

**ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ**

Witold PYTEL

**PŁYTOWY MODEL WSPÓŁPRACY
UKŁADU STROP - FILAR - SPĄG
I JEGO ZASTOSOWANIE
W MECHANICE GÓRNICTWA**

GÓRNICTWO

Z. 251



GLIWICE 2002

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1532

Witold PYTEL

**PŁYTOWY MODEL WSPÓŁPRACY
UKŁADU STROP - FILAR - SPĄG
I JEGO ZASTOSOWANIE
W MECHANICE GÓROTWORU**

OPINIODAWCY

Dr hab. inż. Jan Białek – Profesor Politechniki Śląskiej

Prof. dr hab. inż. Jerzy Kwiatek

Prof. dr hab. inż. Jan Walaszczyk

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY - Prof. dr hab. Zygmunt Kleszczewski

REDAKTOR DZIAŁU - Dr hab. inż. Franciszek Plewa
Profesor Politechniki Śląskiej

SEKRETARZ REDAKCJI - Mgr Elżbieta Leško

REDAKCJA

Mgr Anna Błażkiewicz

REDAKCJA TECHNICZNA

Alicja Nowacka

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0372-9508

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice
tel./fax 237-13-81, www.polsl.gliwice.pl/alma.mater/wps.html
wydawnictwo@polsl.gliwice.pl

Nakład 120+50 egz. Ark. wyd. 20. Ark. druk. 12,25

Fotokopie, druk i oprawę wykonano w UKiP sc, *J&D Gębka*,
Gliwice, ul. Pszczyńska 44, tel./fax 231-87-09

SPIS TREŚCI

| | Str. |
|--|------|
| LISTA SYMBOLI | 9 |
| 1. WPROWADZENIE | 13 |
| 2. OPIS MODELU PODSTAWOWEGO | 18 |
| 2.1. Uwagi ogólne | 18 |
| 2.2. Obliczenie rozkładu obciążeń i ugięcia płyty reprezentującej nadkład | 20 |
| 2.2.1. Wprowadzenie | 20 |
| 2.2.2. Równanie różniczkowe zginania płyty | 21 |
| 2.2.3. Rozwiązanie równania różniczkowego ugięcia płyty metodą różnic skończonych | 22 |
| 2.2.4. Dokładność metody różnic skończonych | 24 |
| 2.2.5. Rozwiązanie równania różniczkowego zginania płyty nadkładu spoczywającej na sprężystej warstwie spągu - zadanie statyczne | 25 |
| 2.2.6. Rozwiązanie zadania współpracy płyty nadkładu z lekko-sprężystą warstwą spągu | 30 |
| 2.3. Modelowanie zadania fizycznego | 31 |
| 2.3.1. Modelowanie warstw nadkładu jako płyty zastępczej | 31 |
| 2.3.2. Modelowanie pracy systemu jako całości | 32 |
| 2.3.3. Modelowanie spągu | 33 |
| 2.3.4. Modelowanie warstwy odkształcalnej stropu bezpośredniego | 39 |
| 2.3.5. Modelowanie pracy filara (węglowego) | 39 |
| 2.4. Wstępna weryfikacja przydatności opracowanego modelu obliczeniowego | 39 |
| 2.4.1. Kopalnia I | 39 |
| 2.4.2. Kopalnia II [30] | 46 |
| 2.4.3. Kopalnia III | 50 |
| 2.5. Porównanie modelu płytowego z modelem korzystającym z analogii belkowej | 53 |
| 3. MODEL FILARÓW PLASTYCZNIE PODATNYCH | 60 |
| 3.1. Wprowadzenie | 60 |
| 3.2. Charakterystyka pracy filara poddanego osiowemu obciążeniu | 61 |
| 3.3. Czynniki wpływające na pracę ściskanego filara w skali naturalnej | 66 |
| 3.4. Modelowanie geometrii układu ścianowego z uwzględnieniem filarów plastycznie podatnych | 68 |
| 4. WSPÓLPRACA UKŁADU STROP-FILAR-SPĄG Z UWZGLĘDNIENIEM LEPKICH, NIELINIOWYCH WŁASNOŚCI SPĄGU BEZPOŚREDNIEGO | 72 |
| 4.1. Wprowadzenie | 72 |
| 4.2. Modelowanie zachowania się układu wyrobisk | 73 |
| 4.3. Analiza rzeczywistej sytuacji górniczej z zastosowaniem opracowanego modelu | 74 |
| 5. PROGNOZA OSIADANIA POWIERZCHNI TERENU NA SKUTEK PROWADZONEJ W POKŁADZIE EKSPLOATACJI ŚCIANOWEJ, Z ZASTOSOWANIEM UPROSZCZONEGO MODELU ANALITYCZNEGO BAZUJĄCEGO NA ANALOGII BELKOWEJ | 86 |
| 5.1. Wprowadzenie | 86 |
| 5.2. Idealizacja struktury mechanicznej | 86 |
| 5.2.1. Wprowadzenie | 86 |
| 5.2.2. Modelowanie warstw nadkładu jako belki zastępczej | 87 |
| 5.2.3. Modelowanie warstwy spągu | 88 |
| 5.2.4. Modelowanie filarów węglowych | 88 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 5.2.5. | Modelowanie materiału zalegającego w strefie zawału..... | 88 |
| 5.2.6. | Modelowanie belki nadkładu jako ciągną..... | 90 |
| 5.2.7. | Modelowanie obudowy przodka..... | 91 |
| 5.3. | Analiza czasowa opracowanego modelu..... | 91 |
| 5.3.1. | Wprowadzenie..... | 91 |
| 5.3.2. | Model warstwy słabego spągu..... | 91 |
| 5.3.3. | Model belki nadkładu..... | 92 |
| 5.3.4. | Obliczenie zależnego od czasu osiadania powierzchni..... | 92 |
| 5.4. | Obliczenie ugięcia belki zastępczej oraz rozkładu oddziaływań..... | 92 |
| 5.5. | Analiza układu rzeczywistego..... | 94 |
| 5.6. | Analiza wpływu zmienności wybranych parametrów układu..... | 99 |
| 5.6.1. | Wprowadzenie..... | 99 |
| 5.6.2. | Wpływ sztywności nadkładu na zginanie..... | 99 |
| 5.6.3. | Wpływ sztywności nadkładu na ścinanie..... | 100 |
| 5.6.4. | Wpływ miąższości słabej warstwy spągu..... | 100 |
| 5.6.5. | Wpływ odkształcalności słabej warstwy spągu..... | 100 |
| 5.6.6. | Wpływ odkształcalności złoża..... | 100 |
| 5.6.7. | Wpływ współczynnika osiadania..... | 100 |
| 5.6.8. | Wpływ podatności obudowy przodka..... | 100 |
| 5.6.9. | Wpływ długości pola..... | 101 |
| 5.7. | Czynnik czasu i jego wpływ na zachowanie się systemu ścianowego..... | 101 |
| 5.8. | Odwzorowanie układu ścianowego za pomocą modelu płytowego..... | 101 |
| 6. | OSIADANIE POWIERZCHNI TERENU WYWOŁANE ZATAPIANIEM | |
| | PODZIEMNYCH KOPALŃ WĘGLA..... | 105 |
| 6.1. | Wprowadzenie..... | 105 |
| 6.2. | Współdziałanie wody z układem podziemnych wyrobisk..... | 106 |
| 6.2.1. | Opis zagadnienia..... | 106 |
| 6.2.2. | Modelowanie przepływu wody w filarze i w warstwie spągu..... | 108 |
| 6.2.3. | Zastosowanie modelu współpracy układu nadkład-filar-spąg w zmiennych warunkach hydrogeologicznych..... | 111 |
| 6.3. | Analiza rzeczywistej sytuacji górniczej..... | 113 |
| 7. | WYMIAROWANIE FILARÓW W PRZYPADKU WYSTĘPOWANIA SŁABEJ | |
| | WARSTWY W SPĄGU BEZPOŚREDNIM..... | 118 |
| 7.1. | Wprowadzenie..... | 118 |
| 7.2. | Określenie nośności jednorodnej warstwy spągu zlokalizowanej pod pełnowymiarowym filarem..... | 119 |
| 7.3. | Przedstawienie spągu jako układu dwuwarstwowego i określenie jego nośności granicznej..... | 120 |
| 7.3.1. | Wprowadzenie..... | 120 |
| 7.3.2. | Sposób Vesica [168]..... | 121 |
| 7.3.3. | Sposób Vesica-Specka [157]..... | 122 |
| 7.3.4. | Sposób Vesica-Chughha-Haq'a-Chandrashekhara (sposób Vesica-CHC) [27]..... | 122 |
| 7.3.5. | Sposób Pytla-Chughha [32]..... | 123 |
| 7.4. | Wpływ anizotropii na nośność układu..... | 127 |
| 7.5. | Przykład obliczeniowy..... | 131 |
| 7.5.1. | Opis zadania..... | 131 |
| 7.5.2. | Metoda Vesica-Specka..... | 131 |
| 7.5.3. | Metoda Vesica-CHC..... | 132 |
| 7.5.4. | Metoda Pytla-Chughha..... | 132 |
| 7.6. | Dołowa weryfikacja modelu..... | 133 |
| 7.6.1. | Przypadek I..... | 133 |
| 7.6.2. | Przypadek II..... | 134 |
| 7.6.3. | Przypadek III..... | 135 |
| 8. | OPTIMALIZACJA WYMIARÓW FILARÓW W POLU EKSPLOATOWANYM | |
| | W SYSTEMIE KOMOROWO-FILAROWYM Z WYKORZYSTANIEM MODELU | |
| | BAZUJĄCEGO NA ANALOGII BELKOWEJ..... | 138 |
| 8.1. | Wprowadzenie..... | 138 |
| 8.2. | Opracowanie procedury optymalizacji..... | 139 |

| | |
|--|------------|
| 8.3. Praktyczna realizacja doboru alternatywnej geometrii wyrobisk | 141 |
| 8.3.1. Obserwacja wyrobisk z punktu widzenia ich stateczności oraz pomiar przemieszczeń pionowych powierzchni terenu ponad aktualnie eksploatowanym złożem | 141 |
| 8.3.2. Analiza osiadań w obrębie aktualnie eksploatowanego pola | 145 |
| 8.3.3. Opracowanie alternatywnej geometrii wybierania | 145 |
| 9. OPRACOWANIE GEOMETRII WYBIERANIA DLA SYSTEMU KOMOROWO- FILAROWEGO ZE SŁABĄ WARSTWĄ SPĄGOWĄ Z ZASTOSOWANIEM PODSTAW MECHANIKI SKAŁ I TEORII NIEZAWODNOŚCI | 150 |
| 9.1. Wprowadzenie | 150 |
| 9.2. Procedura wymiarowania z uwzględnieniem podstaw teorii niezawodności | 151 |
| 9.3. Analiza wrażliwości układu na zmiany wartości jego parametrów | 152 |
| 9.4. Wyznaczenie średnich parametrów charakteryzujących słabą warstwę spągu | 153 |
| 9.5. Opracowanie procedury wymiarowania filarów z zastosowaniem teorii niezawodności | 155 |
| 9.6. Analiza stateczności i niezawodności układu dla typowej sytuacji górniczej | 158 |
| UWAGI KOŃCOWE | 166 |
| LITERATURA | 168 |
| ZAŁĄCZNIKI | 178 |
| STRESZCZENIE | 192 |

CONTENTS

| | Page |
|--|------|
| LIST OF SYMBOLS | 9 |
| 1. INTRODUCTION | 13 |
| 2. BASIC MODEL DESCRIPTION | 18 |
| 2.1. General remarks | 18 |
| 2.2. Calculation of overburden plate deflection and load distribution | 20 |
| 2.2.1. Introduction | 20 |
| 2.2.2. Differential equation of thin plate deflection | 21 |
| 2.2.3. Solution of plate deflection general equation using the finite difference method | 22 |
| 2.2.4. Solution accuracy | 24 |
| 2.2.5. Solution of deflection equation for the overburden plate resting on floor finite elastic stratum - static problem | 25 |
| 2.2.6. Solution of overburden plate – viscous-elastic floor strata interaction problem | 30 |
| 2.3. Modeling of the physical problem | 31 |
| 2.3.1. Modeling of overburden strata as a substitute plate | 31 |
| 2.3.2. Entire system modeling | 32 |
| 2.3.3. Floor strata modeling | 33 |
| 2.3.4. Immediate floor deformable strata modeling | 39 |
| 2.3.5. Pillar behavior modeling | 39 |
| 2.4. Initial validation of developed model | 39 |
| 2.4.1. Mine I | 39 |
| 2.4.2. Mine II [30] | 46 |
| 2.4.3. Mine III | 50 |
| 2.5. Comparison of beam and plate based models | 53 |
| 3. YIELD PILLAR BEHAVIOR MODEL | 60 |
| 3.1. Introduction | 60 |
| 3.2. Pillar behavior model development | 61 |
| 3.3. Factors affecting large-size pillar compression | 66 |
| 3.4. Modeling of a longwall mining geometry with yield pillars | 68 |
| 4. ROOF-PILLAR-FLOOR INTERACTION FOR NON-LINEAR VISCOUS BEHAVIOR OF WEAK FLOOR STRATA | 72 |
| 4.1. Introduction | 72 |
| 4.2. Modeling of mine system behavior | 73 |
| 4.3. Analysis of a mining system using the developed model | 74 |
| 5. SUBSIDENCE PREDICTION IN LONGWALL MINING USING A BEAM THEORY BASED SIMPLIFIED ANALYTICAL MODEL | 86 |
| 5.1. Introduction | 86 |
| 5.2. Idealization of the structural problem | 86 |
| 5.2.1. Introduction | 86 |
| 5.2.2. Modeling of overburden strata as a substitute beam | 87 |
| 5.2.3. Floor strata modeling | 88 |
| 5.2.4. Coal pillar modeling | 88 |
| 5.2.5. Modeling of behavior of the material located in the gob area | 88 |
| 5.2.6. Modeling of the overburden beam as a string | 90 |
| 5.2.7. Face support modeling | 91 |

| | |
|--|------------|
| 5.3. Time-dependent model analysis | 91 |
| 5.3.1. Introduction | 91 |
| 5.3.2. Weak floor strata model | 91 |
| 5.3.3. Overburden beam model | 92 |
| 5.3.4. Time-dependent surface subsidence | 92 |
| 5.4. Calculation of beam deflection and associated reactive forces | 92 |
| 5.5. Case study | 94 |
| 5.6. Sensitivity analyses | 99 |
| 5.6.1. Introduction | 99 |
| 5.6.2. Overburden flexural stiffness effect | 99 |
| 5.6.3. Overburden shear stiffness effect | 100 |
| 5.6.4. Effect of weak floor strata thickness | 100 |
| 5.6.5. Effect of weak floor strata deformability | 100 |
| 5.6.6. Seam material deformability effect | 100 |
| 5.6.7. Settlement coefficient value effect | 100 |
| 5.6.8. Face support deformability effect | 100 |
| 5.6.9. Panel length effect | 101 |
| 5.7. Time-dependent behavior of the longwall system | 101 |
| 5.8. Longwall panel modeling using plate based interaction model | 101 |
| 6. ANALYSIS OF SURFACE SUBSIDENCE DUE TO FLOODING OF UNDERGROUND COAL MINES | 105 |
| 6.1. Introduction | 105 |
| 6.2. Mine workings-water interaction | 106 |
| 6.2.1. Problem description | 106 |
| 6.2.2. Modeling of water flow within pillar and floor strata | 108 |
| 6.2.3. Overburden-pillar-floor interaction model in varying hydro-geological conditions | 111 |
| 6.3. Case study | 113 |
| 7. PILLAR DESIGN FOR WEAK FLOOR STRATA CONDITIONS | 118 |
| 7.1. Introduction | 118 |
| 7.2. Estimating floor strata bearing capacity underneath full size pillar for homogeneous conditions... | 119 |
| 7.3. Floor strata as a two-layer system and its bearing capacity | 120 |
| 7.3.1. Introduction | 120 |
| 7.3.2. Vesic [168] approach | 121 |
| 7.3.3. Vesic-Speck [157] approach | 122 |
| 7.3.4. Vesic-CHC [27] approach | 122 |
| 7.3.5. Pytel-Chugh [32] approach | 123 |
| 7.4. Effect of anisotropy on floor strata bearing capacity | 127 |
| 7.5. Numerical example | 131 |
| 7.6. Field validation | 133 |
| 8. ANALYSIS OF ALTERNATE ROOM-AND-PILLAR MINING GEOMETRIES USING THE BEAM BASED ANALYTICAL MODEL | 138 |
| 8.1. Introduction | 138 |
| 8.2. Optimization procedure development | 139 |
| 8.3. Development of alternate mining geometries | 141 |
| 8.3.1. In-mine stability and surface subsidence monitoring of a panel with currently practiced mine geometry | 141 |
| 8.3.2. Subsidence analysis | 145 |
| 8.3.3. Alternate mining geometry development | 145 |
| 9. DEVELOPMENT OF ROOM-AND-PILLAR MINING GEOMETRIES FOR WEAK FLOOR STRATA CONDITIONS BASED ON ROCK MECHANICS AND RELIABILITY PRINCIPLES | 150 |
| 9.1. Introduction | 150 |
| 9.2. Design procedure to include reliability principles | 151 |
| 9.3. Sensitivity analyses | 152 |
| 9.4. Weak floor strata average characteristics | 153 |

| | |
|---|-----|
| 9.5. Development of reliability-based design procedure | 155 |
| 9.6. Stability and reliability analyses of a typical mining panel | 158 |
| CONCLUDING REMARKS | 166 |
| REFERENCES | 168 |
| APPENDIX 1 | 178 |
| ABSTRACT | 194 |

LISTA SYMBOLI

| | |
|------------------|--|
| a | - współczynnik osiadania |
| a_i | - } |
| b_i | - } współczynniki funkcji opisującej nieliniowo-lepkie zachowanie się spagu |
| c_i | - } |
| b_i | - zastępcza (względna) szerokość i -tej warstwy nadkładu |
| B, B_{pil} | - szerokość filara |
| B_{pi} | - wymiar płyty |
| c | - spójność, kohezja |
| c | - współczynnik reprezentujący wpływ czasu |
| C | - konwergencja mierzona pomiędzy spagiem i stropem |
| C_p | - deformacja filara poddanego jednoosiowemu ściskaniu |
| C_z | - współczynnik tłumienia |
| D | - sztywność płyty na zginanie |
| DM_{50} | - sieczny moduł sprężystości spagu wyznaczony dla obciążenia płyty równemu 50% jej nośności granicznej |
| E | - moduł sprężystości dla spagu ($E=E_2$) |
| E_{i1} | - moduł sprężystości przy zginaniu dla i -tej warstwy nadkładu |
| E_2 | - moduł sprężystości dla spagu |
| E_{v1}, E_{v2} | - współczynniki reprezentujące sprężyste własności modelu Rossa opisującego zachowanie się płyty reprezentującej nadkład |
| E_i | - moduł sprężystości dla i -tej warstwy nadkładu, lub |
| E_1 | - sieczny moduł sprężystości dla nienaruszonego materiału |
| E_{eff} | - efektywny, sieczny moduł sprężystości |
| E_g | - styczny moduł sprężystości dla materiału zalegającego w zrobach zawalowych |
| E_p | - moduł sprężystości dla węgla |
| E_{pi} | - moduł odkształcenia uzyskany z obciążania płyty próbnej |
| E_s | - styczny moduł sprężystości |
| E_r | - moduł sprężystości dla materiału budującego strop bezpośredni |
| E_1, E_2 | - parametry reprezentujące sprężyste własności standardowego modelu Burgersa |
| e_x | - stopień wybrania złoża |
| e_{x1} | - zastępcza wartość stopnia wybrania złoża eksploatowanego w technologii ścianaowej |
| et_1 | - etykieta |
| et_2 | - etykieta |
| F | - powierzchnia przekroju poprzecznego |
| f_i | - funkcje opisujące nieliniowe własności spagu |
| $f(t)$ | - funkcja pełzania dla spagu |
| $f_i(t)$ | - funkcja pełzania dla płyty reprezentującej nadkład |
| F_c | - współczynnik redukcyjny dla DM_{50} reprezentujący wpływ wymiaru płyty |
| F_c | - współczynnik Mandela-Salencona |
| F_r | - ogólnie współczynnik redukcyjny |
| F_{sb}, F_{ss} | - współczynnik bezpieczeństwa dla stropu bezpośredniego przy jego zginaniu i ścinaniu |
| G | - moduł Kirchhoffa |
| h | - funkcja opisująca zmienność wartości pionowego przemieszczenia w zależności od głębokości, lub |
| h | - potencjał hydrauliczny (poziom położenia swobodnego zwierciadła wody) |
| h_i | - miąższość i -tej warstwy nadkładu |
| H | - grubość odkształcalnej warstwy spagu |
| H_f | - wypiętrzanie spagu w wyrobisku |
| H_o | - grubość nadkładu |

| | |
|----------------------|--|
| H_p | - wysokość filara (wysokość furty eksploatacyjnej) |
| H_{pi} | - zastępcza wysokość filara w obrębie zlikwidowanej przestrzeni (modelowanie eksploatacji w systemie ścianowym) |
| H_r | - grubość okształcalnej warstwy stropu bezpośredniego |
| I | - moment bezwładności przekroju |
| I_p | - współczynnik osiadania |
| I_{pi} | - wskaźnik plastyczności dla węgla |
| k | - współczynnik podatności podłoża na poziomie spągu |
| K_s | - wodoprzepuszczalność nasyconego materiału spągu bezpośredniego |
| K_x, K_y, K_z | - współczynnik filtracji w kierunku osi x , y i z |
| L | - długość filara |
| L_p | - długość pola eksploatacyjnego |
| m | - liczba węzłów w kierunku y - y siatki podziałowej |
| M | - moment gnący |
| MC | - wilgotność naturalna |
| n | - liczba węzłów w kierunku x - x siatki podziałowej |
| N_{o1} | - współczynnik reprezentujący lepkie własności modelu Rossa opisującego zachowanie się płyty reprezentującej nadkład |
| N_1, N_2 | - parametry reprezentujące lepkie własności standardowego modelu Burgersa |
| N_c, N_q, N_γ | - standardowe współczynniki nośności granicznej |
| N_{ca} | - współczynnik nośności granicznej dla materiału anizotropowego |
| N_m | - zmodyfikowany współczynnik nośności granicznej |
| N_i | - współczynniki nośności granicznej dla słabego spągu |
| P_f | - prawdopodobieństwo zniszczenia pola eksploatacyjnego |
| P_{fail} | - prawdopodobieństwo zniszczenia |
| P_{suc} | - prawdopodobieństwo przetrwania |
| P_{st} | - całkowita siła rozciągająca |
| q | - obciążenie |
| q_n | - obciążenie równomiernie rozłożone w części centralnej (rdzeniu) filara |
| q_o | - rzeczywiste obciążenie filara po przejściu frontu eksploatacyjnego |
| q_p | - wytrzymałość węgla |
| \bar{q}_p | - wytrzymałość węgla filara w punkcie zlokalizowanym w odległości $3H_p$ od calizny |
| q_r | - wytrzymałość resztkowa węgla |
| q_v | - pierwotne obciążenie filara |
| Q | - siła tnąca albo reakcja podporowa, lub |
| Q | - objętość wody |
| r | - naprężenia kontaktowe, lub |
| r | - liczba węzłów w kierunku z - z siatki podziałowej |
| r_i | - odległość środka obszaru od osi neutralnej |
| r_{ik} | - odległość środka i -tego obszaru od spodu przekroju poprzecznego |
| r_x | - odległość osi neutralnej od spodu przekroju poprzecznego |
| R | - promień walcowej powierzchni nieciągłości |
| R_0 | - wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu |
| R_i | - losowy margines bezpieczeństwa |
| R_i | - względny przyrost |
| s | - całkowita długość ugiętego nadkładu |
| s_x | - moment statyczny powierzchni przekroju |
| t | - czas |
| u | - przemieszczenie boczne |
| UBC | - nośność graniczna |
| UBC _{pi} | - nośność graniczna obciążanej płyty |
| v | - szybkość postępu robót |
| v_x, v_y, v_z | - prędkość przepływu w kierunku x , y , z |
| V | - objętość rozluźnionego materiału w likwidowanej przestrzeni |
| V_0 | - początkowa objętość materiału w likwidowanej przestrzeni (przed eksploatacją) |
| V_s | - objętość cząstek stałych |
| V_v | - objętość pustek |
| w | - przemieszczenie pionowe |
| w_f | - pionowe przemieszczenie powierzchni spągu |
| w_p | - skrócenie osiowe filara na skutek jego osiowego ściskania, bez odkształceń poziomych |

| | |
|--------------------|---|
| w_t | - zależne od czasu osiadanie powierzchni terenu |
| w | - prędkość przemieszczeń |
| W | - szerokość wyrobiska |
| W_h | - szerokość filara oporowego |
| W_c | - wymagana szerokość wyrobiska |
| W_p | - szerokość pola eksploatacyjnego |
| x, y, z | - współrzędne w przestrzeni |
| x_i | - zmienna losowa |
| x_i | - wartość średnia zmiennej losowej |
| X_i | - losowe obciążenie filara |
| Y_p | - osiadanie filara |
| α | - iloraz wartości wypiętrzania spągu i osiadania filara |
| α_i | - parametr bezwymiarowy |
| β_1, β_2 | - zależności geometryczne związane z kształtem filara |
| β_i | - ściśliwość materiału posiadającego teoretyczną gęstość |
| β_{ci} | - rzeczywista ściśliwość porowatego materiału |
| δ | - kąt tarcia |
| Δt_i | - czas ukończenia i -tego subpola eksploatacyjnego |
| γ | - jeden z parametrów opisujących model Własowa |
| ϕ | - kąt tarcia wewnętrzny |
| ϕ_k | - k -wymiarowa gaussowska funkcja gęstości |
| η | - parametr opisujący zmienność wraz z głębokością rozkładu naprężeń poniżej środka równomiernie obciążonego obszaru |
| ε | - odkształcenie |
| λ | - wymiar siatki podziału |
| ν | - współczynnik Poissona dla spągu |
| ν_i | - współczynnik Poissona dla i -tej warstwy nadkładu |
| ν_l | - jeden z parametrów opisujących model Własowa |
| ν_o | - współczynnik Poissona dla nadkładu |
| ν_p | - współczynnik Poissona dla węgla |
| ν_r | - współczynnik Poissona dla słabej warstwy w stropie bezpośrednim |
| π_i | - zmienna bezwymiarowa |
| ρ | - gęstość |
| σ | - przyłożone ciśnienie |
| σ_c | - wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie próbki węgla |
| σ_{cc} | - wytrzymałość na jednoosiowe ściskanie próbki węgla w kształcie kostki o krytycznym rozmiarze |
| σ_p | - nośność graniczna filara (wytrzymałość filara) |
| σ_{xi} | - odchylenie standardowe i -tej zmiennej losowej |
| ω | - wartość dopuszczalnego błędu |
| ξ | - współczynnik "zwiększający" |
| ψ | - wysokość ciśnienia hydraulicznego |
| ζ | - zdolność do magazynowania wody |

1. WPROWADZENIE

Każdej podziemnej eksploatacji górniczej towarzyszą zmiany stanu naprężenia w górotworze oraz jego deformacje będące skutkiem powstania zakłócenia stanu pierwotnej równowagi poprzez wytworzenie pustki w miejscu wyeksploatowanego złoża. Górotwór, w takich warunkach poddany zwiększonemu obciążeniu wokół utworzonej pustki, ulega stopniowemu niszczeniu, a skały otaczające, przemieszczając się w kierunku pustki i następnie ją wypełniając, tworzą warunki dla powstania nowego stanu równowagi całego układu. Parametry deformacji górotworu i skala przemian pola naprężeń zależą od szeregu czynników, z których najważniejszymi są:

- a) rodzaj stosowanej technologii górniczej (ścianowa, komorowo-filarowa, z podsadzką, bez podsadzki, itp.),
- b) budowa geologiczna skal nadkładu,
- c) głębokość eksploatacji,
- d) parametry systemu eksploatacyjnego.

