promieniowych indukcji magnetycznej (m_f = 2; K_s = 4; K_u = 1)

Fig. 5.16. Distributions of radial components of magnetic induction (m_f = 2; K_s = 4; K_u = 1)



Rys. 5.17. Rozkłady gęstości sił elektrodynamicznych (m_f = 3, K_s = 6, K_u = 1)

Fig. 5.17. Distributions of body forces (m_f = 3; K_s = 6; K_u = 1)

urządzenia po zastosowaniu uzwojeń kompensacyjnych. Jak wykazała praktyka obliczeniowa mogą jednak być przydatne przy wyborze ilości sekcji kompensacyjnych oraz sposobu ich połączenia (kąty ϑ_m i λ_1). Skrócenie czasu obliczeń, w stosunku do analizy przeprowadzanej w stanie obciążenia, jest kilkunastokrotne.

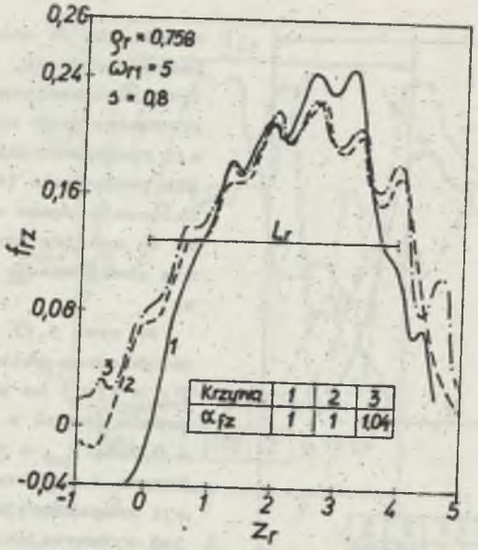
Na rys. 5.17 i 5.18 pokazano przykładowo zmiany gęstości sił $f_{rz} = f(z_r)$ na powierzchni ciekłego metalu (model z rys. 5.11 - R_{r1} = = 0,758; R_{r2} = 1; R_{r3} = 1,086). Krzywe 1 dotyczą wzbudników bez sekcji kompensacyjnych. Parametry uzwojeń wytwarzających rozkłady sił jak na rys. 5.17 są takie same jak dla rys. 5.12 i 5.13, przy czym dla krzywej 2 - $\vartheta_1 = -\frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = \frac{2}{3}\pi$, dla krzywej 3 - $\vartheta_1 = \frac{1}{3}\pi$; $\lambda_1 = 0$. W drugim przypadku (rys. 5.18) parametry uzwojeń są identyczne jak dla rysunku 5.14 (K_s = 12), przy czym dla krzywej 2 - K_u = 2; $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{3}\pi$; dla krzywej 3 - K_u = = 3; $\vartheta_1 = \pi$; $\vartheta_2 = \frac{1}{3}\pi$; $\vartheta_3 = \frac{2}{3}\pi$; $\lambda_1 = -\frac{1}{3}\pi$; $\lambda_2 = 0$; $\lambda_3 = -\frac{2}{3}\pi$.

Materiał zaprezentowany w tym rozdziale opublikowano w pracach [67, 75].

5.2.2. Zwoje zwarte

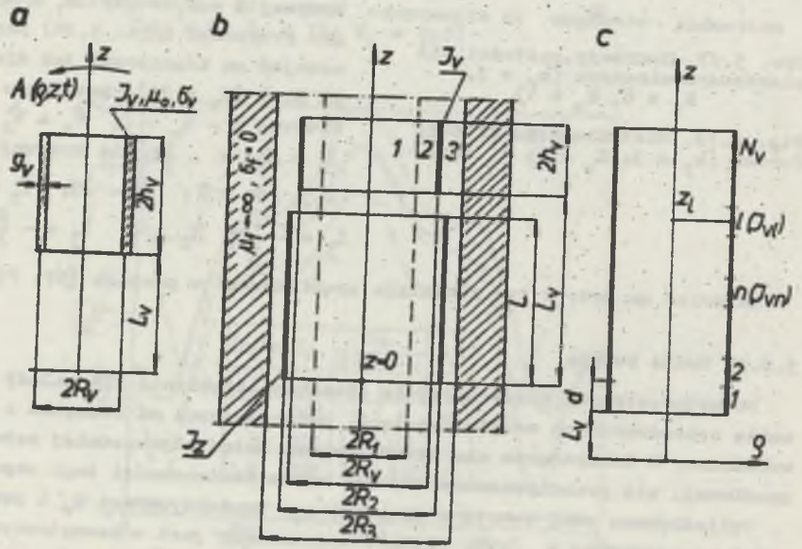
Do najprostszych konstrukcyjnie sposobów osłabienia PEK należy stosowanie cylindrycznych zwojów zwartych, umieszczonych na początku i końcu wzbudnika. W literaturze nie przedstawiono dotąd odpowiedniej metody obliczeniowej, nie przeprowadzono również oceny skuteczności tego rozwiązania.

Cylindryczny zwój zwarty o grubości g_v, konduktywności σ_v i przenikalności magnetycznej μ_0 (rys. 5.19a), umieszczony jest w zewnętrznym polu magnetycznym określonym przez potencjał wektorowy $\vec{A} = (0, A(\varrho, z, t), 0)$. Źródłem tego pola mogą być wzbudniki pola biegnącego, np. w układzie jak na rys. 4.1. Zakłada się, że $h_v \gg g_v$. Gęstość liniową prądu indukowanego w zwoju oznacza się przez $J_v(R_v, z)$, a wytworzony przez niego potencjał wektorowy przez $A_v(\varrho, z)$. Gęstość liniowa prądu w zwoju ma postać



Rys. 5.18. Rozkłady gęstości sił elektrodynamicznych (m_f = 3, K_s = 12, K_u = 2;3)

Fig. 5.18. Distributions of body forces (m_f = 3; K_s = 12; K_u = 2;3)



Rys. 5.19. Zwój zwarty

a - w polu zewnętrznym A(ρ,z,t), b - we wzbudniku zewnętrznym, c - podział na odcinki

Fig. 5.19. Shorted coil

a - in the outer field A(ρ,z,t), b - in the outer inductor; c - division into segments

$$J_v(R_v,z) = -j\omega\sigma_v\varepsilon_v\left[A(R_v,z) + A_v(R_v,z)\right], \tag{5.25}$$

gdzie:

$A(R_v,z)$ - znany potencjał wektorowy pola zewnętrznego.

Potencjał wektorowy $A_v(R_v,z)$ pochodzący od uzwojenia cylindrycznego, przez które płynie prąd o nierównomiernym rozkładzie gęstości $J_v(R_v,z)$, można w analizowanym przypadku przedstawić następująco:

$$A_v(R_v,z) = \frac{\mu_o R_v}{\pi}\int_{L_v}^{L_v+2h_v} J_v(R_v,z')\int_{-\infty}^{\infty} F(p,\varrho=R_v)\, e^{jp(z-L_v-z')}\, dp\, dz', \tag{5.26}$$

gdzie:

$F(p,\varrho=R_v)$ - funkcja zawierająca stałe całkowania $C_1(p)$ i $D_1(p)$, wyznaczona z warunków brzegowych dla potencjału wektorowego.

Po podstawieniu (5.26) do zależności (5.25) otrzymuje się równanie całkowe Fredholma

$$J_v(R_v,z)+j\omega\sigma_v\varepsilon_v\frac{\mu_o R_v}{\pi}\int_{L_v}^{L_v+2h_v} J_v(R_v,z')\int_{-\infty}^{\infty} F(p,\varrho=R_v)\, e^{jp(z-L_v-z')}\, dp\, dz' =$$

$$= -j\omega\sigma_v\varepsilon_v A(R_v,z). \tag{5.27}$$

Równanie (5.27) można rozwiązać tylko w sposób przybliżony, np. metodą przedstawioną szerzej w pracach [35, 36, 97]. Po określeniu gęstości prądu oblicza się składowe wektorów pola od zwoju zwartego, a następnie, poprzez superpozycję z polem zewnętrznym, wyznacza się pole wypadkowe.

Przykładowo rozważono wzbudnik zewnętrzny z rdzeniem magnetycznym ($\mu_{rf} \gg \mu_o$, $\sigma_{rf} = 0$) i zwojem zwartym na końcu uzwojenia (rys. 5.19b). Potencjał wektorowy sprowadza się teraz do postaci

$$A_v(R_v,z) = \frac{\mu_o R_v}{\pi}\int_{L_v}^{L_v+2h_v} J_v(R_v,z')\int_{0}^{\infty} f(p,R_v)I_1(pR_v)\cos p(z-L_v-z')\, dp\, dz', \tag{5.28}$$

gdzie:

$$f(p,R_v) = K_1(pR_v) + I_1(pR_v)\frac{K_o(pR_3)}{I_o(pR_3)}.$$

Po podstawieniu (5.28) do równania (5.25) oraz wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych, podobnie jak w pkt. 4.1, otrzymuje się

$$J_{rv}(R_{rv},z_r) + j\omega_{rv}\sigma_{rv}\frac{R_{rv}}{\pi}\int_{L_{rv}}^{L_{rv}+2h_{rv}} J_{rv}(R_{rv},z_r')\int_0^\infty f_r(p_r,R_{rv})\,I_1(p_rR_{rv})\cdot$$

$$\cdot\cos p_r(z_r-L_{rv}-z_r')\,dp_r\,dz_r' = -j\omega_{rv}\sigma_{rv}A_r(R_{rv},z_r), \qquad (5.29)$$

gdzie:

$$J_{rv}(R_{rv},z_r) = \frac{J_v(R_v,z)}{J_q},$$

$$\omega_{rv} = \omega\mu_o\sigma_v R_q^2,$$

$$R_{rv} = \frac{R_v}{R_q};\quad L_{rv} = \frac{L_v}{R_q};\quad \sigma_{rv} = \frac{\sigma_v}{\sigma_q};\quad z_r' = \frac{z'}{R_q}.$$

Zwój zwarty dzieli się na N_v jednakowych odcinków (rys. 5.19c) o wysokościach

$$d_r = \frac{2h_{rv}}{N_v}$$

o środkach określonych przez współrzędne (R_{rv},z_{rl}). Przyjmuje się, że w obrębie każdego odcinka elementarna funkcja J_{rv} jest stała. Po rozwinięciu gęstości prądu $J_{rv}(R_{rv},z_r)$ w przestrzeni funkcyjnej stosowanej w metodzie momentów [35, 96, 97] otrzymuje się układ równań

$$[a_{ln}]\,[J_{rvl}] = [a_l], \qquad (5.30)$$

gdzie:

$$a_{ln} = \delta_{ln} + \frac{2j\sigma_{rv}\omega_{rv}}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin p_r d_r}{p_r} f_r(p_r,R_{rv})\,I_1(p_rR_{rv})\cdot$$

$$\cdot\cos p_r\left[d_r(l-n)-L_{rv}\right]dp_r,$$

$$\delta_{ln} = \begin{cases} 1 \text{ dla } l = n \\ 0 \text{ dla } l \neq n \end{cases}$$

$$a_l = -\frac{2j\sigma_{rv}\omega_{rv}}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin p_r h_r}{p_r} f_r(p_r,R_{r2})\,I_1(p_rR_{r2})\cdot$$

$$\cdot\sum_{k=1}^{K_s} e^{-j\varphi_k}\cos p_r\left[z_{r1}-h_r(2k-1)-2h_{ro}(k-1)\right]dp_r,$$

$$f_r(p_r,R_{r2}) = K_1(p_rR_{r2}) + I_1(p_rR_{r2})\frac{K_o(p_rR_{r3})}{I_o(p_rR_{r3})},$$

$$z_{rl} = L_{rv} + (2l-1)\frac{d_r}{2},$$

$$l = 1,2,\ldots N_v,$$

$$n = 1,2,\ldots N_v,$$

$$k = 1,2,\ldots K_s.$$

Składowe wypadkowej indukcji magnetycznej wyznacza się na podstawie wzorów (5.28), (5.30), (4.17) i (4.18) następująco

$$B'_{rz}(\varrho_r,z_r) = B_{rz} + \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{N_v} J_{rvi}(z_{ri})\int_0^\infty \sin p_r\frac{d_r}{2} f(p_r,R_{rv})\,I_o(p_r\varrho_r)\cdot$$

$$\cdot\cos p_r(z_r-z_{ri})\,dp_r, \qquad (5.31)$$

$$B'_{r\varrho}(\varrho_r,z_r) = B_{r\varrho} + \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{N_v} J_{rvi}(z_{ri})\int_0^\infty \sin p_r\frac{d_r}{2} f(p_r,R_{rv})I_1(p_r\varrho_r)\cdot$$

$$\cdot\sin p_r(z_r-z_{ri})\,dp_r, \qquad (5.32)$$

gdzie:

B_{rz}, $B_{r\varrho}$ - składowe indukcji magnetycznej we wzbudniku bez zwoju zwartego,

$$B_{rz} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \sin p_r h_r\cdot f(p_r,R_{r2})I_o(p_r\varrho_r)\cdot$$

$$\cdot\sum_{k=1}^{K_s} e^{-j\varphi_k}\cos p_r\left[z_r-h_r(2k-1)-2h_{ro}(k-1)\right]dp_r, \qquad (5.33)$$

$$B_{r\varrho} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} \sin p_r h_r \cdot f(p_r, R_{r2}) I_1(p_r \varrho_r) \cdot \sum_{k=1}^{K_s} e^{-j\varphi_k} \sin p_r\left[z_r - h_r(2k-1) - 2h_{ro}(k-1)\right] dp_r, \qquad (5.34)$$

$J_{rvi}(z_{ri})$ - rozwiązania układu równań (5.30) w punktach

$$z_{ri}(i = 1,2,\ldots N_v),$$

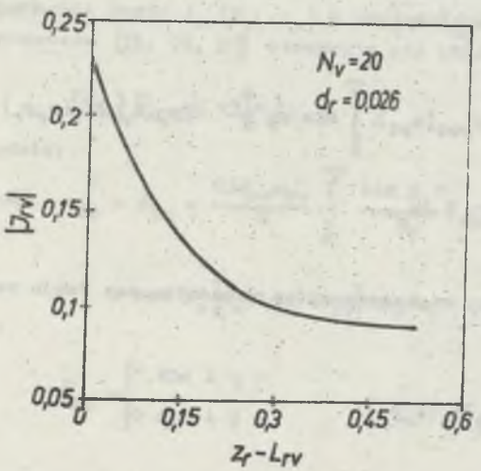
$$z_{ri} = L_{rv} + (2i-1)\frac{d_r}{2}.$$

Straty mocy czynnej w zwoju wynoszą w przybliżeniu

$$P_v = \frac{h_v J_q^2}{\sigma_v} p_{rv},$$

gdzie:

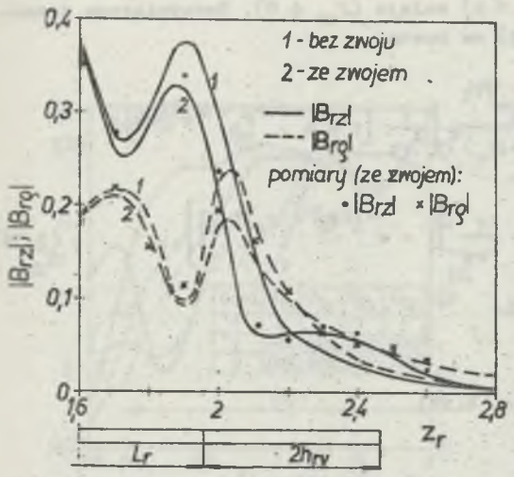
$$P_{rv} = 16\pi R_{rv} \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} |J_{rvi}(z_{ri})|^2.$$



Rys. 5.20. Rozkład gęstości prądu indukowanego w zwoju zwartym

Fig. 5.20. Density distribution of the induced current in the shorted coil

Na rys. 5.20 przedstawiono rozkład gęstości liniowej prądu indukowanego w zwoju zwartym, umieszczonym we wzbudniku (rys. 5.19b) o parametrach: $R_{r2} = R_{rv} = 1$; $R_{r3} = 1{,}086$; $h_r = 0{,}111$; $h_{ro} = 0{,}059$; $\varepsilon_{rv} = 0{,}05$; $L_{rv} = 1{,}92$; $J_{ro} = 1$; $\omega_{rv} = 200$; $K_s = 6$; $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$. Na rys. 5.21 pokazano obliczone rozkłady składowych indukcji magnetycznej na krańcu wzbudnika bez zwoju i ze zwojem zwartym. Działanie zwoju jest nieznaczne, niewielkie zmiany obrazu pola występują jedynie w pobliżu zwoju. Fakt ten potwierdziły pomiary indukcji magnetycznej i siły działającej



Rys. 5.21. Składowe indukcji magnetycznej w pobliżu zwoju zwartego

Fig. 5.21. Components of magnetic induction near the shorted coil

na rurę aluminiową (ø 0,160/0,135 m) we wzbudniku prototypu I (tabl. D.1). Zwoje zwarte wykonano z miedzi (ε_v = 0,005 m; h_v = 0,025 m; R_v = 0,1 m) i umieszczono na obu krańcach uzwojenia ($L - L_{v1} = 0$). Uzyskano dobrą zbieżność wyników pomiarowych z obliczeniami (rysunek 5.21). Różnice nie przekraczają 11% (średnio 6%). Stwierdzono, że wprowadzenie zwojów zwartych spowodowało zmniejszenie wartości średnich B_ϱ i B_z o ok. 1%, nie wpłynęło na zmianę siły działającej na metal, prądów oraz impedancji fazowych.

Materiał przedstawiony w tym rozdziale opublikowano w pracy [72].

5.2.3. Stopniowanie okładu prądowego

Stopniowanie okładu prądowego uzyskuje się przez zróżnicowanie liczby zwojów w sekcjach - zmniejszenie na krańcach wzbudnika [108]. Na przykład w opisanych w [2] pompach cylindrycznych o K_s = 36, p_b = 2 i 3 w sześciu sekcjach skrajnych obniżono liczbę zwojów od 50% do 25% w stosunku do sekcji środkowych (k = 7÷30). Stwierdzono doświadczalnie wzrost sprawności, głównie dzięki zmniejszeniu strat mocy związanych z PEK oraz zmniejszeniu składowej przeciwnej kolejności faz.

Podobnie jak w pkt. 4.3 rozpatrzono dwa rodzaje cylindrycznych uzwojeń foliowych. Dla uzwojenia ciągłego o wysokości całkowitej L przyjęto, że gęstość prądu zmienia się następująco:

$$J_i^g(\varrho = R_i, z) = \begin{cases} J_{oi}\frac{z}{l_p} e^{-j(\alpha z - \psi_i)} & \text{dla } 0 < z < l_p \\ J_{oi} e^{-j(\alpha z - \psi_i)} & \text{dla } l_p < z < L - l_k \\ J_{oi}\frac{L-z}{l_k} e^{-j(\alpha z - \psi_i)} & \text{dla } L - l_k < z < L \\ 0 & \text{dla } 0 > z > L \end{cases} \qquad (5.35)$$

Tak więc na początku wzbudnika ($0 < z < l_p$) okład prądowy rośnie liniowo ($0 \div J_{oi}$), na końcu ($L-l_k < z < L$) maleje ($J_{oi} \div 0$). Bezwymiarowa transformata Fouriera funkcji (5.35) ma postać

$$\mathcal{J}^{\varepsilon}_{ri}(\varrho_r = R_{ri}, p_r) = \frac{J_{roi}\, e^{j\psi_1}}{(p_r + \alpha_r)^2}\left\{\frac{1}{l_{rk}}\left[1 - e^{-j(p_r+\alpha_r)l_{rk}}\right]\cdot e^{-j(p_r+\alpha_r)(L_r - l_{rk})} - \frac{1}{l_{rp}}\left[1 - e^{-j(p_r+\alpha_r)l_{rp}}\right]\right\}, \tag{5.36}$$

gdzie:

$$l_{r(p,k)} = \frac{l_{p,k}}{R_q},$$

W uzwojeniu wielosekcyjnym (rys. 4.2b)

$$J^{\varepsilon}_{1}(\varrho = R_i, z) = \begin{cases} J_{ki}\, e^{-j\varphi_k} & \text{dla } 2(k-1)(h+h_o) < z < 2kh + 2h_o(k-1) \\ 0 & \text{dla pozostałych } z \end{cases} \tag{5.37}$$

gdzie:

$k = 1,2,\ldots K_s$,

$$J_{ki} = \frac{w_{ki} I_{oi}}{2h},$$

J_{ki} - gęstość liniowa prądu w k-tej sekcji o liczbie zwojów w_k,

$R_i = R_{w,z}$.

Obliczając transformatę Fouriera gęstości prądu (5.37) otrzymuje się

$$\mathcal{J}^{\varepsilon}_{ri}(\varrho_r = R_{ri}, p_r) = 2J_{roi}\,\frac{\sin p_r h_r}{p_r}\sum_{k=1}^{K_s} w_{rki}\, e^{-j(p_r h_{rk} + \varphi_k)}, \tag{5.38}$$

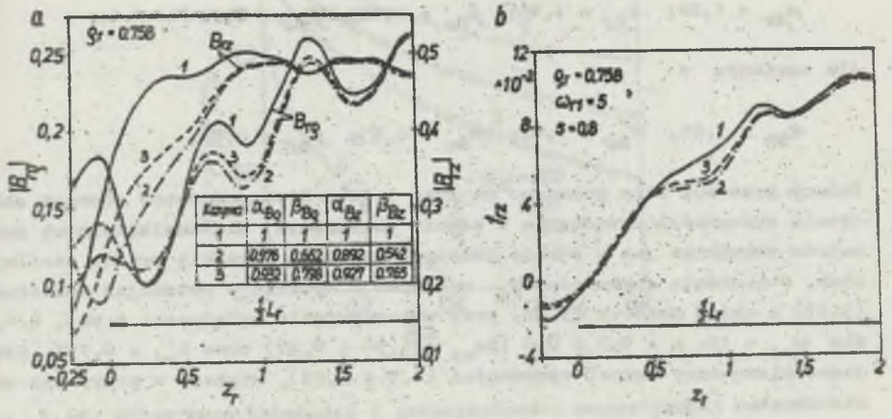
gdzie:

$$w_{rki} = \frac{w_{ki}}{w_q},$$

w_q - liczba zwojów odniesienia.

Pozostałe oznaczenia jak dla wzoru (4.13).

Potencjały wektorowe oraz pozostałe wektory pola i parametry urządzeń ze stopniowaniem okładu prądowego wzbudnika wyznacza się po wprowadzeniu transformat (5.36) lub (5.38) do układu równań (4.6) oraz zależności podanych w pkt.4.4.



Krzywa	$\alpha_{B\varrho}$	$\beta_{B\varrho}$	α_{Brz}	β_{Brz}
1	1	1	1	1
2	0.978	0.662	0.892	0.542
3	0.952	0.798	0.927	0.765

Rys. 5.22. Rozkłady składowych indukcji magnetycznej (a) oraz gęstości siły (b) we wzbudniku ze stopniowaniem okładu prądowego

Fig. 5.22. Distributions of magnetic induction components (a) as well as body force (b) in the inductor with gradation of specific electric loading

Analizowano model (rys. 5.11) zawierający wzbudnik ze stopniowaniem okładu prądowego oraz ciekły metal poruszający się ze stałą prędkością v_z. Potencjał wektorowy dla $0 < \varrho_r \leq R_{r1}$ ma analogiczną postać jak (5.23), z tym, że w miejsce $\mathcal{J}^{u}_{r}$ należy wprowadzić $\mathcal{J}^{\varepsilon}_{r}$ według (5.36) lub (5.38).

W stanie jałowym ($\varepsilon_1 = 0$) wyznaczono (rys. 5.22a) indukcję magnetyczną we wzbudniku wielosekcyjnym (gęstość prądu według wzoru (5.37))przy: $h_r = 0{,}111$; $h_{ro} = 0{,}059$; $R_{r2} = 1$; $R_{r3} = 1{,}086$; $K_s = 12$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; $\varphi_3 = \varphi_4 = -\frac{1}{3}\pi$; $\varphi_5 = \varphi_6 = -\frac{2}{3}\pi$; $\varphi_7 = \varphi_8 = \pi$; $\varphi_9 = \varphi_{10} = \frac{2}{3}\pi$; $\varphi_{11} = \varphi_{12} = \frac{1}{3}\pi$ ($\tau_r = 2{,}04$; $P_b = 1$).

Rozpatrzono trzy przypadki:

a) $w_{rk} = 1$ ($k=1,2,\ldots 12$) - bez stopniowania okładu (krzywa 1),
b) $w_{r1} = w_{r12} = 0{,}5$; $w_{r2} = w_{r11} = 0{,}75$; $w_{r3} = w_{r4} = \ldots = w_{r10} = 1$ (krzywa 2),
c) $w_{r1} = w_{r2} = w_{r11} = w_{r12} = 0{,}75$; $w_{r3} = w_{r4} = \ldots = w_{r10} = 1$ (krzywa 3).

Dla stałego (w stosunku do przypadku a) okładu prądowego w wariantach b i c - $\alpha_B < 1$ i $\beta_B < 1$ (rys. 5.22). Po uwzględnieniu równoważnej gęstości prądu wzbudnika

$$J'_{ro} = \frac{K_s J_{ro}}{\sum_{k=1}^{K_s} w_{rk}}$$

otrzymuje się:

- dla wariantu a

$$\alpha_{Bz} = 1{,}02;\quad \alpha_{B\rho} = 1{,}05;\quad \beta_{Bz} = 0{,}62;\quad \beta_{B\rho} = 0{,}71$$

dla wariantu c

$$\alpha_{Bz} = 1{,}01;\quad \alpha_{B\rho} = 1{,}02;\quad \beta_{Bz} = 0{,}83;\quad \beta_{B\rho} = 0{,}87.$$

Zmiany gęstości siły pokazano na rys. 5.22b. Przeprowadzono również obliczenia sprawności urządzenia w stanie obciążenia, dla analogicznych parametrów wzbudnika jak w stanie jałowym. Założono symetrię prądów zasilających. Obliczenia sprawności η_m wykonano w oparciu o potencjał wektorowy (5.23) i okład prądowy (5.38) przy wykorzystaniu zależności z pkt. 4.4, dla $\omega_{r1} = 10$, $s = 0{,}6$ i $0{,}8$ ($Re_{m1} = 1{,}96$ i $0{,}98$) oraz $R_{r1} = 0{,}758$. Stwierdzono nieznaczny wzrost sprawności (1,5 ÷ 2,5%), większy w przypadku wariantu b.

5.3. Oddziaływanie rdzeni magnetycznych

5.3.1. Rozległe rdzenie magnetyczne o $\mu_f > \mu_o$ i $\sigma_f > 0$

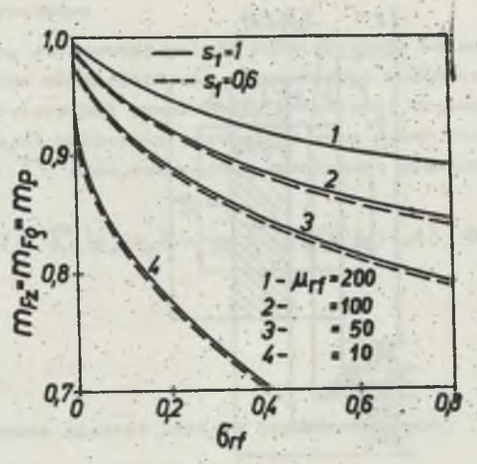
W pkt. 4.2 podano rozwiązanie równania potencjału wektorowego w układzie z rozległymi rdzeniami magnetycznymi, a więc przy $k_{Hf} = \frac{R_f}{L} \gg 1$. Korzystając z niego przeprowadzono dyskusję wpływu μ_f i σ_f na niektóre parametry urządzeń elektromagnetycznych. Analizowano model jak na rys. 5.2a, lecz przy $v_z = \text{const}$. Wtedy liczba jego obszarów redukuje się do M = 5. Stałe całkowania C_{ri} i D_{ri} dla $\rho_r = R_{ri}$ związane są między sobą równaniami (4.7) i tworzą układ równań (4.6). Gęstość prądu wzbudnika J_{rz} ma postać (4.10). Dla oceny wpływu μ_f i σ_f na zmiany parametrów W_r wprowadzono współczynnik

$$m_W = \frac{W_r(\mu_{rf}, \sigma_{rf})}{W_r(\mu_{rf}\to\infty,\ \sigma_{rf} = 0)},$$

gdzie:

np. $W_r = B_r$, F_r, P_r, η_m, Z_r itp.

Obliczenia siły elektrodynamicznej i mocy wydzielanej w metalu przeprowadzono dla $R_{r1} = 0{,}7$; $R_{r2} = 1$; $R_{r3} = 1{,}05$; $R_{r4} = 1{,}4$; $\alpha_r = 2$; $\omega_{r1} = 20$; $L_r = 3{,}14$. Przy $\sigma_{rf} < 0{,}1$ i $\mu_{rf} > 100$ współczynniki m_W dla składowych F_z i F_ρ oraz mocy czynnej P wynoszą $m_{Fz} = m_{F\rho} = m_P > 0{,}95$ (rys. 5.23), gdzie $\sigma_{rf} = \frac{\sigma_f}{\sigma_1}$.



Rys. 5.23. Wpływ konduktywności i przenikalności magnetycznej rdzenia na parametry urządzeń

Fig. 5.23. Influence of conductivity and magnetic permeability of the core upon some electromagnetic parameters

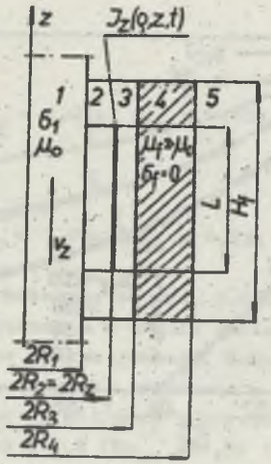
5.3.2. Rdzenie magnetyczne o ograniczonych wymiarach

Założenie $k_{Hf} \gg 1$ upraszcza w zasadniczy sposób analizę pola elektromagnetycznego, jednak oddala znacznie model od rzeczywistego obiektu, ponieważ dla typowych wzbudników pomp, mieszadeł itp. $k_{Hf} = 1{,}05 \div 1{,}2$. Dokonano oceny wpływu skończonej wysokości rdzeni na niektóre parametry urządzeń. Na podstawie wniosków uzyskanych w pkt. 5.3.1 przyjęto, że $\mu_f \gg \mu_o$ oraz $\sigma_f = 0$. Dla przykładu rozważano model ze wzbudnikiem zewnętrznym. Analizę przeprowadzono metodą źródeł wtórnych [101, 102], stosowaną np. w pracach [51, 52, 97] do obliczeń płaskich i cylindrycznych nagrzewnic indukcyjnych.

5.3.2.1. Pole magnetyczne w układzie bez rdzenia magnetycznego

Wyznaczono najpierw potencjał wektorowy dla $\rho_r > R_{rz}$ (rys. 4.1), wytworzony przez wielofazowe uzwojenie zewnętrzne bez rdzenia magnetycznego, o gęstości prądu opisanej np. funkcją (4.13). Jeżeli przyjąć w układzie równań (4.6): $\gamma_{rw} = 0$; $\mu_{r(M-1)} = 1$; $\sigma_{r(M-1)} = 0$, wówczas dla $\rho_r \geq R_{rz} = R_{r(M-2)}$

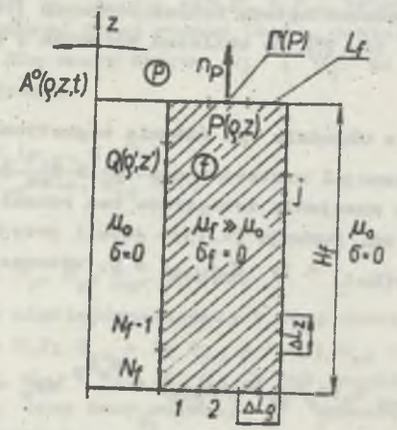
$$A_r^o(\rho_r, z_r) = \frac{R_{rz}}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{rz}\, I_1(p_r R_{rz}) K_1(p_r \rho_r)\, e^{jp_r z_r}\, |dp_r| + \frac{R_{rz}}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{J}_{rz}\, I_{zM}(\beta_r) K_1(p_r R_{rz}) K_1(p_r \rho_r)\, e^{jp_r z_r}\, dp_r. \tag{5.39}$$



Rys. 5.24. Model z rdzeniem magnetycznym o ograniczonych wymiarach
Fig. 5.24. Model with a magnetic core with limited dimensions

Potencjał wektorowy (5.39) jest sumą potencjału wytworzonego przez uzwojenie oraz potencjału związanego z oddziaływaniem elementów przewodzących. Wpływ tego oddziaływania uwzględnia funkcja $f_{zM}(\beta_r)$ wyznaczona po rozwiązaniu układu równań (4.6). Przykładowo, dla układu z rys. 5.24 (M=5):

$$f_{zM}(\beta_r) = \frac{\beta_{r1} I_o(\beta_{r1}R_{r1}) I_1(p_r R_{r1}) - p_r I_1(\beta_{r1}R_1) I_o(p_r R_{r1})}{p_r I_1(\beta_{r1}R_{r1}) K_o(p_r R_{r1}) - \beta_{r1} I_o(\beta_{r1}R_{r1}) K_1(p_r R_{r1})} \qquad (5.40)$$



Rys. 5.25. Podział obwodu rdzenia magnetycznego L_f
Fig. 5.25. Division of perimeter of the magnetic core L_f

5.3.2.2. Pole wypadkowe

Zgodnie z ideą stosowanej metody oddziaływanie rdzenia magnetycznego na pole zewnętrzne uwzględnia się wprowadzając dodatkowe prądy wtórne (Ampere'a) na powierzchni granicznej, określonej krzywą L_f (rys. 5.25). Wypadkowy potencjał wektorowy jest wtedy sumą dwóch składowych: zewnętrznego potencjału $\vec{A}^o$ oraz potencjału wywołanego prądami powierzchniowymi

$$\vec{A}_{r1}(\varrho_r,z_r) = \vec{A}^o_{r1}(\varrho_r,z_r) + \frac{1}{2\pi}\oint_{L_f} \vec{\tau}_\Theta \Gamma_r(Q) K_r(P,Q)\, dL_{fQ} \quad , \qquad (5.41)$$

gdzie:

$$\Gamma_r(Q) = \frac{\Gamma(Q)}{J_q},$$

$\Gamma(Q)$ - nieznana gęstość liniowa prądów wtórnych,

P - punkt obserwacji (ϱ_r,z_r),

Q - punkt położenia źródła (ϱ'_r,z'_r).

Zgodnie z (5.39) i (4.13)

$$K_r(P,Q) = \varrho'_r \int_{-\infty}^{\infty} S(k)\left[I_1(p_r\varrho'_r) + f_{zM}(\beta_r) K_1(p_r\varrho'_r)\right] K_1(p_r\varrho_r) \cdot e^{jp_r(z_r - z'_r)}\, dp_r \quad , \qquad (5.42)$$

gdzie:

$$S(k) = \sum_{k=1}^{K_s} e^{-j\left[2p_r h_{ro}(k-1) + \varphi_k\right]}.$$

Po uwzględnieniu warunków brzegowych na powierzchni rdzenia (L_f) oraz skokowej zmiany składowej stycznej indukcji magnetycznej na granicy: ferromagnetyk-powietrze, o wartość $\pm \mu_o \frac{\Gamma(P)}{2}$ [10], otrzymuje się równanie całkowe Fredholma dla gęstości prądu

$$\vec{\tau}_\Theta \Gamma_r(P) - \frac{1}{\pi} k_\mu \oint_{L_f} \vec{n}_p \times \vec{\tau}_\Theta \Gamma_r(Q) \times \operatorname{grad}_p K_r(P,Q)\, dL_{fQ} = -2k_\mu \vec{n}_p \times \operatorname{rot} \vec{A}^o_r(P), \qquad (5.43)$$

gdzie:

$$k_\mu = \frac{\mu_{rf} - 1}{\mu_{rf} + 1}.$$

Z warunku bezźródłowości pola magnetycznego wynika

$$\oint_{L_f} \Gamma_r(P)\ dL_{fP} = 0 \ . \tag{5.44}$$

Sposób przybliżonego rozwiązania (5.43) omówiono m.in. w pracach [51, 52, 97]. Obwód rdzenia L_f dzieli się na N_f odcinków o wysokościach $\Delta L_{r\varrho}$ i ΔL_{rz}. Równania (5.43) i (5.44) przybliża się układem N_f równań algebraicznych, a po ich rozwiązaniu otrzymuje się gęstości prądu na powierzchni ferromagnetyka Γ_1, Γ_2 ... Γ_{Nf}, o stałych wartościach w obrębie elementów podziału ΔL_{rj}. Wówczas, zgodnie z (5.41), potencjał wektorowy

$$\vec{A}_{ri}(\varrho_r,z_r) = \vec{A}^{\circ}_{ri}(\varrho_r,z_r) + \frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{N_f}\oint_{\Delta L_{rj}} \vec{i}_{\theta}\,\Gamma_r(Q)K_r(P,Q)\,dL_{fQ} \ , \tag{5.45}$$

gdzie:

$j = 1,2,\ldots N_f$,

ΔL_{rj} - element podziału obwodu rdzenia o współrzędnych środka (ϱ_{rj}, z_{rj}).

Składowe wektora indukcji magnetycznej wyznacza się na podstawie (4.16) i (5.45) następująco

$$B_{r\varrho i}(\varrho_r,z_r) = B^{\circ}_{r\varrho i} - \frac{1}{2\pi}\sum_{m=1}^{N_f}\Gamma_r(Q)\,\frac{\partial K_r(P,Q)}{\partial z_r} \ , \tag{5.46}$$

$$B_{rzi}(\varrho_r,z_r) = B^{\circ}_{rzi} + \frac{1}{2\pi}\sum_{m=1}^{N_f}\Gamma_r(Q)\,\frac{1}{\varrho_r}\,\frac{\partial[\varrho_r K_r(P,Q)]}{\partial \varrho_r} \ . \tag{5.47}$$

Pozostałe wektory pola i parametry urządzeń oblicza się z zależności podanych w pkt. 4.4.

5.3.2.3. Wpływ skończonej wysokości rdzenia na parametry elektromagnetyczne

Wpływ uwzględnienia skończonych wymiarów rdzenia magnetycznego na wartości indukcji magnetycznej i siły transportującej zbadano dla wzbudników o parametrach podanych w pkt. 5.2.1 (dane dla rys. 5.12 - krzywa 1 i rys. 5.14 - krzywa 1). Obliczenia składowej promieniowej indukcji wykonano dla modelu z rdzeniem magnetycznym nieskończenie rozległym ($k_{Hf} \to \infty$), według zależności z pkt. 4 oraz dla modelu z rdzeniem magnetycznym o skończonej wysokości (rys. 5.24), według wzorów z pkt. 5.3.2.2 - dla dwóch wartości k_L i k_{Hf}, przy czym $k_L = \frac{L_r}{R_{rz}}$; $k_{Hf} = \frac{H_{rf}}{L_r}$.

Tablica 5.2

Wartości średnie składowej promieniowej indukcji magnetycznej we wzbudniku zewnętrznym ($\varrho_r = 0{,}606$)

Mean values of radial component of magnetic induction in the outer induotor ($\varrho_r = 0{,}606$)

$\tilde{\tau}_r$	k_L	k_{Hf}	$\lvert B_{r\varrho}\rvert$	
			Obliczenia	Pomiar
1,02	1,92	∞	0,1235	-
		1,21	0,1167	0,124
		1,42	0,1201	0,131
2,04	3,96	∞	0,1458	-
		1,12	0,1402	-

Wartości średnie indukcji magnetycznej dla wzbudników w stanie jałowym, wyznaczone dla $z_r = 0 \div L_r$, podano w tabl. 5.2. Zmiany średniej wartości $B_{r\varrho}$ w stosunku do $k_{Hf} \to \infty$ są dla rozpatrywanych wzbudników małe ($\sim 5\%$). Jest to związane ze znaczną wysokością uzwojenia w stosunku do jego promienia (duże wartości k_L) oraz małymi wartościami indukcji na krańcach wzbudnika. Dla typowych wzbudników pomp i mieszadeł indukcyjnych zwykle $k_L > 10$ (np. dla pompy CLIN 3,8/20; $k_L = 28$, dla CLIN 4/200-3; $k_L = 11{,}4$), a wtedy uwzględnienie w obliczeniach skończonej wysokości rdzenia ma jeszcze mniejszy wpływ na dokładność metody obliczeniowej.

Tablica 5.3

Wpływ wysokości rdzenia magnetycznego na siłę elektrodynamiczną ($\tilde{\tau}_r = 1{,}02$)

Influence of magnetic core hight upon electromagnetic force ($\tilde{\tau}_r = 1{,}02$)

k_{Hf}	F_z, N	
	Al	Zn
1,21	137,8	279,1
1,42	141,9	285,1
1,63	144,0	288,3

W tablicy 5.3 podano wartości zmierzonych sił F_z, działających na rurowe wsady stałe umieszczone we wzbudniku zewnętrznym prototypu I (tablica D.1) bez rdzenia wewnętrznego (rys. 5.2b, $R_1 = 0$). Pomiary wykonano w stanie zwarcia (s=1) dla rur:

- aluminiowej o $R_2 = 0{,}12$ m ($R_{r2} = 0{,}606$) i $R_3 = 0{,}15$ ($R_{r3} = 0{,}758$),
- cynkowej o $R_2 = 0{,}135$ m ($R_{r2} = 0{,}682$) i $R_3 = 0{,}175$ m ($R_{r3} = 0{,}884$).

Przy f = 50 Hz - dla Al $\omega_{r3} = 130$, natomiast dla Zn $\omega_{r3} = 62$ (w temperaturze 293 K).

Z pomiarów wynika, że zmiana wysokości rdzenia magnetycznego w stosunkowo dużym zakresie ($k_{Hf} = 1{,}2 \div 1{,}6$) w małym stopniu wpływa na siłę elektrodynamiczną ($< 5\%$). Przy większych wartościach k_L wpływ ten będzie jeszcze mniejszy. Nie stwierdzono również dużych zmian impedancji uzwojeń fazowych ($< 3\%$).

Porównanie rozkładów B_ϱ i B_z przy $k_{Hf} \gg 1$ i $k_{Hf} \approx 1$ wykazuje jednak, że występują wyraźne lokalne zmiany $B_{z,\varrho}$ na krańcach wzbudnika. Z tego względu przy wyznaczaniu pola gęstości sił i prędkości w urządzeniach z bardzo krótkimi wzbudnikami ($k_{Hf} \approx 1$, $k_L \leqslant 2$), np. w mieszadłach kadziowych i do strefowego przetapiania oraz w specjalnych piecach wielofazowych powinno uwzględniać się skończone wymiary rdzeni magnetycznych.

5.4. Kształtowanie pola sił elektrodynamicznych w urządzeniach wielowzbudnikowych

W urządzeniach indukcyjnych teoretycznie istnieje możliwość zmiany charakteru rozkładu sił objętościowych, a więc i pola prędkości ciekłego metalu, poprzez stosowanie kilku pracujących równocześnie wzbudników, o różnych podziałkach biegunowych i częstotliwościach prądu zasilania [49].

Rozważono skuteczność tego sposobu w u ządzeniach cylindrycznych. Wypadkowe pole w ciekłym metalu jest superpozycją pól biegnących (o kierunkach zgodnych lub przeciwnych) pochodzących od N_w wzbudników o podziałkach biegunowych τ_n, częstotliwościach prądu zasilania f_n i gęstościach prądu J_{on}, przy czym

$$\vec{J}_s(\varrho,z,t) = \sum_{n=1}^{N_w} \vec{J}_{sn}(\varrho,z,t),$$

$$\vec{B}(\varrho,z,t) = \sum_{n=1}^{N_w} \vec{B}_n(\varrho,z,t).$$

W analizowanych układach $\vec{J}_s = (0,J_s,0)$; $\vec{B} = (B_\varrho,0,B_z)$. Składowe gęstości objętościowej siły wynoszą

$$\vec{f}(\varrho,z,t) = f_\varrho(\varrho,z,t)\vec{i}_\varrho + f_z(\varrho,z,t)\vec{i}_z =$$

$$= \sum_{l=1}^{N_w} \sum_{m=1}^{N_w} \vec{J}_{sl}(\varrho,z,t) \times \vec{B}_m(\varrho,z,t), \qquad (5.48)$$

gdzie:

$l = 1,2,\ldots N_w$,

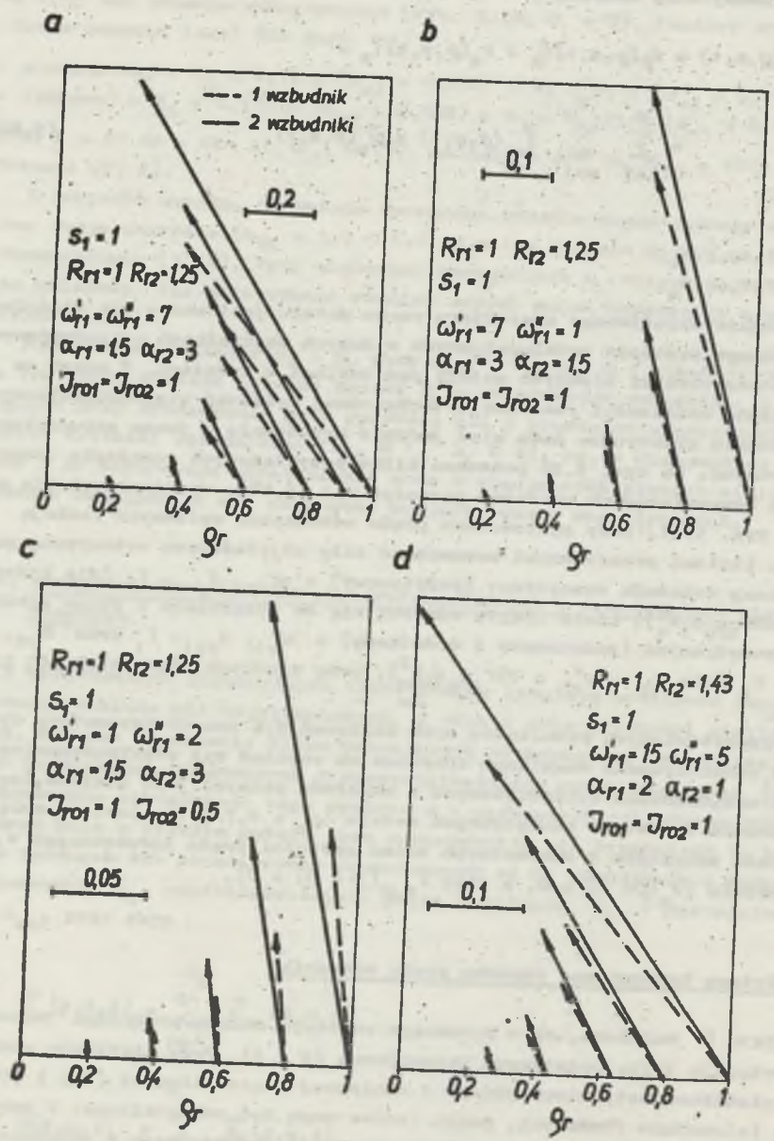
$m = 1,2,\ldots N_w$.