Jeśli wymiary eksploatowanego pola są niewielkie, wpływy eksploatacyjne ulegają szybkiemu rozproszeniu i ujawniają się na powierzchni częściowo, tworząc wizualnie tzw. niepełną nieckę obniżeniową, która pogłębia się w miarę zwiększania się obszaru wybranego, przyjmując kształt niecki obniżeniowej pełnej, lub nadpełnej charakteryzującej się dnem o płaskim w przybliżeniu kształcie. Jest oczywiste, że większemu przyrostowi obniżeń powierzchni towarzyszą odpowiednio duże przyrosty sił wewnętrznych w górotworze manifestujące się zaciskaniem się wyrobisk, a także pojawianiem się różnego rodzaju uszkodzeń w ich obrębie. Zmiany w polu deformacji/obciążeń będące skutkiem prowadzonej w pobliżu podziemnej eksploatacji górniczej nie mogą być jednak traktowane jako niezmiennie w czasie, gdyż ich charakterystyka jest uzależniona od aktualnych wymiarów wyrobisk, ich kształtu, a także od położenia frontu eksploatacji. Z uwagi zatem na wpływ czasu, efekty w kategorii deformacji/obciążeń prowadzonej eksploatacji górniczej można podzielić na ustalone i nieustalone. Efekty nieustalone są funkcją czasu i reprezentują stany chwilowe w postaci swego rodzaju procesu charakterystycznego dla początkowej fazy eksploatacji, jej późniejszej fazy oraz przez pewien okres po jej zakończeniu. Efekty ustalone, zwane też końcowymi lub asymptotycznymi, są natomiast charakterystyczne dla okresu, gdy górotwór nie wykazuje już ruchów i deformacje nie zmieniają się w czasie. Czas, jaki upływa pomiędzy momentem ukończenia prac górniczych a początkiem ujawniania się ich efektów, a także całkowity czas ich narastania zależy przede wszystkim od warunków geologiczno-górnich eksploatacji (rodzaj i grubość nadkładu, głębokość i technologia eksploatacji) i rozciąga się od kilku dni czy miesięcy, do kilkudziesięciu lat.

Badanie tych zjawisk jest podstawowym zadaniem geomechaniki lub, w węższym ujęciu, mechaniki górotworu, która stosując rozmaite techniki obliczeniowe przygotowuje prognozę wpływu eksploatacji podziemnej na obiekty podziemne oraz obiekty znajdujące się na powierzchni, poprzez wyznaczenie spodziewanych wskaźników deformacji **ciągłych** lub stanu naprężenia i odkształcenia górotworu w aspekcie czasu i przestrzeni. W pracy przyjęto generalnie, że niecce deformacji w postaci łagodnego obniżenia o zasięgu wykraczającym poza rzut poziomy pola eksploatacyjnego nie towarzyszy naruszenie spójności warstw powierzchniowych. Zakłada się zatem, że nie jest możliwe, w przypadku eksploatacji płytkiej (70–80 m pod powierzchnią), ani załamanie stropów wyrobisk, ani np. wypłynięcie z nadkładu warstw kurzawkowych powodujące pojawienie się deformacji nieciągłych w postaci szczelin, progów, spękań i zapadłisk powierzchniowych.

Zdefiniowane wyżej zadania w kategorii deformacji ciągłych i ich skutków realizuje się stosując odpowiednie metody obliczeniowe, które można podzielić na dwie podstawowe grupy:

- a) metody empiryczne, najczęściej odnoszące się do lokalnych warunków geologiczno-górnich,
- b) metody będące wynikiem uogólnień i dedukcji.

Bardziej uniwersalne metody grupy (b) można z kolei uszeregować wg zastosowanego aparatu analitycznego i jego założeń [84]:

- a) metody oparte na określonych założeniach geometrycznych odnośnie do rozkładu wpływów wybrania elementarnej objętości złoza (całkowanie elementarnych wpływów),
- b) metody traktujące górotwór jako ośrodek stochastyczny (ośrodek sprężysty podlegający prawom losowym),
- c) metody oparte na założeniach mechaniki ośrodka ciągłego.

W ostatnich latach zanotowano znaczny rozwój metod obliczeniowych w zagadnieniach technicznych związanych zarówno ze współpracą konstrukcji inżynierskich z podłożem gruntowym (budownictwo podziemne), jak i z mechaniką górotworu (górnictwo odkrywkowe i podziemne). O rosnącej popularności metod numerycznych, a także o ciągle zwiększającej się liczbie ich odmian, zdecydował oczywiście gwałtowny rozwój technik komputerowych, a w tym wyjątkowo szybkie tempo przyrostu mocy obliczeniowej popularnych urządzeń do przetwarzania danych, m.in. komputerów osobistych.

W przeszłości mechanika górotworu była traktowana w zasadzie jako nauka empiryczna, której zadaniem było opisowe przedstawienie zjawisk spotykanych w górnictwie. Wielka złożoność budowy rzeczywistego górotworu powodowała jednak, że bardzo rzadko udawało się zjawiska towarzyszące jego deformacji ująć w zamkniętą formę zależności analitycznych. Osiągnięciami w tej dziedzinie wyróżniały się różnorodne metody opisu deformacji górniczych powierzchni, nie uwzględniające jednakże na ogół parametrów mających ściśle związki z własnościami odkształceniowo-wyrztrzymałościowymi ośrodka skalnego, rozwiązania bazujące na hipotezach sklepienia oraz fali ciśnień, lub też mające za podstawę założenia mechaniki ośrodka ciągłego, na których z kolei bazują teoria sprężystości oraz mechanika gruntów i skał. Chociaż tego rodzaju rozwiązania były użyteczne w wielu praktycznych sytuacjach, z natury swojej nie były w stanie objąć bardziej skomplikowanych zagadnień, szczególnie takich, które przy złożonej, np. zmiennej w czasie, konfiguracji przestrzennej wybieranego złoza mogłyby uwzględnić takie własności materiału, jak jego niejednorodność, nieliniowe charakterystyki odkształceniowe, dowolny stan obciążenia zewnętrznego, istniejące nieciągłości lub inne zaburzenia w budowie geologicznej i tektonice górotworu.

W Polsce najbardziej rozpowszechnione w użyciu były i nadal są metody bazujące na teoriach geometryczno-całkowych, które dzięki wprowadzeniu techniki komputerowej obliczeń, z wystarczającą dla praktyki dokładnością umożliwiają przewidywanie deformacji powierzchni, także nieustalonych (Skinderowicz [156], Drzęzła [40,41], Filcek i in. [51,52], Flisiak [58]). Metody te, ciągle rozwijane, uwzględniają obecnie także takie aspekty zagadnienia, jak np. charakterystyka geologiczno-wyrztrzymałościowa górotworu (Chudek i Stefański [18,19]), odkształcenie oktaedryczne (Białek [8]), asymetria wpływów końcowych (Białek [7]), zmienna w przestrzeni kinematyka procesu deformacji (Strzałkowski [160]), a także rozmaite aspekty wpływu czynnika czasu (np. Sałustowicz [152,153], Białek i in. [9], Drzęzła [42], Kwiatek [94]). Ponieważ metody geometryczno-całkowe są w istocie technikami wyznaczania obniżeń powierzchni (i jego pochodnych) na skutek prowadzonej eksploatacji górniczej, stosowanie ich w tym zakresie jest w pełni uzasadnione. Niedogodnością tych metod, dyskwalifikującą je w niektórych zastosowaniach, jest natomiast brak możliwości odniesienia obliczonych deformacji górotworu do odpowiadającego im stanu naprężenia będącego podstawą wszelkich analiz wytrzymałościowych. Metody traktujące górotwór jako ośrodek stochastyczny (Litwiniszyn [97], Ryncarz [145]) również nie znalazły dotychczas szerszego zastosowania w analizie stateczności wyrobisk podziemnych.

Analityczne rozwiązania stanu naprężeń/odkształceń w górotworze wykazującym właściwości sprężyste (np. Dymek [43,44], Hłaft [64]), sprężysto-plastyczne (np. Mróz i Staroń [114]) lub sprężysto-lepkie (m.in. Filcek [46], Zajac [183], Nguyen van Can [115]) były tematem wielu prac badawczych, których jądro oparte było na analitycznych zapisach teorii sprężystości. Wyniki tych prac znalazły zastosowanie w określonych, indywidualnych przypadkach, lub w obliczeniach przybliżonych. Dopiero sformułowanie i opublikowanie przez Zienkiewicza [184] podstaw metody elementów skończonych dało badaczom nowe, bardzo uniwersalne narzędzie dyskretnej aproksymacji pracy górotworu naruszonego eksploatacją górniczą. Spośród znacznej liczby prac polskich badaczy dotyczących rozmaitych aspektów pracy górotworu sformułowanych za pomocą MES w dwóch wymiarach (zadania osiowosymetryczne lub w płaskim stanie odkształcenia) można wyróżnić prace poświęcone zagadnieniom sprężystym (m.in. Walaszczyk [171], Izbicki i Wnętrzak [78], Filcek i Walaszczyk [56], Hłaft [63], Filcek [49], Marczak i in.

[106]. Dobrociński i Walaszczyk [39], Kleta i Duży [83], Mazurkiewicz i Tajduś [109], Tajduś [165], Walaszczyk i in. [172,174,175,178], Kaczmarek [79]), lepko-sprężystym (np. Filcek [45], Filcek i Tajduś [54,55], Tajduś [163,164], Walaszczyk i in. [173], Cisek i in. [35]) oraz ogólnie sprężysto-plastycznym (np. Tajduś [164], Kwaśniewski i Wang [92,93]). Z nielicznych polskich prac poświęconych trójwymiarowym zagadnieniom pracy górotworu wymienić można prace dotyczące modelowania za pomocą MES (Grzebyk i Pytel [62], Pytel i in. [141], Pytel [142], Butra i in. [15], Majcherczyk i Małkowski [101]) lub wykorzystujące rozwiązania oparte na metodzie różnic skończonych (np. Pytel [132]).

Za granicą, szczególnie w USA, możliwość praktycznego wykorzystania trójwymiarowej aproksymacji pracy górotworu za pomocą elementów skończonych (pakiety ADINA, ANSYS, NASTRAN i in.) uzależniona była w końcu lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku przede wszystkim od dostępu do maszyn obliczeniowych dużej mocy (superkomputerów), np. Gall i Park [61], Kripakov [90]. W celu uniknięcia tego rodzaju ograniczeń zostały opracowane łatwe w użyciu programy obliczeniowe oparte na metodzie elementów brzegowych sformułowanej w trzech wymiarach wykorzystującej analityczne rozwiązanie zagadnienia tzw. „nieciągłości przemieszczeń”, adresowane wyłącznie do problemów geomechanicznych wybierania płaskiego złoża, m.in. MULSIM (Zipf [186,187]), EXAMINE [37] i LAMODEL[2]. Moce obliczeniowe współczesnych stacji roboczych, a nawet komputerów osobistych, pozwalają już na rozwiązywanie rozmaitych liniowo sprężystych zagadnień trójwymiarowych pracy górotworu. Jednak każde odejście w stronę uwzględnienia lepkości, plastyczności górotworu itp. dodatkowych wpływów wymaga zastosowania w algorytmie rozwiązania procedur iteracyjnych, wydłużających czas obliczeń do wartości z reguły niemożliwych do akceptacji.

W takich warunkach wzrasta atrakcyjność metod uproszczonych, które redukując rozmiar zadania fizycznego pozwalają jednocześnie z wystarczającą dokładnością wprowadzać do analizy elementy nieosiągalne praktycznie dla metod „dokładnych”. Takimi uproszczonymi metodami są techniki oparte na teorii fali ciśnienia Budryka [13] adaptującej teorię zginania belek na sprężystym podłożu do górnictwa. Jedne z pierwszych prac w tym zakresie dotyczyły zginania belki nieskończonej posiadającej ciągły kontakt z odkształcalnym podłożem (Sałustowicz [151]) oraz zadania osiowosymetrycznego zgięcia nieograniczonej płyty (Filcek [47,48]) na sprężystym podłożu. Następne prace podają rozwinięcie tego podejścia w kierunku modelowania płaskich systemów filarowo-komorowych (Bauer [5], Bauer i Karpuk [6], Filcek i in. [53], Walaszczyk i Gawlik [176]), skrzyżowań (Kłeczek i in. [86]) oraz innych aspektów eksploatacji podziemnej (np. Kłeczek i Zorychta [87], Halał [64], Ozog [117], Haramy i in. [66,67]). Generalnie, jak pisze Filcek w pracy [50], „teoria fali ciśnienia Budryka zachowała do dzisiaj swoje fundamentalne znaczenie, jest wykorzystywana i rozwijana”. Przykładem tego jest przedstawiiony w pracy płytowy model współpracy górotworu z eksploatowanym złożem wykorzystujący „powierzchnię ciśnień” jako rozwinięcie fali w dodatkowy wymiar i sprowadzający zagadnienie do problemu zginania reprezentującej nadkład płyty spoczywającej na odkształcalnym podłożu obejmującym filary, złożę i warstwę spągu [126].

Stan deformacji wyrobisk eksploatowanych w technologii filarowo-komorowej jest szczególnie ważny z punktu widzenia inżynierii i geomechaniki wtedy m.in., gdy filary wykazują duże, sprężysto-plastyczne odkształcenia spowodowane znacznymi obciążeniami, a także gdy zachowanie układu: strop-filar-spąg jest takie, że można rozpatrywać je w kategoriach zależności czasowych. Zależne od czasu, duże deformacje stropu, filarów lub warstw spągu powodują bowiem znaczące osiadania zarówno filarów, jak i stropu, z towarzyszącym im wypiętrzaniem spągu w wyrobiskach, a także są przyczyną ugięcia powierzchni terenu i przekazywania znacznej części obciążenia w kierunku sąsiednich wyrobisk i pól eksploatacyjnych. Z tego też względu możliwość prognozy spodziewanych wielkości osiadań i skali transferu obciążenia ma krytyczne znaczenie dla właściwego doboru parametrów systemu eksploatacji z punktu widzenia bezpieczeństwa obiektów zarówno dołowych, jak i powierzchniowych. W tym aspekcie wysoką efektywnością odznacza się opracowany przez autora [126, 127] uproszczony model płytowy współdziałania układu strop-filar-spąg oparty na teorii zginania płyt cienkich spoczywających na odkształcalnym podłożu.

Tego rodzaju model fizyczny górotworu składa się z trzech rodzajów elementów:

- prostokątnej płyty cienkiej o zróżnicowanej sztywności na zginanie w zależności od lokalizacji, pokrywającej cały rozpatrywany obszar złoża i reprezentującej uwarstwiony nadkład. Przyjmuje się przemieszczeniowe warunki brzegowe w postaci zerowego kąta obrotu płyty. W każdym punkcie płyty wyróżnia się trzy stopnie swobody: przemieszczenie pionowe i dwa obroty wokół

osi poziomych (x, y) , na podstawie których określa się z kolei siły wewnętrzne w płycie: siły tnące T i momenty zginające M działające w odpowiednich płaszczyznach;

- jednowymiarowych elementów w postaci prętów pracujących w jednoosiowym stanie naprężenia i reprezentujących zroby lub pozostawione w przestrzeni wybranej filary. Elementy takie z założenia przenoszą tylko oddziaływania pionowe, skierowane prostopadle do płaszczyzny środkowej płyty nadkładu i mają dwa stopnie swobody;
- jednowymiarowych elementów w postaci prętów pracujących w trójosiowym stanie naprężenia w warunkach braku odkształceń poziomych i reprezentujących złoże oraz warstwy spągu. Elementy takie z założenia przenoszą również tylko oddziaływania pionowe, skierowane prostopadle do płaszczyzny środkowej płyty nadkładu i mają także dwa stopnie swobody.

Przyjmuje się, że odkształcenia pionowe złoża, spągu, filara lub zrobów i reprezentujących je odpowiednich elementów jednowymiarowych (prętów) są takie same oraz że przekrój poprzeczny danego pręta jest równy powierzchni odpowiadającego mu fragmentu górotworu. Założenia powyższe umożliwiają przypisanie prętom sztywności zastępczych i wprowadzenie ich do modelu fizycznego.

Przedstawiony model posiada szereg zalet i ograniczeń jednocześnie, gdyż m.in.:

- Możliwe jest uwzględnienie w nim zmiennej sztywności nadkładu oraz zmiennej budowy geologicznej spągu, a także różnicowane charakterystyki mechaniczne zachowania się złoża i skal otaczających.
- Praktycznie każda dwuwymiarowa i nieregularna geometria pola (pól) eksploatacyjnego oraz czasowa sekwencja jego wybierania może być wprowadzona do obliczeń.
- Aby zastosowanie teorii zginania płyt w omawianym zagadnieniu było uzasadnione, głębokość eksploatacji powinna być relatywnie mała w porównaniu z rozmiarem liniowym zadania (wymiały płyty reprezentującej nadkład powinny być 3-5 razy większe niż grubość nadkładu).
- Zapis modelu wykorzystuje teorię małych odkształceń.
- Poziome naprężenia i rozwarstwienie materiału nie są uwzględniane w analizie.
- Niejednorodność spągu może być modelowana jedynie jako układ dwuwarstwowy, z warstwą słabą przykrywającą nieodkształcalne podłoże.

Prezentowany dalej model płytowy stanowi kompleksowe ujęcie tych zagadnień i posiada znaczny potencjał w zastosowaniu do szerokiego spektrum różnorodnych problemów górniczych. Prace nad nim autor rozpoczął już w 1987 roku [126], rozwijając go następnie o dalsze moduły uwzględniające nowe, ważne parametry układu strop-filar-spąg. Wszystkie związki fizyczno-mechaniczne rządzące zachowaniem się modelu zostały przez autora skodyfikowane w postaci zbioru programów komputerowych napisanych w języku FORTRAN, użytkowanych początkowo na komputerach typu *main-frame*, a później, w miarę rozwoju techniki komputerowej, na stacjach roboczych i komputerach osobistych. Model płytowy górotworu, będący jądrem każdego z tych programów, funkcjonuje w USA pod nazwą *SIU* (skrót od Southern Illinois University) *PANEL.3D Ground Mechanics Model*. Nie posiada on jednak postaci materialnej w postaci systemu programów o hierarchicznej strukturze pozwalającej na ich swobodne eksploataowanie przez użytkownika z zewnątrz, ponieważ duża część programów powstała na bieżąco jako odpowiedź na problem wymagający natychmiastowego rozwiązania i wyjaśnienia jego roli w pracy układu.

Podstawowym celem przedstawionej pracy jest wykazanie przydatności modelu płytowego oraz potwierdzenie względnie wysokiej dokładności wyników obliczeń uzyskanych na jego podstawie, w zastosowaniu do różnorodnych zagadnień eksploatacji filarowo-komorowej i ścianowej poziomo zorientowanego złoża w obecności uwarstwionego nadkładu. Prezentowane w pracy rozwiązanie uzyskane za pomocą metody różnic skończonych pozwala znaleźć relację pomiędzy zależnymi od czasu przemieszczeniami nadkładu i spągu i rzeczywistym postępowaniem robót górniczych traktowanym jako suma kolejnych czasoprzestrzennych zmian, na które składa się wybranie ściśle określonych podobszarów w ściśle określonych granicach czasowych, odpowiadających rzeczywistej sekwencji wybierania złoża. Przedstawiony model płytowy górotworu wzbogacony został opisem szeregu możliwości jego zastosowań, przy czym przyjęto zasadę o nieskalowaniu wstecznym parametrów.

Wszystkie elementy modelu płytowego, dotyczące koncepcji budowy modelu i związków fizyczno-mechanicznych pomiędzy jego składnikami, zostały opracowane przez autora samodzielnie. Wynikiem pracy autora są również wszystkie rozszerzenia modelu o problemy lepko-plastyczne oraz związane z nośnością filarów i spagu, niezawodnością układu i z dynamicznymi efektami przeciążenia jego elementów, a także całość przedstawionych zastosowań modelu w praktycznych zagadnieniach projektowania systemów eksploatacji.

2. OPIS MODELU PODSTAWOWEGO

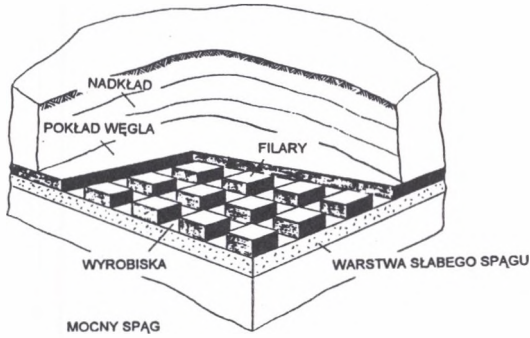
2.1. Uwagi ogólne

Najkrócej rzecz ujmując, opracowany model płytowy górotworu wykorzystuje podobieństwo pracy nadkładu do zginania kompozytowej płyty cienkiej spoczywającej na sprężystym lub w inny sposób odkształcalnym podłożu. Podstawy teoretyczne modelu, a także niektóre wyniki związane z jego weryfikacją, zostały szczegółowo omówione w szeregu publikacjach [126,133,134,135,136]; tutaj dla potrzebnej jasności wywodów przedstawia się jedynie ich krótkie streszczenie.