Uzyskanie określonego charakteru ruchu metalu jest ważne dla właściwego przebiegu procesów metalurgicznych w dużych zbiornikach cylindrycznych, np. podczas obróbki ciekłych metali pod żużlami w kadziach. Z uwagi na ograniczone możliwości realizacji technicznej urządzeń wielowzbudnikowych zastosowanie praktyczne może mieć jedynie urządzenie z dwoma wzbudnikami zewnętrznymi. Na rys. 5.26 pokazano kilka przykładowych rozkładów uśrednionych bezwymiarowych wektorów gęstości sił (5.48), wyznaczonych dla modelu z rys. 5.11, przy gęstościach prądu wzbudników opisanych funkcją (4.12). Liniami przerywanymi zaznaczono siły objętościowe wytworzone przez pojedynczy wzbudnik zewnętrzny (podstawowy) o α_{r1}, J_{ro1}, f_1 (dla którego $\omega'_{r1} = 2\pi f_1 \mu_o \sigma_1 R_q^2$). Linie ciągłe odnoszą się do urządzenia z dwoma wzbudnikami zewnętrznymi (podstawowy i dodatkowy) o α_{r1}, J_{ro1}, f_1 oraz α_{r2}, J_{ro2} i f_2 (dla f_2 - $\omega''_{r1} = 2\pi f_2 \mu_o \sigma_1 R_q^2$), przy zgodnych kierunkach pól biegnących.

Z przedstawionych rezultatów oraz obliczeń dla innych parametrów wynika, że oddziaływanie omawianym sposobem na rozkład sił elektrodynamicznych w urządzeniach cylindrycznych z kanałami pełnymi jest możliwe, lecz ograniczone do warstw zewnętrznych metalu ($\varrho_z = 0{,}7 \div 1$). Jest to związane przede wszystkim z charakterem zmian gęstości prądu indukowanego w ciekłym metalu ($J_s(\varrho = 0) = 0$, a więc $f_{z,\varrho}(\varrho = 0) = 0$).

5.5. Wyższe harmoniczne czasowe prądu wzbudnika

W pkt. 4 założono, że w przebiegu czasowym okładu prądowego wzbudnika występuje tylko podstawowa harmoniczna ($\vartheta = 1$). Przy zasilaniu urządzeń elektromagnetycznych prądem o obniżonej częstotliwości (0,5 ÷ 30 Hz), np. z falowników prądowych, prądy fazowe mogą być odkształcone. W pracy [39] przy analizie płaskiego modelu mieszadła indukcyjnego z nieruchomym metalem (s=1) uwzględniono prostokątny przebieg prądu wzbudnika ($\vartheta = 1; 5; 7; 11\ldots$). Nie stwierdzono wyraźnych zmian sił elektrodynamicznych w stosunku do wartości otrzymanych dla $\vartheta = 1$.



Rys. 5.26. Rozkłady gęstości objętościowej siły elektrodynamicznej $\vec{f}_r$ w urządzeniach jedno- i dwuzwbudnikowych (dla z_r = const)

Fig. 5.26. Distributions of body force $\vec{f}_r$ in one and two-inductor devices (for z_r = const)

Rozpatruje się odkształcony przebieg czasowy gęstości liniowych prądu w analizowanych w pkt. 4 modelach cylindrycznych. Przyjmuje się, że gęstości prądu wzbudników mają postaci

$$J_{w,z}(\varrho = R_{w,z}; z,t) = \sum_{\vartheta=1}^{\infty} J_{\vartheta(w,z)}(z)\, e^{j\vartheta\omega t}, \tag{5.49}$$

a wówczas potencjał wektorowy

$$A_1(\varrho,z,t) = \sum_{\vartheta=1}^{\infty} A_{1\vartheta}(\varrho,z) e^{j\vartheta\omega t}. \tag{5.50}$$

Rozwiązanie równania różniczkowego dla potencjału wektorowego (5.50) otrzymuje się podobnie jak w pkt. 4, natomiast pozostałe wektory pola ($\vec{J}_s$, $\vec{B}$) - ze wzorów (4.15) i (4.16). Gęstość objętościowa siły wynosi

$$\vec{f}(\varrho,z,t) = \sum_{\vartheta=1}^{\infty} \vec{J}_{s\vartheta}(\varrho,z,t) \times \sum_{\xi=1}^{\infty} \vec{B}_{\xi}(\varrho,z,t), \tag{5.51}$$

gdzie:

$\vec{J}_s$ - gęstość prądu w ciekłym metalu.

Siły całkowite wyznacza się ze wzorów (4.21) i (4.22), po obliczeniu wartości średnich składowych gęstości (5.51). Przykładowe obliczenia wykonano dla nieskończenie rozległych modeli wielowarstwowych (z pominięciem PEK). Rozwiązania ogólne (4.32) równania potencjału wektorowego mają w tym przypadku postać

$$A_{ri\vartheta}(\varrho_r,z_r,t_r) = \left[C_{ri\vartheta}(\alpha_r) I_1(\beta^{\circ}_{ri\vartheta}\varrho_r) + D_{ri\vartheta}(\alpha_r) K_1(\beta^{\circ}_{ri\vartheta}\varrho_r)\right] \cdot e^{j(\vartheta t_r - \alpha_r z_r)}, \tag{5.52}$$

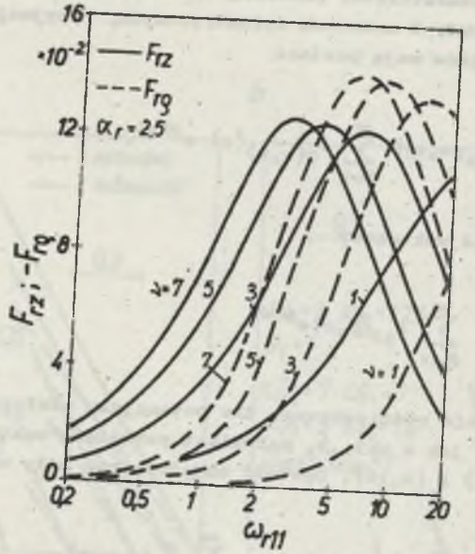
gdzie:

$$\beta^{\circ}_{ri} = \sqrt{\alpha_r^2 + j\omega_{ri\vartheta} s_{i\vartheta}},$$

$i = 1,2,\ldots,M$,

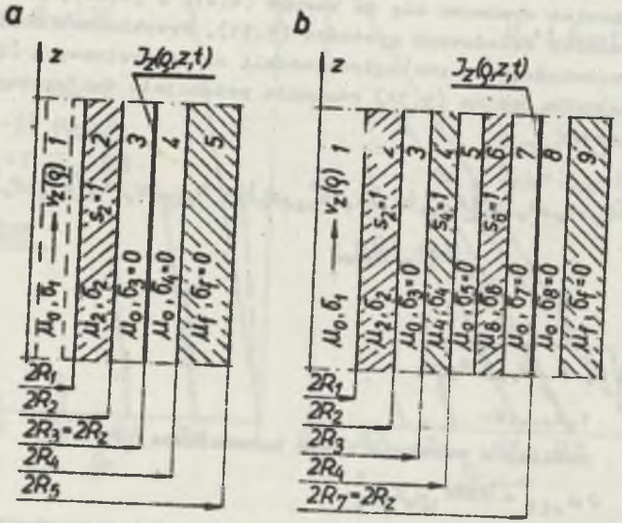
$s_{i\vartheta}$ - poślizg w warstwie i dla harmonicznej ϑ,

$\omega_{ri\vartheta} = \vartheta\omega_{ri1} = \vartheta 2\pi f_1 \mu_0 \sigma_i R_q^2$.



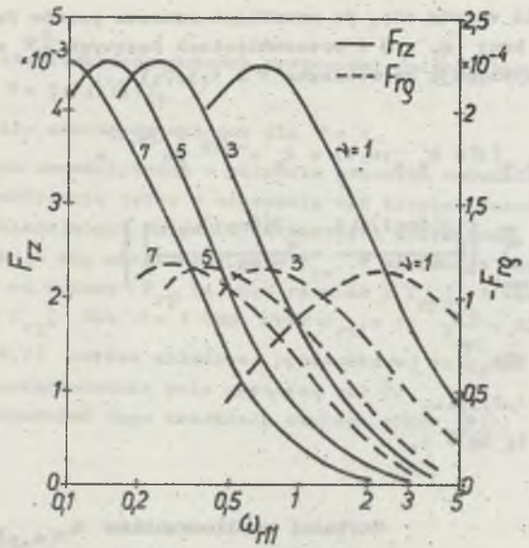
Rys. 5.27. Siły elektrodynamiczne w mieszadle indukcyjnym dla ϑ= 1;3;5 i 7, przy nierównomiernym rozkładzie prędkości

Fig. 5.27. Electromagnetic forces in the induction stirrer for ϑ= 1; 3; 5 and 7 at non-uniform velocity distribution



Rys. 5.28. Modele mieszadeł indukcyjnych bez krystalizatora (a) i z krystalizatorem (b)

Fig. 5.28. Induction stirrer models without a mould (a) and with a mould (b)



Rys. 5.29. Siły elektrodynamiczne w mieszadle indukcyjnym z krystalizatorem, dla ϑ = 1;3;5 i 7

Fig. 5.29. Electromagnetic forces in the induction stirrer with a mould, for ϑ = 1; 3;5 and 7

Na rys. 5.27 pokazano zależność składowych siły całkowitej od parametru ω_{r11} dla ϑ = 1;3;5;7 w mieszadle indukcyjnym do ciągłego odlewania, stosowanym w strefie chłodzenia wtórnego (rys. 1.2b i 5.28a). Obliczenia przeprowadzono dla zmiennego rozkładu prędkości, przy czym $s_{i\vartheta}$ wyznaczono według wzoru (5.13) dla N = 4 i s = 0,7. Wymiary i parametry modelu są następujące: R_{r1} = 0,8; R_{r2} = 1; R_{r3} = 1,38; R_{r4} = 1,42; R_{r5} = 1,6; σ_{r1} = = 1; σ_{r2} = 1,04; σ_{rf} = 0; μ_{rf} = 10^4. Wzrost wartości sił dla ϑ > 1 związany jest ze wzrostem poślizgu $s_{i\vartheta}$ dla ϑ > 1($s_{i\vartheta}$ > s) przy 0 < s < 1.

Siły elektrodynamiczne w mieszadle indukcyjnym z krystalizatorem (rysunek 1.2a i 5.28b) dla harmonicznych nieparzystych wyznaczono dla R_{r1} = = 0,8; R_{r2} = 1; R_{r3} = 1,05; R_{r4} =1,15; R_{r5} = 1,20; R_{r6} = 1,275; R_{r7} = = 1,38; R_{r8} = 1,42; R_{r9} = 1,6; σ_{r1} = 1; σ_{r2} = 1,04; σ_{r4} = 46; σ_{r6} = 69; σ_{rf} = 0 (rys. 5.29). Znaczne obniżenie wartości sił w stosunku do rysunku 5.27 spowodowane jest ekranującym działaniem przewodzących ścianek krystalizatora.

W pracy [39] badano przebiegi czasowe prądów fazowych wzbudnika trójfazowego mieszadła płaskiego, zasilanego z falownika prądowego 0,5 ÷ 30 Hz. Stwierdzono, że przy niskich częstotliwościach, rzędu kilku Hz, przebiegi są zbliżone do prostokątnych, natomiast przy wyższych - mają kształt trapezu.

Jeżeli założy się, że przebiegi czasowe prądów fazowych są prostokątne, wówczas przy $m_f = 3$ i przesunięciach fazowych $\frac{2}{3}\pi$ w okładzie prądowym (5.49) występują harmoniczne $\vartheta = 1;5;7;11...$

$$J_{w,z}(\varrho = R_{w,z}; z, t) = J_o\, e^{-j\alpha z}\left\{e^{j\omega_1 t} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{e^{j(6n+1)\omega_1 t}}{6n+1} - \frac{e^{j(6n-1)\omega_1 t}}{6n-1}\right]\right\}, \qquad (5.53)$$

gdzie:

$\omega_1 = 2\pi f_1$,

$n = 1,2,3,...$

$\vartheta = 1;\ 6n \pm 1$.

Tablica 5.4

Wartości współczynników $k_{\vartheta(z,\varrho)}$

Coefficient values $k_{\vartheta(z,\varrho)}$

k_ϑ	ω_{r1}	Bez krystalizatora		Z krystalizatorem Cu + Cu	
		$v_z=0$	$v_z(\varrho)$ $s_1=0,5$	$v_z=0$	$v_z(\varrho)$ $s_1=0,7$
$k_{\vartheta z}$	1	-0,072	-0,088	-0,006	-0,007
	5	-0,05	-	-0,0004	-0,0005
	10	-0,022	-0,028	-	-
$k_{\vartheta\varrho}$	1	3,25	4,87	0,061	0,076
	5	0,772	-	0,001	0,002
	10	0,229	0,336	-	-

W tablicy 5.4 zestawiono wartości współczynników $k_{\vartheta z}$ i $k_{\vartheta\varrho}$ wyznaczonych dla mieszadeł indukcyjnych o parametrach jak poprzednio (rys. 5.27 i 5.29), lecz przy okładzie prądowym według wzoru (5.53). Współczynniki określające wpływ harmonicznych na wartości sił elektrodynamicznych zdefiniowane są następująco

$$k_{\vartheta(z,\varrho)} = \frac{F_{r(z,\varrho)\vartheta}}{F_{r(z,\varrho)1}}, \qquad (5.54)$$

gdzie:

$F_{r(z,\varrho)\vartheta}$ - siły elektrodynamiczne przy uwzględnieniu harmonicznych $\vartheta = 5;7;11;13$,

$F_{r(z,\varrho)1}$ - siły elektrodynamiczne dla $\vartheta = 1$.

Zawartość wyższych harmonicznych w okładzie prądowym wzbudnika ma wpływ na zmiany F_{rz} praktycznie tylko w mieszadle bez krystalizatora, przy parametrach ω_r odbiegających znacznie od wartości optymalnej, tzn. takiej, przy której uzyskuje się maksymalną siłę F_{rz}. W mieszadle bez krystylizatora bardzo duże są zmiany $F_{r\varrho}$ (a więc również i $f_{r\varrho}$). Z uwagi na $F_{rz} \gg F_{r\varrho}$ $(f_{rz} \gg f_{r\varrho})$ dla $\vartheta = 1$ (np. przy $\omega_{r1} = 1$; $\frac{F_{rz}}{F_{r\varrho}} = 23,6$; przy $\omega_{r11} = 5$; $\frac{F_{rz}}{F_{r\varrho}} = 4,7$) wzrost składowej promieniowej siły nie powoduje jednak wyraźnego zniekształcenia pola gęstości sił $\bar{f}$.

Poszerzenie zagadnień tego rozdziału zawiera praca [71].

6. OBLICZENIA I POMIARY PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH

Zasadniczy program obliczeniowy parametrów rozpatrywanych urządzeń oparto na ogólnym, wielowarstwowym modelu z rys. 4.1, układzie równań (4.6) oraz zależnościach z pkt. 4. Schematy blokowe obliczeń dla wybranych urządzeń zamieszczono w pkt. 7. Maksymalna możliwa do uwzględnienia liczba warstw wynosi M = 12, co pozwala na obliczenia parametrów wszystkich stosowanych w praktyce indukcyjnych pomp, mieszadeł, przepływomierzy oraz pieców, przy nierównomiernym rozkładzie prędkości metalu. Podprogramy umożliwiają rozszerzenie analizy o skończone wymiary rdzeni magnetycznych, wyższe harmoniczne czasowe prądu wzbudnika, stopniowanie okładu prądowego oraz oddziaływanie uzwojeń kompensacyjnych. Obliczenia mogą być prowadzone dla modeli z uzwojeniami nieskończenie rozległymi, z pominięciem PEK lub o skończonej wysokości, przy uwzględnieniu PEK. Przykładowe obliczenia wykonano dla kilkunastu typów urządzeń - pomp, mieszadeł i przepływomierzy, dla stanu jałowego i obciążenia. Wyniki zamieszczono już częściowo w pkt. 5, opublikowano też w pracach [64, 66, 69÷71, 73, 75, 76].

Dalej przedstawiono niektóre charakterystyki wyznaczone dla zbudowanych prototypów pomp i mieszadeł (opis w D.2 i tabl. D.1). Przeprowadzono również ocenę dokładności proponowanych metod drogą weryfikacji doświadczalnej. Warunki pomiarów omówiono krótko w D.2.

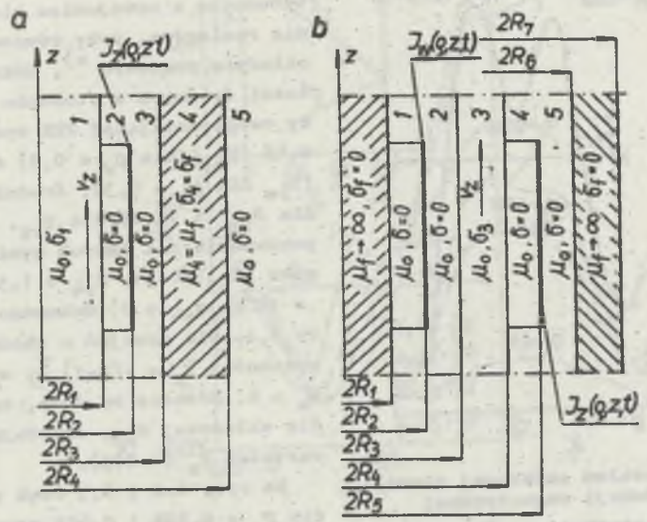
Obliczenia i pomiary dla modeli i prototypów urządzeń z uzwojeniami kompensacyjnymi i zwojami zwartymi oraz przy uwzględnieniu skończonych wymiarów rdzenia magnetycznego przedstawiono już w pkt. 5.

6.1. Stan jałowy

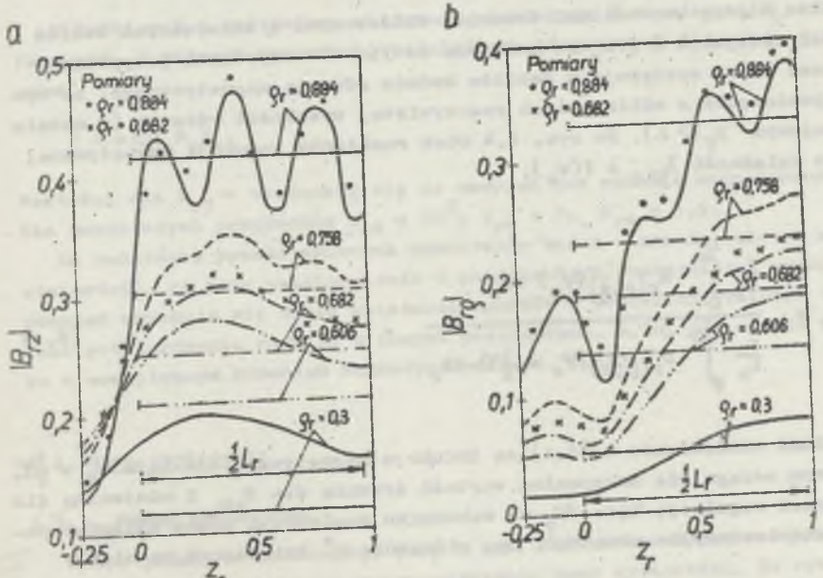
W urządzeniach elektromagnetycznych do transportu i mieszania ciekłych metali najczęściej stosowany jest wzbudnik zewnętrzny (rys. 1.1c,d; 1.2÷1.4). Wyznaczono jego parametry stanu jałowego, dla modelu z rys. 6.1a. Rozkłady indukcji magnetycznej obliczono dla $R_{r3} = 1{,}086$; $R_{r4} = 1{,}5$; $h_{ro} = 0{,}059$; $\mu_{r4} = 10^3$; $G_{r4} = 0$ oraz przy:

a) $m_f = 3$; $K_s = 6$; $h_r = 0{,}111$; $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$ (rys. 6.2) i $\varphi_k = -(k-1)\frac{2\pi}{3}$ (rys. 6.3);

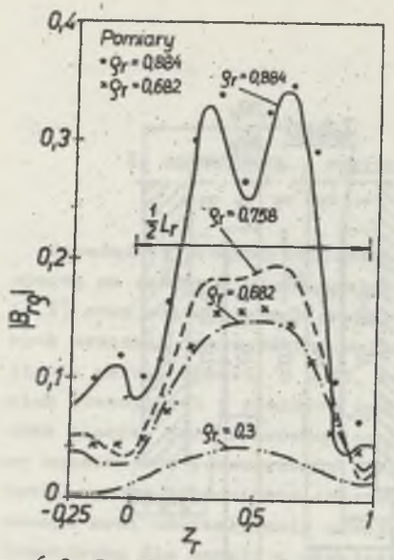
b) $m_f = 2$; $K_s = 4$; $h_r = 0{,}192$ i różnych przesunięciach między prądami fazowymi: $\psi_o = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_4 - \varphi_3$; przy czym $\varphi_1 - \varphi_3 = \varphi_2 - \varphi_4 = \pi$ (rys. 6.4).



Rys. 6.1. Modele obliczeniowe pomp indukcyjnych
Fig. 6.1. Calculating models of induction pumps



Rys. 6.2. Rozkłady składowych indukcji magnetycznej
Fig. 6.2. Distributions of magnetic induction components



Rys. 6.3. Rozkład składowej promieniowej indukcji magnetycznej

Fig. 6.3. Distribution of radial component of magnetic induction

Linie poziome na rys. 6.2 oznaczają wartości indukcji obliczone dla wzbudnika z uzwojeniem nieskończenie rozległym, przy równoważnym okładzie prądowym [x]. Różnice wartości średnich w stosunku do analizy uwzględniającej PEK wynoszą od 0,4% ($B_{r\varrho}$ dla $\varrho_r = 0,3$) do 36% (B_{rz} dla $\varrho_r = 0,3$), średnio 14,8% dla $B_{r\varrho}$ i 15,2% dla B_{rz}. Podobnego porównania dla innych wymiarów wzbudnika ($R_{r3} = 1,1$; $R_{r4} = 1,5$; $\mu_{r4} = 10^3$; $\sigma_{r4} = 0$) dokonano w tablicy 6.1. Dla uzwojeń o skończonej wysokości $\psi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$; $m_f = 3$; $K_s = 6$. Różnice są duże, zwłaszcza dla składowej $B_{r\varrho}$, decydującej o wartości F_z (> 20%).