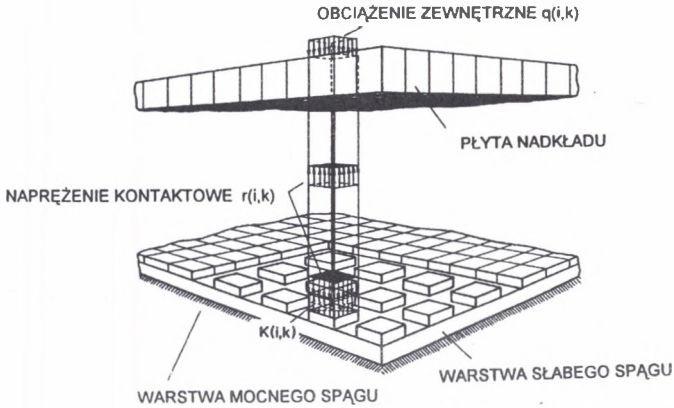
Rozpatrywane zadanie fizyczne (rys. 2.1), którego częściami składowymi są: nadkład, filary oraz warstwy spągu, przekształca się w zastępczy układ mechaniczny (rys. 2.2), który z kolei jest analizowany z punktu widzenia obciążeń i przemieszczeń zachodzących w wybranych punktach (węzłach). Warstwy nadkładu są modelowane jako kompozytowa, sprężysta płyta o sztywności na zginanie zmieniającej się skokowo, z której przyłożone obciążenie jest przekazywane na słaby spąg za pośrednictwem filarów o sprężystej lub sprężysto-plastycznej charakterystyce: obciążenie-odkształcenie. Filary w modelu są reprezentowane przez jednowymiarowe sprężyny o liniowych lub nieliniowych charakterystykach, połączone ze spągiem reprezentowanym z kolei przez ośrodek składający się z dwóch warstw skalnych, z których wyższa, słaba, spoczywa na mocnej, dolnej warstwie. Słaba, górna warstwa, obejmując wszystkie słabsze materiały zalegające w spągu bezpośrednim, jest traktowana jako jednorodna, izotropowa, charakteryzująca się określonymi własnościami w dziedzinie sprężystej i reologicznej. Niezależne od czasu charakterystyki słabego spągu mogą być tu reprezentowane przez jeden z dostępnych modeli sprężystych, takich jak półprzestrzeń sprężysta, jednoparametrowy model Winklera, warstwa spoista o skończonej miąższości, warstwa sprężysta Własowa [169], podczas gdy uzależnione od czasu deformacje opisywane są za pomocą standardowego modelu Burgersa.

Zakłada się przy tym, że dzięki względnie małym deformacjom w polach eksploatacyjnych w systemie filarowo-komorowym podczas zginania nie powstają żadne rozwarstwienia na kontaktach warstw nadkładu, chociaż z drugiej strony, ze względu na to, że wszystkie płaszczyzny kontaktu są z założenia gładkie, dopuszcza się w ich obrębie możliwość względnych przesunięć materiału. Przyjmuje się także, że obciążenie zewnętrzne przyłożone na płytę/belkę pochodzące od ciężaru własnego nadkładu i obciążenia powierzchniowego może generować jedynie pionowe reakcje podporowe w poziomie filarów. Poziome naprężenia nie są rozpatrywane w analizie tak sformułowanego modelu.

Płytę reprezentującą nadkład, złożę oraz warstwy spągu dzieli się za pomocą siatki podziałowej na mniejsze bloki (rys. 2.3), których rozmiar może być zróżnicowany w poszczególnych rejonach w zależności od wymaganej dokładności obliczeń i rzeczywistej geometrii filarów i wyrobisk. Chociaż wymaga się, aby rozmiar bloków w polu eksploatacyjnym odpowiadał odległości pomiędzy środkami regularnie zlokalizowanych filarów, w ogólnym przypadku nieregularnych geometrii wydobycia, warunek ten jest bardzo trudny, a często wprost niemożliwy do spełnienia. W takim przypadku wykonuje się uogólnioną siatkę podziału, której węzły mogą być zlokalizowane w wyrobiskach, a geometria wyrobisk ma swoje odbicie pośrednio w zastępczych parametrach odkształceniowych reprezentujących powierzchnię wybranej przestrzeni i uwzględniających stopień wybrania złoża oraz wysokość furty eksploatacyjnej.



Rys. 2.1. Schemat fizyczny zadania
Fig. 2.1. Physical problem

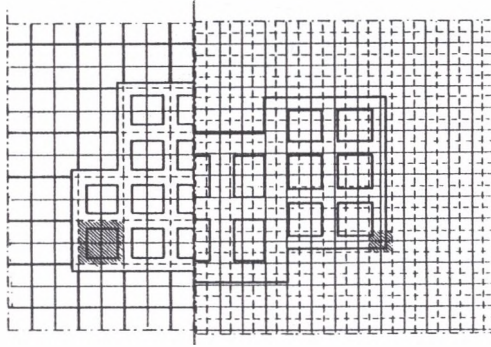


Rys. 2.2. Mechaniczny układ zastępczy
Fig. 2.2. Substitute mechanics system

Liczba i wymiar bloków podziałowych zależą zarówno od charakterystyki aktualnej sytuacji górniczej, jak i od wymaganego poziomu dokładności odwzorowania układu rzeczywistego za pomocą przedstawionego modelu. Na tle dotychczasowych doświadczeń w tym zakresie racjonalne wydają się następujące reguły postępowania:

- Liczbę bloków w obrębie skrajnych (prawo, lewo, góra, dół), nienaruszonych obszarów poza rozpatrywanym polem eksploatacyjnym przyjmuje się jako większy moduł z następujących ułamków: (i) podwójna średnia grubość nadkładu podzielona przez szerokość pierwszego, skrajnego filara w przyległym polu eksploatacyjnym, lub (ii) długość przyległego pola eksploatacyjnego (pół eksploatacyjnych) podzielona przez szerokość najbliższego filara zlokalizowanego w tym polu. W praktyce wystarczy 20-25 bloków dla odpowiedniego zamodelowania filarów oporowych, jednakże w przypadku sztywnego nadkładu liczba bloków może ulec zwiększeniu. W celu odizolowania rozpatrywanego obszaru od wpływu podparcia na brzegu wymagana szerokość pasów skrajnych, traktowanych jako otulina, musi być równa co najmniej grubości nadkładu w tym rejonie.

- Całość rozpatrywanych wyrobisk powinna zostać podzielona na szereg prostokątnych tzw. *podpól* (poletek), z których każde posiada przypisany mu czas (początek i koniec) eksploatacji i stopień wybrania.
- Liczba *podpól* nie jest w zasadzie ograniczona, jednakże w celu uniknięcia pracochłonnej procedury wprowadzania danych zaleca się wprowadzanie umiarkowanej, najmniejszej z możliwych liczby *podpól*.



Rys. 2.3. Pokrycie zadania siatką podziałową
Fig. 2.3. Grid network development

Termin *filar* jest tu używany, gdy jest mowa o filarze posiadającym rzeczywistą lokalizację i wymiary, natomiast nazwa *blok* stosowana jest w celu wyróżnienia elementu podporowego stworzonego dla celów obliczeniowych w obrębie pola eksploatacyjnego, filarów oporowych, rejonów nienaruszonych, a także w celu poprawienia dokładności wyników, w obrębie niektórych filarów.

2.2. Obliczenie rozkładu obciążeń i ugięcia płyty reprezentującej nadkład

2.2.1. Wprowadzenie

Teoria zginania płyt cienkich może mieć istotne zastosowanie w górnictwie jako odwzorowanie zachowania się górotworu, w przypadku gdy grubość nadkładu jest mniejsza niż $1/3$ mniejszego wymiaru prostokątnego obszaru odwzorowania geometrii wyrobisk górniczych oraz gdy spodziewane ugięcie płyty nie przekroczy $1/100$ jej grubości. Przyjmuje się, że obciążenie zewnętrzne stanowią siły prostopadłe do płaszczyzny środkowej płyty i pochodzące od obciążenia powierzchniowego, ciężaru własnego górotworu i reakcji podłoża, na którym płyta spoczywa. Przyjmuje się jednocześnie, że zbiór punktów leżących przed odkształceniem na prostej prostopadłej do płaszczyzny środkowej pozostaje po odkształceniu na prostej normalnej do odkształconej powierzchni, a odległości pomiędzy poszczególnymi punktami pozostają bez zmian. Drugim ważnym założeniem jest pomijanie naprężeń normalnych, które występują na płaszczyznach równoległych do płaszczyzny środkowej wskutek wzajemnego nacisku na siebie poziomych warstw płyty.

Powyższe założenia pozwalają sprowadzić trójwymiarowe zadanie do zadania dwuwymiarowego, a mianowicie do określenia naprężeń i przemieszczeń płaszczyzny środkowej płyty.

Ugięcie nadkładu, który, jak się zakłada, stanowi cienką płytę spoczywającą na odkształcalnej warstwie, otrzymuje się jako tablicę pionowych przemieszczeń poszczególnych bloków, która z kolei jest podstawą do obliczenia nachylenia i krzywizny powierzchni, a także sił wewnętrznych w płycie i oddziaływań podłoża (spągu). Zakłada się warunki brzegowe w postaci symetrycznego zamocowania płyty, z niezerowymi przemieszczeniami poziomymi i zerowym nachyleniem linii ugięcia.

Otrzymane na podstawie tej teorii biharmoniczne równanie różniczkowe rządzące ugięciem płyty $w(x,y)$ wraz z jego warunkami brzegowymi zastępuje się układem równań algebraicznych i rozwiązuje metodą różnic skończonych.

2.2.2. Równanie różniczkowe zginania płyty

W celu przybliżenia zagadnienia poniżej podano klasyczny sposób [88] uzyskania równania różniczkowego zginania płyty cienkiej.

Korzystając z równań geometrycznych zadania w postaci:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

gdzie ε , γ - odkształcenie, w - przemieszczenie pionowe płaszczyzny środkowej, x , y , z - współrzędne rozpatrywanego punktu, w połączeniu z równaniami fizycznymi i dwoma równaniami równowagi statycznej, otrzymuje się ostateczny zapis równań fizycznych w następującej postaci:

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \sigma_y = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad \tau_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$\tau_{zx} = -\frac{E(H_0^2 - 4z^2)}{8(1-\nu^2)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \tau_{zy} = -\frac{E(H_0^2 - 4z^2)}{8(1-\nu^2)} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

gdzie H_0 jest grubością płyty. Wykorzystując trzecie równanie równowagi

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}$$

oraz warunki brzegowe dla obciążenia, otrzymuje się wyrażenie dla naprężeń σ_z , które jest jednocześnie poszukiwanym równaniem różniczkowym ugiętej powierzchni środkowej płyty:

$$\frac{EH_0^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -p$$

gdzie $p(x,y)$ jest obciążeniem rozłożonym o kierunku prostopadłym do powierzchni środkowej płyty.

Wprowadzając sztywność zginania walcowego płyty jednorodnej, $D = \frac{EH_0^3}{12(1-\nu^2)}$ oraz porządkując

powyższe wyrażenie, otrzymuje się ostatecznie biharmoniczne równanie różniczkowe ugięcia płyty w następującej postaci:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (2.1a)$$

lub inaczej:

$$\nabla^4 w = -\frac{P}{D} \quad (2.1b)$$

gdzie bilaplasjan $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$.

Równanie (2.1a) zostało sformułowane już w 1821 roku i jest nazywane równaniem Germaina-Lagrange'a. W przypadku płyty spoczywającej na sprężystym podłożu, oprócz danych obciążeń $p(x,y)$ pojawiają się dodatkowe obciążenia $r(x,y)$ wywołane oddziaływaniem podłoża, o wartości uzależnionej od wielkości ugięcia powierzchni granicznej. W równaniach (2.1a) lub (2.1b) wartości obciążenia powierzchni środkowej są teraz wypadkową wszystkich obciążeń, a same równania przyjmują następującą postać:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) + r(x,y) = -p(x,y) \quad (2.2a)$$

lub $D\nabla^4 w + r(x,y) = -p(x,y)$ (2.2b)

W przypadku gdy moduł odkształcenia płyty E jest funkcją współrzędnych x i y , równanie ugięcia przyjmuje postać zmodyfikowaną w następujący sposób [81]:

$$\nabla^2(D\nabla^2 w) + r(x,y) = -p(x,y), \text{ gdzie laplasjan } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

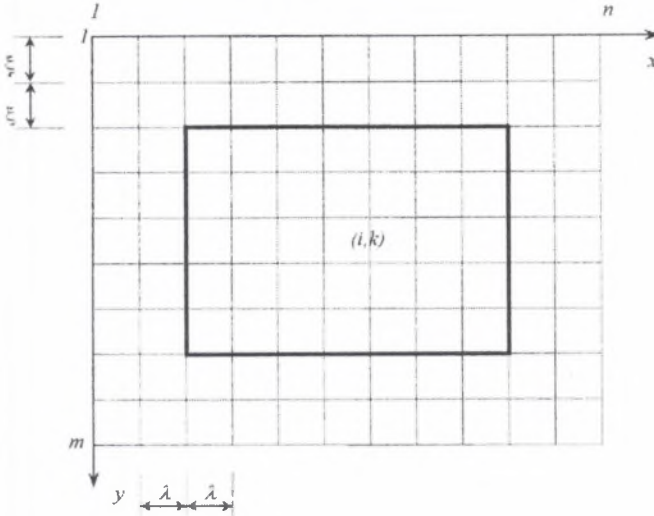
2.2.3. Rozwiązanie równania różniczkowego ugięcia płyty metodą różnic skończonych

Jednym z najbardziej uniwersalnych i jednocześnie najprostszych narzędzi służących do rozwiązywania równań różniczkowych o stałych współczynnikach jest metoda różnic skończonych. Używa się jej w analizie trudniejszych zagadnień mechaniki budowli, uwzględniających m.in. zmienne przekroje elementów konstrukcyjnych, wpływ siły podłużnej na zginanie, nieciągłe podparcie, anizotropię materiału czy też wpływ temperatury [82]. Metoda różnic skończonych, wprowadzona do obliczeń statycznych płyt przez Marcusa [107], może służyć również do rozwiązywania problemów dynamiki i stateczności. Ostatnio, wobec znaczącego rozwoju techniki obliczeniowej, metoda różnic skończonych uzyskała duże znaczenie ze względu na to, że układy równań różnicowych mają prostą i regularną budowę, łatwą do zaprogramowania, a wyniki obliczeń, przy dostatecznej gęstości siatki podziału, mają wystarczającą dokładność.

Najogólniej rzecz biorąc, zastosowanie metody różnic skończonych polega na zastąpieniu równania różniczkowego ugięcia płyty wraz z jego warunkami brzegowymi, odpowiednim zestawem tzw. różnic skończonych, a procedura rozwiązania ogranicza się wtedy do zagadnienia rozwiązania układu równań algebraicznych.

Dzieląc płytę prostokątną siatką podziałową jak na rys. 2.4, każdemu węzłowi siatki przyporządkowuje się wartość ugięcia $w_{i,k}$, gdzie $i=1,2,\dots,n$ oraz $k=1,2,\dots,m$. Przybliżone wartości pochodnych ugięcia w tych węzłach otrzymać można za pomocą rozwinięcia funkcji $w(x,y)$ w otoczeniu danego punktu w szereg Taylora:

$$w(x,y) = w_{i,k} + x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{i,k} + y\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{i,k} + \frac{1}{2!}\left[x^2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{i,k} + 2xy\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)_{i,k} + y^2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{i,k}\right] + \dots \quad (2.3)$$



Rys. 2.4. Siatka podziałowa płyty prostokątnej
Fig. 2.4. Division network for rectangular plate

gdzie $w_{i,k}$ - wartość ugięcia w punkcie (i,k) , natomiast $(\frac{\partial}{\partial x})_{i,k}$, $(\frac{\partial^2}{\partial x^2})_{i,k}$ itp. są wartościami pochodnych ugięcia w tym samym punkcie. W dalszej części analizy, z powyższego szeregu uwzględnia się tylko pięć pierwszych wyrazów:

$$w(x, y) \approx w_{i,k} + x(\frac{\partial w}{\partial x})_{i,k} + y(\frac{\partial w}{\partial y})_{i,k} + x^2(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})_{i,k} + y^2(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})_{i,k} \quad (2.4)$$

a niewiadome pochodne wyznacza się z warunków mówiących o tym, że powyższe wyrażenie opisujące w sposób przybliżony przebieg funkcji w obszarze określonym punktami $(i-1, k+1)$, $(i-1, k-1)$, $(i+1, k-1)$, $(i+1, k+1)$ przyjmuje wartości tej funkcji na brzegach określonego powyżej prostokąta.

Przy ustalonym lokalnym układzie współrzędnych w punkcie (i,k) wartości funkcji $w(x,y)$ w poszczególnych punktach są następujące:

- punkt $(i-1, k)$ o współrzędnych $x=-\lambda$, $y=0$: $w_{i-1,k} = w_{i,k} - \lambda(\frac{\partial w}{\partial x})_{i,k} + \lambda^2(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})_{i,k}$
- punkt $(i+1, k)$ o współrzędnych $x=\lambda$, $y=0$: $w_{i+1,k} = w_{i,k} + \lambda(\frac{\partial w}{\partial x})_{i,k} + \lambda^2(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})_{i,k}$
- punkt $(i, k-1)$ o współrzędnych $x=0$, $y=-\xi$: $w_{i,k-1} = w_{i,k} - \xi(\frac{\partial w}{\partial y})_{i,k} + \xi^2(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})_{i,k}$
- punkt $(i, k+1)$ o współrzędnych $x=0$, $y=\xi$: $w_{i,k+1} = w_{i,k} + \xi(\frac{\partial w}{\partial y})_{i,k} + \xi^2(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2})_{i,k}$

Dodając lub odejmując od siebie odpowiednie, podane wyżej, wyrażenia, otrzymuje się przybliżone wzory na wartości pochodnych w punkcie (i,k) , określone przez wartości funkcji na krańcach przedziału:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{i,k} \approx \frac{-w_{i-1,k} + w_{i+1,k}}{2\lambda}, \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{i,k} \approx \frac{-w_{i,k-1} + w_{i,k+1}}{2\xi} \quad (2.5a)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{i,k} \approx \frac{w_{i-1,k} - 2w_{i,k} + w_{i+1,k}}{\lambda^2}, \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{i,k} \approx \frac{w_{i,k-1} - 2w_{i,k} + w_{i,k+1}}{\xi^2} \quad (2.5b)$$

Pochodne wyższych rzędów w punkcie (i,k) tworzy się korzystając z określonych drugich pochodnych (wzory 2.5b) wykonując na nich działania wg równań (2.5a) lub (2.5b). Ostatecznie, przybliżone wartości pozostałych pochodnych cząstkowych względem jednej ze zmiennych lub pochodne mieszane wyrazić można następująco:

$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)_{i,k} \approx \frac{1}{2\lambda^3} (-w_{i-2,k} + 2w_{i-1,k} - 2w_{i+1,k} + w_{i+2,k}) \quad (2.5c)$$

$$\left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3}\right)_{i,k} \approx \frac{1}{2\xi^3} (-w_{i,k-2} + 2w_{i,k-1} - 2w_{i,k+1} + w_{i,k+2}) \quad (2.5d)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_{i,k} \approx \frac{1}{\lambda^4} (w_{i-2,k} - 4w_{i-1,k} + 6w_{i,k} - 4w_{i+1,k} + w_{i+2,k}) \quad (2.5e)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_{i,k} \approx \frac{1}{\xi^4} (w_{i,k-2} - 4w_{i,k-1} + 6w_{i,k} - 4w_{i,k+1} + w_{i,k+2}) \quad (2.5f)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)_{i,k} \approx \frac{1}{4\lambda\xi} (w_{i-1,k-1} - w_{i+1,k-1} - w_{i-1,k+1} + w_{i+1,k+1}) \quad (2.5g)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y}\right)_{i,k} \approx \frac{1}{\lambda^2 \xi^2} (w_{i-1,k-1} - 2w_{i,k-1} + w_{i+1,k-1} - 2w_{i-1,k} + 4w_{i,k} - 2w_{i+1,k} + w_{i-1,k+1} - 2w_{i,k+1} + w_{i+1,k+1}) \quad (2.5h)$$

Podstawiając powyższe wyrażenia do równania (2.2a) otrzymuje się równanie różnicowe dla punktu wewnętrznego (i,k) leżącego w dostatecznie dużej odległości od brzegu płyty ($3 \geq i \geq n-2$, $3 \geq k \geq m-2$). Przy założeniu podziału płyty siatką o oczkach kwadratowych ($\lambda = \xi$) zależność ta znacznie się upraszcza, dając ostatecznie $(n-4)(m-4)$ następujących równań różnicowych:

$$\left(20 + \frac{\lambda^4}{D} k_{i,k}\right) w_{i,k} - 8(w_{i-1,k} + w_{i,k-1} + w_{i+1,k} + w_{i,k+1}) + 2(w_{i-1,k-1} + w_{i-1,k+1} + w_{i+1,k-1} + w_{i+1,k+1}) + (w_{i-2,k} + w_{i,k-2} + w_{i,k+2} + w_{i+2,k}) = \frac{\lambda^4}{D} p_{i,k} \quad (2.6)$$

gdzie $k_{i,k}$ - współczynnik podatności podłoża w węzle (i,k) , przy czym $r_{i,k} = k_{i,k} w_{i,k}$. Pozostałe $4(n+m-4)$ równania różnicowe dla punktów położonych przy brzegu płyty uzyskuje się z równań typu (2.6) wprowadzając do nich warunki brzegowe dotyczące przemieszczeń, np. symetrię osiadań płyty względem brzegów.

Rozwiązując tak sformułowany układ algebraicznych równań różnicowych otrzymuje się wartości przemieszczeń pionowych w węzłach siatki podziału położonej na powierzchni środkowej płyty. Obliczone wartości przemieszczeń w węzłach są podstawą określenia momentów zginających i sił tnących działających w przekroju płyty.

2.2.4. Dokładność metody różnic skończonych

Rozwiązując zadania, których schemat obliczeniowy oparty jest na metodzie różnic skończonych, należy ocenić wyniki obliczeń z punktu widzenia ich poprawności. Pomocne w tym celu jest

przeprowadzenie analizy błędów, zbieżności rozwiązania i stateczności całego układu równań różnicowych.

Pożyteczne dla oceny stateczności i zbieżności procedury rozwiązywania układu równań różnicowych jest określenie przyczyn i wielkości błędów, które mogą się pojawić w procedurze numerycznego rozwiązywania układu. Głównymi przyczynami błędów jest:

1. postać operatorów różnicowych otrzymanych najogólniej z kilku pierwszych składników rozwinięcia funkcji w szereg Taylora,
2. zastąpienie funkcji ciągłych zbiorami wartości dyskretnych i żądanie spełnienia równań różniczkowych tylko w skończonej liczbie punktów, zamiast w każdym punkcie (błąd dyskretyzacji),
3. zaokrąglenia arytmetyczne, błędne warunki początkowe itp. błędy numeryczne.

Literatura matematyczna dotycząca metody różnic skończonych zawiera szereg procedur dla analizy zbieżności i stateczności rozwiązania. Stwierdzić jednak należy, że stosunkowo rzadko udaje się opracowanie ogólnej metody oszacowania błędów. Z tego też względu czyni się to na dwa sposoby [162]:

1. Porównuje się rozwiązania otrzymane za pomocą różnic skończonych z rozwiązaniami zadań wzorcowych, których ściśle wyniki są znane. Zakłada się przy tym, że błędy w innych zadaniach mają wartości podobne do błędów występujących w zadaniach wzorcowych.
2. To samo zadanie rozwiązuje się dla kilku różnych przyrostów argumentów, i jeżeli różnica wyników uzyskanych w kolejnych przypadkach znajduje się w granicach żądanej dokładności, to rozwiązanie uważa się za poprawne.

2.2.5. Rozwiązanie równania różniczkowego zginania płyty nadkładu spoczywającej na sprężystej warstwie spągu - zadanie statyczne

W zagadnieniach równowagi statycznej istnieją trzy ważne własności równań różnicowych, które muszą być rozpatrzone, zanim przejdzie się na etap obliczeń numerycznych. Są to:

- a) zgodność równań różnicowych z podstawowym równaniem różniczkowym modelującym dane zagadnienie (zagadnienie aproksymacji),
- b) rząd błędu (dokładności) równania różnicowego oraz
- c) zbieżność rozwiązania.

Poniżej przedstawiono przeprowadzoną przez autora tego rodzaju analizę w zastosowaniu do równania różnicowego ugięcia płyty. Przyjmuje się, że równanie różnicowe (*RRS*) jest zgodne z równaniem różniczkowym (*RR*), jeśli różnica pomiędzy *RRS* i *RR* (tzn. błąd obciążenia) znika, gdy moduły siatki podziałowej we wszystkich wymiarach dążą do zera. Gdy błędy obciążenia w aproksymacji różnicami skończonymi poszczególnych pochodnych cząstkowych są znane, dowodu zgodności dokonuje się wprost. Kiedy natomiast błędy obciążenia nie są znane, analizę zgodności należy rozpatrywać na tle całego równania różnicowego. Dokonuje się tego poprzez wyrażenie każdego składnika w równaniu różnicowym za pomocą rozwinięcia w szereg *Taylora* w otoczeniu węzła (*i, j*). Otrzymane równanie, zwane zmodyfikowanym równaniem różniczkowym (*ZRR*), jest następnie upraszczane w taki sposób, aby otrzymać dokładną formę błędu obciążenia dla całego równania różnicowego. O zgodności można wtedy wnioskować poprzez założenie, że moduły siatki podziałowej dążą do zera.

Rozpatrzmy równanie (2.1a) i odpowiadające mu równanie różnicowe:

$$\bar{w}_{xxxx} + 2\bar{w}_{xxyy} + \bar{w}_{yyyy} = \frac{p}{D} - \frac{r}{D} \rightarrow \bar{w}(x, y) - \text{rozwiązanie dokładne} \quad (2.7)$$

$$w_{xxxx} + 2w_{xxyy} + w_{yyyy} = \frac{p}{D} - \frac{r}{D} \rightarrow w(x, y) - \text{rozwiązanie przybliżone} \quad (2.8)$$

Wskaźniki dolne umieszczone przy zmiennej *w* lub oznaczają sposób jej różniczkowania po współrzędnej

x lub *y* (np. $w_{xxyy} = \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$). Aproksymując funkcję ugięcia *w(x, y)* za pomocą szeregu Maclaurina

$$\begin{aligned}
 w(x, y) = & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right)^n w(y, y) = w_0 + xw_x + yw_y + \frac{1}{2}(x^2 w_{xx} + 2xyw_{xy} + y^2 w_{yy}) + \frac{1}{6}(x^3 w_{xxx} + \\
 & 2x^2 yw_{xxy} + xy^2 w_{xyy} + y^3 w_{yyy}) + \frac{1}{24}(x^4 w_{xxxx} + 4x^3 yw_{xxx} + 6x^2 y^2 w_{xxyy} + 4xy^3 w_{xyyy} + y^4 w_{yyyy}) + \\
 & \frac{1}{120}(x^5 w_{xxxxx} + 5x^4 yw_{xxxxy} + 10x^3 y^2 w_{xxxyy} + 10x^2 y^3 w_{xxyyy} + 5xy^4 w_{xyyyy} + y^5 w_{yyyyy}) + \frac{1}{720}(x^6 w_{xxxxxx} + \\
 & 6x^5 w_{xxxxxy} + 15x^4 y^2 w_{xxxxyy} + 20x^3 y^3 w_{xxxyyy} + 15x^2 y^4 w_{xxyyyy} + 6xy^5 w_{xyyyyy} + y^6 w_{yyyyyy}) + \dots \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

i wyrażając pochodne z równania (2.6) za pomocą powyższego przybliżenia, otrzymuje się następujące zmodyfikowane równanie różniczkowe:

$$w_{xxxx} + 2w_{xxyy} + w_{yyyy} = \frac{p}{D} - \frac{r}{D} - \frac{\lambda^2}{6} (w_{xxxxx} + w_{xxxxy} + w_{xxyyy} + w_{yyyyy}) + \dots \quad (2.10)$$

Gdy $\lambda \rightarrow 0$, postać równania (2.10) dąży do wyjściowego równania różniczkowego (2.1a). Wnioskuje się stąd, że równanie różnicowe (2.6) jest zgodną aproksymacją równania różniczkowego (2.1a).

Szybkość, z jaką wartość błędu obciążenia w rozwiązaniu uzyskanym za pomocą różnic skończonych zbliża się do zera w miarę zmniejszania się modułu λ , nazywana jest rzędem błędu równania różnicowego. Rząd błędu *RRS* można uzyskać ze zmodyfikowanego równania różniczkowego. Na przykład, rząd błędu obciążenia dla równania różnicowego opisującego zginanie płyty na sprężystym podłożu (2.6) może być oszacowany na podstawie *ZRR* (2.10) jako $O(\lambda^2)$, co oznacza, że błąd całkowity rozwiązania zmniejsza się w kwadracie w miarę zmniejszania modułu siatki podziałowej λ . Rozwiązanie uzyskane tu za pomocą różnic skończonych charakteryzuje się zatem dokładnością drugiego rzędu.

Wielkość błędu można zredukować albo poprzez:

- zastosowanie dostatecznie gęstej siatki podziałowej, albo
- wprowadzając do zapisu różnic skończonych różnic wyższego rzędu z możliwością jednoczesnego zastosowania rzadszej siatki podziałowej.

Jeśli liczba otrzymanych równań różnicowych nie jest zbyt wielka, preferowane jest podejście (a). W przypadku natomiast stosowania drugiego podejścia można napotkać trudności w określeniu pochodnych wyższego rzędu w pobliżu brzegów. Dla przypadku zginania płyty spoczywającej na podłożu sprężystym przyjęto, że siatka podziałowa powinna być przyjęta na tyle gęsto, aby dla kolejnych wartości λ różnice wyników obliczeń dla wszystkich węzłów siatki pozostawały w granicach z góry ustalonej dokładności. Szerszą dyskusję na temat dokładności rozwiązań uzyskanych za pomocą metody różnic skończonych można znaleźć w pracy Allena i Windle'a [4].

Poniżej autor rozpatrzył dokładność obliczeń na przykładzie przedstawionej na rys. 2.5 geometrii wyrobisk wykonanych w złożu węgla. Informacje dotyczące wymiarów pól eksploatacyjnych i stopnia wybrania złoża w ich obrębie przedstawiono w tabeli 2.1, natomiast pozostałe charakterystyki materiałowe są następujące:

- moduł siatki podziałowej: $\lambda = 40, 20, \text{ lub } 10 \text{ m}$
- nacisk nadkładu w poziomie złoża: $q_v = 6.59 \text{ MPa}$
- sztywność na zginanie płyty nadkładu: $D = 0.278E9 \text{ MNm}^2/\text{m}$
- wysokość filarów: $H_p = 2.18 \text{ m}$
- moduł odkształcenia dla węgla: $E_p = 1034.2 \text{ MPa}$
- miąższość słabego spagu: $H = 1.52 \text{ m}$
- moduł odkształcenia dla słabego spagu: $E_2 = 164.8 \text{ MPa}$
- współczynnik Poissona dla węgla i nadkładu: $\nu_p = 0.30$
- współczynnik Poissona dla słabego spagu: $\nu = 0.3$
- wpływy czasowe nie zostały tutaj uwzględnione.

Obliczenia osiadań przeprowadzono przyjmując, że rozpatrywany obszar o wymiarach 1760 m x 2160 m pokrywa kolejno siatka podziałowa o module 40 m x 40 m (45 x 55 węzłów), 20 m x 20 m (89 x 109 węzłów), oraz 10 m x 10 m (177 x 217 węzłów). Profile obliczonych osiadań powierzchni wzdłuż przekroju A-B, dla różnych gęstości siatki podziałowej, porównano na rys. 2.6.

Przedstawione wyniki obliczeń pozwalają stwierdzić, że:

- już zastosowanie siatki podziałowej 45 x 55 węzłów o oczkach kwadratowych 40 x 40 m pozwala uzyskać wystarczającą dokładność obliczeń, szczególnie w przypadku mniejszej sztywności nadkładu na zginanie (plytka eksploatacja) albo w przypadku mniej odkształcalnego spągu,
- dalsze zagęszczanie siatki podziałowej może być usprawiedliwione raczej potrzebą dokładniejszego odwzorowania rzeczywistej geometrii wydobycia niż koniecznością wyeliminowania błędu tkwiącego w stosowanej metodzie,
- przedstawiony powyżej przykład obliczeniowy nie jest wrażliwy na błędy zaokrągleń maszynowych i wykazuje brak różnic pomiędzy wynikami uzyskanymi przy stosowaniu liczb o pojedynczej i podwójnej precyzji.

Tabela 2.1

Charakterystyka pól eksploatacyjnych

| Nr pola | Współrzędne przeciwległych naroży [m] | | | | Stopień wybrania |
|---------|---------------------------------------|-------|-------|-------|------------------|
| | x_1 | x_2 | y_1 | y_2 | |
| I | 400 | 600 | 400 | 1440 | 0.328 |
| II | 640 | 640 | 1320 | 1440 | 0.328 |
| III | 640 | 640 | 1040 | 1160 | 0.328 |
| IV | 680 | 840 | 1000 | 1160 | 0.437 |
| V | 680 | 800 | 520 | 960 | 0.437 |
| VI | 680 | 800 | 480 | 480 | 0.150 |
| VII | 640 | 640 | 520 | 1000 | 0.080 |
| VIII | 880 | 1000 | 1000 | 1160 | 0.437 |
| IX | 1040 | 1040 | 1080 | 1160 | 0.300 |
| X | 1040 | 1040 | 1000 | 1040 | 0.437 |
| XI | 840 | 1000 | 520 | 960 | 0.437 |
| XII | 840 | 1040 | 480 | 480 | 0.150 |
| XIII | 1040 | 1040 | 520 | 960 | 0.437 |
| XIV | 720 | 880 | 1200 | 1440 | 0.437 |
| XV | 920 | 920 | 1200 | 1320 | 0.437 |
| XVI | 920 | 920 | 1360 | 1440 | 0.200 |
| XVII | 960 | 960 | 1200 | 1320 | 0.150 |

Na koniec autor rozpatrzył problem zbieżności równania różnicowego zginania płyty nadkładu. Przyjmuje się, że metoda różnic skończonych jest zbieżna, jeśli rozwiązanie uzyskane za jej pomocą zbliża się do rozwiązania dokładnego równania różniczkowego o pochodnych cząstkowych, w miarę jak moduł siatki podziałowej zbliża się do zera.

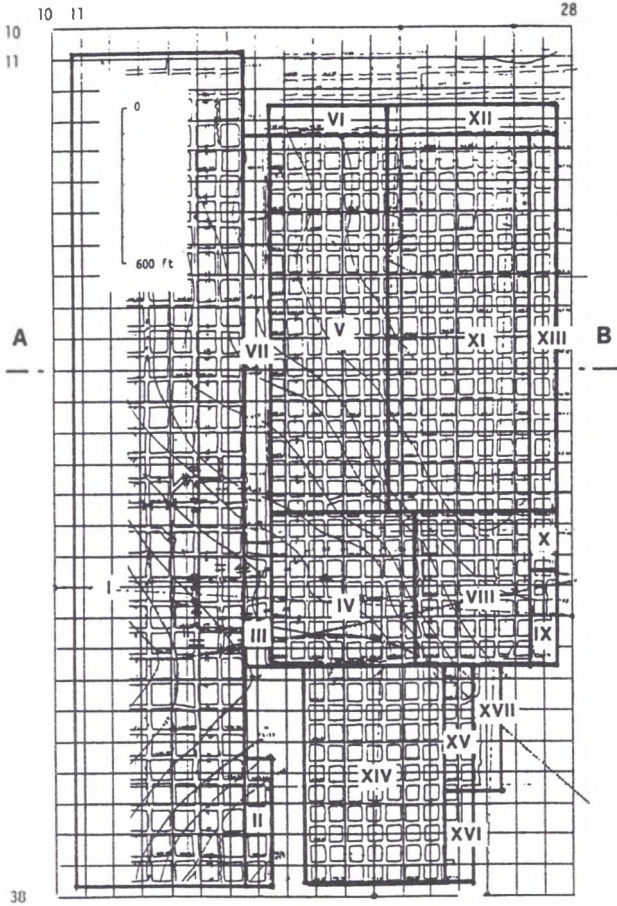
Niech $\bar{w}_{i,j}$ oznacza rozwiązania dokładne równania różniczkowego, $w_{i,j}$ - dokładne rozwiązanie równań różnicowych, natomiast $\varepsilon_{i,j}$ - różnicę pomiędzy tymi rozwiązaniami. Ze zbieżnością mamy zatem do czynienia, jeśli:

$$w_{ij} - \bar{w}_{ij} = \varepsilon_{ij} \rightarrow 0, \text{ gdy } \lambda \rightarrow 0.$$

Bezpośrednie udowodnienie zbieżności metody różnic skończonych należy do matematyka. Szeroką dyskusję na temat konwergencji metody przedstawił m.in. Forsythe i Wasow [59]. Ponieważ różnicowa aproksymacja równania różniczkowego ugięcia płyty prowadzi do układu równań różnicowych, przyjmuje się, że rozwiązanie takiego układu dąży do rozwiązania równania różniczkowego, jeśli obydwa równania wykazują zgodność [71]. Bezpośrednie badanie zbieżności rozwiązania można zatem zastąpić oceną zgodności równań różnicowych z podstawowym równaniem różniczkowym opisującym rozpatrywane zagadnienie fizyczne. Ponadto, w przypadku rozwiązywania układu równań różnicowych

metodami iteracyjnymi (np. metodą nadrelaksacji) należy zapewnić macierzy współczynników przy niewiadomych dominację wartości leżących na jej przekątnej, co jest warunkiem wystarczającym zbieżności procesu iteracji. Aby istniała taka dominacja wartości leżących na przekątnej macierzy współczynników, należy spełnić poniższą nierówność:

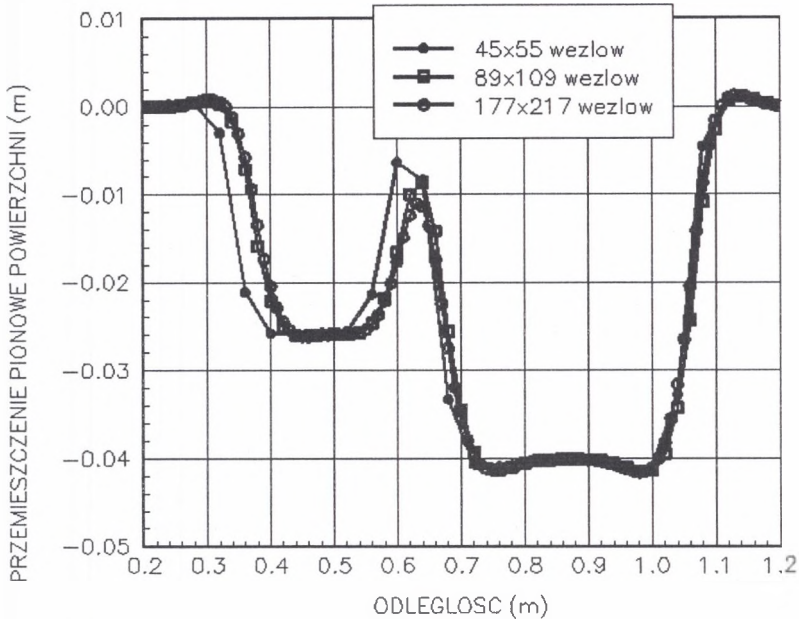
$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{i,j}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$



Rys. 2.5. Geometria wyrobisk dla rozpatrywanego przykładu obliczeniowego
Fig. 2.5. Mining geometry for considered example

Dowód zgodności przedstawiony powyżej oraz fakt, że układ równań typu (2.6) charakteryzuje się dominacją wartości leżących na przekątnej, daje pewność, że iteracyjne rozwiązanie tego układu zmierza do dokładnego rozwiązania równania różniczkowego (2.1), w miarę jak moduł siatki podziałowej się zmniejsza. Zbieżność rozwiązania równań różniczkowych (2.6) powiększa się wraz ze wzrostem wartości parametru $\frac{\lambda^4 E_2}{Df(v)}$, co jest charakterystyczne dla silnie odkształcalnego nadkładu spoczywającego na względnie twardym spągu.

Powyzsze wnioski dotyczą bez żadnych ograniczeń liniowych zagadnień równowagi, natomiast w przypadku występowania nieliniowości w zachowaniu się materiałów wnioski te są niekoniecznie prawdziwe. Doświadczenie jednakże podpowiada, że te algorytmy, które wykazały zgodność i dla których układ zlinearyzowanych równań różnicowych jest przekątniowo zdominowany, są zbieżne nawet dla nieliniowych problemów równowagi.



Rys. 2.6. Profile osiadań powierzchni wzdłuż przekroju A-B uzyskane dla różnych siatek podziałowych

Fig. 2.6. Surface subsidence profiles for different division network size

Rozpatrywane dalej przez autora zagadnienie nieliniowości parametrów odkształceniowych złoża (węgla) lub spągu (rozdziały 3 i 4) rozwiązywane jest również za pomocą metody różnic skończonych pozwalającej zbudować układ nieliniowych równań różnicowych rozwiązywanych metodą iteracji obejmującą dwa kroki:

- Krok 1 wymaga określenia nieliniowych współczynników w równaniach różnicowych na podstawie przyjętych wstępnie wartości przemieszczeń; mogą nimi być np. rozwiązania dla warunków jednorodnych, które często są łatwe do uzyskania, nawet w postaci analitycznej.
- Krok 2 obejmuje uaktualnienie współczynników po rozwiązaniu całego układu równań, najczęściej metodą podrelaksacji, stosowanej w celu uniknięcia możliwej w tym przypadku oscylacji rozwiązania.

Kroki 1 i 2 są powtarzane dopóty, dopóki rozwiązanie układu równań nie wykaże konwergencji z wymaganą dokładnością. Tolerancja dokładności może się zmieniać od dużej na początku procesu iteracji do mniejszej w jej końcowym etapie.

2.2.6. Rozwiązanie zadania współpracy płyty nadkładu z lepko-sprężystą warstwą spągu

Generalnie, równanie różniczkowe ugięcia płyty spoczywającej na lepko-sprężystym podłożu przyjmuje następującą postać:

$$D\nabla^4 w + k(t)w = p$$

gdzie $k(t)$ jest zależnym od czasu współczynnikiem podatności podłoża, który dla rozpatrywanego przez autora modelu płytowego można zapisać jako:

$$k(t) = \frac{E_2}{Hf(\nu)f_c(t)} \text{ gdzie } f(\nu) = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)}, f_c(t) = 1 + \frac{E_2}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1 t}{N_1}}\right) + \frac{E_2}{N_2} t.$$

W przypadku gdy $D \rightarrow \infty$ lub $D=0$, zagadnienie, dzięki analogii Alfrey'a [3], można przenieść z kategorii sprężystej do kategorii lepko-sprężystej po zastąpieniu operatorów stanu sprężystego operatorami odpowiednimi dla przyjętego modelu lepko-sprężystego (tutaj model Burgersa). W rezultacie osiadania brzegu warstwy spągu można wprost wyrazić jako:

$$w(t) = w(0)f_c(t) \quad (2.11a)$$

Ponieważ w przypadku rzeczywistym sztywność nadkładu ma wartość skończoną, na skutek związanej z upływem czasu zmiany podatności podłoża ulega przekształceniu również rozkład oddziaływań na kontakcie płyty ze spągami. Z tego też powodu autor wprowadził przyrostowy sposób obliczeń zakładając, że w granicach niewielkich przedziałów czasu nie zmieniają się ani oddziaływania, ani własności reologiczne materiału (Filček i in. [57]). Przemieszczenie powierzchni środkowej płyty po czasie T można wtedy wyrazić wzorem:

$$w(T) = w(0)f_c(T) + \sum_{i=1}^n \frac{r_i - r_{i-1}}{r_i} w(i\Delta t)f_c(T - i\Delta t) \quad (2.11b)$$

gdzie $w(0)$ reprezentuje natychmiastowe przemieszczenie sprężyste ($t=0$), natomiast r_i i $w(i\Delta t)$ jest oddziaływaniem i przemieszczeniem sprężystym węzła (i), leżącego na kontakcie płyty i spągu, obliczonym z równania płyty (2.6), przy założeniu że $f_c(t) = f_c(i\Delta t)$, n - liczba przedziałów czasu o długości $\Delta t = T/n$.

Obliczone dla różnych czasów wartości osiadań powierzchni dla sytuacji górniczej z rys. 2.5 świadczą o tym, że rozkład naprężeń kontaktowych działających pomiędzy płytą nadkładu i warstwą złoża/spągu zmienia się nieznacznie wraz z upływem czasu. W warunkach rzeczywistych w przypadku globalnej oceny osiadania powierzchni można się zatem często posługiwać wzorem (2.11a). Gdy zagadnienie dotyczy natomiast rozkładu przemieszczeń/naprężeń w poziomie złoża, gdzie np. wymaga się zastosowania bardzo gęstej siatki podziałowej, zmiany stanu obciążenia w czasie mogą stanowić istotny czynnik wpływający na końcowy wynik obliczeń.

Przeprowadzona przez autora analiza ugięcia płyty nadkładu prowadzona była przy założeniu, że tylko warstwy spągu (wyjątkowo również nadkład w aproksymacji belkowej) wykazują właściwości reologiczne. Ponieważ prawdziwie zależna od czasu analiza wymaga rozpatrzenia zmiennego w czasie zasięgu eksploatacji, zadanie musi być rozwiązywane jako inkrementalny proces wydobywania. Z tego względu całość wyrobisk, powstała w całkowitym okresie czasu t_k , jest dzielona na (k) kolejnych faz z przypisanym czasem wydobywania Δt_j i odpowiednią funkcją historii obciążenia $H(t)=1$ (w tym wypadku zakłada się, że obciążenie w danej fazie jest czasowo niezmienne). Zależne od czasu osiadanie (ugięcie płyty) w punkcie (i) po czasie t_k może być w takim przypadku przedstawione za pomocą następującej zależności:

$$W_{i,k} = \sum_{r=1}^k w_{i,k-r+1,r} - \sum_{r=1}^{k-1} w_{i,k-r,r} \quad (2.12)$$

gdzie $w_{i,j,k}$ reprezentuje osiadanie (i)-tego punktu po (j)-tej fazie wydobywania (rzeczywisty zasięg wybranego obszaru stanowi wtedy sumę uprzednio wybranych podpól oznaczonych jako

Pole 1,...,Pole j , każde z przypisanym czasem operacji wybierania Δt_j), po czasie $t_k = \sum_{s=1}^k \Delta t_s$.

2.3. Modelowanie zadania fizycznego

2.3.1. Modelowanie warstw nadkładu jako płyty zastępczej

Doświadczenia wskazują, że uzasadnione jest przyjmować, że w przypadku eksploatacji filarowo-komorowej, przynajmniej warstwy stropu zasadniczego pracują w sprężystej fazie odkształcenia. Dlatego też nadkład może być zamodelowany jako płyta kompozytowa o zastępczej, sprężystej charakterystyce zginania reprezentowanej przez sztywność D [kNm²]. Ponieważ wartość sztywności zginania D zależy od siły spójnienia pomiędzy każdą z m warstw, rozrózniono dwa skrajne przypadki przydatne w modelowaniu:

1) Poszczególne warstwy są w pełni spojone (brak poślizgów) i nadkład może być traktowany jako monolityczna płyta o sztywności D (patrz rys. 2.7):

$$D = E_m \left[\sum_1^m \frac{b_i h_i^3}{12} + \sum_1^m b_i h_i r_j^2 \right] \quad (2.13)$$

2) Powierzchnie kontaktu pomiędzy poszczególnymi warstwami nadkładu są doskonale gładkie i płyta nadkładu może być traktowana jako zespół cieńszych płyt zginających się w sposób niezależny. W tym przypadku sztywność nadkładu na zginanie można zapisać w następujący sposób:

$$D = E_m \sum_1^m \frac{b_i h_i^3}{12} \quad (2.14)$$

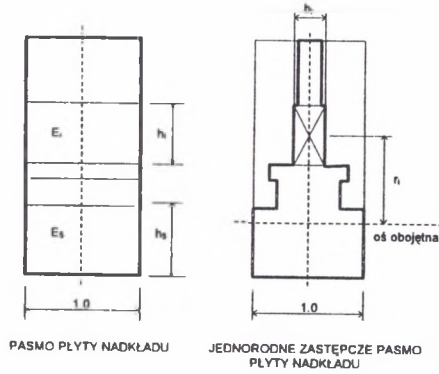
gdzie E_i jest modułem sprężystości i -tej warstwy posiadającej miąższość h_i i charakteryzującej się

względna szerokością $b_i = \frac{E_i}{(1-\nu_i^2)} \frac{(1-\nu_m^2)}{E_m}$ (E_m , ν_m jest modułem sprężystości i współczynnikiem

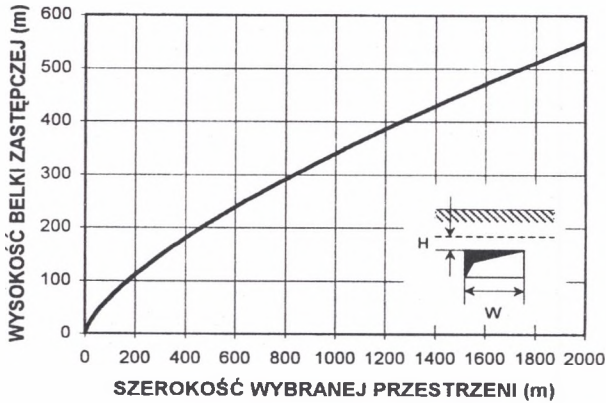
Poissona dla m -tej, najniższej położonej warstwy). Stwierdzono, że w przypadku płytkich kopalń o wysokim stopniu wybrania złoża zamiast modułu sprężystości należy stosować zredukowany moduł sprężystości przy zginaniu $E_{fi} = 0.25E_i$.

Podane wyżej podejście jest ważne w przypadku kopalń względnie płytkich (do ok. 300 m głębokości) eksploatowanych w technologii komorowo-filarowej. W przypadku natomiast gdy złożo eksploatowane jest na większej głębokości, tylko część nadkładu powinna być uwzględniona w procedurze określania sztywności nadkładu na zginanie. Na rys. 2.8 przedstawiono uzyskaną przez autora zależność pomiędzy szerokością eksploatowanego pola i wymaganą wysokością belki/płyty zastępczej otrzymaną z porównania dwóch następujących rozwiązań sprężystych:

- ugięcie jednorodnej belki-ściany obciążonej jedynie ciężarem własnym oraz
- ugięcie sprężystej belki o takiej zastępczej sztywności, której wartość (związaną bezpośrednio z wysokością belki) otrzymano zakładając tę samą wartość pionowego przesunięcia w środku zarówno tej belki, jak i belki-ściany.