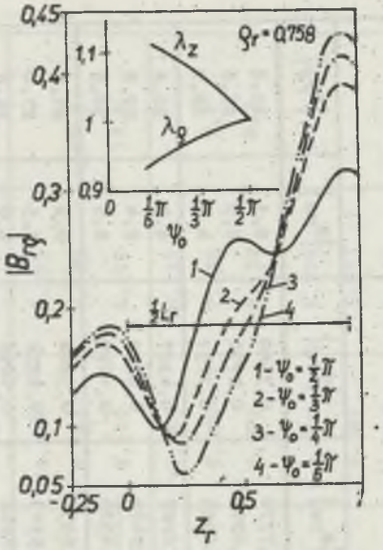
Na rys. 6.2 i 6.3 obok rozkładów dla $\varrho_r = 0,884$ i 0,682 zaznaczono rezultaty pomiarów indukcji magnetycznej w prototypie I (tabl. D.1). Jego wzbudnik (bez rdzenia i uzwojenia wewnętrznego) ma wymiary zgodne z przyjętymi do obliczeń.

Różnice między wartościami średnimi obliczonymi i zmierzonymi wzdłuż wysokości uzwojenia $0 \div L_r$ są mniejsze od 7%. We wszystkich przypadkach największe błędy występują w pobliżu końców rdzenia magnetycznego, co wynika z pominięcia w obliczeniach rzeczywistej wysokości rdzenia (w modelu obliczeniowym $H_f \gg L$). Na rys. 6.4 obok rozkładów indukcji magnetycznej pokazano zależność $\lambda_{\varrho;z} = f(\psi_o)$, gdzie:

$$\lambda_{\varrho;z} = \frac{\frac{1}{L_r}\int_0^{L_r} B_{r(\varrho,z)}(\psi_o)\, dz_r}{\frac{1}{L_r}\int_0^{L_r} B_{r(\varrho,z)}(\psi_o = \frac{1}{2}\pi)\, dz_r} \,. \qquad (6.1)$$

Wielkościami odniesienia w (6.1) są indukcje magnetyczne dla kąta $\psi_o = \frac{1}{2}\pi$, przy którym osiąga się maksymalną wartość średnią dla $B_{r\varrho}$ i minimalną dla B_{rz}. Poprzez regulację kąta ψ_o we wzbudniku dwufazowym można zmieniać parametry eksploatacyjne urządzeń, np. ciśnienie p^e działające na ciekły metal.

[x] Jednakowy średni okład prądowy dla wszystkich uzwojeń.



Rys. 6.4. Składowa promieniowa indukcji magnetycznej we wzbudniku dwufazowym

Fig. 6.4. Radial component of magnetic induction in a two-phase inductor

W tablicy 6.2 zestawiono obliczone reaktancje bezwymiarowe X_r uzwojeń fazowych, o różnych wymiarach, podziałkach biegunowych i liczbie faz, przy czym

$$X = \omega\mu_o R_q X_r. \qquad (6.2)$$

Wartości dla $R_{r3} \to \infty$ odnoszą się do uzwojeń bez rdzenia magnetycznego. Dla pozostałych przypadków $\mu_{r4} = 10^3$; $\sigma_{r4} = 0$; $R_{r4} = 1,5$.

Na podstawie przedstawionych rezultatów badań w stanie jałowym można stwierdzić, że przy uwzględnieniu w obliczeniach rzeczywistej wysokości L uzwojeń uzyskuje się dobrą zbieżność wyników z pomiarami. Wniosek ten znalazł potwierdzenie również w innych przypadkach, m.in. dla modelu wzbudnika z wewnętrznym rdzeniem magnetycznym (rys. 6.1b).

6.2. Stan obciążenia

6.2.1. Pompy indukcyjne

Wybór jednej z konstrukcji pomp z rys. 1.1 uzależniony jest przede wszystkim od wartości wymaganego ciśnienia oraz wydajności. Na rys. 6.5÷6.7 pokazano wpływ ω_r i α_r na ciśnienia i siły elektrodynamiczne w pom-

Tablica 6.1

Wartości średnie B_{rz} i $B_{r\varrho}$
Mean values B_{rz} and $B_{r\varrho}$

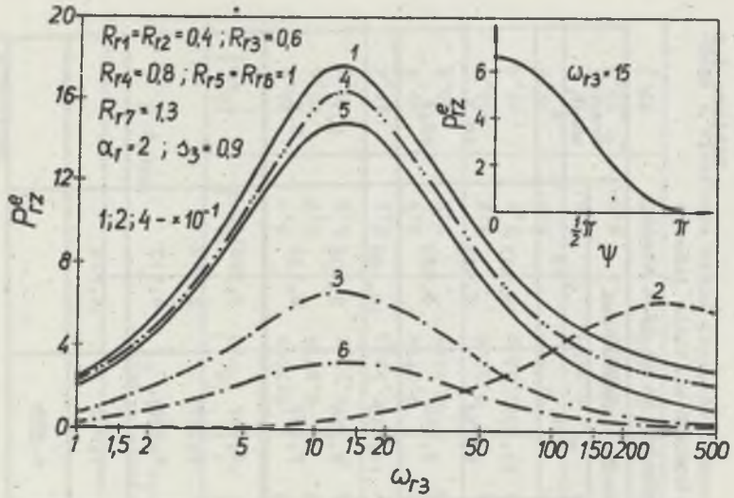
α_r	ϱ_r	Uzwojenie o skończonej długości				Uzwojenie nieskończenie długie x)		Błąd, %	
		h_{ro}	h_r	Indukcja średnia $0 \div L_r$					
				$\lvert B_{rz}\rvert$	$\lvert B_{r\varrho}\rvert$	$\lvert B_{rz}\rvert$	$\lvert B_{r\varrho}\rvert$	$\lvert B_{rz}\rvert$	$\lvert B_{r\varrho}\rvert$
1,5	0,8	0	0,349	0,7199	0,3248	0,7778	0,3989	8,1	22,8
	0,6			0,6343	0,2191	0,6770	0,2774	6,7	26,6
	0,4			0,5810	0,1360	0,6094	0,1751	4,9	28,7
2	0,8	0	0,262	0,6350	0,3322	0,6787	0,4207	6,9	26,6
	0,6			0,5277	0,2136	0,5405	0,2772	2,4	29,8
	0,4			0,4639	0,1284	0,4524	0,1679	2,5	30,8
1,5	0,8	0,075	0,274	0,5854	0,2664	0,6334	0,3248	8,2	21,9
	0,6			0,5129	0,1778	0,5513	0,2259	7,5	27,0
	0,4			0,4685	0,1100	0,4962	0,1426	5,9	29,6
2	0,8	0,075	0,187	0,4729	0,2460	0,5087	0,3153	7,5	28,2
	0,6			0,3915	0,1560	0,4051	0,2078	3,5	33,3
	0,4			0,3443	0,0930	0,3391	0,1258	1,5	35,3

x) Przy $h_{ro} \neq 0$ składowe indukcji magnetycznej wyznaczono dla równoważnej gęstości prądu uzwojenia o skończonej długości

Tablica 6.2

Reaktancje bezwymiarowe uzwojeń fazowych wzbudników zewnętrznych w stanie jałowym
Dimensionless reactance of phase windings of the outer inductor in an idle state

K_s	m_f	τ_r	h_r	h_{ro}	R_{r3}	Reaktancja bezwymiarowa			Średni błąd, %
						X_{r1}	X_{r2}	X_{r3}	
6	3	1,02	0,111	0,059	1	10,461	11,574	10,455	
					1,086	8,533	9,751	8,533	10,5
					∞	6,597	6,440	6,522	10,2
6	3	0,67	0,111	0	1	10,198	11,643	10,198	
					1,086	7,936	9,374	7,936	9,1
					∞	6,132	7,087	6,132	8,3
6	3	2,09	0,349	0	1	6,396	6,817	6,396	
					1,1	5,843	6,327	5,843	
					∞	4,517	4,989	4,517	
3	3		0,561	0,140	1,1	1,772	1,665	1,778	
4	2	2,10	0,421	0,105	1,1	4,379	4,379		

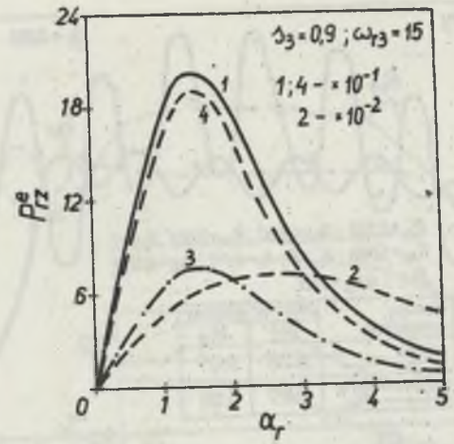


Rys. 6.5. Zależność ciśnienia od parametru ω_r w pompie indukcyjnej (rysunek 6.1b)
(1 - $J_{rz}=1$, $J_{rw}=0$; 2 - $J_{rz}=J_{rw}=1$; $\psi=\pi$; 3 - $J_{rz}=J_{rw}=1$, $\psi=0$; 4 - $J_{rz}=0$, $J_{rw}=1$; 5 - $J_{rz}=1$, $J_{rw}=2$, $\psi=0$; 6 - $J_{rw}=J_{rz}=1$, $\psi=\frac{\pi}{2}$)

Fig. 6.5. Pressure dependence upon ω_r parameter in an induction pump (Fig. 6.1b)
(1 - $J_{rz}=1$, $J_{rw}=0$; 2 - $J_{rz}=J_{rw}=1$; $\psi=\pi$; 3 - $J_{rz}=J_{rw}=1$, $\psi=0$; 4 - $J_{rz}=0$, $J_{rw}=1$; 5 - $J_{rz}=1$, $J_{rw}=2$, $\psi=0$; 6 - $J_{rw}=J_{rz}=1$, $\psi=\frac{\pi}{2}$)

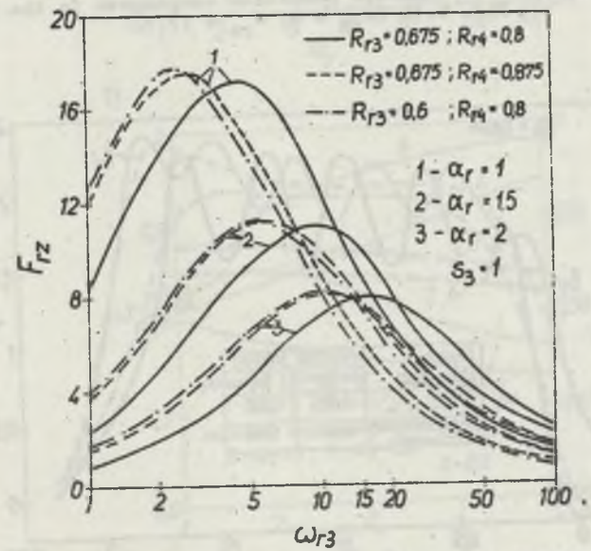
pach ze wzbudnikami jednostronnymi i dwustronnymi (rys. 6.1) oraz nieprzewodzącymi kanałami (rys. 1.1a,b,c). Po dobraniu rodzaju wzbudnika oraz przekroju kanału można wyznaczyć w przybliżeniu średnią prędkość ciekłego metalu (wzór (5.5)), aproksymować jej założony rozkład według zasad podanych w pkt. 5.1 oraz przeprowadzić obliczenia parametrów elektromagnetycznych (rys. 7.1).

Na rys. 6.8 i 6.9 przedstawiono rozkłady indukcji magnetycznej i gęstości sił w pompie ze wzbudnikiem jednostronnym i wewnętrznym rdzeniem magnetycznym (rys. 6.1b - $J_{rw}=0$, $J_{rz}=1$). Wyznaczono je dla okładów prądu danych wzorami (4.9) (uzwojenie ciągłe) i (4.12) (uzwojenie wielosekcyjne). Różnice między wartościami średnimi f_r i B_r nie przekraczają 4%. W obliczeniach sił całkowitych F_r, ciśnienia oraz wartości średnich wektorów pola można więc stosować model z uzwojeniem ciągłym o skończonej wysokości L. Uzyskuje się przy tym wyraźne skrócenie czasu obliczeń. Wnioski te znalazły potwierdzenie w obliczeniach porównawczych dla kilku wariantów danych.



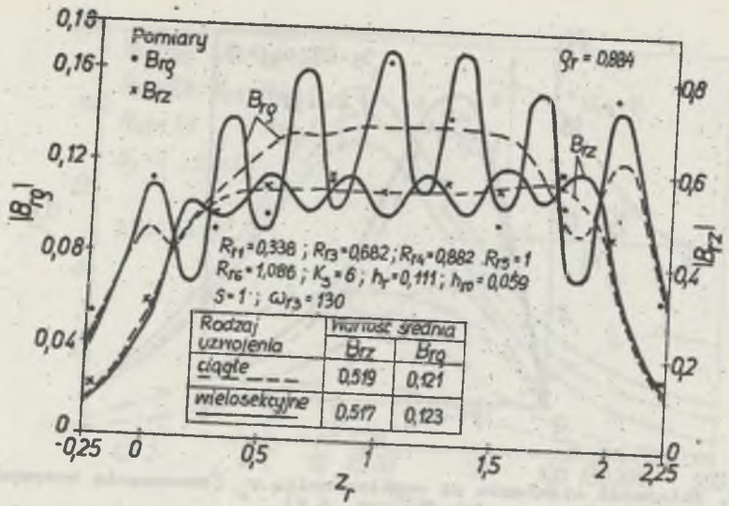
Rys. 6.6. Zależność ciśnienia od współczynnika α_r (oznaczenia krzywych jak dla rys. 6.5)

Fig. 6.6. Dependence of pressure upon α_r coefficient (denotation of curves as in Fig. 6.5)



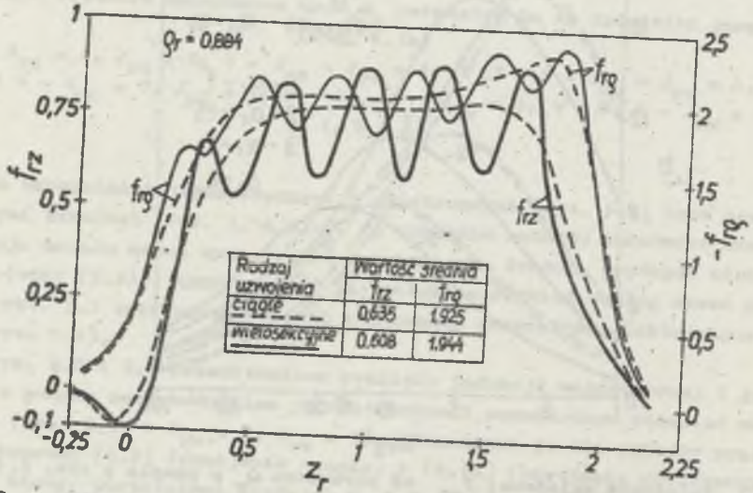
Rys. 6.7. Zależność składowej F_{rz} od parametru ω_r w pompie z rys. 6.1b ($J_{rz}=J_{rw}=1$, $\psi=0$, $R_{r1}=R_{r2}=0,5$; $R_{r5}=R_{r6}=1$; $R_{r7}=1,3$)

Fig. 6.7. Dependence of F_{rz} component upon ω_r parameter in the pump from Fig. 6.1b ($J_{rz}=J_{rw}=1$, $\psi=0$, $R_{r1}=R_{r2}=0,5$; $R_{r5}=R_{r6}=1$; $R_{r7}=1,3$)



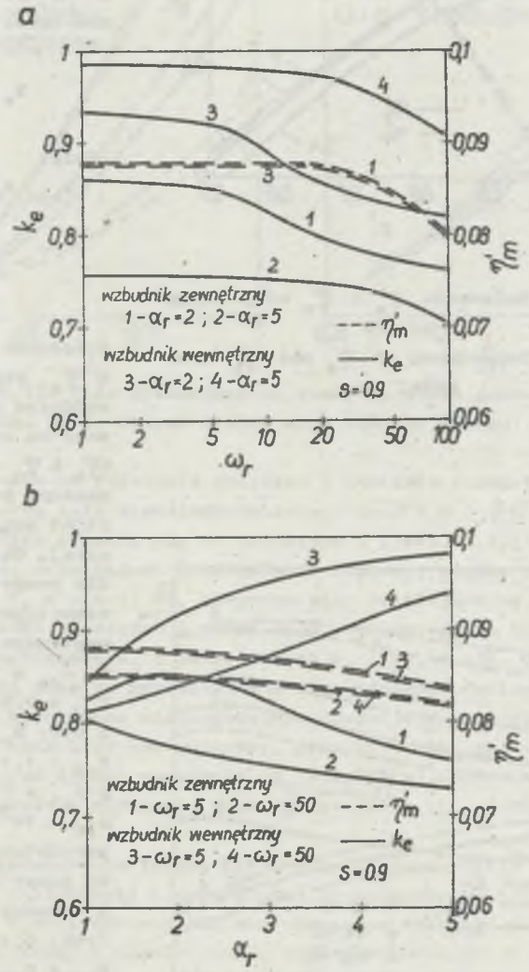
Rys. 6.8. Rozkłady składowych indukcji magnetycznej w pompie z rys. 6.1b (J_{rw} = 0, J_{rz} = 1)

Fig. 6.8. Distributions of magnetic induction components in the pump from Fig. 6.1b (J_{rw} = 0, J_{rz} = 1)



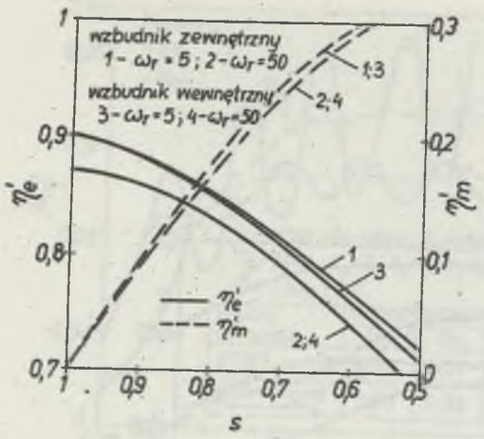
Rys. 6.9. Rozkłady składowych f_{rp} i f_{rz} w pompie z rys. 6.1b (J_{rw} = 0, J_{rz} = 1)

Fig. 6.9. Distributions of f_{rp} and f_{rz} components in the pump from Fig. 6.1b (J_{rw} = 0, J_{rz} = 1)



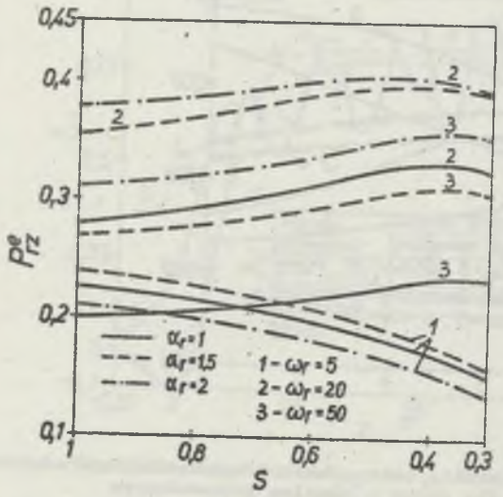
Rys. 6.10. Zależność współczynnika ekranowania i sprawności mechanicznej od ω_r (a) i α_r (b) dla pompy z kanałem przewodzącym

Fig. 6.10. Dependence of screening coefficient and mechanical efficiency coefficient upon ω_r (a) and α_r (b) for the pump with a conductive channel



Rys. 6.11. Zależność η'_e i η'_m od poślizgu metalu

Fig. 6.11. Dependence of η'_e and η'_m upon metal slip



Rys. 6.12. Zależność ciśnienia od poślizgu

Fig. 6.12. Dependence of pressure upon slip

Zastosowanie w pompie obudowy metalowej kanału (stal niemagnetyczna) powoduje m.in. obniżenie ciśnienia, siły i sprawności. Miarą zmniejszenia tych wielkości jest współczynnik ekranowania (rys. 6.10)

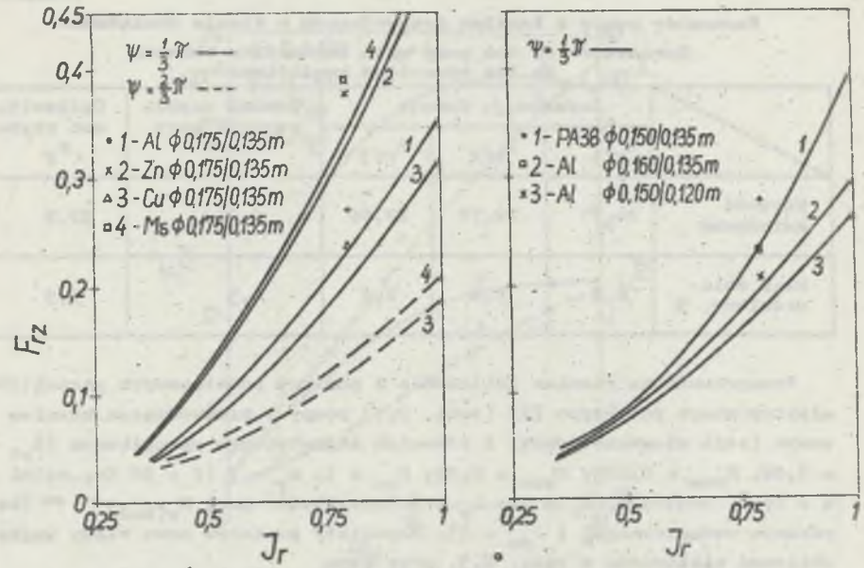
$$k_e = \frac{W_{kp}}{W_{kc}}, \qquad (6.3)$$

gdzie:

W_{kp}, W_{kc} - odpowiednio parametry pomp z kanałem przewodzącym i ceramicznym.

Zależność sprawności η'_e i η'_m pompy z kanałem przewodzącym od s, ω_r i α_r pokazano na rys. 6.10 i 6.11 (η'_e i η'_m - sprawności wyznaczone przy pominięciu strat mocy w uzwojeniu wzbudnika). Obliczenia wykonano dla pompy ze wzbudnikiem zewnętrznym i rdzeniem wewnętrznym (rys. 4.1; J_{rw} = 0, J_{rz} = 1) przy R_{r1} = 0,4; R_{r2} = 0,56; R_{r3} = 0,6; R_{r4} = = 0,8; R_{r5} = 0,84; R_{r6} = 1; R_{r7} = 1,1; σ_{r1} = 0; σ_{r3} = = σ_{r5} = 0,26; σ_{r8} = 0; μ_{r1} = μ_{r8} = 10^3. Na rys. 6.12 przedstawiono charakterystyki pompy z kanałem pełnym i wzbudnikiem zewnętrznym (rys. 6.1a) (R_{r1} = 0,8; R_{r2} = R_{r3} = 1; σ_{r4} = 0; μ_{r4} = 10^3).

Dokładność stosowanych metod obliczeniowych dla różnych modeli oceniono



Rys. 6.13. Siły działające na wsady metalowe rurowe

Fig. 6.13. Forces acting upon tubular charge

w stanie obciążenia na podstawie obliczeń i pomiarów indukcji magnetycznej (rys. 6.8) oraz siły elektrodynamicznej, przy s = 1 [65]. Wymiary i parametry wzbudnika odnoszą się do prototypu I (tabl. D.1). Badano dwa rodzaje połączeń, przy kątach przesunięcia fazowego prądów w sekcjach $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$ i $\varphi_k = -(k-1)\frac{2\pi}{3}$. Mierzono siły działające na rury z aluminium, cynku, miedzi, mosiądzu i stopu PA38, o długościach 0,9 m i różnych promieniach wewnętrznych R_2 i zewnętrznych R_3 (rys. 6.13). Obliczenia wykonano dla modeli pomp ze wzbudnikiem o nieskończenie rozległym uzwojeniu (pkt 4.5) oraz z uzwojeniem wielosekcyjnym. Rezultaty przedstawione na rysunku 6.13 mają charakter bezwymiarowy, przy czym jako promień odniesienia R_q przyjęto promień średni uzwojenia (R_q = 0,099 m), natomiast okład prądowy J_r = 1 odpowiada natężeniu prądu w uzwojeniu I_o = 2000 A (w = 3; 2h = 0,022 m).

W przypadku rozwiązania uwzględniającego PEK (rys. 6.13) różnice między wartościami obliczonymi i zmierzonymi są mniejsze od 17% (średnio 14%). Przy pominięciu w obliczeniach PEK zaobserwowano znacznie większe błędy - średnio ok. 55%. Model z nieskończenie rozległym uzwojeniem nie powinien być więc używany do obliczeń wszystkich parametrów. Ze względu na znacznie krótszy czas obliczeń może być jednak zastosowany przy analizie wielowariantowej (wybór rodzaju pompy) oraz przy doborze optymalnej częstotliwości prądu zasilania i podziałki biegunowej, do wyznaczania współczynnika ekranowania itp., w przypadkach, gdy poszukuje się wartości względnych.

Tablica 6.3

Parametry pompy z kanałem przewodzącym w stanie obciążenia

Parameters of the pump with conductive channel in the operating conditions

	Impedancje fazowe			Średni współczynnik mocy cos φ	Całkowita moc czynna P_r
	Z_{rf1}	Z_{rf2}	Z_{rf3}		
Wartość zmierzona	24,77	22,72	27,86	0,79	59,9
Błąd obliczeniowy, %	6,9	5,4	8,2	6,3	9,5

Przeprowadzono również obliczenia i pomiary podstawowych parametrów elektrycznych prototypu III (tabl. D.1) pompy z przewodzącym kanałem rurowym (stal niemagnetyczna) i rdzeniem magnetycznym wewnętrznym (R_{r1} = = 0,58; R_{rwm} = 0,635; R_{rzm} = 0,79; R_{rz} = 1; ω_r = 1 (f = 50 Hz, metal -Pb); s = 1; $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$; K_s = 12; L_r = 9 (rys. 4.1) przy $R_{r(M-2)} \to \infty$ (bez rdzenia zewnętrznego) i J_{rw} = 0). Rezultaty pomiarów oraz błędy względne obliczeń zestawiono w tabl. 6.3, przy czym

$$Z_{fm} = \omega \mu_o R_q w^2 Z_{rfm},$$

$$P = \omega \mu_o R_q (wI_o)^2 P_r.$$

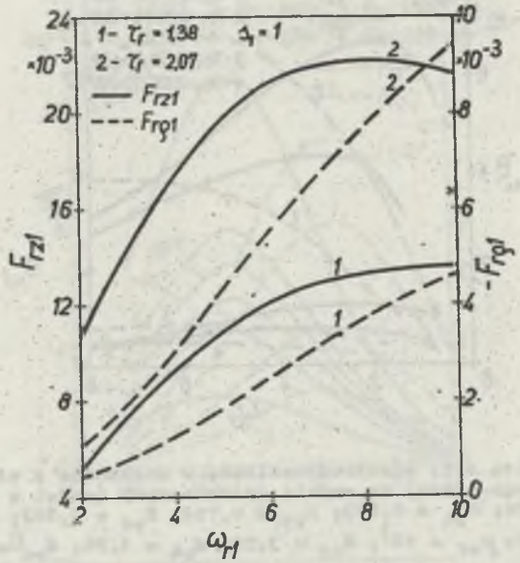
Przy obliczeniach impedancji fazowych Z_{rfm} uwzględniono również rezystancje własne uzwojeń, wyznaczone według zależności stosowanych przy projektowaniu pieców i urządzeń indukcyjnych [81].

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń dla wielu typów, wymiarów i parametrów pomp stwierdzono, że maksymalne wartości ciśnienia uzyskuje się dla stosunkowo szerokiego zakresu zmian ω_r (ω_r = 5÷20) i podziałek biegunowych (α_r = 1,5÷3). Dla każdego konkretnego przypadku konieczne jest uściślenie tych wartości na drodze obliczeniowej. Sprawność elektryczna i mechaniczna pomp dla powyższych zakresów ω_r i τ_r ulega niewielkim zmianom (np. rys. 6.10 i 6.11).

6.2.2. Mieszadła indukcyjne

Mieszadłom stosowanym przy ciągłym i półciągłym odlewaniu metali (rysunek 1.2) odpowiadają modele obliczeniowe pokazane na rys. 5.28. Modele mieszadeł specjalnych (np. kadziowych, do strefowego przetapiania, do pieców wielofazowych) tworzy się w oparciu o model ogólny z rys. 4.1.

Z uwagi na małe prędkości mieszanego metalu (co jest związane z obniżoną częstotliwością prądu zasilania ($\leq$ 50 Hz), ekranującym działaniem krystalizatora lub warstwy zakrzepniętej oraz dużymi poślizgami) wstępne



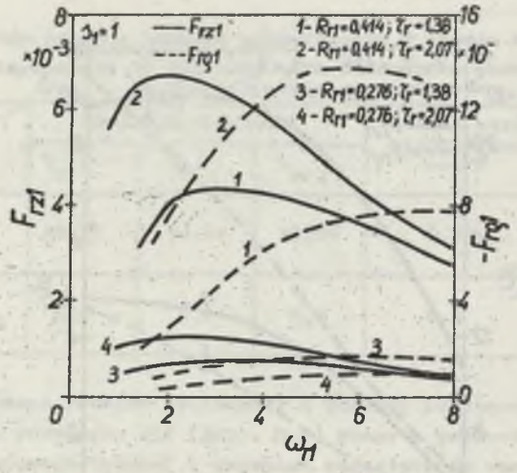
Rys. 6.14. Całkowite siły elektrodynamiczne w mieszadle do metali nieżelaznych (bez krystalizatora) (model z rys. 5.28a - R_{r1} = 0,414; R_{r2} = 0,586; R_{r3} = 1; R_{r4} = 1,138; R_{r5} = 1,5; $\mu_{rf} = 10^3$; σ_{r2} = 3,59)

Fig. 6.14. Total eleotromagnetic forces in the stirrer for non-ferrous metals (without a mould) (the model from Fig. 5.28a - R_{r1} = 0,414; R_{r2} = 0,586; R_{r3} = 1; R_{r4} = 1,138; R_{r5} = 1,5; $\mu_{rf} = 10^3$; σ_{r2} = 3,59)

obliczenia elektromagnetyczne można prowadzić przy s = 1. Konduktywności σ_1, σ_2, σ_4 i σ_6 (rys. 5.28) przyjmuje się dla temperatur średnich założonych lub obliczonych po wyznaczeniu pola temperatur we wlewku i krystalizatorze [77].

W przypadku mieszadeł indukcyjnych określenie działających na metal sił całkowitych F_{rz} i $F_{r\varrho}$ ma znaczenie tylko dla doboru ω_r i τ_r (np. rysunki 6.14÷6.16). Ocenę charakteru mieszania umożliwia dopiero przestrzenny rozkład gęstości sił objętościowych (np. rys. 5.26 i 6.17), wyznaczony przy uwzględnieniu nierównomiernego rozkładu prędkości metalu (pkt.5.1).

Duży wpływ na skuteczność mieszania ma grubość warstwy zakrzepniętej wlewka, zależna m.in. od szybkości i temperatury odlewania, rodzaju metalu i intensywności chłodzenia. Miejsce zainstalowania mieszadła (z czym związana jest grubość $\Delta R_{ro} = R_{r2} - R_{r1}$) jest jedną z ważniejszych informacji wyjściowych do obliczeń. W przypadku mieszania w strefie chłodzenia pierwotnego można przyjąć ΔR_{ro} = 0, natomiast dla mieszadeł stosowanych w strefie chłodzenia wtórnego ΔR_{ro} przyjmuje się na podstawie znajomości procesu technologicznego. Wartość ta może być uściślona po obliczeniu pola



Rys. 6.15. Całkowite siły elektrodynamiczne w mieszadle z krystalizatorem (stal niemagnetyczna-miedź) do metali nieżelaznych (model z rys. 5.28b - $R_{r2} = R_{r3} = 0,586$; $R_{r4} = 0,683$; $R_{r5} = 0,752$; $R_{r6} = 0,862$; $R_{r7} = 1$; $R_{r8} = 1,138$; $R_{r9} = 1,5$; $\mu_{rf} = 10^3$; $\sigma_{r2} = 3,59$; $\sigma_{r4} = 1,84$; $\sigma_{r6} = 10,2$)

Fig. 6.15. Total electromagnetic forces in the stirrer with a mould (non-magnetic steel - copper) for non-ferrous metals (the model from Fig. 5.28b - $R_{r2} = R_{r3} = 0,586$; $R_{r4} = 0,683$; $R_{r5} = 0,752$; $R_{r6} = 0,862$; $R_{r7} = 1$; $R_{r8} = 1,138$; $R_{r9} = 1,5$; $\mu_{rf} = 10^3$; $\sigma_{r2} = 3,59$; $\sigma_{r4} = 1,84$; $\sigma_{r6} = 10,2$)

temperatury oraz analizie zjawisk kinetyki krzepnięcia wlewka(D.3) [77, 82]. Wpływ ΔR_{ro} na niektóre parametry mieszadła można ocenić korzystając z rys. 6.16 i 6.18.

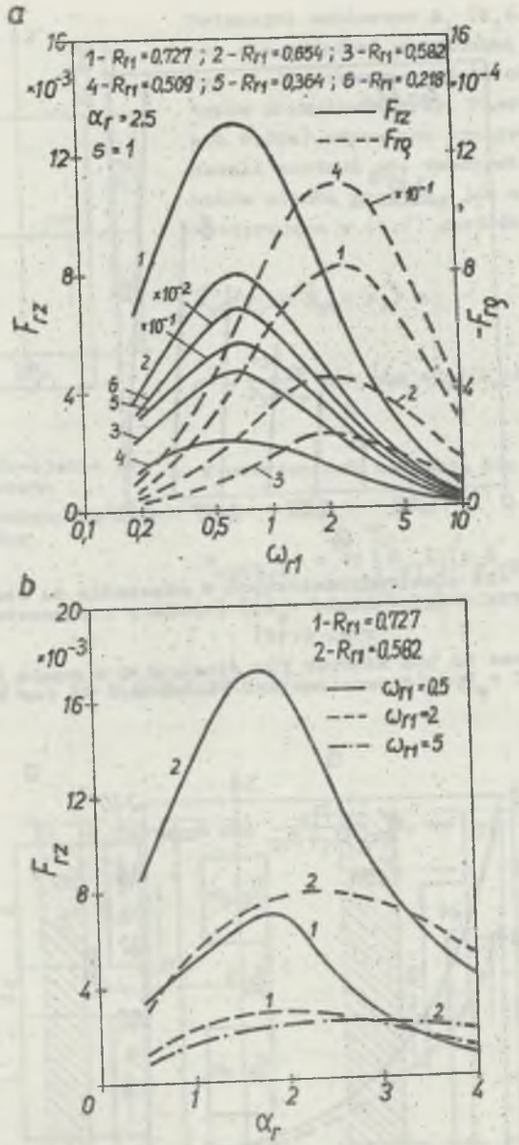
Podobnie jak w pompach indukcyjnych rezultaty analizy modeli nieskończenie rozległych mogą służyć jedynie do wstępnego doboru wartości ω_r i τ_r. W dalszych obliczeniach należy uwzględniać PEK (rys. 7.2), a w przypadku $k_L < 2$ - również skończone wymiary rdzenia magnetycznego (pkt.5.3).

6.2.3. Przepływomierze indukcyjne

Jedną z ważniejszych charakterystyk wyznaczanych przy obliczaniu parametrów przepływomierzy indukcyjnych jest zależność między siłami elektromotorycznymi indukowanymi w uzwojeniach pomiarowych a prędkością (natężeniem przepływu) ciekłego metalu. Należy przy tym uwzględnić pole zewnętrzne wytworzone przez wzbudniki pola biegnącego.

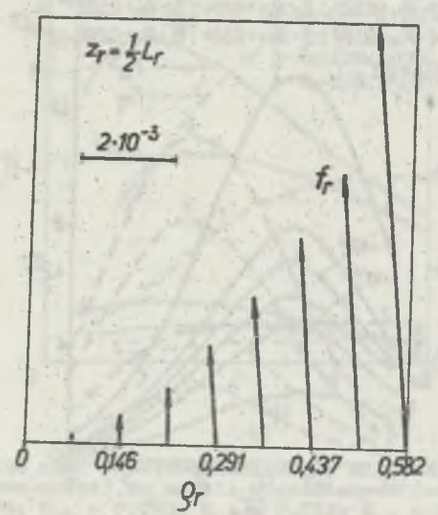
SEM indukowana w pojedynczym, nieskończenie cienkim uzwojeniu pomiarowym (rys. 6.19) wynosi

$$E_p = - j\omega 2\pi R_p \frac{w_p}{2h_p} \int_{z_p}^{z_p + 2h_p} A_i(\rho = R_p, z)\, dz. \qquad (6.4)$$



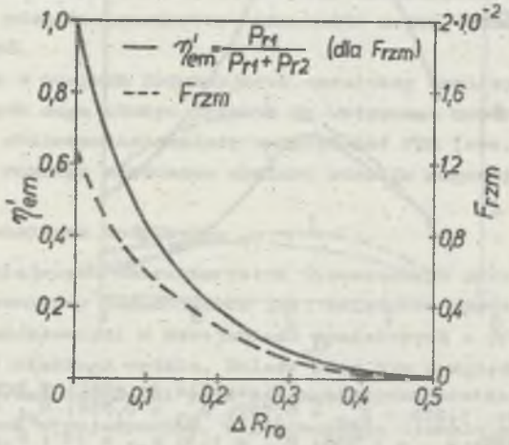
Rys. 6.16. Siły elektrodynamiczne w mieszadle do stali z krystalizatorem 2 x Cu (model z rys. 5.28b - $R_{r2} = 0,727$; $R_{r3} = 0,764$; $R_{r4} = 0,836$; $R_{r5} = 0,873$; $R_{r6} = 0,927$; $R_{r8} = 1,036$; $R_{r9} = 1,3$; $\mu_{rf} = 10^3$; $\sigma_{r4} = 45,9$; $\sigma_{r6} = 69,14$)

Fig. 6.16. Electromagnetic forces in the stirrer for steel with a mould 2 x Cu (model from Fig. 5.28b - $R_{r2} = 0,727$; $R_{r3} = 0,764$; $R_{r4} = 0,836$; $R_{r5} = 0,873$; $R_{r6} = 0,927$; $R_{r8} = 1,036$; $R_{r9} = 1,3$; $\mu_{rf} = 10^3$; $\sigma_{r4} = 45,9$; $\sigma_{r6} = 69,14$)



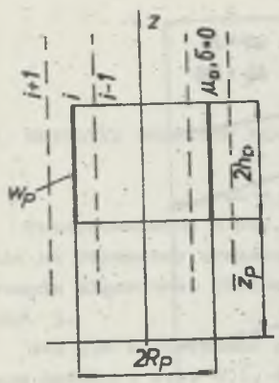
Rys. 6.17. Gęstości sił elektrodynamicznych w mieszadle do stali z krystalizatorem 2 x Cu, przy uwzględnieniu $v_z(\varrho)$ (wymiary i parametry jak dla rys. 6.16)

Fig. 6.17. Body forces in the stirrer for steel with a mould 2 x Cu, with the consideration of $v_z(\varrho)$ (dimensions and parameters as for Fig. 6.16)



Rys. 6.18. Maksymalne wartości sprawności i siły całkowitej w mieszadle do stali z krystalizatorem 2 x Cu (wymiary i parametry jak dla rys. 6.16)

Fig. 6.18. Maximum values of efficiency and total force in the stirrer for steel with a mould 2 x Cu (dimensions and parameters as for Fig. 6.16)



Rys. 6.19. Uzwojenie pomiarowe

Fig. 6.19. Measuring winding

Potencjał wektorowy A_i $(R_i \leqslant \varrho \leqslant R_{i+1})$ wyznacza się metodami omówionymi w pkt. 4 i 5. Na rys. 6.20 pokazano modele obliczeniowe dwóch typów przepływomierzy. Pierwszy z nich (rysunek 6.20a) odpowiada konstrukcji z rys. 1.4. Jeżeli zastąpi się rzeczywiste uzwojenia wzbudników cienką warstwą, jak w pkt. 4.3, wówczas występująca w (4.6) gęstość prądu ma postać

$$\vec{J}_{rz}(\varrho_r = R_{rp};\ p_r) =$$

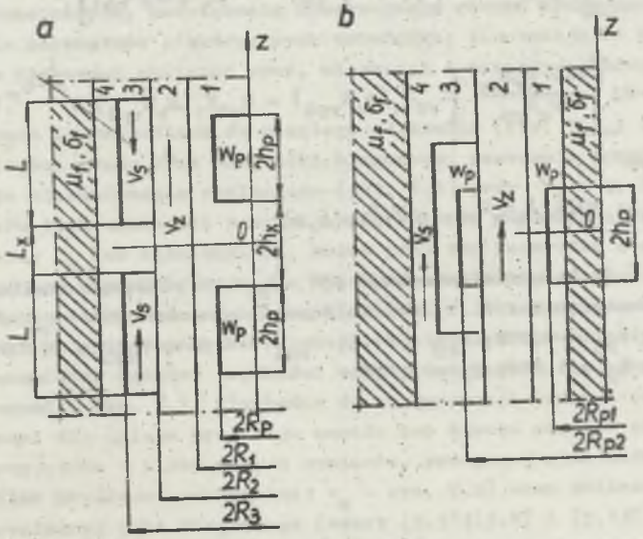
$$= -\frac{4jJ_{ro}}{p_r+\alpha_r} \sin\frac{1}{2}(\alpha_r+p_r)(L_r+L_{rx})\sin\frac{1}{2}(\alpha_r+p_r)L_r. \tag{6.5}$$

W uzwojeniach indukują się SEM

$$E_{rp(1,2)} = -j\int_{-\infty}^{\infty} C_{r1}I_1(p_rR_{rp})e^{\mp jp_r(h_{rp}+h_{rx})}dp_r, \tag{6.6}$$

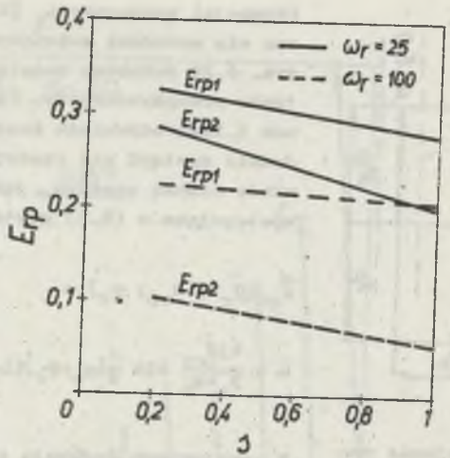
czym

$$E_{p(1,2)} = \omega\mu_0 J_q R_q R_p w_p E_{rp(1,2)}.$$



Rys. 6.20. Modele przepływomierzy indukcyjnych

Fig. 6.20. The models of induction flowmeters



Rys. 6.21. Zależność SEM E_{rp} od poślizgu
Fig. 6.21. Dependence of SEM E_{rp} upon slip

W przepływomierzu z rys. 6.20b występuje tylko jeden wzbudnik pola biegnącego. Gęstość prądu $\mathcal{J}_{rz}$, wprowadzana do (4.6), ma postać (4.10). SEM indukowane wynoszą

$$E_{rp1} = -2j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin p_r h_{rp}}{p_r h_{rp}} \left[C_{r4} I_1(p_r R_{rp1}) + D_{r4} K_1(p_r R_{rp1}) \right] e^{j\frac{L_r}{2} p_r} \, dp_r , \quad (6.7)$$

$$E_{rp2} = -2j \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin p_r h_{rp}}{p_r h_{rp}} \left[C_{r2} I_1(p_r R_{rp2}) + D_{r2} K_1(p_r R_{rp2}) \right] e^{j\frac{L_r}{2} p_r} \, dp_r , \quad (6.8)$$

przy czym

$$E_{p(1,2)} = \omega \mu_q J_q R_q R_{p(1,2)} w_p E_{rp(1,2)} .$$

Na rys. 6.21 pokazano zależność SEM E_{rp} od poślizgu ciekłego metalu w przepływomierzu z rys. 6.20b. Obliczenia wykonano dla $R_{r1} = 0{,}273$; $R_{r2} = 0{,}545$; $R_{r3} = 0{,}727$; $R_{r5} = 1{,}09$; $R_{rp1} = 0{,}864$; $R_{rp2} = 0{,}909$; $\mu_{rf} = 10^3$; $\sigma_{rf} = 0$; $L_r = 1{,}818$; $\alpha_r = 3{,}456$.

7. METODYKA OBLICZEŃ PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH I HYDRODYNAMICZNYCH

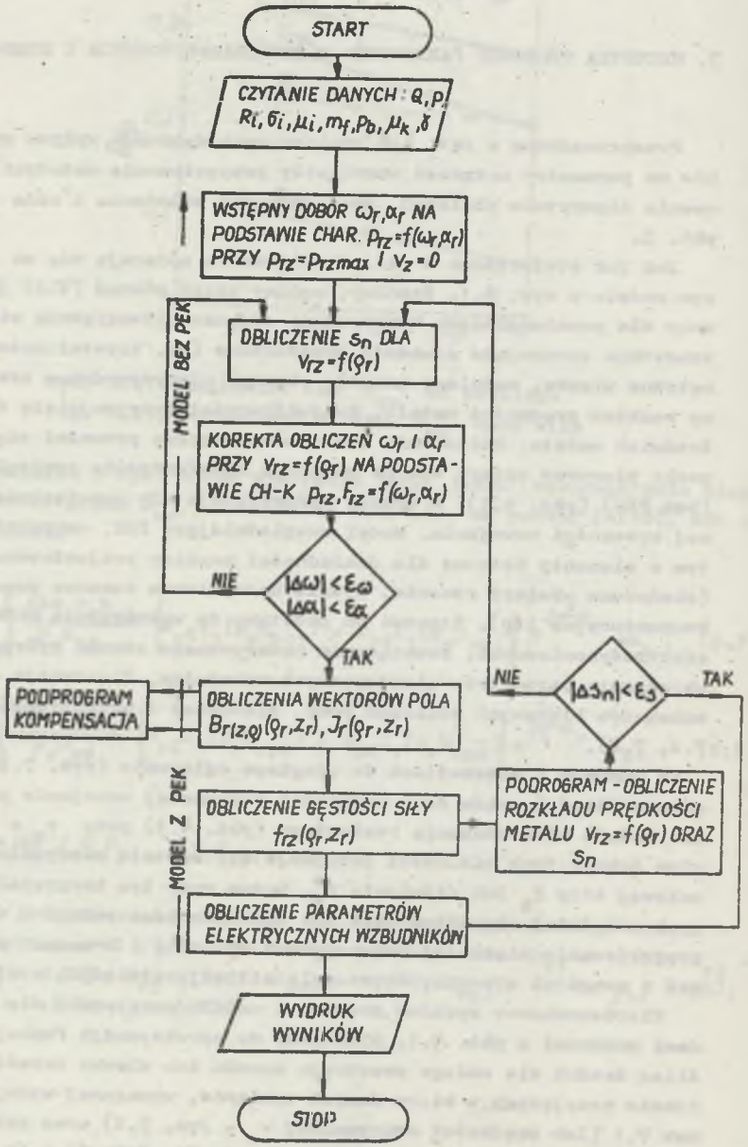
Przeprowadzona w pkt. 4÷6 analiza oraz dyskusja wpływu różnych czynników na parametry urządzeń umożliwiły przygotowanie metodyki oraz skonstruowanie algorytmów obliczeń, spełniających założenia i cele określone w pkt. 3.