Rys. 2.7. Sztywność płyty nadkładu: schemat fizyczny zadania (lewo) i zastępczy przekrój geologiczny (prawo)
Fig. 2.7. Overburden plate stiffness: physical problem - left, and equivalent geological cross-section - right



Rys. 2.8. Wysokość belki zastępczej modelującej jednorodny, sprężysty nadkład
Fig. 2.8. Equivalent beam height for a case of homogeneous and elastic overburden

2.3.2. Modelowanie pracy systemu jako całości

Autor założył, że system podpierający płytę nadkładu składa się z szeregowego układu dwóch elementów (rys. 2.9) reprezentujących oddzielnie zachowanie się filara i spągu. Całkowite ugięcie powierzchni jest wyrażone jako suma pionowych przemieszczeń spągu i filara w sposób podany poniżej:

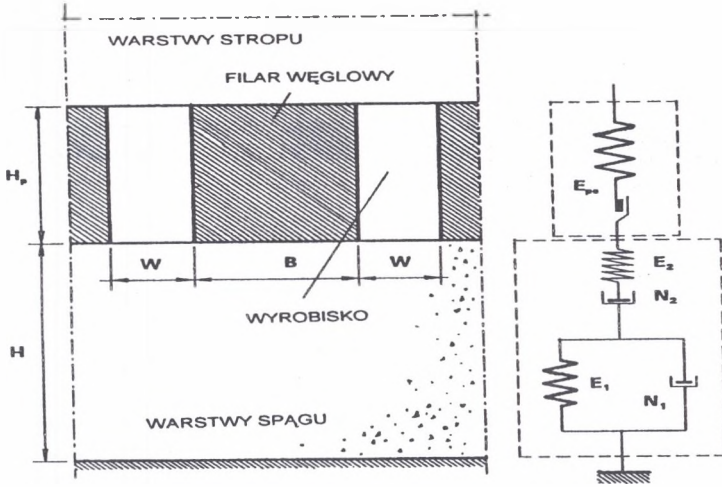
$$w_t = w_f + w_p \quad (2.15)$$

gdzie:

$$w_f = \frac{\sigma(x, y, t)}{E_2} H f(\nu) f(e_x) \{ f_1(\sigma) k_1 + f_2(\sigma) k_2 [1 - e^{f_3(\sigma) k_3 t}] + f_4(\sigma) k_4 t \} \quad (2.16)$$

$$w_p = \frac{\sigma(x, y, t)}{E_p} H_p f(e_x) l_{pl} \quad (2.17)$$

oraz
 $f_i(s) = a_i s^2 + b_i s + c_i$, $f(n) = (1+\nu)(1-2\nu)/(1-\nu)$, $f(e_x) = 1/[1-e_x(t)]$, $k_1 = 1$, $k_2 = E_2/E_1$, $k_3 = E_1/N_1$, oraz $k_4 = E_2/N_2$.



Rys. 2.9. Idealizacja podparcia systemu: strop-filar spąg
 Fig. 2.9. Idealization of the roof-pillar-floor support system behaviour

Funkcje $f_i(\sigma)$ (patrz rozdział 4.2) reprezentują tu nieliniową charakterystykę warstw spągu, natomiast funkcja I_{pl} (rozdział 3.2) reprezentuje sprężysto-plastyczne zachowanie się filara węglowego. Pozostałe parametry są jak następuje:

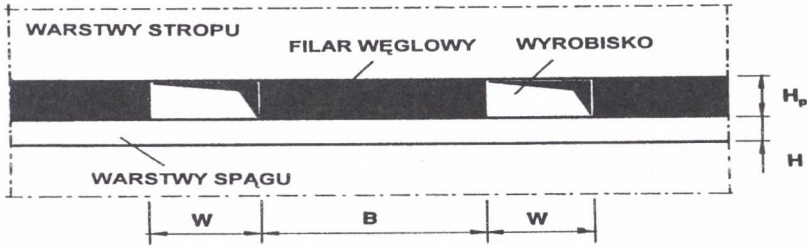
- H - miąższość słabych warstw spągu,
- H_p - wysokość filara,
- E_p, E_2 - moduł odkształcenia odpowiednio dla węgla i spągu,
- E_1, E_2, N_1, N_2 - parametry opisujące pełzanie warstw spągu,
- ν_p, ν - współczynnik Poissona odpowiednio dla węgla i spągu,
- e_x - stopień wydobywania złoża,
- $\sigma(x, y, t)$ - zależne od czasu obciążenie działające na filar oraz
- x, y, t - współrzędne i czas.

2.3.3. Modelowanie spągu

Wszystkie odkształcalne warstwy bezpośredniego spągu są sprowadzane do pojedynczej, jednorodnej warstwy zastępczej o grubości H (patrz rys. 2.10), natomiast silne warstwy spągu spoczywające poniżej są traktowane jako sztywne. W zależności od wartości stosunku szerokości B filara do grubości H zastępczej warstwy odkształcalnej spągu, autor wprowadził do omawianego modelu i rozpatrzył z punktu widzenia wartości składowej pionowej przemieszczenia powierzchni granicznej, następujące liniowe mechaniczne modele zachowania się odkształcalnej/słabej warstwy spągu (Pytel, [126]):

- Jednoparametrowy model Winklera - ($B/H > 4$), który zakłada, że ugięcie $w(x, y)$ medium skalnego w każdym punkcie jego powierzchni jest wprost proporcjonalne do obciążenia $q(x, y)$ przyłożonego w tym punkcie i jest niezależne od obciążenia działającego w punktach sąsiednich powierzchni.
- Model półprzestrzeni sprężystej - ($B/H < 0.25$), zgodnie z którym ugięcie powierzchni słabego spągu może być obliczone poprzez całkowanie rozwiązania Boussinesqa otrzymanego dla siły

skupionej działającej na powierzchni izotropowej, sprężystej półprzestrzeni. Wartość osiadania zależy tu od kształtu obciążonego obszaru oraz od odległości jego środka od rozpatrywanego punktu.



Rys. 2.10. Uogólniona geometria rozpatrywanego zadania
Fig. 2.10. Generalized geometry of the problem

- Model warstwy spójnej o umiarkowanej miąższości - ($0.25 < B/H < 4$) opracowany przez Taylora i Matyasa [166] i rozpatrujący osiadanie równomiernie obciążonego pasma zbudowanego z gliny. Obliczenia osiadań bazują tu na rozwiązaniu Kelvina¹ dla obciążenia skupionego działającego wewnątrz nieskończonego ośrodka.
- Model Własowa warstwy sprężystej (Vlasov i Leontiev [169]) - ($0.25 < B/H < 4$), zakładający taki stan odkształcenia w podłożu, dla którego ważne są następujące warunki dla poziomych i pionowych przemieszczeń:

$$u(x, z) = 0, w(x, z) = w(x)h(z) \quad (2.18)$$

gdzie $h(z)$ jest arbitralnie przyjętą funkcją opisującą zmienność pionowego przemieszczenia $w(x, z)$ wraz z głębokością z :

$$h(z) = \frac{\sinh\left[\frac{\gamma(H-z)}{v_1}\right]}{\sinh\left[\frac{\gamma H}{v_1}\right]} \quad (2.19)$$

gdzie γ i v_1 są stałymi.

Praktyczne zastosowanie wieloparametrowych i bardziej złożonych modeli spągu, a szczególnie tych, które dopuszczają deformacje także w pewnej odległości od brzegu działającego obciążenia, ujawniło problemy w zadaniach wymagających zachowania ważności twierdzenia Maxwella o wzajemności przemieszczeń („przemieszczenie punktu zaczepienia siły P_i wywołane przez siłę P_j i zrzutowane na kierunek działania siły P_i oraz przemieszczenie punktu zaczepienia siły P_j wywołane przez siłę P_i i zrzutowane na kierunek działania siły P_j są sobie równe, jeśli $P_i = P_j$ ”).² Ponieważ dla tego rodzaju modeli podłoża wartość ugięcia jego powierzchni w_1 w danym punkcie jest uzależniona od sumy iloczynów wszystkich reakcji i odpowiednich współczynników wpływu, zamiast pojedynczej wartości w_1 (zastępującej w odpowiedniej proporcji w równaniu reakcję r_1), do poszczególnych równań różnicowych ugięcia płyty należy wprowadzić całą macierz przemieszczeń w_i określonych przez układ równań:

$$w = a \times r \quad (2.20)$$

gdzie: a – macierz współczynników wpływu (przemieszczenia wymuszone jednostkowym obciążeniem powierzchni granicznej), których wartość uzależniona jest od rodzaju przyjętego modelu podłoża, r –

¹ Rozwiązanie tego zagadnienia podał Lord Kelvin: „Cambridge and Dublin Math. J.”, 1848

² Jastrzębski P., Muttermilch J., Orłowski W.: *Wytrzymałość materiałów*. Arkady, Warszawa 1985

wektor reakcji, w – wektor przemieszczeń powierzchni. Tego rodzaju cecha modeli wieloparametrowych nie tylko zdecydowanie komplikuje każdy model obliczeniowy, lecz także w przypadku zadań bazujących na twierdzeniu o wzajemności przemieszczeń nie gwarantuje poprawności obliczeń w obecności niesymetrycznych obciążeń zewnętrznych oraz zróżnicowanej przestrzennie odkształcalności podłoża ($a_{ij} \neq a_{ji}$).

Szerokie studia porównawcze poświęcone możliwościom zastosowania w omawianym zagadnieniu różnych modeli spągu (Pytel [126]) wykazały jednak, że dla warunków typowych dla Illinois, gdzie stosunek H/B jest mniejszy niż 0.2, najbardziej odpowiedni jest jednoparametrowy model Winklera. Dla tego modelu zależność pomiędzy obciążeniem i przemieszczeniem wyrazić można w poniżej podany sposób:

$$w = \frac{\sigma H(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} \quad (2.21)$$

gdzie σ reprezentuje przyłożone ciśnienie, E , ν i H są odpowiednio modulem sprężystości, współczynnikiem Poissona i grubością słabej warstwy spągu. Równanie (2.21) jest ważne dla warunków obciążenia ściskającego bez bocznych odkształceń ośrodka. Miąższość słabej warstwy spągu może być określona z wykresu wilgotności naturalnej spągu poniżej złoża węgla. Znaczny spadek wilgotności może świadczyć o osiągnięciu spągu słabej warstwy.

Należy podkreślić, że niezależnie od czasu zachowanie się wyżej wymienionych modeli spągu pod obciążeniem zależy tylko od dwóch następujących parametrów mechanicznych:

- współczynnika Poissona ν , którego wartość może być określona na podstawie badań laboratoryjnych próbek skalnych, oraz
- stycznego modułu sprężystości $E_s = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ dla ośrodka skalnego, określonego z badań płytowych (stempel wciskany w spąg bezpośredni) z zastosowaniem standardowej procedury i ze współczynnikiem redukcyjnym ze względu na wpływ wymiaru płyty $F_e = 0.4-0.85$, dla płyt o wymiarze $B_{pl} = 15.24-30.48$ cm:

$$E_s = \frac{\sigma}{w} B_{pl}(1 - \nu^2) I_p F_e \quad (2.22)$$

gdzie I_p jest współczynnikiem osiadania, którego wartość zależy od kształtu płyty (dla sztywnej, kwadratowej płyty $I_p = 0.88$), B_{pl} - wymiarem płyty, σ - naciskiem jednostkowym na skałę/grunt, natomiast w - odpowiadającym osiadczeniem płyty. Współczynnik redukcyjny F_e zależy od natury materiału skalnego oraz od jego naturalnej wilgotności (Chugh i Pytel, [32]).

Statystyczna analiza wyników badań płytowych wykazała, że również siczny modul sprężystości $DM_{50} = \sigma/\varepsilon$ wyznaczony dla obciążenia równego połowie nośności granicznej płyty jest dobrym estymatorem odkształcalności ośrodka skalnego. Wartość modułu DM_{50} może być określona na podstawie wartości wilgotności naturalnej MC spągu (od 1 + 12%) przy wykorzystaniu następujących równań regresji (Pula i in. [124]):

$$DM_{50} = 373.546 MC^{-0.60} [MPa], \quad (\text{głina spagowa}) \quad (2.23a)$$

$$DM_{50} = 729.994 MC^{-0.88} [MPa], \quad (\text{łupek ilasty}) \quad (2.23b)$$

$$DM_{50} = 366.145 MC^{-0.47} [MPa], \quad (\text{ogólnie słaby spąg}) \quad (2.23c)$$

gdzie MC jest średnią wartością wilgotności naturalnej (procent) słabej warstwy spągu do głębokości około 30.5 cm poniżej złoża węgla. Kategoria *słaby spąg* (równanie 2.23c) obejmuje łącznie wszystkie rozpatrywane rodzaje skał, tj. glinę spagową, piaskowiec drobnoziarnisty i mułowiec. Dla wymiaru kwadratowej płyty w granicach od 10.16 do 25.4 cm i dla zawartości wilgoci od 5% do 8 %, współczynnik redukcyjny F_e dla DM_{50} odzwierciedlający wpływ wymiaru płyty, ma wartość od 0.596 do 0.839 dla gliny spagowej, od 0.387 do 0.750 dla piaskowca drobnoziarnistego, i od 0.497 do 0.788, ogólnie dla słabego spągu (Chugh i Pytel [32]).

Jak wspomniano, prezentowany model płytowy górotworu zakłada, że słaby spąg poprzez swoje lepko-sprężyste własności wywołuje pewne dodatkowe przemieszczenia systemu wyrobisk. Autor założył, że zmienne w czasie osiadanie warstwy słabego spągu, obciążonego odosobnionym elementem w postaci pojedynczego filara lub stempla poddanego niezmiennemu w czasie obciążeniu q , wyrazić można analogicznie do wzoru (2.11a):

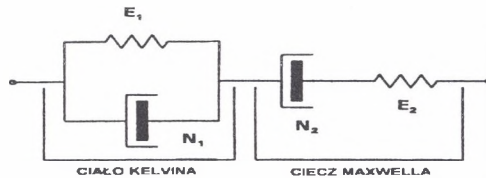
$$w(t) = w(0)f(t) \quad (2.24)$$

gdzie $w(0)$ reprezentuje niezależne od czasu osiadanie (sprężysta odpowiedź układu), natomiast funkcja $f(t)$ opisuje lepko-sprężyste zachowanie się spągu w czasie t . Przyjęto, że dla opisu zachowania się słabego spągu można użyć standardowego modelu reologicznego Burgersa (rys. 2.11), dla którego funkcja pełzania ma podaną niżej postać:

$$f(t) = 1 + \frac{E_2}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1 t}{N_1}}\right) + \frac{E_2}{N_2} t \quad (2.25)$$

gdzie E_1 , E_2 , N_1 , N_2 są sprężystymi i lepкими parametrami modelu, których wartości liczbowe można określić za pomocą niżej podanych sposobów:

- *Wciskanie sztywnego stempla* - W celu określenia zależnych od czasu parametrów modelu przydatne jest przeprowadzenie kompleksowych badań za pomocą wciskania w spąg sztywnej płyty poddanej stałemu obciążeniu (próba pełzania). Z wyników badań można wtedy dokonać estymacji parametrów E_1 , E_2 , N_1 , N_2 stosując np. metodę najmniejszych kwadratów (Chen and Chugh [17]). Należy jednak podkreślić, że badanie za pomocą wciskanej płyty ze swojej natury jest ograniczone w przestrzeni i w czasie, w związku z czym otrzymane wartości parametrów reprezentują zachowanie się powierzchniowej warstwy słabego spągu w krótkim horyzoncie czasowym.
- *Dołowe pomiary konwergencji* - Pomiary takie są najbardziej odpowiednie do wyznaczania wartości parametrów E_1 , N_1 oraz N_2 , szczególnie dla dłuższego horyzontu czasowego. Parametr E_2 jednakże musi być oznaczany na podstawie testu płytowego lub na podstawie równań (2.23a-c). Warto też zauważyć, że parametry funkcji pełzania wyznaczone na podstawie pomiarów konwergencji reprezentują zachowanie całości masywu skalnego łącznie z wyrobiskami i filarami, a nie tylko powierzchniowej części słabej warstwy spągu. Z tego też względu można je uważać za bardziej reprezentatywne dla rozpatrywanego zadania fizycznego.



Rys. 2.11. Standardowy reologiczny model Burgersa w zastosowaniu do warstwy słabego spągu
Fig. 2.11. Standard Burgers' rheological model for weak floor strata

Z pomiarów zaciskania wyrobisk nie można jednakże bezpośrednio określić wartości osiadania filara, która jest podstawą estymacji parametrów funkcji pełzania. Stosunek konwergencji do wartości osiadania filara zlokalizowanego w pobliżu zależy od szeregu parametrów, m.in. od współczynnika Poissona ν , względnej grubości warstwy spągu H/B , a także od stopnia wybrania złoża e_x (lub stosunku szerokości filara do szerokości wyrobiska B/W). Autor ustalił (Pytel i Chugh [136]), że osiadanie filara można obliczać na podstawie konwergencji przestrzeni pomiędzy stropem i spągami, stosując poniższą zależność:

$$Y_p = \frac{Y_c - Y_{pc}}{1 + \alpha} \quad (2.26)$$

gdzie Y_c jest konwergencją pomiędzy stropem i spagiem, Y_{pc} - skróceniem filara na skutek jego jednoosiowego ściskania oraz α - współczynnikiem równym stosunkowi wielkości wypiętrzania spągu w wyrobisku i osiadania przyległego filara. Współczynnik ten został obliczony dla średnich warunków w Illinois ($\nu=0.35$) i jego wartości można wyznaczyć z rys. 2.12. Podane wyżej podejście do problemu określania parametrów funkcji pełzania materiału spągu zilustrowano przykładem obliczeniowym przedstawionym poniżej krok po kroku.

Przykład obliczeniowy:

Charakterystyka kopalni:

Grubość nadkładu: $H_0 = 87.26 \text{ m}$

Nacisk pionowy od nadkładu: $q_v = 2.171 \text{ MPa}$

Wymiar filara: $B = 16.76 \text{ m}$

Szerokość wyrobiska: $W = 5.84 \text{ m}$

Wysokość furty eksploatacyjnej (wysokość filara): $H_p = 1.768 \text{ m}$

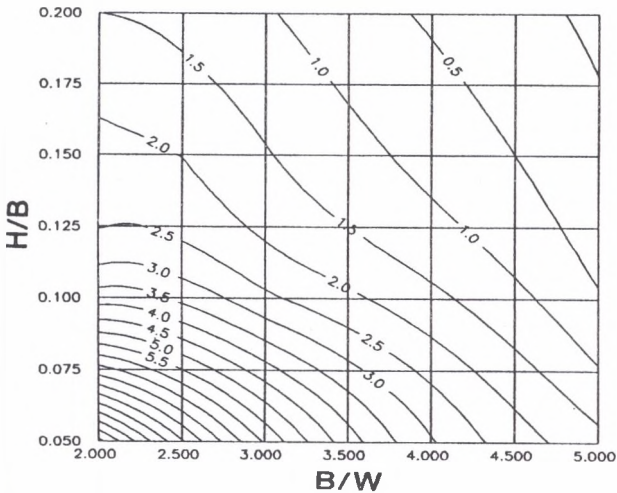
Stopień wybrania złoża: $e_r = 0.45$

Średnia miąższość warstwy słabego spągu: $H = 1.219 \text{ m}$

Średnia wartość wilgotności naturalnej w obrębie słabego spągu: $MC = 8.57\%$

Moduł sprężystości dla węgla: $E_p = 1034.25 \text{ MPa}$

Współczynnik Poissona dla słabego spągu: $\nu = 0.35$



Rys. 2.12. Współczynnik α będący stosunkiem wysokości wypiętrzania spągu i osiadania przyległego filara
Fig. 2.12. Ratio α of floor heave to the adjacent pillar settlement

Pomiary konwergencji pomiędzy stropem i spągiem

| Czas (dni) | 57 | 101 | 177 | 236 | 288 | 367 | 423 | 547 | 696 |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Konwergencja | | | | | | | | | |
| Y_c [cm] | 3.22 | 4.34 | 4.57 | 5.76 | 6.17 | 6.73 | 7.14 | 7.44 | 8.56 |

Obliczenia:

- Moduł sprężystości dla słabego spągu (równanie 2.22c):

$$DM_{50} = 366.145 \times 8.57^{-0.47} = 133.40 \text{ MPa}$$

- Niezależne od czasu (natychmiastowe) osiadanie sprężyste pochodzące od deformacji spągu:

$$w(0) = q_v \times e_x \times H \times (1 + \nu)(1 - 2\nu) / [E(1 - e_x)(1 - \nu)] = 2.171 \times 0.45 \times 1.219 \times 1.35 \times 0.3 / [133.4 \times 0.55 \times 0.65] = 0.01 \text{ m}$$

- Niezależna od czasu (natychmiastowe) sprężysta deformacja filara:

$$Y_{pc} = q_v \times e_x \times H_p / [(1 - e_x) \times E_p] = 2.171 \times 0.45 \times 1.768 / [0.55 \times 1034.25] = 0.003 \text{ m}$$

- Stosunek α wypiętrzania spągu do osiadania przyległego filara (z rys. 2.12):

$$\text{dla } H/B=0.0727 \text{ i } B/W=2.87, \alpha = 4.75$$

- Osiadanie filara można obecnie obliczyć z równania (2.25):

$$Y_p = (Y_c - 0.3) / (1 + 4.75) = 0.174 Y_c - 0.052 \text{ [cm]}$$

Obliczone osiadanie filara Y_p [cm] odpowiadające zmierzonej konwergencji przedstawiono w tabeli 2.3.

Tabela 2.3

Osiadanie filara w czasie

| Czas (dni) | 0 | 57 | 101 | 177 | 236 | 288 | 367 | 423 | 547 | 696 |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Osiadanie filara Y (cm) | 1.00 | 1.51 | 1.70 | 1.74 | 1.95 | 2.02 | 2.12 | 2.19 | 2.24 | 2.44 |

Podane wyżej dane dotyczące osiadania filara były podstawą estymacji reologicznych parametrów słabej warstwy spągu za pomocą metody najmniejszych kwadratów (szerzej o metodzie patrz rozdział 2.4). Dopasowując powyższe dane do równania (2.25), otrzymano następujące parametry:

$$E_1 = 123.56 \text{ MPa}, E_2 = 133.40 \text{ MPa}, N_1 = 2.745E4 \text{ MPa} \times \text{dzień}, N_2 = 6.671E4 \text{ MPa} \times \text{dzień}$$

Na podstawie danych z kilku kopalń Illinois oraz stosując powyższą metodę estymacji parametrów, autor uzyskał także następujące, średnie wartości parametrów modelu Burgersa w tym rejonie:

$E_1 = 106.87 \text{ MPa}$, $N_1 = 7.998E3 \text{ MPa} \times \text{dzień}$, oraz $N_2 = 4.33E4 \text{ MPa} \times \text{dzień}$.

Parametry te mogą być stosowane w Illinois dla wstępnej analizy problemu, jeśli dla konkretnej lokalizacji nie są znane specyficzne wartości tych parametrów. W takiej sytuacji też parametr E_2 może być określany z równań (2.23a-c).

2.3.4. Modelowanie warstwy odkształcalnej stropu bezpośredniego

Wszystkie słabe warstwy stropu bezpośredniego, zlokalizowane powyżej złożeń, są transformowane w jedną, zastępczą, jednorodną warstwę skalną o grubości H_r , która powinna być dodana do zastępczej grubości odkształcalnego spągu H . Warstwy nadkładu zalegające powyżej słabych i odkształcalnych warstw stropu bezpośredniego są z założenia nieściśliwe w kierunku pionowym, a ponadto przyjmuje się, że charakterystyka mechaniczna słabego stropu i słabego spągu bezpośredniego powinna być taka sama, zarówno w kategorii odkształceń niezależnych od czasu, jak i w dziedzinie odkształceń reologicznych. Jeśli jest inaczej, należy wprowadzić łączny moduł deformacji dla stropu i spągu E_{rf} :

$$E_{rf} = E \frac{1 + \frac{H_r}{H}}{1 + \frac{H_r}{H} \frac{E}{E_r}} \quad (2.27)$$

gdzie E i E_r są modułami deformacji spągu i stropu o miąższości odpowiednio H i H_r . Jednocześnie zakłada się, że wartości współczynników Poissona, stosowne dla obydwu słabych warstw, nie różnią się znacznie.

2.3.5. Modelowanie pracy filara (węglowego)

Filary węglowe (rodzaj materiału, z jakiego zbudowany jest filar, ma tu znaczenie drugorzędne) są reprezentowane przez układ liniowych sprężyn umieszczonych pomiędzy nadkładem i odkształcalną warstwą słabego spągu. Zakłada się, że deformacje filara zachodzą w jednoosiowym stanie odkształcenia ze współczynnikiem proporcjonalności (modułem odkształcenia) E_p . W przypadku gdy filar jest silnie obciążony, można stosować nieliniowy, elastoplastyczny model pracy filara, bliżej przedstawiony w rozdziale 3.