Jak już stwierdzono w pkt. 6 obliczenia opierają się na wielowarstwowym modelu z rys. 4.1. Wspólny, ogólny układ równań (4.6) jest modyfikowany dla poszczególnych konstrukcji urządzeń. Uwzględnia się przy tym wszystkie ekranujące elementy przewodzące (np. krystalizator, warstwa zewnętrzna wlewka, metalowy kanał), obszary nieprzewodzące oraz nierównomierny rozkład prędkości metalu. Konduktywności przyjmuje się dla temperatur średnich warstw. Obliczenia elektromagnetyczne prowadzi się w dwóch etapach: pierwszy opiera się na modelu z nieskończenie rozległym wzbudnikiem (bez PEK) (pkt. 4.5); w drugim wykorzystuje się rozwiązanie dla skończonej wysokości uzwojenia. Model uwzględniający PEK, uzupełniany jest przy tym o elementy istotne dla dokładności analizy projektowanego urządzenia (skończone wymiary rdzenia, wyższe harmoniczne czasowe prądu, uzwojenia kompensacyjne itp). Stanowi on podstawę do wyznaczenia pola gęstości sił elektrodynamicznych, rozwiązania numerycznego równań hydrodynamiki oraz określenia parametrów elektrycznych wzbudnika. Ilustracją są przykłady schematów blokowych obliczeń pomp, mieszadeł i przepływomierzy (rys. 7.1, 7.2, 7.8).

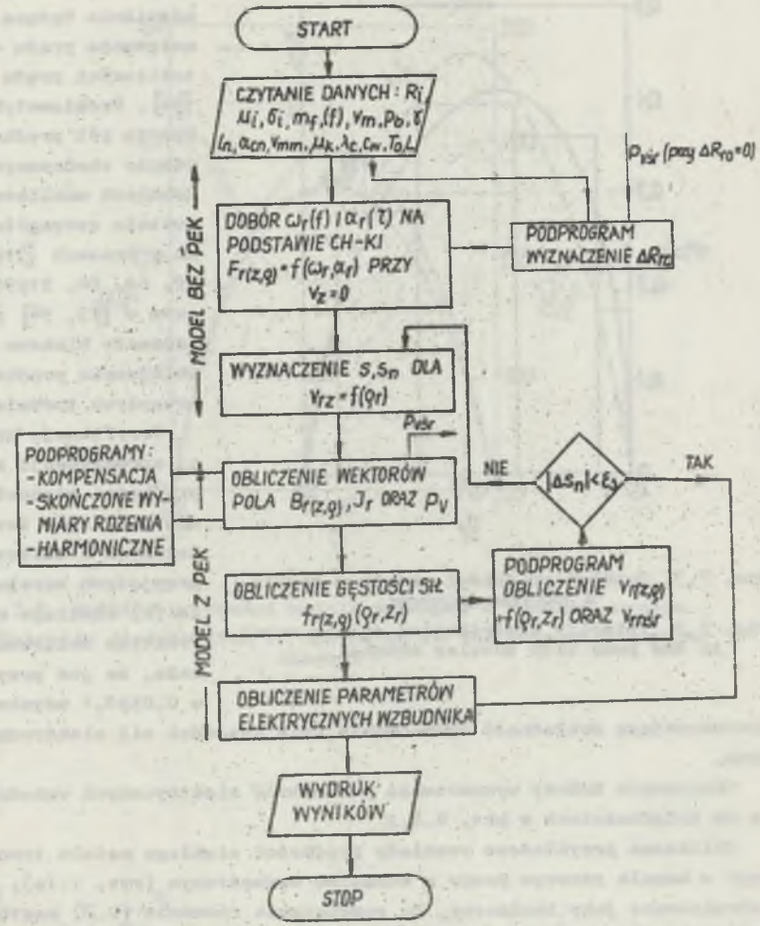
W pompach i mieszadłach do ciągłego odlewania (rys. 7.1 i 7.2) dobór częstotliwości prądu oraz podziałki biegunowej uzwojenia przeprowadza się dla modelu nieskończenie rozległego (pkt. 4.5) przy $v_z = 0$. Jako kryterium doboru tych wielkości przyjmuje się wartość maksymalną składowej osiowej siły F_z lub ciśnienia p_z^e. Można przy tym korzystać z przedstawionych wcześniej charakterystyk dla typowych konstrukcji i wymiarów. Przy projektowaniu mieszadeł indukcyjnych doboru f i τ można również dokonywać z uwagi na wymagany obraz pola sił objętościowych w ciekłym metalu.

Nierównomierny rozkład prędkości metalu uwzględnia się zgodnie z zasadami podanymi w pkt. 5.1. Niezbędny do aproksymacji funkcji prędkości poślizg średni dla całego przekroju kanału lub wlewka określa się na podstawie przyjętych w bloku danych wymiarów, wymaganej wydajności Q - rysunek 7.1 (lub prędkości maksymalnej v_m - rys. 7.2) oraz obliczonej prędkości synchronicznej pola biegnącego (wzory (5.5)÷(5.9) i (5.13)).

Dalsze obliczenia pomp i mieszadeł odbywają się w oparciu o model uwzględniający PEK z $v_z = f(\rho)$. W przypadku pomp indukcyjnych, dla których



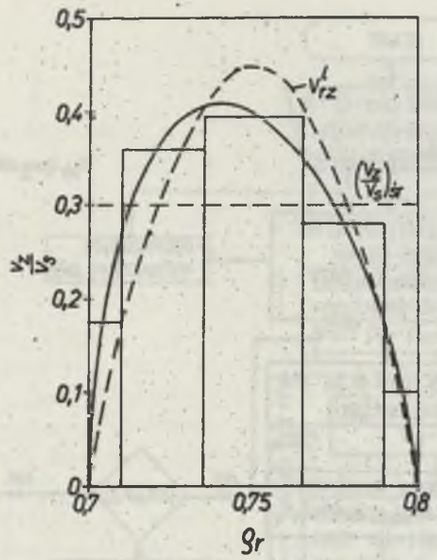
Rys. 7.1. Schemat blokowy obliczania pomp indukcyjnych
Fig. 7.1. Block diagram for the calculation of parameters of induction pumps



Rys. 7.2. Schemat blokowy obliczania mieszadeł indukcyjnych
Fig. 7.2. Block diagram for the calculation of parameters of induction stirrers

zwykle $k_L > 10$, przyjmuje się, że rdzeń magnetyczny jest nieskończenie rozległy. Dla krótkich wzbudników mieszadeł należy uwzględnić skończone wymiary rdzenia (pkt 5.3.2). Przy odkształconym prądzie wzbudnika w mieszadle z rys. 1.2b przyjmuje się okład prądowy w postaci (5.49) lub (5.53), (pkt. 5.5).

Dla wyznaczenia pól prędkości zarówno przy przepływie laminarnym jak i turbulentnym najbardziej przydatna jest metoda różnic skończonych z siatką nierównomierną. Równania hydrodynamiki rozwiązuje się w postaci bezwy-



Rys. 7.3. Rozkład prędkości metalu w pompie z kanałem rurowym

Fig. 7.3. Velocity distribution of the metal in the pump with tubular channel

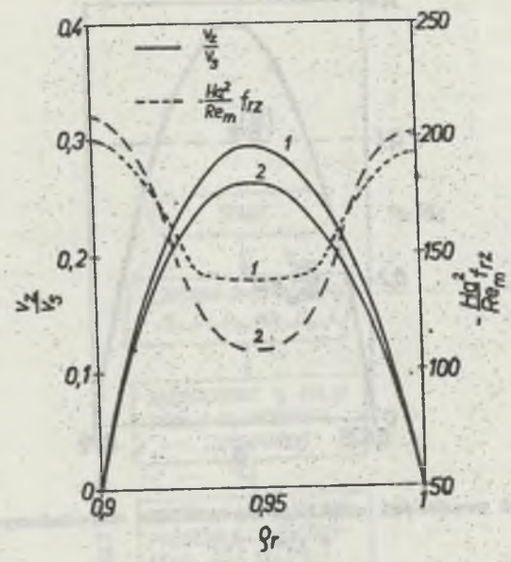
miarowej, dla prędkości odniesienia będącej funkcją natężenia prądu oraz częstotliwości prądu wzbudnika [94]. Problematyka wyznaczania pól prędkości metodą różnic skończonych w urządzeniach analizowanego typu została szczegółowo omówiona w pracach [31÷33, 58, 59, 62, 84, 91÷95], przy czym w [93, 94] podano schematy blokowe programu obliczania prędkości dla przepływu turbulentnego.

Weryfikację prawidłowości aproksymacji rozkładu prędkości stanowi porównanie poślizgów średnich (założonych i obliczonych) w przyjętych warstwach podziału (N) ciekłego metalu. Praktyka obliczeniowa wykazała, że już przy ε_s = = 0,05÷0,1 uzyskuje się wystarczającą dokładność wyznaczenia pola gęstości sił elektrodynamicznych.

Obliczenia kończy wyznaczenie parametrów elektrycznych wzbudnika, oparte na zależnościach z pkt. 4.4.2.

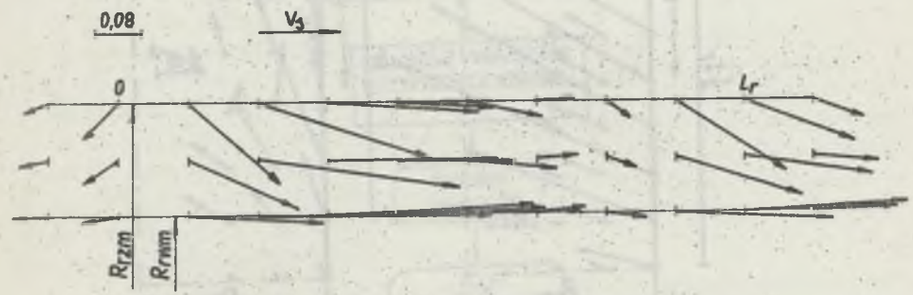
Obliczono przykładowo rozkłady prędkości ciekłego metalu transportowanego w kanale rurowym pompy z rdzeniem wewnętrznym (rys. 1.1a). Przepływ potraktowano jako laminarny. Do rozwiązania równania (D.3) zastosowano metodę różnic skończonych. Na rys. 7.3 obok rozkładu $\frac{v_z}{v_s} = f(\varrho_r)$ pokazano przebieg zastosowanej wstępnie funkcji aproksymującej (według wzoru (5.1)) oraz końcowe wartości prędkości średnich w warstwach podziału, przyjęte do ostatecznych obliczeń pola elektromagnetycznego. Na rys. 7.4 pokazano zmiany prędkości metalu w kanale dla dwóch rozkładów gęstości sił f_{rz}. We wszystkich przypadkach założono, że $\frac{dp_{ro}}{dz_r} = 0$. Obliczenia wykonano dla uśrednionych ($z_r = 0 \div l_r$) wartości siły f_{rz}.

Na rys. 7.5 pokazano pole gęstości sił elektrodynamicznych w prototypie III pompy z metalowym kanałem rurowym i rdzeniem magnetycznym wewnętrznym (tabl. D.1), o następujących parametrach: $R_{r1} = 0{,}58$; $R_{rzm} = 0{,}635$; $R_{rzm} = 0{,}79$; $R_{rz} = 1$; $\omega_r = 1$ ($f = 50$ Hz, metal -Pb), $\varphi_k = -(k-1)\frac{\pi}{3}$; $K_s = 12$;



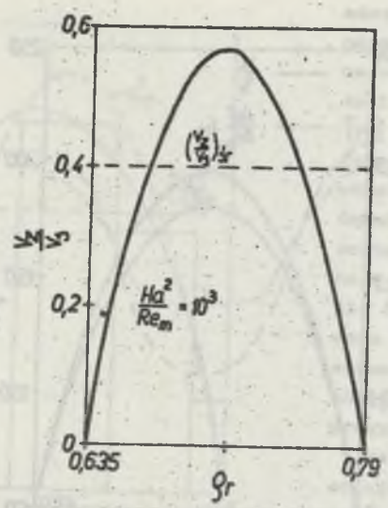
Rys. 7.4. Rozkład prędkości metalu w pompie z kanałem rurowym

Fig. 7.4. Velocity distribution of the metal in the pump with tubular channel



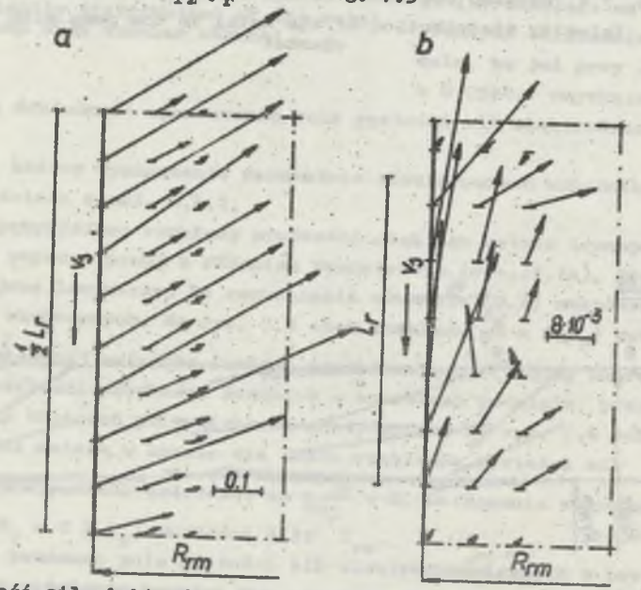
Rys. 7.5. Gęstość sił elektrodynamicznych w ciekłym metalu w pompie z metalowym kanałem rurowym (prototyp III - tabl. D.1)

Fig. 7.5. Body forces in liquid metal in the pump with metal tubular channel (III prototype - Table D.1)



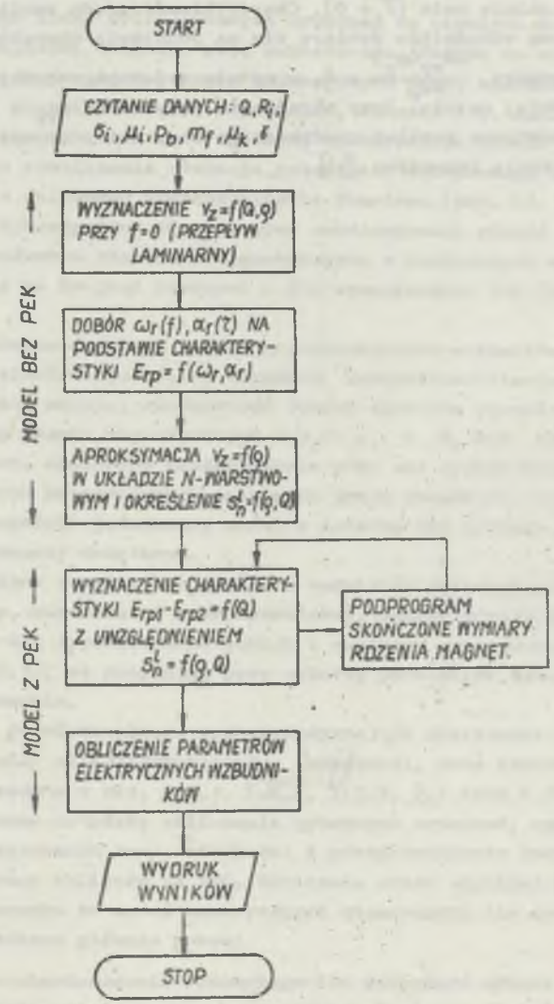
Rys. 7.6. Rozkład prędkości ciekłego metalu dla uśrednionych sił $f_{rz}(\varrho_r)$ z rys. 7.5

Fig. 7.6. Velocity distribution of liquid metal for averaging forces $f_{rz}(\varrho_r)$ from Fig. 7.5



Rys. 7.7. Gęstość sił elektrodynamicznych w ciekłym metalu w pompie z kanałem ceramicznym (prototyp II - tabl. D.1) dla ω_r = 17 (a) i ω_r = 1 (b)

Fig. 7.7. Body forces in liquid metal in the pump with a ceramic channel (II prototype - Table D.1) at ω_r = 17 (a) and ω_r = 1 (b)



Rys. 7.8. Schemat blokowy obliczania przepływomierzy indukcyjnych

Fig. 7.8. Block diagram for the calculation of parameters of induction flowmeters

$L_r = 9$ (rys. 4.1 przy $R_{r(M-2)} \to \infty$ i $J_{rw} = 0$). Obliczono również rozkład prędkości ciekłego metalu (rys. 7.6), przy założeniu, że przepływ jest laminarny oraz przy uśrednieniu wartości $f_{rz}(\varrho_r)$ dla $z_r = 0 \div L_r$.

Pole gęstości sił elektrodynamicznych w metalu znajdującym się w kanale ceramicznym prototypu II pompy (tabl. D.1) pokazano na rys. 7.7.

Przy obliczeniach przepływomierzy indukcyjnych (rys. 7.8) przyjmuje się, że wytworzona przez wzbudnik siła działająca na ciekły metal jest pomijalnie mała ($\vec{f} = 0$). Częstotliwość prądu zasilania oraz podziałkę biegunową wzbudników dobiera się na podstawie charakterystyki $E_{rp} = f(\omega_r, \alpha_r)$ z warunku $\frac{dE_{rp}(\omega_r)}{d\omega_r} = 0$, w modelu z jednym wzbudnikiem, przy prędkości średniej metalu. Przy określaniu zależności $E_{rp} = f(Q)$ uwzględnia się nierównomierny rozkład prędkości metalu, który ma wpływ na dokładność pomiaru natężenia przepływu [44].

8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy rozpatrywano klasę cylindrycznych urządzeń do ciekłych metali, ze wzbudnikami wytwarzającymi biegnące pole magnetyczne. Należą do niej najczęściej stosowane typy cylindrycznych indukcyjnych pomp, mieszadeł, pieców wielofazowych, przepływomierzy, dozowników, zaworów itp. Analizę zjawisk elektromagnetycznych oparto na ogólnym, uniwersalnym modelu obliczeniowym, dla którego rozwiązanie równania potencjału wektorowego uzyskano przy zastosowaniu całkowego przekształcenia Fouriera (pkt. 4). Przekształcenie Fouriera wykorzystano również przy rozwiązywaniu równań całkowych w modelach urządzeń z rdzeniami magnetycznymi o skończonych wymiarach (pkt. 5.3.2) oraz ze zwojami zwartymi - dla ograniczenia PEK (punkt 5.2.2).

W pkt. 5 przeprowadzono dyskusję wpływu najważniejszych elementów i zjawisk na parametry elektromagnetyczne urządzeń. Rozpatrzono nierównomierny rozkład prędkości metalu, skuteczność trzech sposobów ograniczenia PEK, oddziaływanie rdzeni magnetycznych o $\mu_f > \mu_o$ i $\sigma_f > 0$ oraz o skończonych wymiarach, możliwość kształtowania pola sił elektrodynamicznych oraz wpływ wyższych harmonicznych czasowych prądu wzbudnika. Rozważania te pozwalają uzupełnić podstawowy model o istotne dla każdego konkretnego przypadku elementy dodatkowe.

W pkt. 6 przedstawiono przykładowo niektóre rezultaty obliczeń elektromagnetycznych dla pomp, mieszadeł i przepływomierzy. Charakterystyki uniwersalne, sporządzone dla typowych konstrukcji i wymiarów oraz zbudowanych prototypów (rys. D.1÷D.3), są przydatne przy wyborze parametrów urządzeń w trakcie ich projektowania.

Wyniki weryfikacji doświadczalnej, przeprowadzonej na przykładzie indukcji magnetycznej, siły elektrodynamicznej, impedancji, mocy czynnej i współczynnika mocy podano w pkt. 5.2.1, 5.2.2, 5.3.2, 6.1 oraz 6.2.1.

W pkt. 7 zaproponowano metodykę obliczania wybranych urządzeń, opracowaną dla potrzeb projektowania pomp, mieszadeł i przepływomierzy indukcyjnych. Opracowano programy obliczeń na EMC. Skrócenie czasu obliczeń parametrów urządzeń, w stosunku do metod numerycznych stosowanych dla sprzężonych równań MHD, uzyskano głównie przez:

- wykorzystanie modelu nieskończenie rozległego dla wstępnego doboru najważniejszych parametrów konstrukcyjnych i zasilania,
- rozdzielenie równań MHD dla potrzeb analizy pól elektromagnetycznych (przy założonym wstępnie rozkładzie prędkości metalu) i hydrodynamicznych,

- weryfikację drogą kolejnych przybliżeń założonych i obliczonych rozkładów poślizgu metalu.

Stosując dla rozwiązania równania hydrodynamicznego metodę różnic skończonych wyznaczono przykładowo rozkłady prędkości metalu w pompie cylindrycznej. Opracowano również metodę wyznaczania grubości warstwy zakrzepniętej wlewka, przydatną do obliczeń parametrów mieszadeł indukcyjnych stosowanych przy ciągłym odlewaniu.

Wnioski szczegółowe

1. Uwzględnienie w analizie pola elektromagnetycznego nierównomiernego rozkładu prędkości metalu powoduje zmiany wartości całkowitych sił elektrodynamicznych oraz obrazu pola gęstości sił. W stosunku do v_z = const stwierdzono różnice sięgające 25%. Pominięcie prądu rotacji (v_z = 0) wpływa na dalsze zmniejszenie dokładności obliczeń.

2. Najskuteczniejszym sposobem wyrównania rozkładu wektorów pola wzdłuż wzbudnika, a w rezultacie zwiększenia gęstości sił elektrodynamicznych na jego krańcach, jest zastosowanie uzwojeń kompensacyjnych. Dla wzbudników o $s_w < 3$ można stosować jedną sekcję kompensacyjną (K_u = 1), łączoną według wariantu a lub d (rys. 5.12 i 5.13). Przy $s_w > 3$ należy stosować uzwojenia o K_u = 2 i 3.

3. Oddziaływanie zwojów zwartych, umieszczonych na krańcach wzbudnika jest niewystarczające. Nieznaczne zmiany obrazu pola występują jedynie w pobliżu zwojów.

4. W rozpatrywanych przypadkach stwierdzono, że stopniowanie okładu prądowego wzbudnika pogłębia nierównomierny rozkład gęstości sił.

5. W obliczeniach pomp indukcyjnych, dla których współczynnik k_L przyjmuje duże wartości ($k_L > 5$) dopuszczalny jest model z rdzeniem nieskończenie rozległym.

6. Przy obliczaniu parametrów mieszadeł indukcyjnych ze wzbudnikami o $k_L \leq 2$ i $k_{Hf} < 1,2$ należy uwzględniać rzeczywiste wymiary rdzenia magnetycznego.

7. Kształtowanie pola gęstości sił elektrodynamicznych przy mieszaniu indukcyjnym, za pomocą wzbudników o różnych podziałkach biegunowych, częstotliwościach prądu zasilania i okładach prądowych jest możliwe tylko w cienkiej warstwie zewnętrznej (ϱ_r = 0,7÷1).

8. Wpływ wyższych harmonicznych czasowych prądu wzbudnika na siły elektrodynamiczne jest widoczny jedynie w mieszadłach indukcyjnych stosowanych w strefie chłodzenia wtórnego (rys. 1,2b), przy wartościach ω_r odbiegających od wartości optymalnej. Przy przebiegach czasowych zbliżonych do prostokątnych następuje zmniejszenie składowych osiowych sił oraz wzrost składowych promieniowych.