2.4. Wstępna weryfikacja przydatności opracowanego modelu obliczeniowego

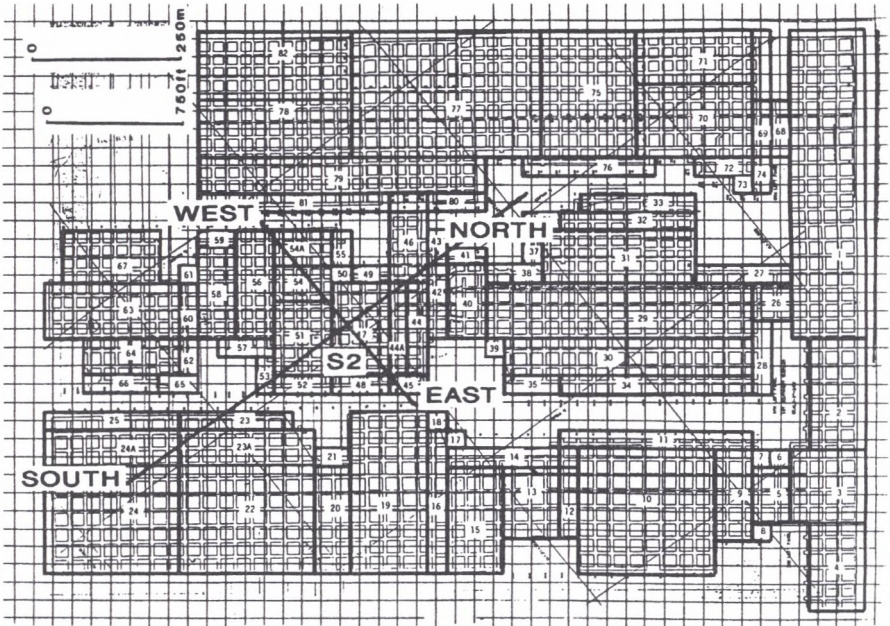
2.4.1. Kopalnia I

Opis warunków geologiczno-górnictwowych

Autor rozpatrzył oddział wydobywczy kopalni składający się z trzech pól eksploatacyjnych (rys. 2.13). Obliczone osiadania powierzchni zostały porównane ze zmiennymi w czasie przemieszczeniami pomierzonymi metodami geodezyjnymi. Średnią geometrię pól eksploatacyjnych, a także parametry geotechniczne użyte w analizie, podano poniżej.

- Grubość nadkładu: $H_o = 87.3 \text{ m}$
- Pierwotny nacisk pionowy nadkładu w poziomie złożeń: $q_v = 2.17 \text{ MPa}$
- Współczynnik Poissona dla słabej warstwy spągu: $\nu = 0.35$

- Średnia wysokość eksploatacji (wysokość filarów): $H_p = 1.77\text{ m}$
- Moduł sprężystości dla węgla: $E_p = 1.03E3\text{ MPa}$
- Stopień wybrania złoża zmieniający się od 0.320 do 0.462 w zależności od lokalizacji.
- Szerokości wyrobisk i wymiary filarów w różnych częściach oddziału podano w tab. 2.4.



Rys. 2.13. Geometria wyrobisk w Kopalni I wraz z dokonaniem dla celów obliczeniowych podziałem wybranych obszarów na fazy i pola

Fig. 2.13. Layout of mine workings at Mine I and subdivision of the mined-out areas into phases and zones for subsidence prediction

Charakterystyka sztywności nadkładu

Dane opisujące uproszczony przekrój geotechniczny nadkładu, dostarczone przez kopalniane służby geologiczne, podano w tab. 2.5.

Warstwy nadkładu zostały transformowane w płytę kompozytową o sztywności na zginanie D , której wartość obliczono dla dwóch skrajnych przypadków:

- warstwy w pełni spojone: $D = 4.56E7\text{ MN m}^4/\text{m}$ (ta wartość była użyta w obliczeniach),
- doskonale gładkie płaszczyzny kontaktu: $D = 4.16E6\text{ MN m}^4/\text{m}$.

Charakterystyka słabej warstwy spągu

Miękkość H słabej warstwy spągu oraz charakterystyczna dla niej wilgotność naturalna MC uzyskana w dwóch rejonach oddziału (*Stanowisko 1* oraz *Stanowisko 2*) była następująca:

- Stanowisko 1*
1. miękkość słabej warstwy spągu: $H = 1.27\text{ m}$
 2. zawartość wilgoci [%]: $MC = 8.63\ 8.86\ 9.54\ 8.81\ 8.93\ 7.67$

- Stanowisko 2 1. miąższość słabej warstwy spągu: $H = 1.14$ m
 2. zawartość wilgoci [%]: $MC = 8.44$ 9.10 8.31 8.72 8.27 7.58

Tabela 2.4

Charakterystyka geometrii oddziału

| Lokalizacja | Szerokość wyrobisk [m] | Szerokość filarów [m] |
|--------------------------|------------------------|-----------------------|
| Wyrobiska główne | 4.87 | 25.60 |
| Wyrobiska udostępniające | 4.87 | 22.55 |
| Pole eksploatacyjne | 6.10 | 16.76 |

Tabela 2.5

Charakterystyka geotechniczna nadkładu

| Rodzaj skały | Miąższość | Moduł sprężystości [MPa] | Współczynnik Poissona |
|--------------------|-----------|--------------------------|-----------------------|
| Gлина | 14.02 | 34.5 | 0.30 |
| Piasek, żwir, pył | 9.14 | 150 | 0.25 |
| Szara glina | 23.16 | 69.6 | 0.30 |
| Piasek, żwir | 2.74 | 200 | 0.25 |
| Wapień/szary lupek | 6.10 | 8820 | 0.15 |
| Szary lupek/wapień | 16.76 | 6620 | 0.20 |
| Węgiel | 0.91 | 1030 | 0.30 |
| Szary lupek/wapień | 11.89 | 6620 | 0.20 |
| Wapień | 1.52 | 8820 | 0.15 |
| Czarny lupek | 0.91 | 4960 | 0.20 |

Użyte w dalszej analizie średnia miąższość warstwy słabego spągu i odpowiadająca jej średnia wilgotność były zatem jak następuje: $H=1.21$ m oraz $MC=8.57\%$. Przybliżona wartość modułu odkształcenia E_2 (dla obciążenia równego 50% nośności obciążającej próbnej płyty) została określona za pomocą podanego wyżej równania regresji (2.22c) (Puła i in. [124]), które zostało opracowane na podstawie danych pochodzących z kilkuset badań płytowych przeprowadzonych w dziesięciu kopalniach położonych na terenie stanu Illinois:

$$E_2 = 366.1MC^{-0.47} = 366.1 \cdot 8.57^{-0.47} = 133 \text{ MPa}$$

Parametry funkcji pełzania stosowne dla słabego spągu autor określił na podstawie pomiarów osiadania reperu S2 zlokalizowanego na powierzchniowym ciągu niwelacyjnym *Północ-Południe* (tab. 2.6), natomiast dla opisu lepko-sprężystego zachowania się słabej warstwy spągowej zastosował standardowy model Burgersa.

Dopasowanie krzywej pełzania metodą najmniejszych kwadratów

W celu uniknięcia indywidualnej oceny i dowolności w konstruowaniu krzywych pełzania należy ustalić kryterium "najlepszego dopasowania" krzywej do danych obserwowanych. W tym celu autor rozpatrzył zestaw n par danych pomiarowych $(t_1, w_1), \dots, (t_n, w_n)$ pokazany w układzie współrzędnych t - w na rys. 2.14.

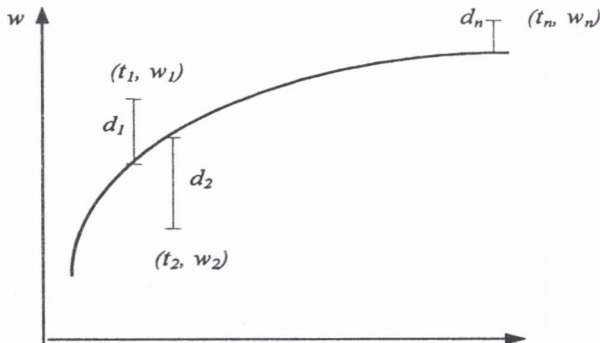
Tabela 2.6
Przemieszczenia pionowe w funkcji czasu

| Dzień | Osiadanie powierzchni [cm] | Osiadanie spągu* [cm] |
|-------|-------------------------------|--------------------------|
| 57 | 1.57 | 1.23 |
| 101 | 2.04 | 1.70 |
| 177 | 2.14 | 1.79 |
| 236 | 2.64 | 2.29 |
| 288 | 2.81 | 2.47 |
| 367 | 3.04 | 2.70 |
| 423 | 3.21 | 2.87 |
| 547 | 3.34 | 2.99 |
| 696 | 3.81 | 3.46 |

* osiadanie spągu otrzymano jako różnicę osiadania powierzchni i skrócenia osiowego filara

Niech d_i oznacza różnicę pomiędzy wartością w_i i wartością w wyznaczoną z krzywej $w(t)$ dla $t = t_i$. Różnica ta zwana jest najczęściej odchyleniem, błędem lub resztką i może być dodatnia, ujemna albo przyjmować wartość zero. Za miarę "dobrego dopasowania" krzywej do zestawu danych pomiarowych przyjmuje się sumę kwadratów tych błędów: $d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2$, i jeśli jest ona mała, mamy do czynienia z dobrym dopasowaniem, jeśli jest duża natomiast, to dopasowanie jest słabe. Zakłada się, że spośród wszystkich krzywych mogących reprezentować zestaw danych pomiarowych najlepsza jest ta, która charakteryzuje się własnością:

$$d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \min.$$



Rys. 2.14. Krzywa reprezentująca dane pomiarowe
Fig. 2.14. Measurement data curve

Z tego punktu widzenia autor przeanalizował technikę bazującą na metodzie najmniejszych kwadratów, zakładając, że postulowany model (np. Burgersa) ma postać nieliniową:

$$w = f(t, E_1, E_2, N_1, N_2) + \varepsilon = w(0) \left[1 + \frac{E_2}{E_1} (1 - e^{-\frac{E_1 t}{N_1}}) + \frac{E_2}{N_2} t \right] + \varepsilon \quad (2.28)$$

gdzie: E_1, E_2, N_1, N_2 są parametrami modelu (patrz rozdział 1), t reprezentuje czas jako zmienna niezależna, $w(0)$ jest osiadaniami początkowym (dla $t=0$), natomiast ε reprezentuje błąd aproksymacji. Przyjmuje się, że błędy $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ są niezależne i nie skorelowane. Gdy oznaczy się $e = (E_1, E_2, N_1, N_2)$, równanie (2.28) przyjmuje postać:

$$w = f(t, e) + \varepsilon \quad \text{lub} \quad E(w) = f(t, e) \quad \text{zakładając} \quad E(\varepsilon) = 0.$$

Mając n obserwacji o postaci (w_k, t_k) dla $k=1, 2, \dots, n$, model można przedstawić w formie równoważnej jako:

$$w_k = w(0) \left[1 + \frac{E_2}{E_1} (1 - e^{-\frac{E_1 t_k}{N_1}}) + \frac{E_2}{N_2} t_k \right] + \varepsilon_k = f(t_k, e) + \varepsilon_k \quad (2.29)$$

gdzie ε_k jest k -tym błędem, $k=1, 2, \dots, n$. Sumę kwadratów błędów dla modelu nieliniowego można przedstawić jako:

$$S(e) = \sum_{k=1}^n [w_k - f(t_k, e)]^2 \quad (2.30)$$

Ponieważ w_k i t_k są obserwacjami ustalonymi, suma kwadratów jest funkcją e . Wartość wektora e minimalizującego $S(e)$ otrzymanego za pomocą metody najmniejszych kwadratów oznacza się jako $\bar{e} = (\bar{E}_1, \bar{E}_2, \bar{N}_1, \bar{N}_2)$, traktując go równocześnie jako estymator najbardziej prawdopodobny. Aby go znaleźć, należy zróżniczkować równanie (2.30) względem e , uzyskując w ten sposób 4 następujące równania normalne, które należy rozwiązać względem \bar{e} :

$$\sum_{k=1}^n [w_k - f(t_k, \bar{e})] \left[\frac{\partial f(t_k, e)}{\partial e_i} \right]_{e=\bar{e}} = 0 \quad \text{dla } i=1, 2, 3, 4. \quad (2.31)$$

Rozpatrzymy poniżej dane dotyczące pomiarów konwergencji zaczerpnięte z tabeli 2.6.

Zakłada się, że $w(0)$ jest niezależnym od czasu sprężystym osiadaniami filara, które wstępnie można obliczyć zakładając, że wartość obciążenia przypadającego na filar zależy li tylko od grubości i budowy nadkładu, modułu odkształcenia słabej warstwy E_2 wyznaczonego na podstawie obciążenia płytą próbną, oraz od geometrii wyrobiska (*tributary area theory* - założenie o obciążeniu filarów całym słupem skał nadległych):

$$w(0) = \frac{q_v e_x H(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-e_x)(1-\nu)E_2} = \frac{2.17 \cdot 0.45 \cdot 1.21 \cdot 1.35 \cdot 0.3}{0.55 \cdot 0.65 \cdot 133} = 0.010 \text{ m}.$$

Uzyskana wartość $w(0)$ jednocześnie eliminuje potrzebę wyznaczania parametru E_2 metodą najmniejszych kwadratów, przez co liczba nieznanymi estymatorów wektora \bar{e} zmniejsza się do trzech. Tym samym równania (2.31) przyjmują podaną niżej postać:

$$\sum_{k=1}^n \left\{ w_k - w(0) \left[1 + \frac{E_2}{E_1} (1 - e^{-\frac{\bar{E}_1 t_k}{N_1}}) + \frac{E_2}{N_2} t_k \right] \right\} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{\bar{E}_1}{N_1} \right] e^{-\frac{\bar{E}_1 t_k}{N_1}} \right\} = 0 \quad (2.32a)$$

$$\sum_{k=1}^n \left\{ w_k - w(0) \left[1 + \frac{E_2}{\bar{E}_1} \left(1 - e^{-\frac{\bar{E}_1}{\bar{N}_1} t_k} \right) + \frac{E_2}{\bar{N}_2} t_k \right] \right\} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{\bar{E}_1}{\bar{N}_1} e^{-\frac{\bar{E}_1}{\bar{N}_1} t_k} \right] \right\} = 0 \quad (2.32b)$$

$$\sum_{k=1}^n \left\{ w_k - w(0) \left[1 + \frac{E_2}{\bar{E}_1} \left(1 - e^{-\frac{\bar{E}_1}{\bar{N}_1} t_k} \right) + \frac{E_2}{\bar{N}_2} t_k \right] \right\} t_k = 0 \quad (2.32c)$$

Wobec złożonej formy równań (2.32) ich rozwiązanie można uzyskać stosując metody iteracyjne (np. metodą linearyzacji lub najszybszego spadku). W pracy autor posłużył się metodą bezpośrednią systematycznego przeszukiwania przestrzeni parametrów $\bar{E}_1, \bar{N}_1, \bar{N}_2$ i obliczania funkcji sumy kwadratów błędu (równanie 2.30) w każdym punkcie siatki podziału przestrzeni parametrów. Etap ten stanowił wstępne rozpoznanie postaci powierzchni sumy kwadratów błędu pozwalający odkryć np. wielokrotne minima. W każdym takim przypadku punkt siatki, w którym znaleziono minimum, był wykorzystywany jako punkt środkowy zawężonego obszaru przeszukiwania, aż do momentu uzyskania założonej dokładności obliczeń. Jak i wszystkie procedury iteracyjne, sposób opisany powyżej wymaga również na wstępie ustalenia wartości początkowych i końcowych oraz kroku iteracji.

Bazując na powyższych zasadach, zbudowano wylistowany poniżej niewielki program komputerowy na PC pozwalający otrzymać rozwiązanie zagadnienia względnie szybko i dokładnie.

Tabela 2.7

Program poszukujący krzywej najlepszego dopasowania

| | |
|---|--|
| <pre> program fitburger integer i,j,k,l,m,n,r real s1,s2,s3,s4,sq,al1,al2,al3,step1,step2,step3,tol real al1d,al1g,al2d,al2g,al3d,al3g,s0,sq1,e2,e1,n1,n2 common t(100),s(100),sd(100),tt(100) open(unit=35,file='dane.fit') open(unit=36,file='wyniki.fit') read(35,*)n,s0,al1d,al1g,al2d,al2g,al3d,al3g,e2,itr,tol write(*,*)n do 1 i=1,n read(35,*)t(i),s(i) 1 continue step1=(al1g-al1d)/1000 step2=(al2g-al2d)/100 step3=(al3g-al3d)/100 do 2 i=1,1001 e1=al1d+(i-1)*step1 do 3 j=1,101 n1=al2d+(j-1)*step2 do 4 k=1,101 n2=al3d+(k-1)*step3 do 5 l=1,n sd(l)=s0*(1.+e2/e1*(1.-exp(-e1/n1*t(l)))+e2/n2*t(l)) 5 continue s4=0. do 6 m=1,n s4=s4+(s(m)-sd(m))**2 6 continue if((i.eq.1).and.(j.eq.1).and.(k.eq.1)) then sq=s4 sq1=s4 al1=e1 al2=n1 al3=n2 goto 4 endif if(s4.lt.sq) then sq=s4 al1=e1 al2=n1 al3=n2 endif </pre> | <pre> do 17 r=1,itr al1d=al1-step1 al1g=al1+step1 al2d=al2-step2 al2g=al2+step2 al3d=al3-step3 al3g=al3+step3 step1=(al1g-al1d)/20 step2=(al2g-al2d)/20 step3=(al3g-al3d)/20 do 7 i=1,21 e1=al1d+(i-1)*step1 do 8 j=1,21 n1=al2d+(j-1)*step2 do 9 k=1,21 n2=al3d+(k-1)*step3 do 10 l=1,n sd(l)=s0*(1.+e2/e1*(1.-exp(-e1/n1*t(l)))+e2/n2*t(l)) 10 continue s4=0. do 11 m=1,n s4=s4+(s(m)-sd(m))**2 11 continue if(s4.lt.sq) then sq=s4 al1=e1 al2=n1 al3=n2 endif 9 continue 8 continue 7 continue write(36,12)al1,e2,al2,al3,sq write(*,12)al1,e2,al2,al3,sq if(abs(sq1-sq).lt.tol) goto 18 sq1=sq 17 continue 18 write(36,16) </pre> |
|---|--|

| | |
|---|--|
| <pre> 4 continue 3 continue 2 continue write (36,12)al1,e2,al2,al3,sq 12 format('e1=',e10.4,2x,'e2=',e10.4,2x,'n1=',e10.4,2x,'n2=',e10.4, 2x,'sq=',e14.8) write ('.12)al1,e2,al2,al3,sq if(abs(sq-sq1).lt.1.E-6) then print ':change limits' goto 1000 endif </pre> | <pre> 16 format('approximated',/) do 13 i=1,51 tt(i)=(i-1)*(n)/50 sd(i)=s0*(1.+e2/e1*(1.-exp(-e1/n1*tt(i)))+e2/n2*tt(i)) write(36,*)tt(i),sd(i) 13 continue write(36,14) 14 format('observed',/) do 15 i=1,n write(36,*)tt(i),s(i) 15 continue 1000 end </pre> |
|---|--|

Dla danych zamieszczonych w tabeli 2.6 przyjęto dane początkowe jak następujące:

- $n = 9$
- granice obszaru przeszukiwania: $E_{1p} = 10 \text{ MPa}$ - $E_{1k} = 500 \text{ MPa}$
 $N_{1p} = 1.E3 \text{ MPa dzień}$ - $N_{1k} = 1.E6 \text{ MPa dzień}$
 $N_{2p} = 1.E3 \text{ MPa dzień}$ - $N_{2k} = 1.E6 \text{ MPa dzień}$
- tolerancja dla sumy błędów : $1.E-10$.

Początkowy krok iteracji przyjęto jako 1/1000 (dla E_1) lub 1/100 (dla N_1 i N_2) odstepu pomiędzy skrajnymi wartościami estymatorów. W przypadku znalezienia minimum obszar obejmujący 1 krok w przód i 1 krok w tył dzieli się na 20 nowych przedziałów (kroków), po czym uściśla się położenie minimum, itd. Otrzymane wartości estymatorów otrzymanych za pomocą metody najmniejszych kwadratów na poszczególnych etapach iteracji podano w tabeli 2.8.

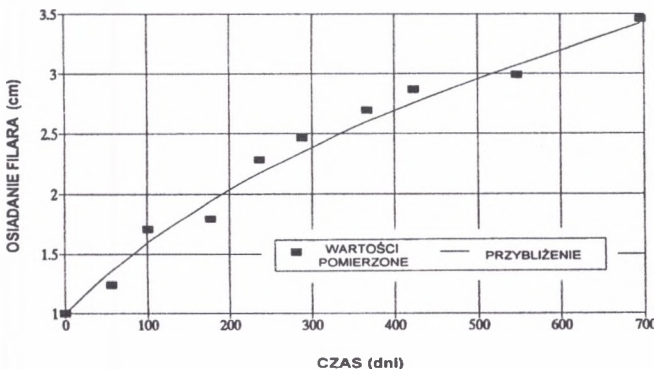
Tabela 2.8

Określenie estymatorów wektora minimalizującego błąd dopasowania

| Iteracja | E_1 | E_2 | N_1 | N_2 | $S(e)$ |
|----------|----------------|--------------|------------------|------------------|-----------------------|
| 1 | 44.7900 | 133.0 | 2.09800E4 | 8.60140E5 | 0.90503090E-05 |
| 2 | 44.7900 | 133.0 | 2.09800E4 | 8.65135E5 | 0.90502281E-05 |
| 3 | 44.7851 | 133.0 | 2.09800E4 | 8.66134E5 | 0.90502099E-05 |

Stosując powyżej opisaną metodę autor uzyskał parametry funkcji pełzania najlepiej pasujące do charakterystyki osiadań podanej w tab. 2.6 (patrz też rys. 2.15). Są one następujące:

$$E_1 = 0.448E2 \text{ MPa}, E_2 = 1.33E2 \text{ MPa}, N_1 = 2.098E4 \text{ MPa dzień}, N_2 = 8.661E5 \text{ MPa dzień}.$$



Rys. 2.15. Zaobserwowane i obliczone osiadanie filara poniżej repera S2 (rys. 2.13)

Fig. 2.15. Observed and predicted time-dependent pillar settlement below the monument S2

Obliczenie osiadań

Autor przyjął, że czynnikiem wywołującym zmienne w czasie osiadanie powierzchni są głównie reologiczne własności słabej warstwy spągu. Całkowity czas wykonania całości wyrobisk (696 dni) został podzielony na 31 faz zrealizowanych w ściśle określonym czasie (rys. 2.13), natomiast obszar wykonanych w tym czasie wyrobisk podzielono na 86 stref charakteryzujących się zróżnicowanym stopniem wybrania złoża. Osiadanie było analizowane dla dwóch okresów czasu: 101 dni i 696 dni po założeniu ciągu niwelacyjnego na powierzchni. Warstwice osiadań powierzchni po czasie $T = 101$ dni i $T = 696$ dni przedstawiono na rys. 2.16-2.17, podczas gdy na rys. 2.18-2.19 podano profile osiadań pomierzonych i obliczonych wzdłuż linii pomiarowych N-S i E-W zlokalizowanych ponad rozpatrywanym polem eksploatacyjnym. Wyniki obliczeń pozostają we względnie wysokiej zgodności z wynikami pomiarów geodezyjnych, szczególnie w punktach zlokalizowanych bezpośrednio nad rozpatrywanym polem. W przypadku czasu $T=696$ dni różnice nie przekraczają 6%, natomiast dla $T=101$ dni nieścisłości te są mniejsze od 14%. Względnie duże różnice w pobliżu nienaruszonych obszarów (brzeży rozpatrywanego pola) można przypisać danym niepewnym co do harmonogramu czasowego wydobycia w tych rejonach.

2.4.2. Kopalnia II [30]

Opis kopalni

Oddział kopalni, tutaj rozpatrywanej przez autora, składał się z dwóch pól, eksploatowanych dwuetapowo w klasycznej technologii filarowo-komorowej:

- w pierwszym etapie tworząc system komór i pasów uzyskiwano filary 25 m x 25 m,
- w drugim etapie filary od granic były obierane ze wszystkich stron w celu uzyskania wyższego stopnia wybrania złoża – filary 18 m x 18 m.

Sytuację gómiczą oraz podział wybranych obszarów na fazy i strefy pokazano na rys. 2.20. Pierwsze oznaki niestateczności spągu w strefach 4-28 pojawiły się po eksploatacji 2 etapu w strefach 10-13 (grudzień, 1986). Obserwowana niestateczność spągu ograniczyła się w zasadzie do obszarów eksploatowanych powtórnie i nie zagrażała pozostałym wyrobiskom. Jednakże około sześć miesięcy później (czerwiec, 1988), po ukończeniu powtórnej eksploatacji, ruchy w spągu pojawiły się w gardzieli (mouth) pola (strefa 3), gdzie też w celu śledzenia tych ruchów zainstalowano stanowisko do pomiaru konwergencji (17 styczeń, 1989). Informacja, że do 30 sierpnia 1989 stwierdzono w tym miejscu około 5.08 cm konwergencji, była jedyną, jaką można było uzyskać z kopalni dla weryfikacji modelu obliczeniowego. Średnią geometrię wydobycia i dane dotyczące dostępnych parametrów geotechnicznych, stosowanych w analizie, podano niżej.

- Miąższość nadkładu: $H_p = 264.5$ m
- Wstępny nacisk nadkładu w poziomie złoża: $q_v = 6.58$ MPa
- Współczynnik Poissona dla słabej warstwy spągu: $\nu = 0.35$
- Średnia wysokość eksploatacji (wysokość filara): $H_p = 2.18$ m
- Moduł sprężystości dla węgla: $E_p = 1.21E3$ MPa
- Stopień wybrania złoża: $e_x = 0.328-0.652$
- Szerokość wyrobisk: $W = 5.5$ m (etap I) lub 12.5 m (etap II)
- Wymiar boku filarów (kwadrat): $B = 25$ m (etap I) or 18 m (etap II).

Charakterystyka sztywności nadkładu

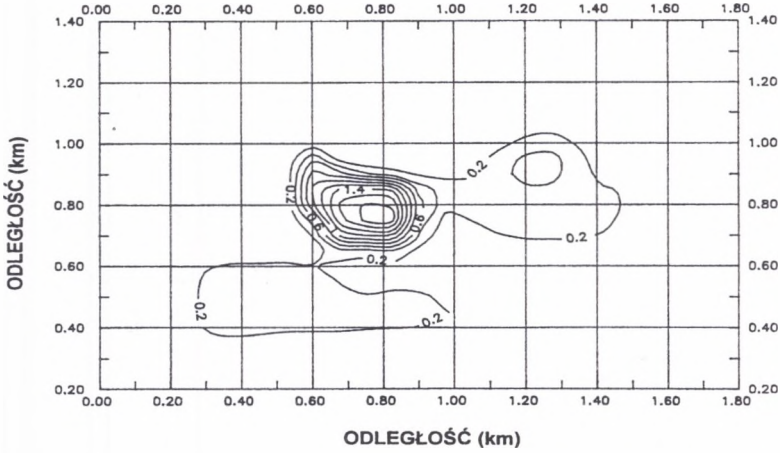
Stwierdzono, że w nadkładzie można wyróżnić 52 rozmaite warstwy, składające się z różnych rodzajów depozytów lodowcowych, gliny, łupka, piaskowca i wapienia. Obliczoną sztywność nadkładu na zginanie podano poniżej.

- $D = 1.58E9$ MN m^4/m (warstwy w pełni spojone), oraz
- $D = 8.36E6$ MN m^4/m (doskonale gładkie powierzchnie kontaktu), ta wartość sztywności została przyjęta do obliczeń.

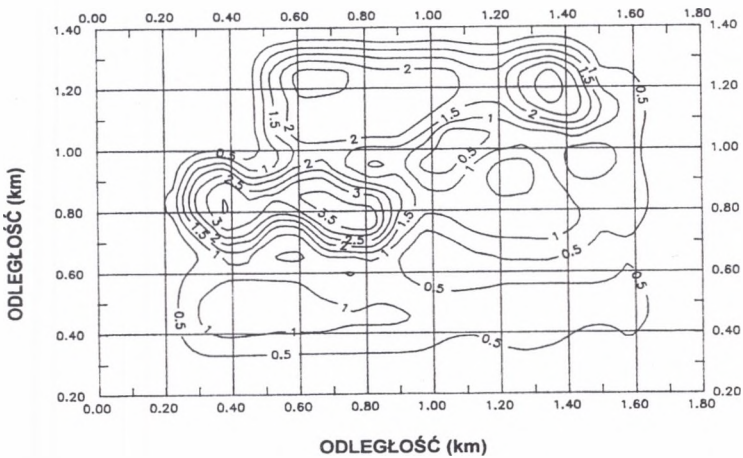
Charakterystyka słabej warstwy spągu

Dane dotyczące słabej warstwy spągu o grubości H oraz o jej wilgotności MC podano niżej.

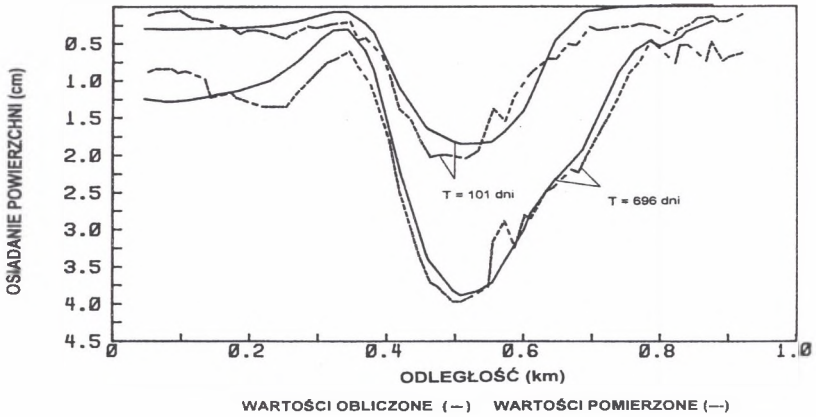
- Stanowisko 1 1. miąższość warstwy słabego spągu: $H = 1.32$ m
 2. wilgotność [%]: $MC = 12.74$ 5.18 2.09 7.09 7.87 7.42



Rys. 2.16. Obniżenie [cm] wybranego fragmentu terenu górniczego Kopalni I po upływie 101 dni
 Fig. 2.16. Vertical subsidence [cm] contours over the mined-out areas of Mine I after 101 days

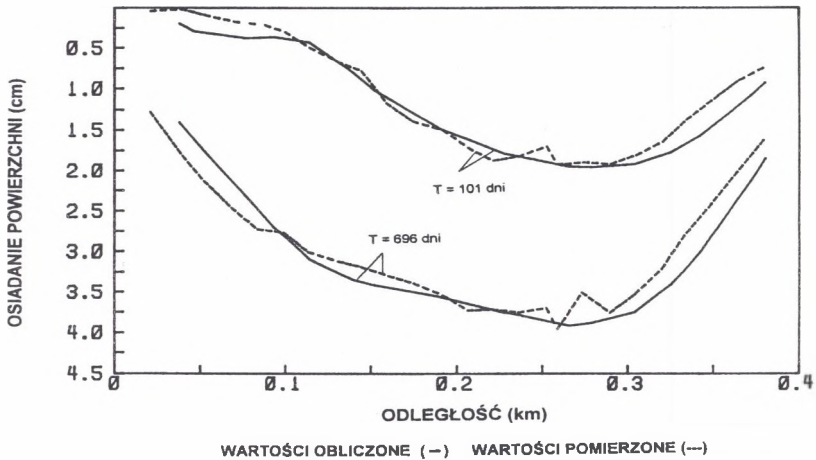


Rys. 2.17. Obniżenie [cm] wybranego fragmentu terenu górniczego Kopalni I po upływie 696 dni
 Fig. 2.17. Vertical subsidence [cm] contours over the mined-out areas of Mine I after 696 days



Rys. 2.18. Porównanie wykresów monitorowanych i obliczonych obniżzeń terenu górniczego Kopalni I (kierunek N-S)

Fig. 2.18. Comparison of the predicted and observed subsidence profiles over Mine I (N-S direction)



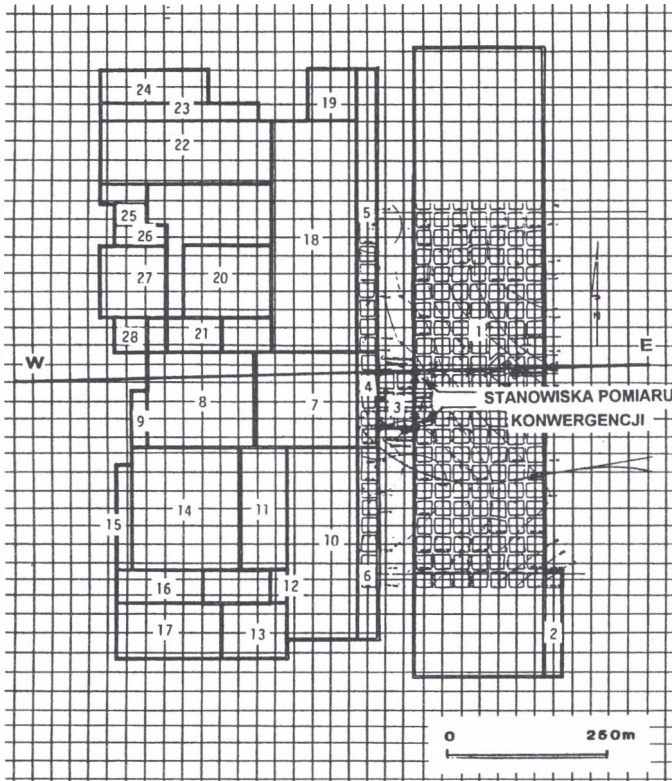
Rys. 2.19. Porównanie wykresów monitorowanych i obliczonych obniżzeń terenu górniczego Kopalni I (kierunek E-W)

Fig. 2.19. Comparison of the predicted and observed subsidence profiles over Mine I (E-W direction)

Stanowisko 2 1. miąższość warstwy słabego spągu: $H = 1.72 \text{ m}$
 2. wilgotność [%]: $MC = 7.07 \ 11.49 \ 16.39 \ 4.15 \ 3.89 \ 7.36 \ 10.75$

Na podstawie powyżej zamieszczonych danych uzyskano średnią wartość miąższości warstwy słabego spągu $H = 1.52 \text{ m}$ oraz średniego modułu odkształcenia $E_2 = 1.60E2 \text{ MPa}$, którego wartość decyduje o wielkości natychmiastowego pionowego przemieszczenia powierzchni spągu na skutek działania ciężaru nadkładu. Pozostałe parametry słabej warstwy spągu zostały określone na podstawie średnich danych dla całego stanu Illinois. Ze względu na to, że estymacja przemieszczeń była dokonana długo po zakończeniu eksploatacji, autor założył, że wkład elementu Kelvina-Voigta i jego parametrów

(E_1 , N_1) w pomierzone osiadanie jest znikomy. Z tego też powodu model Burgersa został zredukowany do prostego elementu cieczy Maxwella charakteryzującego się następującymi parametrami: $E_2 = 1.60E2 \text{ MPa}$ i $N_2 = 2.0E4 \text{ MPa}$ dzień.



Rys. 2.20. Geometria wyrobisk w Kopalni II wraz z podziałem wybranych obszarów na fazy i pola o zróżnicowanych stopniach wybrania i zróżnicowanych czasach eksploatacji

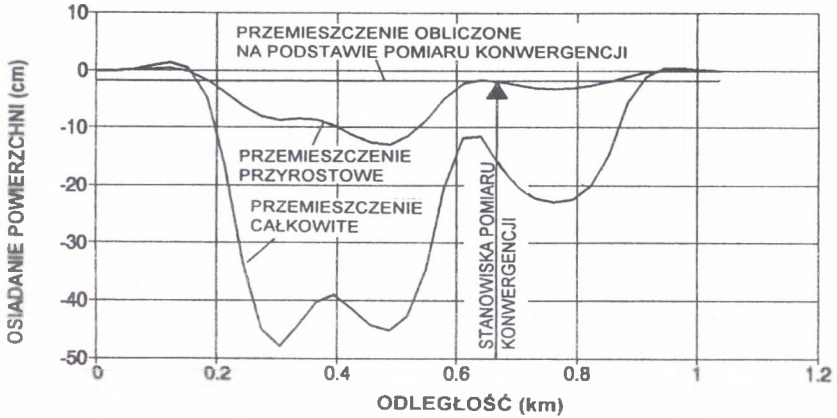
Fig. 2.20. Layout of mine workings at Mine II and subdivision of the mined-out areas into phases and zones for subsidence prediction

Osiadanie filara przy stanowisku pomiarowym konwergencji

Całość robót eksploatacyjnych zrealizowanych w przeciągu $T=1403$ dni została podzielona na 12 faz, każda z określonym czasem wybierania (patrz rys. 2.20), oraz na 28 stref o zróżnicowanym stopniu wybrania złoża. Analizowano całkowite osiadanie powierzchni po 1403 dniach (czas bezwzględny od rozpoczęcia eksploatacji w rozpatrywanym rejonie) oraz dodatkowo przemieszczenia, jakie teoretycznie, mogły zajść w okresie od 1175 dnia do 1403 dnia, tj. w czasie, gdy działało stanowisko pomiaru konwergencji. Przeprowadzona analiza numeryczna wykazała, że osiadanie filarów, zlokalizowanych w pobliżu stanowiska do pomiaru konwergencji, osiągnęło wartość 1.91 cm. Przy założeniu zerowej ściśliwości filarów odpowiadające pionowe przemieszczenie zostało obliczone z równania (2.25) jako:

$$y_p = \frac{y_c}{1 + \alpha} = \frac{5.08}{1 + 1.7} = 1.88 \text{ cm}$$

gdzie współczynnik $\alpha = 1.7$ odczytany został z rys. 2.9 dla wartości $H/B = 1.52/25 = 0.07$ i $B/W = 25/5.5 = 4.55$. Uzyskano ścisłą zgodność pomiędzy danymi uzyskanymi z pomiaru konwergencji oraz wartościami obliczonymi za pomocą przedstawionego modelu (patrz rys. 2.21).

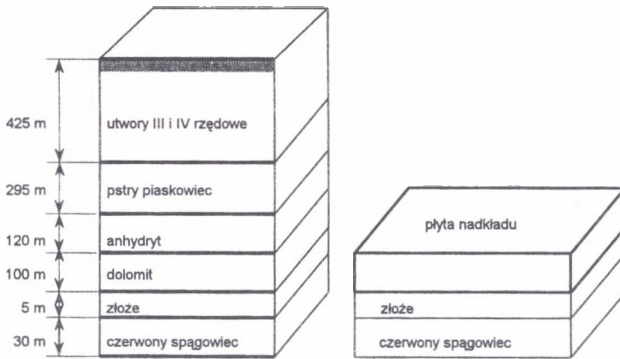


Rys. 2.21. Wykresy osiadań całkowitych i dodatkowych wzdłuż przekroju E-W ponad Kopalnią II
Fig. 2.21. Total and incremental surface subsidence profiles along cross section E-W over Mine II

2.4.3. Kopalnia III

Stosując powyżej opisane zasady, autor zamodelował duży obszar (5 km x 6 km) jednej z kopalń rud miedzi LGOM, gdzie eksploatację prowadzi się w zorientowanym prawie poziomo płaskim złożu o miąższości przeciętnie 5 m, na średniej głębokości 950 m pod powierzchnią terenu. Z analizy dostępnych materiałów dotyczących parametrów geomechanicznych skał zalegających w tym rejonie uzyskano średnie parametry fizyczno-mechaniczne skał złożowych i otaczających złoża. Ich wartości, zastosowane w analizie numerycznej, zestawiono w tabeli 2.9. Założono liniowo-sprężystą charakterystykę wszystkich materiałów, a jako jedyne obciążenie $q_0 = \gamma \cdot H_0 = 0.27 \cdot 950 = 25.65 \text{ MPa}$ przyjęto ciężar własny materiału nadkładu działający pionowo na płytę zastępczą reprezentującą pakiety cechsztynu (dolomity, anhydryty i pstry piaskowiec). Uśredniony przekrój geotechniczny kopalni pokazano na rys. 2.22.

Disponując mapą kopalni zapisaną w kodzie CAD, autor zdecydował się tutaj rozwinąć model płytowy w kierunku uwzględnienia transferu obciążenia w spągu – model półprzestrzeni sprężystej dla warstw spągu – poprzez zamodelowanie go za pomocą prostokątnych elementów skończonych, które pozwoliły włączyć do obliczeń także naprężenia i przemieszczenia poziome. Model zbudowano dzieląc złoża i spąg na 1858 prostokątnych elementów skończonych, natomiast nadkład był reprezentowany w nim przez 929 płytowych elementów skończonych o grubości wynikającej z analizy budowy geologicznej górotworu. Obliczenia przeprowadzono za pomocą MES używając pakietu komputerowego UAI/NASTRAN.



Rys. 2.22. Uśredniony przekrój geotechniczny dla Kopalni III

Fig. 2.22. Generalized overburden geotechnical cross-section for Mine III

Tabela 2.9

Średnie wartości parametrów fizyczno-mechanicznych skał w rozpatrywanym obszarze

| Rodzaj skały | Grubość warstwy [m] | Współczynnik Poissona ν | Moduł sprężystości E [MPa] |
|---|---------------------|-----------------------------|----------------------------|
| utwory IV-rzędowe | 65 | 0.3 | 46.75 |
| utwory III- rzędowe (il, gips) | 360 | 0.3 | 29.62 |
| pstry piaskowiec | 295 | 0.3 | 5000 ^(*) |
| anhydryt | 120 | 0.26 | 13875 ^(*) |
| dolomit | 100 | 0.24 | 17100 ^(*) |
| złoże | 5 | 0 | 2039 ^(*) |
| obszary umiarkowanie naruszone eksploatacją stopień wybrania złoże $e_x = 0.20$ | 5 | 0 | 607 |
| rozcinka (stopień wybrania złoże $e_x = 0.62$) | 5 | 0 | 125 |
| zrobry zawałowe, $a=0.6$ | 5 | 0 | 42.75 |
| zrobry podsadzone, $a=0.37$ | 5 | 0 | 69.3 |
| zrobry eksploatowane z ugięciem stropu, $a=0.4$ | 5 | 0 | 64.0 |
| czerwony spagowiec | 30 | 0.13 | 1450 ^(*) |

(*) - zastosowano współczynnik redukcyjny 0.25 względem danych laboratoryjnych, uwzględniający wpływ skał i osłabienia strukturalnego materiału

Sposób określania wartości parametrów charakteryzujących mechaniczne własności skał autor uzależnił od miejsca ich lokalizacji w polu eksploatacyjnym. Rozróżniono tu dwa podejścia adresowane do:

- obszarów złoże wyeksploatowanego, dla przypadku gdy parametry odkształceniowe wyrobisk są uśredniane na większym obszarze na podstawie stopnia wybrania złoże (dotyczy obszarów umiarkowanie wyeksploatowanych, rozcinki i osadników),
- zrobów, z rozróżnieniem na te wykonywane w technologii z zawałem stropu, z zastosowaniem podsadzki hydraulicznej i w technologii z ugięciem stropu.

Wartości tych parametrów przyjęto jako wartości uzyskane z badań laboratoryjnych przemnożone przez współczynnik redukcji 0.25 odzwierciedlający wpływ skali oraz możliwego lokalnego osłabienia materiału różnego rodzaju spękaniem.

Oszacowanie parametrów odkształceniowych skał otaczających złoże

Dla scharakteryzowania parametrów odkształceniowych złoża i skał otaczających (nadkład, spąg, etc.) autor założył liniowo-sprężystą charakterystykę wszystkich materiałów bez względu na stopień perforacji złoża. Stopień ten uwzględnia się poprzez odpowiednie przyjęcie wartości efektywnego modułu deformacji w danym polu i , uzależnionej od wartości modułu deformacji dla złoża nienaruszonego (E_z) i odkształcalnego spągu (E_{sp}), miąższości poszczególnych warstw (H_z i H_{sp}) oraz od stopnia wybrania złoża (e_x) w rozpatrywanym polu określonym przez siatkę podziałową stosowanej w tym przypadku metody elementów skończonych:

$$E_{zast} = \frac{1 - e_x}{\frac{1}{E_z} + \frac{e_x H_{sp}}{E_{sp} H_z}}$$

Przyjęto, że złoże może być scharakteryzowane z wystarczającą dokładnością za pomocą następujących rodzajów materiału liniowo-sprężystego o podanych niżej, zastępczych parametrach:

| | | |
|---------------|-------------------------------|--|
| $e_{x0}=0.0$ | $E_0=2039$ MPa, $G_0=864$ MPa | - złoże nienaruszone |
| $e_{x2}=0.20$ | $E_0=607$ MPa, $G_0=345$ MPa | - złoże wyeksploatowane w ok. 20% |
| $e_{x0}=0.62$ | $E_0=125$ MPa, $G_0=150$ MPa | - rozczinka. złoże wyeksploatowane w ok. 62% |

Model materiału zalegającego w zrobach

Autor przyjął następujący podział wyrobisk ze względu na zalegający w nich materiał:

- w części zrobów zalega materiał skalny pochodzący z obsypanego stropu (eksploatacja z zawalem), przy czym jego przemieszczenie pionowe nie może być większe niż wysokość furty eksploatacyjnej (współczynnik osiadania wynosi w przybliżeniu $a=0.6$),
- w części zrobów jest wprowadzona podsadzka, dla której współczynnik $a=0.37$,
- w części zrobów zalega materiał skalny pochodzący z obsypanego stropu i resztek filarów technologicznych (eksploatacja z ugięciem stropu), a współczynnik osiadania wynosi $a=0.4$.

Zakładając, że materiał w zrobach deformuje się głównie wskutek jednoosiowego ściskania o liniowej charakterystyce, efektywny moduł deformacji dla tego obszaru można określić z następującej

zależności: $E_w = \frac{P_z (1+\nu)(1-2\nu)}{a(1-\nu)}$. Przyjmując średni ciężar objętościowy nadkładu $\gamma_0 = 27$ kN/m³

oraz współczynnik Poissona $\nu = 0$, otrzymano dla strefy eksploatacji z zawalem: $E_{wz} = \gamma_0 H/a = 25.65/0.6 = 42.75$ MPa, dla strefy eksploatacji z ugięciem stropu $E_{wi} = 64$ MPa, natomiast dla strefy eksploatacji z podsadzką: $E_{wp} = 69.3$ MPa.

Obliczenie sztywności płyty na zginanie oraz jej grubości

Przyjmując, że średni wymiar rozległych zrobów $W = 1500$ m, autor określił hipotetyczną wysokość belki/płyty zastępczej modelującej nadkład (patrz rys. 2.8):

$$H_p = 2.817W^{0.694} = 350 \text{ m.}$$

Wysokość ta objęła całkowicie warstwę dolomitów (100 m), anhydrytu (120 m) oraz część (130 m) pstrego piaskowca. Wobec tego, że wartości obserwowanych pionowych przemieszczeń powierzchni terenu w stosunku do miąższości nadkładu są niewielkie (rzędu 0.3%), przyjęto, że wymienione wyżej

warstwy górotworu są ze sobą silnie spojone (brak poślizgów na kontakcie) i dla obliczenia efektywnej sztywności płyty nadkładu można posłużyć się wzorem (2.13). Ostatecznie otrzymano:

$D = 3.33 \cdot 10^{10} \text{ MNm}$. Ponieważ jednocześnie sztywność na zginanie płyty jednorodnej można wyrazić wzorem: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, otrzymaną stąd wysokość $h = 280.3 \text{ m}$ można przypisać płytowym

elementom skończonym o własnościach odpowiadających charakterystyce odkształceniowej dolomitu.

Określenie osiadań powierzchni terenu

Za pomocą prostopadłościennych i płytowych elementów skończonych autor aproksymował sytuację górnictwem odpowiadającą stanowi eksploatacji w rozpatrywanym rejonie w grudniu 1998 roku. Rozkłady naprężeń i przemieszczeń w poziomie złoża i na powierzchni terenu uzyskano zakładając sprężyste własności wszystkich skal budujących górotwór. Założono przy tym, że odległość obszaru będącego przedmiotem zainteresowania od brzegów zamodelowanego prostokątnego obszaru jest wystarczająco duża, by wpływ warunków brzegowych, jako nieistotny, mógł być pominięty.

W przeprowadzonej analizie wyników obliczeń numerycznych (rys. 2.23-2.25) obejmujących statykę zagadnienia stwierdzono, że otrzymane wartości przemieszczeń pionowych powierzchni są w ścisłej korelacji z wartościami pomierzonymi. Warto przy tym zauważyć, że w tym aspekcie prezentowana metoda daje porównywalne, a nawet lepsze ilościowo wyniki niż metoda elementów skończonych sformułowana dla tego obszaru w trzech wymiarach [62]. Prezentowana metoda, mając przewagę z punktu widzenia potrzebnej mocy urządzenia obliczeniowego, stwarza możliwości wykorzystania jej przy rozwiązywaniu bardziej złożonych zadań nieliniowych, lub dla symulacji np. procesów losowych realizujących się w ramach współpracy górotworu z polami eksploatacyjnymi.

2.5. Porównanie modelu płytowego z modelem korzystającym z analogii belkowej

Za pomocą przedstawionego modelu płytowego autor rozpatrzył możliwość zastosowania prostego i szybkiego w obliczeniach modelu belkowego (pasma płytowego w płaskim stanie odkształcenia), w zagadnieniach sformułowanych w trzech wymiarach. Podstawowym celem analizy było określenie takich warunków i geometrii zadania, gdy konieczne staje się użycie modelu płytowego w miejsce aproksymacji belkowej. Szacunki spodziewanych błędów wynikających z zastosowania modelu belkowego podano niżej.