9. Stwierdzono, że w analizowanych przypadkach przy zastosowaniu modeli uwzględniających PEK różnice między wartościami obliczonymi i określonymi doświadczalnie nie przekraczają:

- dla składowych indukcji magnetycznej 7%,
- dla impedancji wzbudnika 11%,
- dla składowej osiowej siły elektrodynamicznej 17% (średnio 14%).

10. Obliczenia dla modeli nieskończenie rozległych wykazały, że różnice między wartościami indukcji w stosunku do analizy uwzględniającej PEK sięgają 35%, natomiast różnice między siłami elektrodynamicznymi obliczonymi i zmierzonymi wynoszą średnio 55%.

11. Obliczenia parametrów elektromagnetycznych i hydrodynamicznych powinny odbywać się w oparciu o model uwzględniający m.in. rzeczywistą wysokość uzwojenia, obecność ekranów przewodzących i warstw nieprzewodzących. Zastosowanie modelu nieskończenie rozległego należy ograniczyć do wstępnego doboru podziałki biegunowej i częstotliwości prądu zasilania oraz do analizy wielowariantowej, mającej na celu wybór rozwiązania konstrukcyjnego.

12. Przy obliczeniach wartości średnich wektorów pola (wzdłuż kierunku ruchu pola biegnącego) oraz ich rozkładów przy $\varrho_r < 0,7$ można w modelach urządzeń stosować zastępcze uzwojenia ciągłe o ograniczonej wysokości i równoważnej gęstości prądu.

13. Dla rozpatrywanych typowych wymiarów pomp cylindrycznych maksymalne ciśnienie uzyskuje się dla ω_r = 5÷20 i α_r = 1,5÷3.

Przygotowana w pracy metodyka obliczeń, programy oraz wykonane obliczenia i sformułowane wnioski są przydatne do celów projektowania cylindrycznych urządzeń elektromagnetycznych do ciekłych metali. Mogą być również wykorzystane do uściślenia obliczeń w stosowanych obecnie metodach projektowania.

Rozszerzenie problematyki poruszonej w tym opracowaniu oraz rezultaty obliczeń dla innych typów, parametrów i wymiarów urządzeń zawierają prace [64÷77].

DODATEK

D.1. Równanie ruchu ciekłego metalu

Ruch lepkiego, nieściśliwego ciekłego metalu w polu elektromagnetycznym opisany jest wektorowym równaniem Navier-Stokesa [8, 37, 91, 103]. Równanie to w stanie termicznym ustalonym, dla rozpatrywanych w pracy urządzeń o symetrii cylindrycznej, można przekształcić do równań skalarnych dla składowych wektora prędkości v_z i v_ϱ:

$$v_\varrho \frac{\partial v_\varrho}{\partial \varrho} + v_z \frac{\partial v_\varrho}{\partial z} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p_o}{\partial \varrho} - \frac{1}{\gamma}\left\{\frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{\mu_e}{\varrho}\frac{\partial(\varrho v_\varrho)}{\partial \varrho}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_e \frac{\partial v_\varrho}{\partial z}\right)\right\} - f_\varrho = 0,$$

$$v_\varrho \frac{\partial v_z}{\partial \varrho} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{1}{\gamma}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\mu_e \varrho \frac{\partial v_z}{\partial \varrho}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\right] - f_z = 0, \qquad (D.1)$$

przy czym

p_o - ciśnienie,

$\mu_e = \mu_k + \mu_t$,

μ_k - lepkość dynamiczna,

μ_t - lepkość turbulentna.

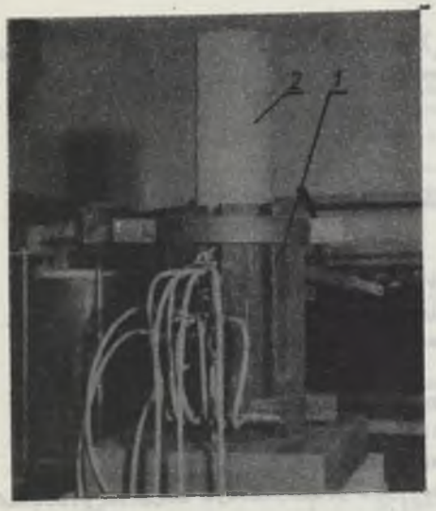
Rozwiązanie równania (D.1), a więc znalezienie pola prędkości ciekłego metalu, jest możliwe jedynie metodami numerycznymi. Zagadnienie to omówiono m.in. w pracach [32, 58, 59, 92-94]. W [94] podano ponadto postaci bezwymiarowe równań (D.1) i odpowiednie warunki brzegowe. Przedstawiono również sposób wyznaczania lepkości turbulentnej μ_t, korzystając z dwurównaniowego modelu Spaldinga.

Dla przepływu laminarnego równanie Navier-Stokesa ma postać

$$\gamma\mu_k \Delta\vec{v} + \vec{f} - \operatorname{grad} p_o = 0 . \qquad (D.2)$$

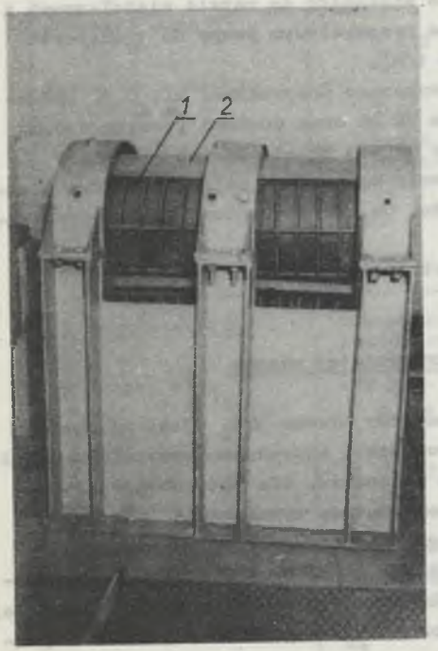
W analizowanych przypadkach transportu metali w pompach, gdy przyjmuje się $\vec{v} = \{0, 0, v_z(\varrho)\}$ równanie (D.2) można przedstawić następująco

$$\frac{d^2 v_{rz}}{d\varrho_r^2} + \frac{1}{\varrho_r}\frac{dv_{rz}}{d\varrho_r} = Eu\, Re \frac{dp_{ro}}{dz_r} - \frac{Ha^2}{Re_m} f_{rz}(\varrho_r, v_{rz}) . \qquad (D.3$$



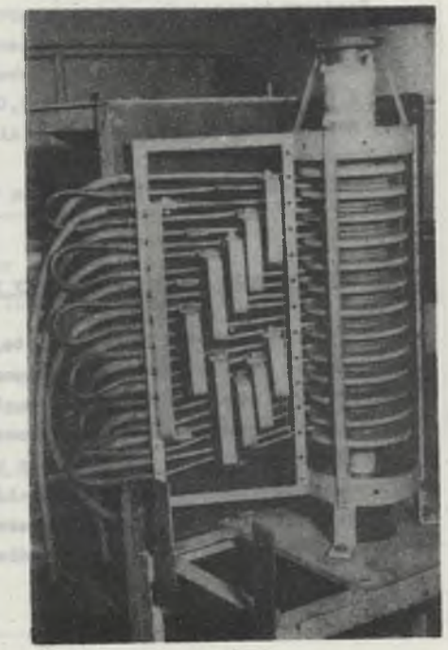
Rys. D.1. Prototyp I urządzenia ze wzbudnikami: zewnętrznym (1) i wewnętrznym (wzbudnik wewnętrzny znajduje się wewnątrz rury (2))

Fig. D.1. I prototype of the device with the inductors: outer (1) and inner (the inner inductor is placed inside a pipe (2))



Rys. D.2. Prototyp II urządzenia ze wzbudnikiem zewnętrznym (dla pokazania uzwojeń (1) zdjęto częściowo rdzenie magnetyczne (2))

Fig. D.2. II prototype of the device with the outer inductor (to show windings (1) magnetic core (2) have been partly removed)



Rys. D.3. Prototyp III pompy indukcyjnej do metali nieżelaznych

Fig. D.3. III prototype of the induction pump for non-ferrous metals

Bezwymiarową gęstość siły $f_{rz}(\varrho_r, v_{rz})$ wyznacza się po rozwiązaniu równań pola elektromagnetycznego dla założonego wstępnie rozkładu prędkości $v_{rz} = f(\varrho_r)$ (pkt 5.1).

D.2. Prototypy urządzeń elektromagnetycznych do ciekłych metali

Warunki pomiarów

Na rys. D.1÷D.3 pokazano prototypy urządzeń elektromagnetycznych do transportu i mieszania ciekłych metali, dla których przeprowadzono obliczenia (I, II i III) i pomiary parametrów (I i III). Zasadnicze wymiary i parametry podano w tabl. D.1.

Prototyp I (rys. D.1) ma charakter uniwersalnego urządzenia doświadczalnego. Wymienność wzbudników umożliwiła przeprowadzenie badań wszystkich rozpatrywanych w pracy typów pomp i mieszadeł.

Urządzenie II (rys. D.2) jest prototypem przemysłowym mogącym pracować jako pompa (wydajność do 400 t/h) lub mieszadło do metali nieżelaznych i stali. Urządzenie III jest prototypem przemysłowym pompy do transportu metali nieżelaznych (wydajność do 20 t/h).

Pomiary parametrów elektrycznych wykonano przyrządami kl. 0,5. Indukcję magnetyczną mierzono teslomierzem TH 26 oraz cewkami (pomiar dwóch składowych indukcji za pomocą cewek o osiach prostopadłych - wymiary 5 x 5 mm, 50 zwojów, przewód ∅ 0,03 mm). Do pomiaru siły elektrodynamicznej działającej na wsady stałe (Al, Zn, Cu, Ms oraz stop PA38) użyto wagi tensometrycznej.

Zamieszczone w pracy wyniki są wartościami średnimi z 4÷6 pomiarów.

D.3. Wyznaczenie grubości warstwy zakrzepniętej wlewka

Znajomość grubości zakrzepniętej warstwy wlewka ΔR_o jest niezbędna do obliczeń parametrów elektromagnetycznych i hydrodynamicznych mieszadeł indukcyjnych stosowanych przy ciągłym odlewaniu. Dla potrzeb projektowania tych urządzeń opracowano uproszczoną metodę wyznaczania ΔR_o.

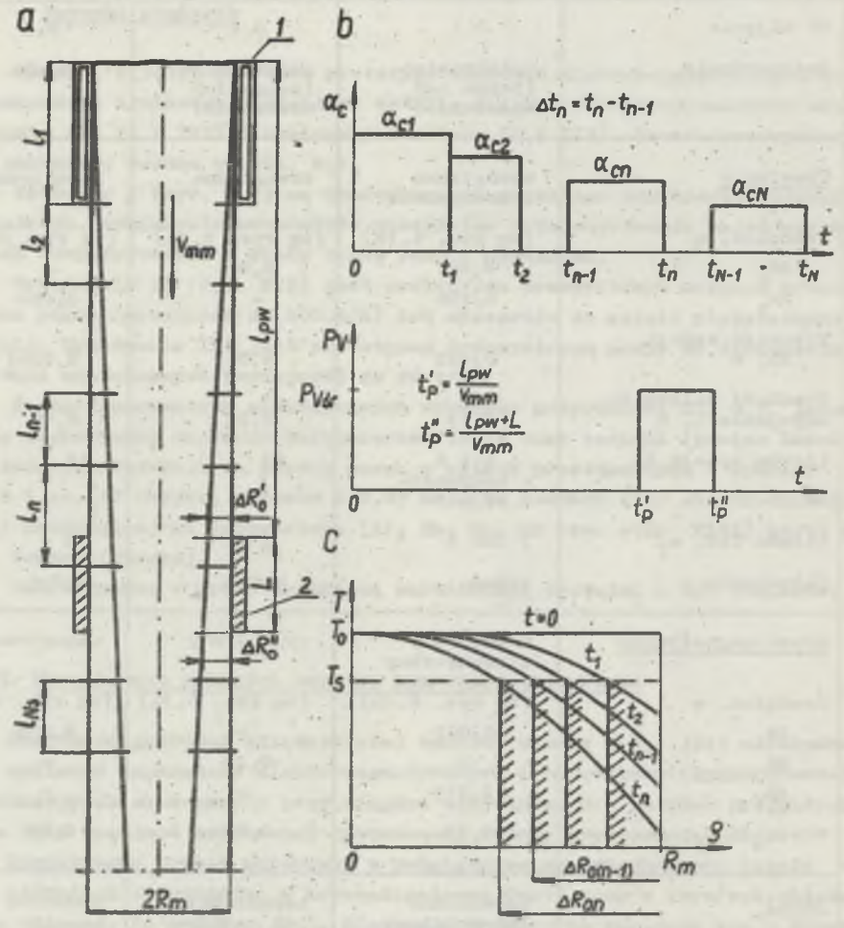
Rozpatrzono proces odlewania z uwzględnieniem przejmowania ciepła w N_s stopniach chłodzenia: w krystalizatorze (n=1) oraz w strefach chłodzenia wtórnego ($n = 2,3,\ldots N_s$). Mieszadło indukcyjne znajduje się w dowolnej strefie chłodzenia wtórnego, w odległości l_{pw} od poziomu zalewania (rysunek D.4a).

Tablica D.1

Charakterystyka prototypów urządzeń elektromagnetycznych do ciekłych metali

Characteristics of electromagnetic device prototypes for liquid metal

Prototyp	I	II	III
Nr zdjęcia	D.1	D.2	D.3
Zastosowanie	uniwersalne (pompa lub mieszadło)	uniwersalne (pompa lub mieszadło)	pompa
Uzwojenie	wewnętrzne i zewnętrzne	zewnętrzne	zewnętrzne
Średnica, m	(wg rys. 6.1b)	(wg rys. 6.1a)	(wg rys. 6.1b)
$2R_2$	0,08	0,25	-
$2R_5$	0,198	-	0,100
Wysokość sekcji 2h, m	0,022	0,051	0,0265
Wysokość całkowita uzwojenia L, m	0,19	0,73	0,45
Liczba sekcji K_s	6 + 6 + kompensacyjne	12	12
Liczba faz, m_f	3 lub 2	3	3
Chłodzenie	wodne	wodne	wodne
Rdzeń magnetyczny	wewnętrzny i zewnętrzny	zewnętrzny	wewnętrzny
Średnica, m	(wg rys. 6.1b)	(wg rys. 6.1a)	(wg rys. 6.1b)
$2R_1$	0,067	-	0,058
$2R_3$	-	0,29	-
$2R_6$	0,215	-	-
Wysokość H_f, m	0,23	0,80	0,48
Kanał	ceramiczny lub metalowy	ceramiczny lub metalowy	metalowy
Maksymalne natężenie prądu I_o, A	2000	7000	2000



Rys. D.4. Krzepnięcie wlewka
a - wlewek, b - zależności α_c i p_V od czasu, c - wyznaczenie grubości ΔR_o
1 - krystalizator, 2 - mieszadło indukcyjne

Fig. D.4. Solidification of the ingot
a - ingot, b - dependences α_c and p_V upon time, c - the determination of the ΔR_o
1 - mould, 2 - induction stirrer

Przyjmuje się, że:

- prędkość schodzenia wlewka v_{mm} jest stała, a więc czas przebywania obserwowanego odcinka wlewka o długości równej wysokości wzbudnika L w strefie n wynosi

$$\Delta t_n = \frac{l_n}{v_{mm}};$$

- równoważne współczynniki przejmowania ciepła (konwekcja i promieniowanie) są znane i różne dla każdego stopnia chłodzenia $\alpha_o = \alpha_c(t)$ (rysunek D.4b),
- przewodność cieplna właściwa λ_o jest określona dla temperatury średniej wlewka ($\lambda_c = \lambda_o(T_{śr})$),
- faza stała o grubości ΔR_o występuje przy $T \leq T_S$ (gdzie T_S - temperatura solidusu) (rys. D.4c),
- średnia grubość zakrzepniętej warstwy wlewka w obrębie mieszadła wynosi (rys. D.4a)

$$\Delta R_o = \frac{1}{2}(\Delta R_o' + \Delta R_o''),$$

- w obrębie mieszadła gęstość objętościowa mocy czynnej wydzielanej we wlewku jest stała (rys. D.4b) i wynosi

$$p_{Vśr} = \frac{2}{\sigma R_m^2 L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{R_m} |J_s(\varrho, z)|^2 \varrho \, d\varrho \, dz,$$

gdzie:

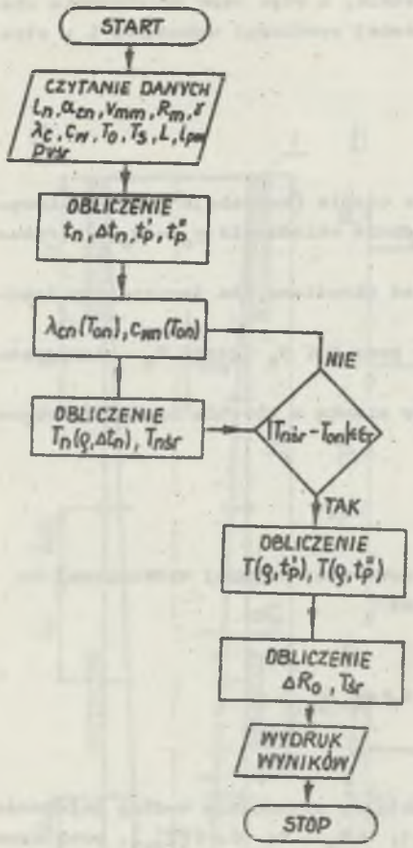
J_s - gęstość prądu indukowanego w metalu, wyznaczona według zależności podanych w pkt. 4 i 5 dla $s = 1$; $\Delta R_o = 0$; $\sigma = \sigma(T_{śr}')$, przy czym $T_{śr}' = T_S$.

Nie uwzględnia się konwekcyjnej wymiany ciepła między poruszającym się metalem w ciekłym rdzeniu a frontem krystalizacji.

Równanie przewodnictwa cieplnego we wlewku cylindrycznym

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial T}{\partial \varrho} = \frac{c_{wm}\gamma}{\lambda_{cn}}\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{\lambda_{cn}} p_{Vśr} \qquad (D.4)$$

rozwiązuje się dla każdego stopnia chłodzenia w przedziale czasu $t_{n-1} \leq \Delta t_n \leq t_n$, przy



Rys. D.5. Schemat blokowy obliczania grubości warstwy zakrzepniętej

Fig. D.5. Block diagram for the calculation of the thickness of solidified layer

- warunkach początkowych

$$T(\varrho,0) = T_o \,, \qquad T(\varrho,t_{n-1}) = T_{nśr}(\Delta t_{n-1}) \,, \tag{D.5}$$

- warunkach brzegowych trzeciego rodzaju

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \varrho}\right)_{\varrho=R_n} = -\frac{\alpha_{cn}}{\lambda_{cn}} T(R_m, \Delta t_n), \tag{D.6}$$

gdzie:

T_o - temperatura odlewania ciekłego metalu,

$T_{nśr}$ - temperatura średnia wlewka,

c_{wm} - ciepło właściwe dla $T = T_{nśr}$,

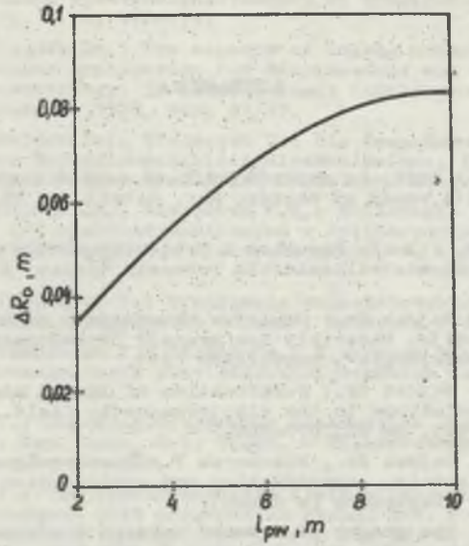
γ - gęstość metalu.

Jak wynika z postaci równań (D.4)÷(D.6) w obliczeniach nie uwzględnia się zjawisk zachodzących w warstwie dwufazowej [82] i związanego z nimi ciepła przemian fazowych.

Do rozwiązania równania (D.4) zastosowano metodę Fouriera [42]. Uproszczony schemat działania programu wyznaczania grubości warstwy zakrzepniętej pokazano na rys. D.5, natomiast na rys. D.6 rezultaty przykładowych obliczeń. Rozpatrzono odlewanie wlewka stalowego przy $N_s = 6$; $l_n = (1; 1{,}4; 2; 1{,}7; 1{,}8)$m; $\alpha_{cn} = (1100; 650; 550; 400; 350; 300)$ W/(m^2 K); $v_{mm} = 0{,}015$ m/s; $L = 0{,}7$ m; $T_L = 1785$ K; $T_S = 1750$ K (T_L - temperatura likwidusu).

Oprócz obliczenia ΔR_o przygotowany program umożliwia określenie temperatur średnich fazy stałej i ciekłej wlewka w obrębie mieszadła, co pozwala ustalić konduktywności warstwy zakrzepniętej i ciekłego rdzenia.

Omówienie metod analizy kinetyki krzepnięcia wlewków zawiera m.in. praca [82], a metodykę uproszczonego rozwiązania zagadnienia Stefana z uwzględnieniem ciepła przemian fazowych podano w pracy [77].



Rys. D.6. Zależność grubości warstwy zakrzepniętej od odległości od krystalizatora

Fig. D.6. The dependence of thickness of solidified layer upon the distance from mould

LITERATURA

[1] Alberny R. i inni: Le procedé IRSID de coulée continue magnétorotative pour produits ronds et carrés. Rev. Metall. t. 76, 1979, nr 4, 235--251.

[2] Baranow G.A. i inni: Rascziot i projektirowanije indukcionnych MGD-maszin s żidkomietalliczieskim raboczim tiełom. Atomizdat, Moskwa 1978.

[3] Barglik J., Sajdak Cz.: Oczistka aluminija i cinka w bieguszczem magnitnom polje. Materiały Konferencji "Vysokopevne materialy - nekonvenčne metalurgie", Bratislava 1983.

[4] Barglik J., Sajdak Cz.: Purification of liquid aluminium from non-metallic inclusions in the electromagnetic field. Elektrowärme International, 1985, nr B2, B77-B80.

[5] Barglik J., Sajdak Cz., Wieczorek T.: Electromagnetic machines for the liquid metals - construction and exploitation experiments. Journal du Four Electrique (w druku).

[6] Bevir M.U.: The theory of induced voltage electromagnetic flowmeters. J. Fluid Mech. 1970, vol. 43, part 3, 577-590.

[7] Blake L.R.: Conduction and induction pumps for liquid metals. Proc. IEE, vol. 104, part A, 1967, No. 13, 46-63.

[8] Bracewell R.: Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania. WNT, Warszawa 1968.

[9] Bradshaw P.: Turbulence. Springer Verlag-Berlin, Heidelberg, New York 1976.

[10] Brodzki M.: Pewne zagadnienia teoretyczne związane z transportem cieczy za pomocą pola elektromagnetycznego. Cz. I. Równania magnetohydrodynamiki. Cz. II. Rozwiązanie równań konkretnych modeli. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka", 1971, z. 30, 3-18, 19-44.

[11] Celiński Z.: Plazma, PWN, Warszawa 1980.

[12] Cerini D.J., Elliott D.G.: Performance characteristics of a single-wave length liquid-metal MHD induction generator with end loss compensation. AIAA J., 1968, vol. 6, No.3, 503-510.

[13] Czerkasow N.M.: Elektrooborudowanije kristallizacionnych ustanowok. Mietałłurgija, Moskwa 1975.

[14] Dukowicz J.K.: Theory of optimum linear induction motors. J. Appl. Phys., 1979, vol. 47, No. 8, 3690-3696.

[15] Fabiano-Alves M. i inni: Losses in conducting rectangular cylinders due to finite length coils. IEEE Trans. on Magnetics, November 1976, vol. MAG-12, No. 6, 1062-1064.

[16] Fastham J.F., Alwash J.H.: Transverse - flux tubular motors. Proc. Inst. Elec. Eng. 1972, vol. 119, No. 12, 1709-1718.

[17] Fawzi T.K., Burke P.E.: Laminar flow in circular pipes under the effect of a travelling magnetic field. Phys. Fluids, 1971, vol. 14, No. 12, 2680-2687.

[18] Feng C.C.: Analysis of eddy - current flowmeters. J. Appl. Phys. 1975, vol. 76, No. 7, 2935-2940.

[19] Fikus F., Sajdak Cz., Kurek K.: Kompensacja pól pulsujących w indukcyjnych rynnach elektromagnetycznych do transportu ciekłych metali. Hutnik, 1975, z. 4, 170-174.

[20] Fikus F., Sajdak Cz.: The aspects of energy consumption and economy in MHD machines application for displacement and treatment of liquid metals in metallurgy. IX International Conference on Industrial Energetics, Bucuresti 1978, Rep. S1/17.

[21] Fikus F., Sajdak Cz., Wieczorek T.: Die Berechnung des Ein und Dreiphasigen Induktionsstahltiegelschmelzofens. Internationale Studientage Induktionserwärmung und Schmelzen. Liege 1978.

[22] Fikus F., Sajdak Cz., Wieczorek T.W.: Obliczanie pola elektromagnetycznego i sił elektrodynamicznych w cylindrycznych mieszadłach do ciekłych metali. Archiwum Elektrotechniki, t. XXVIII, 1979, z. 1, 189-201.

[23] Fikus F., Wieczorek T.: Urządzenia magnetohydrodynamiczne w odlewniach i hutach. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice 1979.

[24] Fikus F., Wieczorek T., Sajdak Cz.: K woprosu rascziota cilindrizieskich elektromagnitnych pieriemiesziwajuszczich ustrojstw. WEIC, Moskwa 1977, ref. 4A39.

[25] Fireteanu V.: Magnetohydrodynamic interaction in cylindrical induction pumps. Rev. Roum. Sci. Techn. - Electrotechn. et Energ. 1980, vol. 25, No. 4, 549-560.

[26] Fireteanu V.: The electromagnetic field effects in the three-phase induction furnace with progressive field. Rev. Roum. - Sci. Techn. - - Electrotechn. et Energ., 1981, vol. 26, No. 2, 217-225.

[27] Fireteanu V., Stanciu D.: Calculation of the electromagnetic field and performances of the linear induction motor of cylindrical configuration. Rev. Roum. Sci. Techn. - Electrotechn. et Energ. 1976, vol. 21, No. 2, 213-223.

[28] Foliforow W.M.: MGD-nasosy dlja pieriekaczki rtuti w elektroliznych wannach pri proizwodstwie chlora i kausticzieskoj sody. Magnitnaja gidrodinamika, 1979, No. 2, 69-74.

[29] Freeman E.M., El-Markabi M.H.S.: 2-dimensional field analysis and input impedance of a finite-length solenoidal coil. Proc. IEEE, 1979, vol. 126, No. 1, 135-138.

[30] Gann A.: Über ein Verfahren zur analytischen Berechnung von Polysolenoidmotoren. Elektrotechn. und Maschinenbau, 1974, vol. 91, No. 3, 140-145.

[31] Gelfgat J.M., Gorbunow L.A.: O połuempiriczieskich mietodach rascziota osiesimmetricznych turbulentnych MGD-tieczienij s nieodnorodnoj skorostnoj strukturoj. Magnitnaja gidrodinamika, 1981, No. 1, 45-53.

[32] Gelfgat J.M., Gorbunow L.A.: O rascziote turbulentnych osiesimmetricznych MGD-tieczienij s nieodnorodnoj skorostnoj strukturoj. Magnitnaja gidrodinamika, 1980, No. 2, 62-68.

[33] Gelfgat J.M., Gorbunow L.A.: Wlijanije nieodnorodno raspriedielionnych elektromagnitnych sił i skorostiej na charakteristiki MGD-tieczienij w krugłoj trubie. Magnitnaja gidrodinamika, 1980, No. 3, 63-68.

[34] Hanas B.: Improving metallurgical processes by inductive stirring. 9th International Congress UIE, Cannes 1980, ref. II Ac4.

[35] Harrington R.P.: Field computation by moment methods. The McMillan Comp. New York 1968.

[36] Haubitzer W.: Das elektromagnetische Feld, die Druck-und Geschwindigkeitsverteilung im Rundstrangguss bei Drehfeld erregten Rührspulen. Elektrowärme International, 1979, 37, B6, B297-B300.

[37] Hughes W.F., Young F.J.: The electromagnetodynamics of fluids. New York Wiley 1966.

[38] Hurtuk D.J., Tzavaras A.A.: Some effects of electromagnetically induced fluid flow on macrosegregation in continuously cast steel. Metallurgical Transactions B, June 1977, vol. 8B, 243-251.

[39] Kadzimierz R.: Analiza zjawisk elektromagnetycznych przy indukcyjnym mieszaniu ciekłych metali w procesach metalurgii pozapiecowej. Gliwice 1982.

[40] Kamiyama S., Kawai Y.: Laminar flow of conducting liquid between two coaxial cylinders in a travelling magnetic field. Magnitnaja gidrodinamika, 1977, No. 3, 84-88.

[41] Kapusta A.B., Szamota W.P.: O laminarnom tieczienii prowodjaszczej żidkosti w kanale cilindriczieskogo liniejnogo indukcionnogo nasosa. Magnitnaja gidrodinamika, 1979, No. 2, 86-88.

[42] Kącki E.: Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice. WNT, Warszawa 1971.

[43] Kiriłłow I.R.: Elektromagnitnyje nasosy dlja jadernoj energetiki. Magnitnaja gidrodinamika, 1982, No. 3, 87-97.

[44] Kirsztein G.H., Kwasnewskij I.P.: Izmierienije raschoda żidkich mietałłow. Magnitnaja gidrodinamika, 1981, No. 2, 57-78.

[45] Kliman G.B.: Large electromagnetic pumps. Electric Machines and Electromechanics, 1979, vol. 3, No. 2, 129-141.

[46] Kollberg S.: Electromagnetic stirrers in the secondary cooling of continuous casting machines. 9th International Congress UIE, Cannes 1980, ref. II Ac5.

[47] Krakowski M.: Elektrotechnika teoretyczna. T. II Pole elektromagnetyczne. PWN, Warszawa - Poznań 1979.

[48] Krakowski M.: Straty wiroprądowe wywołane w ciałach metalowych przez prądy sinusoidalne w przewodach. Zeszyty Naukowe WSI w Opolu, Elektryka, 1980, Nr 64, z. 11, 105-113.

[49] Krumin J.K.: Uprawlienije profiljem elektrodinamiczieskich sił w prowodjaszczem tiele w bieguszczich magnitnych ppljach. Magnitnaja gidrodinamika, 1970, No. 3, 117-123.

[50] Krumin J.K.: Wzaimodiejstwije bieguszczego magnitnogo polja s prowodjaszczej sredoj. Zinatne, Riga 1969.

[51] Kurek A.: Analiza pola elektromagnetycznego cylindrycznych nagrzewnic indukcyjnych. Praca doktorska, Poznań 1985.

[52] Kurek A., Szymański G., Sajdak Cz.: Electromagnetic field in cylindrical inductors of the inductive devices. Acta Technica ČSAV, 1985, No. 1, 63-71.

[53] Marr H.S.: Electromagnetic stirring: stepping stone to improved continuously cast products. Iron and Steel International, February 1979, 29-41.

[54] McCutcheon M.J., Russo A.W.: Impedance characteristics of the finite-length annular induction MHD generator. J. Appl. Phys. 1972, vol. 43, No. 4, 1542-1546.

[55] McLachlan N.W.: Funkoje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.

[56] Mendrela E.: Silnik indukcyjny obrotowo-liniowy z masywnym wirnikiem. Rozprawy Elektrotechniczne, 1976, t. XXII, nr 2, 383-406.

[57] Mendrela E. i inni: Silniki indukcyjne obrotowo-liniowe. Przegląd Elektrotechniczny, 1979, z. 5, 213-216.

[58] Mikelson J.J. i inni: Czisliennoje modielirowanije MGD-tieczienija w obłasti proizwolnoj osiesimmetricznoj konfiguracii. Magnitnaja gidrodinamika, 1980, No. 3, 73-80.

[59] Mikelson J.J. i inni: Metodika rasczieta raspriedielienija skorostiej cilindriczieskoj indukcionnoj elektropieczi. Magnitnaja gidrodinamika, 1977, No. 1, 97-101.

[60] Mikelson A.E., Żejgur B.D.: Elektromagnitnaja transportirowka tiej. Zinatne, Riga 1971.

[61] Mühlbauer A.: Kräfte und Strömungen im idealisierten mehrphasig erregten Induktions-Tiegelofen. XIII Internationales Wissenschaftliches Kolloquium. Ilmenau 1968, 47-55.

[62] Nakanishi K. i inni: Possible relationship between energy dissipation and agitation in steel processing operations. Ironmaking a.Steelmaking, 1975, No. 3, 193-197.

[63] Roederer C., Ruer J.: Nouvelles applications des techniques de brassage electromagnetique sur les installations de coulee continue d'acier. 9th International Congress UIE, Cannes 1980, ref. II Ac6.

[64] Sajdak Cz.: Cylindryczne pompy indukcyjne do transportu ciekłych metali. Cz. I. Pole elektromagnetyczne. Archiwum Elektrotechniki, (w druku).

[65] Sajdak Cz.: Cylindryczne pompy indukcyjne do transportu ciekłych metali. Cz. II. Obliczenia i pomiary. Archiwum Elektrotechniki (w druku).

[66] Sajdak Cz.: Obliczenia cylindrycznych pomp indukcyjnych do transportu ciekłych metali. Archiwum Elektrotechniki, t. XXXV, z. 1/2,1985. 383-400.

[67] Sajdak Cz.: Ograniczenie podłużnego efektu krańcowego za pomocą uzwojeń kompensacyjnych w cylindrycznych pompach indukcyjnych do transportu ciekłych metali. Archiwum Elektrotechniki (w druku).

[68] Sajdak Cz.: Przyczynek do obliczania cylindrycznych pomp indukcyjnych do transportu ciekłych metali. Zeszyty Nauk. Politechniki Śląskiej - Hutnictwo, 1985, z. 27.

[69] Sajdak Cz.: Siły elektrodynamiczne w ciekłym metalu mieszanym indukcyjnie w procesach półciągłego i ciągłego odlewania wlewków cylindrycznych. Rozprawy Elektrotechniczne, 1985, t. XXXI, z. 2, 423-436.

[70] Sajdak Cz.: The calculation of electromagnetic forces acting upon a billet stirred inductively in the process of casting. Rev. Roum. Sci. Techn. - Electrotech. et Energ. 1986, 31, nr 1, 11-24.

[71] Sajdak Cz.: Wpływ harmonicznych czasowych wyższego rzędu prądu wzbudnika na siły elektrodynamiczne w mieszadłach indukcyjnych do metali ciekłych. Przegląd Elektrotechniczny, 1986, nr 2, 63-66.

[72] Sajdak Cz.: Weakening of the end effect in cylindrical induction pumps of the transport of liquid metals. Elektrotechnicky Časopis, (w druku).

[73] Sajdak Cz.: Wpływ nierównomiernego rozkładu prędkości ciekłego metalu na siły elektrodynamiczne w mieszadłach i pompach indukcyjnych. Rozprawy Elektrotechniczne, t. XXXII, 1986, z. 2, 455-470.

[74] Sajdak Cz.: Kształtowanie pola sił elektrodynamicznych w wielowzbudnikowych cylindrycznych mieszadłach indukcyjnych do ciekłych metali. Przegląd Elektrotechniczny (w druku).

[75] Sajdak Cz.: Transport flüssiger Metalle mittels zylindrischen elektromagnetischer Pumpen in denen das magnetische Wanderfeld durch Induktoren erzeugt wird. Archiv f. Elektrotechnik (w druku).

[76] Sajdak Cz.: The calculation of parameters of the induction stirrers used at continuous casting. 2nd European Electric Steel Congress, Florence 1986, Ref. No. P4.

[77] Sajdak Cz.: Zarys metodyki obliczania parametrów mieszadeł indukcyjnych stosowanych przy ciągłym i półciągłym odlewaniu. Materiały Konferencji "Metody matematyczne w elektrotermii", Wisła 1986.

[78] Sajdak Cz.: Mieszadła elektromagnetyczne stosowane przy ciągłym odlewaniu stali. Materiały Konferencji "Badania naukowe w elektrotermii", Wisła 1986.

[79] Sajdak Cz. i inni: Elektromagnitnyje ustrojstwa dlja transporta i pieriemieszziwanija żidkich mietałłow. Materiały Konferencji "Vysokopevne materialy - nekonvenčne metalurgie", Bratislava 1983.

[80] Sajdak Cz. i inni: Electromagnetic transport, feeding and stirring of liquid non-ferrous metals in the foundry industry. Elektrowärme International, 1985, No. B1, B38-B41.

[81] Sajdak Cz., Samek E.: Nagrzewanie indukcyjne. Podstawy teoretyczne i zastosowania. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice 1986.

[82] Samojłowicz J.A. i inni: Tiepłowyje prociessy pri nieprierywnom litje stali. Mietałłurgija, Moskwa 1982

[83] Schwerdtfeger K.: Metallurgische Probleme beim Stranggiessen von Stahl. Stahl u.Eisen, 1978, t. 98, No. 6, 225-235.

[84] Sipliwyj B.N.: Priblizziennyj rasczjot polja skorostiej w cilindriczieskich i płoskich MGD-kanałach. Magnitnaja gidrodinamika, 1975, No. 2, 45-53.

[85] Sokunow B.A. i inni: Wlijanije elektromagnitnogo pieriemieszziwanija na strukturu slitkow pri połunieprierywnoj otliwkie. Magnitnaja gidrodinamika, 1977, No. 3, 127-130.

[86] Stołow M.J.: Elektromagnitnoje polje i pondemotornyje siły w ustrojstwach elektromagnitnogo pieriemieszziwanija cilindriczieskogo tipa. W "Issliedowanija w obłasti promyszliennogo elektronagriewa" wyp. 4, Moskwa 1970, 192-199.

[87] Sudan R.N.: Interaction of a conduction fluid stream with a travelling wave of magnetic field of finite extension. Journal of Applied Physics, 1963, vol. 34, No. 3, 641-650.

[88] Sundberg Y.: Principles of the induction stirrer. ASEA J. 1971, No. 44, 71-80.

[89] Sundberg Y.: Mechanical stirring power in molten metal in ladles obtained by induction stirring and gas blowing. Scand. Journal of Metallurgy, 1978, No. 7, 81-87.

[90] Szamota W.P.: Niestacionarnoje tieczienije elektroprowodnoj żidkosti w indukcionnom pieriemieszziwatiele. Magnitnaja gidrodinamika, 1981, No. 3, 99-103.

[91] Szekely J.: Fluid flow phenomena in metals processing. Academic Press, New York 1979.

[92] Szekely J., Asai S.: Practical applications of the mathematical representation for turbulent recirpulatory flows. Trans. ISIJ, 1975, vol. 15, 276-284.

[93] Szekely J., Asai S.: The general mathematical statement of turbulent recirculatory flows. Trans. ISIJ, 1975, vol. 15, 270-275.

[94] Szekely J., Chang C.W.: Turbulent electromagnetically driven flow in metals processing. Part 1 Formulation. Part 2 Practical application. Ironmaking a.Steelmaking, 1977, No. 3, 190-195, 196-204.

[95] Szekely J. i inni: The measurements and prediction of melt velocities in turbulent electromagnetically driven recirculating flow melting system. Metallurgical Transaction, 1977, vol. 8B, 333-338.

[96] Szymański G.: Electrodynamic forces in cylindrical foil windings. Archiv f. Elektrotechnik, 1982, No. 65, 179-183.

[97] Szymański G.: Zastosowanie metod całkowych w elektrodynamice technicznej. Praca habilitacyjna. Rozprawy nr 135, Politechnika Poznańska 1982.

[98] Tacke K.H., Schwerdtfeger K.: Rührgeschwindigkeit in Rundstrauguss bei Rührung mit elektromagnetischen Drehfeldern. Stahl u.Eisen, 1979, vol. 99, No. 1, 7-12.

[99] Tarapore E.D. i inni: Fluid velocities in induction melting furnaces. Metallurgical Transactions, 1976, vol. 7B, 343-351, 1977, vol. 8B, 179-184.

[100] Tir L.L., Stołow M.J.: Elektromagnitnyje ustrojstwa dlja uprawlienija cirkuljaciej raspława w elektropieczach. Mietałłurgija, Moskwa 1975.

[101] Tozoni O.W.: Mietod wtoricznych istocznikow w elektrotechnikie. Energija, Moskwa 1975.

[102] Tozoni O.W.: Rascziot elektromagnitnych poljej na wyczislitielnych maszinach. Technika, Kijew 1967.

[103] Tuliszka E.: Mechanika płynów. PWN, Warszawa 1980.

[104] Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.

[105] Wasiljew S.W., Kozłow A.I.: Elektromagnitnyje jawlienija w cilindriczieskom liniejno-wintowom indukcionnom nasosie. Magnitnaja gidrodinamika, 1972, No. 4, 87-94.

[106] Werte L.A.: Magnitnaja gidrodinamika w mietałłurgii. Mietałłurgija, Moskwa 1975.

[107] Woldek A.I.: Indukcionnyje MGD-maszyny s żidkomietałliczieskim raboczim tiełom. Energija, Leningrad 1970.

[108] Woldek A.I., Tołwinskaja E.W.: Wlijanije gradacii liniejnoj nagruzki konoiewych zon induktora na prodolnyj krajewoj effekt w indukcionnych maszinach. Magnitnaja gidrodinamika, 1973, No. 1,90-98.

[109] Yamamura S. i inni: Theories of the linear induction motor and compensated linear induction motor. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1972, vol. PAS-91, No. 4, 1700-1710.

[110] Zaboronok G.F. i inni: Elektronnaja pławka mietałłow. Mietałłurgija, Moskwa 1972.

ANALIZA PRACY CYLINDRYCZNYCH URZĄDZEŃ ELEKTROMAGNETYCZNYCH DO TRANSPORTU I MIESZANIA CIEKŁYCH METALI

S t r e s z c z e n i e

W hutnictwie, odlewnictwie i energetyce jądrowej coraz częściej stosowane są urządzenia elektromagnetyczne do transportu, mieszania, dozowania i obróbki ciekłych metali. Przedmiotem pracy jest klasa urządzeń cylindrycznych ze wzbudnikami wytwarzającymi biegnące pole magnetyczne, do której należą m.in. pompy, mieszadła, dozowniki, zawory i przepływomierze. Opracowano metodę obliczania parametrów elektromagnetycznych tych urządzeń posługując się uniwersalnym modelem obliczeniowym. Uwzględniono wszystkie istotne zjawiska i elementy występujące w rzeczywistych urządzeniach, a zwłaszcza: podłużny efekt krańcowy, ekranujące działanie krystalizatorów, faz stałych i kanałów przewodzących, nierównomierny rozkład prędkości, skończone wymiary rdzenia magnetycznego oraz elementy ograniczające podłużny efekt krańcowy.

Przedstawiono metodykę kompleksowych obliczeń parametrów elektromagnetycznych i hydrodynamicznych. Podano schematy blokowe programów obliczeniowych dla pomp, mieszadeł i przepływomierzy. Dla przepływów laminarnych w pompach indukcyjnych wyznaczono rozkłady prędkości ciekłych metali.

Podano liczne, przydatne przy projektowaniu, charakterystyki uniwersalne pomp i mieszadeł, ujmujące m.in. zależność sił elektrodynamicznych, ciśnienia, sprawności itp. od poślizgu, podziałki biegunowej, częstotliwości.

Przeprowadzono weryfikację doświadczalną obliczeń w kilku prototypach urządzeń elektromagnetycznych do transportu i mieszania ciekłych metali.

АНАЛИЗ РАБОТЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ТРАНСПОРТА И ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Р е з ю м е

В металлургии, в литейном производстве и ядерной энергетике всё чаще применяются электромагнитные устройства для транспорта, перемешивания, дозировки и обработки жидких металлов. Предметом настоящей работы является класс цилиндрических устройств с индукторами производящими бегущее магнитное поле, которому принадлежат м.п. насосы, перемешиватели, дозаторы, клапана и расходомеры. Разработан метод расчёта электромагнитных параметров этих устройств пользуясь универсальной расчётной моделью. Учтены все существенные явления и элементы выступающие в этих устройствах, а именно: продольный краевой эффект, экранизирующие действие кристаллизаторов, твёрдых фаз и проводящих каналов, неравномерное распределение скорости, действительные размеры магнитного сердечника, а также элементы ограничивающие продольные краевые эффекты.

Представлена методика комплексных расчётов электромагнитных и гидродинамических параметров. Поданы блок-схемы расчётных программ для насосов, перемешивателей и расходомеров. Для ламинарных течений в индукционных насосах определены распределения скоростей жидких металлов. Поданы многие универсальные характеристики, пригодные при проектировании насосов и перемешивателей, охватывающие м.п. зависимости электромагнитных сил, давления, к.п.д., и.т.п. от скольжения, полюсного деления, частоты.

Проведено опытную верификацию расчётов в нескольких прототипах электромагнитных устройств для транспорта и перемешивания жидких металлов.

THE ANALYSIS OF OPERATION OF THE ELECTROMAGNETIC CYLINDRICAL DEVICES FOR TRANSPORTATION AND STIRRING OF LIQUID METAL

S u m m a r y

Electromagnetic devices for transportation, stirring, proportioning and treatment of liquid metals are more frequently used in metallurgy, casting and nuclear power industry. The group of cylindrical devices with inductors forming the travelling magnetic field, which includes among others pumps, stirrers, feeders, valves and flowmeters is the subject of this work. The method of calculation of electrqmagnetic parameters of these devices has been worked out using the universal calculation model. All significant phenomena and the elements present in real devices, especially: longitudinal end effect, screening effect of the moulds, solid phases and conductive channels, unequal velocity distribution, finite dimensions of the magnetic core as well as the elements limiting the longitudinal end effect have been taken under consideration. The methodology of complex calculations of electromagnetic and hydrodynamic parameters has been presented. Block diagrams of calculation programms for pumps, stirrers and flowmeters have been given. Velocity distributions of liquid metals for laminar flows in the induction pumps have been determined.

Numerous useful at designing universal characteristics of pumps and stirrers which include among others the dependence of electromagnetic forces, pressure, efficiency etc. upon slip, pole pitch, frequency have been given.

Experimental verification of the calculations in several prototypes of the electromagnetic devices for transportation and stirring of liquid metals has been performed.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 3353/87/29

WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:

44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33
40-098 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN — Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.