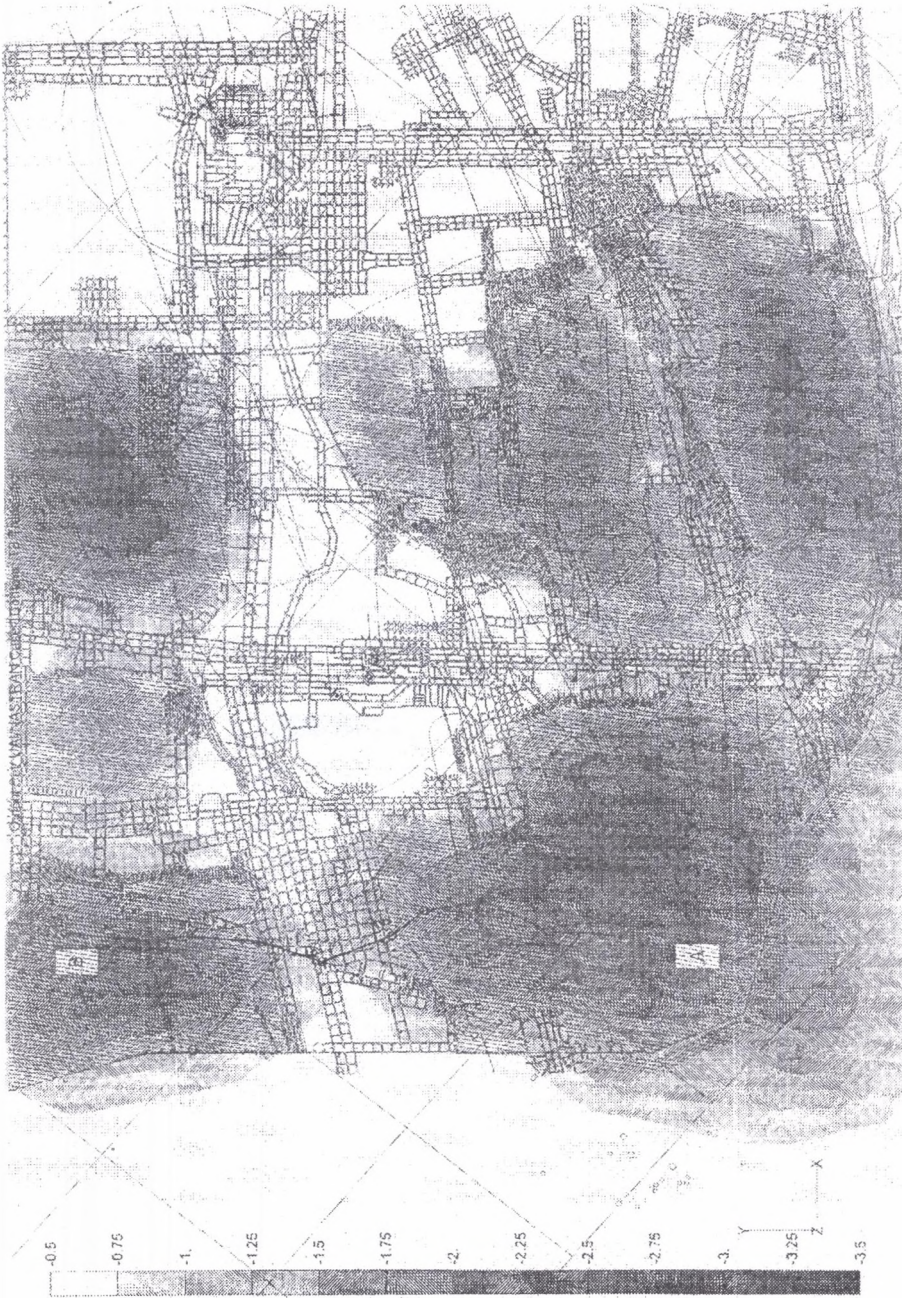
Autor rozpatrzył prostokątne pole eksploatacyjne (rys. 2.26) o szerokości W_p i długości L_p . Ponieważ rozwiązanie równania (2.2a), dla najprostszego przypadku równomiernie rozłożonego obciążenia, zależy od czterech zmiennych bezwymiarowych

$$\pi_1 = \frac{q_v W_p^3}{D}, \quad \pi_2 = \frac{k W_p^4}{D}, \quad \pi_3 = e_x, \quad \pi_4 = \frac{W_p}{L_p}, \quad (2.33)$$

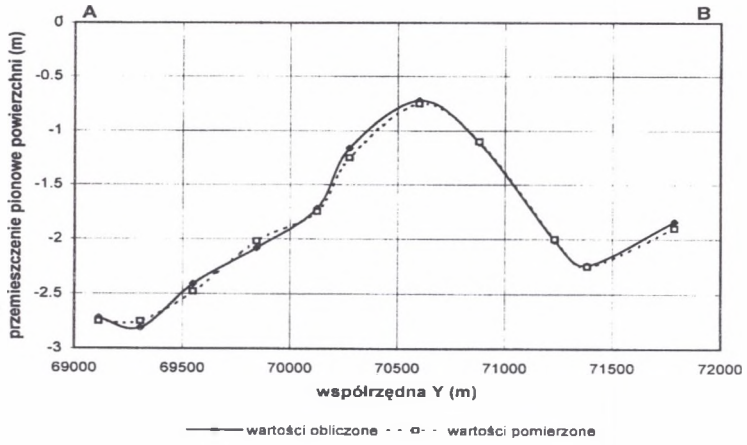
gdzie e_x jest stopniem wybrania złoża, q_v [kN/m²] - ciśnieniem pochodzącym z nadkładu, $D = E_o H_o^3 / 12(1-\nu_o)$ [kNm²/m] reprezentuje sztywność nadkładu na zginanie, oraz $k = 1/[H_f(v)/E + H_p/E_p]$ [kN/m³] jest współczynnikiem podatności filarów i spagu, otrzymano największe wartości stosunku W_p/L_p , dla których stosowanie modelu belkowego nie prowadzi do błędnych wyników. Jako kryterium dopuszczalności przyjęto maksymalną różnicę ω [%] pomiędzy największymi wartościami ciśnienia, osiadania, nachylenia i krzywizny powierzchni, otrzymanymi za pomocą modelu belkowego i płytowego. Wykresy największych wartości W_p/L_p zależnych od $\alpha_1 = \ln \pi_1$, $\alpha_2 = \ln \pi_2$, dla $e_x = 0.5, 0.6$ i 0.7 , przy założeniu maksymalnej wartości błędu $\omega = 1$ i 2 %, podano na rys. 2.27-2.32.



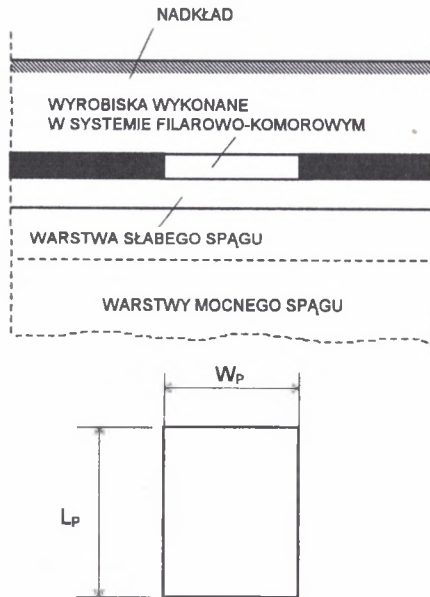
Rys. 2.23. Geometria wyrobisk w części obszaru górniczego Kopalni III z podziałem na elementy skończone
Fig. 2.23. Mining geometry within the Mine III with finite elements approximation



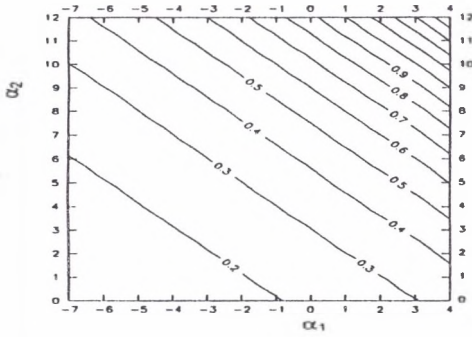
Rys. 2.24. Rozkład obliczonych osiadań powierzchni (m) z uwzględnieniem drenażu warstw polodowcowych
Fig. 2.24. Surface vertical subsidence contours (m) including subsidence due to glacial deposits drainage



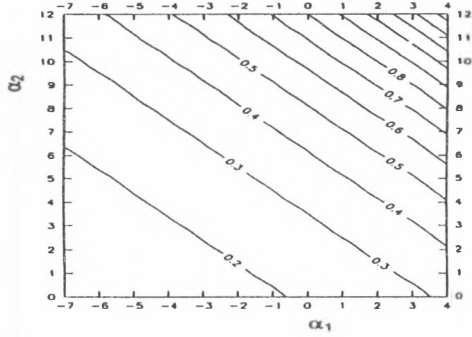
Rys. 2.25. Porównanie wykresów osiadań obliczonych i pomierzonych wzdłuż przekroju A - B (patrz rys. 2.24)
 Fig. 2.25. Comparison of predicted and observed surface subsidence profiles developed along A-B cross-section



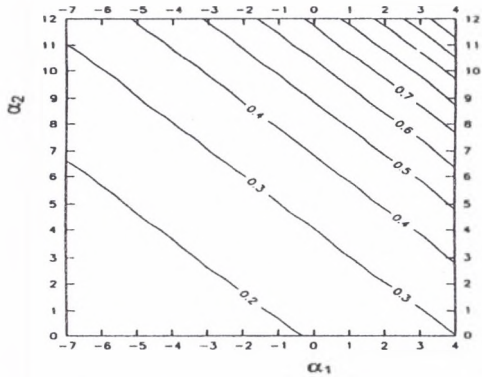
Rys. 2.26. Schemat zadania
 Fig. 2.26. Schematic of the problem



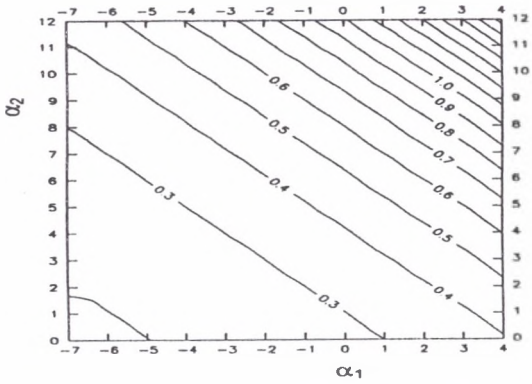
Rys. 2.27. Największy stosunek wymiarów pola W_p/L_p o stopniu ekstrakcji $e_x=0.5$, dla którego można stosować idealizację płaską obliczeń z błędem nie przekraczającym 1 %
 Fig. 2.27. Maximum W_p/L_p ratio for maximum error 1 % and extraction ratio $e_x=0.5$



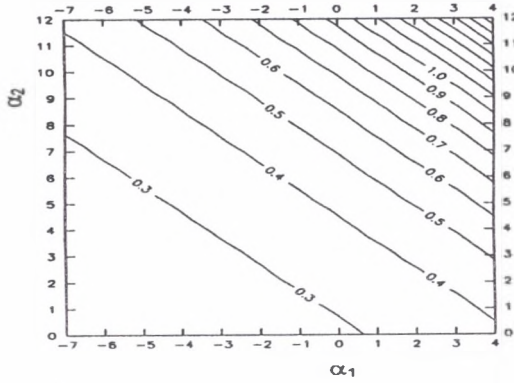
Rys. 2.28. Największy stosunek wymiarów pola W_p/L_p o stopniu ekstrakcji $e_x=0.6$, dla którego można stosować idealizację płaską obliczeń z błędem nie przekraczającym 1 %
 Fig. 2.28. Maximum W_p/L_p ratio for maximum error 1 % and extraction ratio $e_x=0.6$



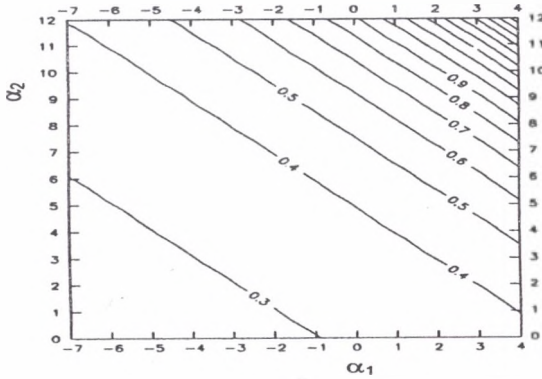
Rys. 2.29. Największy stosunek wymiarów pola W_p/L_p o stopniu ekstrakcji $e_x=0.7$, dla którego można stosować idealizację płaską obliczeń z błędem nie przekraczającym 1 %
 Fig. 2.29. Maximum W_p/L_p ratio for maximum error 1 % and extraction ratio $e_x=0.7$



Rys. 2.30. Największy stosunek wymiarów pola W_p/L_p o stopniu ekstrakcji $e_x=0.5$, dla którego można stosować idealizację płaską obliczeń z błędem nie przekraczającym 2 %
 Fig. 2.30. Maximum W_p/L_p ratio for maximum error 2 % and extraction ratio $e_x=0.5$



Rys. 2.31. Największy stosunek wymiarów pola W_p/L_p o stopniu ekstrakcji $e_x=0.6$, dla którego można stosować idealizację płaską obliczeń z błędem nie przekraczającym 2 %
 Fig. 2.31. Maximum W_p/L_p ratio for maximum error 2 % and extraction ratio $e_x=0.6$



Rys. 2.32. Największy stosunek wymiarów pola W_p/L_p o stopniu ekstrakcji $e_x=0.7$, dla którego można stosować idealizację płaską obliczeń z błędem nie przekraczającym 2 %
 Fig. 2.32. Maximum W_p/L_p ratio for maximum error 2 % and extraction ratio $e_x=0.7$

Przykład obliczeniowy

- Ciśnienie nadkładu w poziomie złoża: $q_x=2.171 \text{ MPa}$
- Szerokość pola eksploatacyjnego: $W_p=128.02 \text{ m}$
- Stopień wybrania złoża: $e_x=0.6$
- Największy dopuszczalny błąd: $\omega=1 \text{ pct}$
- Miąższość słabej warstwy spągu: $H=1.219 \text{ m}$
- Wysokość filara: $H_p=1.768 \text{ m}$
- Sztywność płyty nadkładu na zginanie: $D=3.558E6 \text{ MNm}^2/\text{m}$
- Moduł odkształcenia warstwy spągu: $E=133.4 \text{ MPa}$
- Moduł odkształcenia węgla: $E_p=1034.25 \text{ MPa}$
- Współczynnik Poissona dla słabej warstwy spągu: $\nu=0.35$

Obliczenia

- $f(\nu) = (1 + \nu)(1 - 2\nu)/(1 - \nu) = (1 + 0.35)(1 - 2 \times 0.35)/(1 - 0.35) = 0.623$
- $k = 1/[H \times f(\nu)/E + H_p/E_p] = 1/[1.219 \times 0.623/133.4 + 1.768/1034.25] = 135.09 \text{ MN/m}^3$
- $\alpha_1 = \ln[q \times W_p^3/D] = \ln[2.171 \times 128.02^3/3.558E6] = \ln(1.2802) = 0.247$
- $\alpha_2 = \ln[k \times W_p^4/D] = \ln[135.09 \times 128.02^4/3.558E6] = \ln[1.0198E4] = 9.23$
- z rys. 2.27, dla $\alpha_1 = 0.247$ i $\alpha_2 = 9.23$, określono największą wartość $W_p/L_p \gg 0.5$

Można stąd wnioskować, że w przypadku rozpatrywanego pola eksploatacyjnego wyniki otrzymane za pomocą modelu belkowego można uznać za prawidłowe, tj. błąd nie będzie większy niż 1%, jeśli długość pola nie będzie mniejsza od dwukrotnej jego szerokości.

3. MODEL FILARÓW PLASTYCZNIE PODATNYCH

3.1. Wprowadzenie

Dominującym systemem eksploatacji złóż rud i surowców chemicznych w Polsce jest system filarowo-komorowy, stosowany głównie w kopalniach LGOM i płytkich kopalniach rejonu olkuskiego. Racjonalne projektowanie eksploatacji w tego rodzaju kopalniach wymaga umiejętności określenia nośności (podporności) filarów a także ich charakterystyk deformacyjnych, gdyż pozwala to sterować osiadaniami powierzchni (łącznie z nachyleniem i krzywizną) oraz stanem obciążenia w poziomie filarów i złoża. Z drugiej strony filary międzykomorowe nie stanowią struktur odosobnionych i ich obciążenie zależy od szeregu czynników związanych z właściwościami ich otoczenia. Jak stwierdza Piechota [122], powszechne zastosowanie mają metody określania obciążeń oparte na założeniu o obciążeniu filarów całym słupem skal nadległych (Gajoch i in. [60]), tj. bez uwzględniania współpracy filarów z odesktałcym stropem i spągami na obszarze całego pola eksploatacyjnego. Wprowadzenie opracowanego przez autora modelu zachowania się filara poddanego osiowemu ścisnaniu do ogólnego, płytowego modelu górotworu przedstawionego w poprzednich rozdziałach, pozwala uniknąć tego rodzaju arbitralnego założenia co do rozkładu nacisków w poziomie złoża. Umożliwia to tym samym uzależnienie tych obciążeń od lokalnej podatności filarów i dobór alternatywnych geometrii wyrobisk zarówno w polach eksploataowanych w technologii filarowo-komorowej, jak i w technologii ścianowej. Autor poniżej szczegółowo przedstawił następujące związane z tym zagadnienia: (1) analityczne podstawy modelu deformacji filara poddanego ścisnaniu oraz (2) analizę wpływu współdziałania układu strop-filar-spąg na projektowanie filarów plastycznie podatnych. Przedstawione przykłady obliczeniowe świadczą o tym, że opracowany model jest skuteczny i można go stosować w projektowaniu.

Filary plastycznie podatne wyróżniają się szeregiem zalet, gdyż m.in. (1) poprawiają stateczność chodników przyścianowych i spągów, (2) pozwalają uzyskać większą wydajność wydobywania, (3) ograniczają zagrożenie tapaniami i zawalami oraz (4) pozwalają zmniejszyć wartość krzywizny i nachylenia na powierzchni terenu. Zalety te zostały potwierdzone w głębokich kopalniach węgla w stanie Alabama (Carr [16]) oraz w polskich kopalniach rud miedzi (Butra i in. [14]), gdzie od szeregu lat stosuje się system eksploatacji z tzw. ugięciem stropu będącym praktycznym wyrazem zamierzonego wykorzystania zalet pracy filarów w fazie pozniszczeniowej. Ze względu na to jednak, że technika doboru wymiarów takich filarów bazuje jak dotychczas raczej na metodzie prób i błędów stosowanej wyłącznie do specyficznych dla południowych Appalachów (Carr) albo Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego warunków geologiczno-górnictwowych, parametry systemów eksploatacji i kryteria ich doboru, odpowiednie dla tych rejonów, nie zostały wystarczająco uogólnione i nie znalazły jeszcze szerszego zastosowania w warunkach innych zagłębi górniczych.

Projektowanie filarów plastycznie podatnych wymaga znajomości charakterystyki ścisnania filara i jego nośności, gdyż parametry te pozwalają na bieżąco kontrolować i sterować zarówno obciążeniem, jak i osiadaniami filarów podczas procesu wybierania złoża. Jedną z pierwszych prób teoretycznego ujęcia nośności filara było rozwiązanie zagadnienia ścisnania bloku materiału między sztywnymi płaskimi powierzchniami z tarciami metodą nośności granicznej (Izbicki [78]). Jednak większość stosowanych w praktyce formuł dotyczących nośności filarów bazuje na wynikach testów w skali wielkomyślarowej (Bieniawski [10], Holland [72], Obert-Duvall [116], Salamon-Munro [150], Sheorey [154], Potvin i in. [123], Lunder i Pakalnis [100]). Bazując na liniowym zapisie Bieniawskiego i Salamona-Munro, również w Polsce dopracowano się metod oceny nośności filarów międzykomorowych w warunkach geomechanicznych kopalń rud miedzi LGOM (Kunysz [91]) oraz kopalń rejonu olkuskiego (np. Piechota [121]). Wspólną cechą tych wymienionych wyżej półempirycznych formuł jest uzależnienie wytrzymałości filara liniowo lub pod pierwiastkiem kwadratowym od stosunku jego wysokości do

szerokości. Bardziej współczesne opracowania bazują na algorytmach numerycznych z różnymi kryteriami zniszczenia, wprowadzających pozniszczeniowe funkcje deformacji (np. Hsiung i Peng [75], Park i Gall [118], Kripakov [89], Maleki [102]), ale też w przeciwieństwie do rozwiązań zamkniętych, wymagają znacznego nakładu pracy przy wprowadzaniu danych wejściowych. Bazując na danych uzyskanych z sześciu kopalń zlokalizowanych na wschodzie i zachodzie Stanów Zjednoczonych, Mark i Iannachione [108] dokonali oceny stosowanych współcześnie modeli w tym zakresie, a także sformułowali problemy badawcze wymagające rozwiązania.

Zauważyć też można szeroki wachlarz opinii dotyczących rozkładu naprężeń wewnątrz uplastycznionego filara węglowego (Wagner [170]) i fizycznej interpretacji tego rozkładu (Wilson i Ashwin [182], Karmis i Chen [80], Salamon [149], Hoch i in. [70]). W wyniku całkowania naprężeń pionowych po powierzchni poziomego przekroju filara, w zależności od założonego rozkładu otrzymuje się szereg formuł opisujących nośność graniczną filarów węglowych.

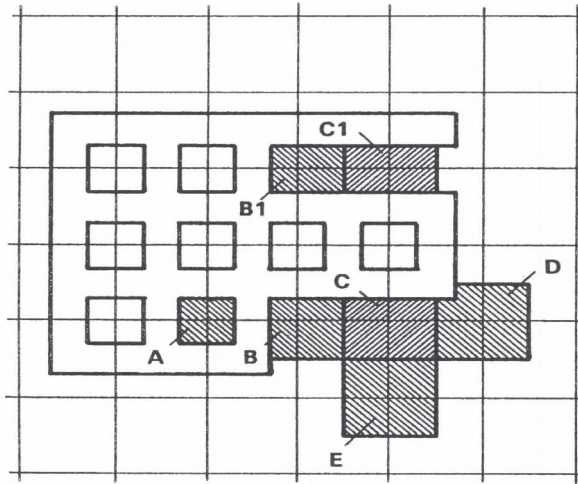
Pomimo że problem był już wcześniej sygnalizowany (Salamon [146,147], Wawersik i Fairhurst [180], Crouch i Fairhurst [36]), zagadnienie wpływu współpracy układu strop-filar-spąg na projektowanie i wykonawstwo filarów pracujących w stanie częściowego uplastycznienia nie zostało jak dotąd ostatecznie rozwiązane. Korzystając z podobieństwa pomiędzy laboratoryjną maszyną wytrzymałościową i znacznie bardziej skomplikowanym układem strop-spąg, wprowadzono do użytku termin: lokalna sztywność kopalni. Jej wartość liczbową może być obliczana przy zastosowaniu metody perturbacji (Starfield i Wawersik [158]) lub metody wartości własnych (Salamon [146]). Bazując na metodzie elementów brzegowych (MEB) oraz wykorzystując metodę perturbacji, opracowano także (Zipf [185]) sposób obliczeń, który jest w stanie odróżnić filary podatne na zniszczenie od tych, które pozostaną stateczne. Wskazano również na znaczenie w zadaniu wyznaczania lokalnej sztywności górotworu takich parametrów, jak moduł odkształcenia materiału skalnego, funkcja odkształcenia (σ - ϵ) złoża (węgla) oraz lokalna geometria wyrobisk. Każdy praktyczny problem wymaga jednakże przejścia od skali pojedynczego filara (Mikoś i Stewarski [112]), poprzez pojedyncze wyrobisko aż do zespołu pól wydobywczych o rzeczywistej, często bardzo skomplikowanej geometrii. Ponieważ wymienione wyżej metody nie były w stanie tak szeroko ująć problemu, nie stały się też narzędziem umożliwiającym predykcję przemieszczeń i dodatkowych obciążeń w skali całego układu, spowodowanych dużymi deformacjami uplastycznionych filarów węglowych w warunkach szczególnie dużych obciążeń występujących w polach eksploatowanych zarówno w technologii ścianowej, jak i filarowo-komorowej.

Poniżej autor przedstawił metodę, która dzięki uwzględnieniu wpływu współpracy układu strop-filar-spąg z wszystkimi dostępnymi jego parametrami (geometria, odkształcalność, głębokość i stopień wydobywania, etc.) umożliwiła obejście niektórych wyżej wymienionych ograniczeń. Takim właśnie skutecznym narzędziem analitycznym, pozwalającym przewidzieć zachowanie się uplastycznionych filarów z zachowaniem pełnej kontroli nad zależnymi od czasu osiadaniem wyrobisk, jest zweryfikowany w skali makro algorytm numeryczny bazujący na aproksymacji płytowej górotworu, pozwalający określić zmienne współczynniki bezpieczeństwa w obrębie rozpatrywanego oddziału, w zależności od lokalizacji filarów i geometrii wyrobisk.

3.2. Charakterystyka pracy filara poddanego osiowemu obciążeniu

Jak wiadomo, filary wprowadzone do przedstawionego wyżej płytowego modelu górotworu są reprezentowane przez układ nieliniowych sprężyn wciśniętych pomiędzy nadkład a dolną, odkształcalną warstwę reprezentującą słaby spąg (rys. 2.9). Charakter odpowiedzi odkształceniowej filara na jego osiowe obciążenie jest przynajmniej częściowo oparty na badaniach Wilsona i Ashwina [182], a także Hardy'ego i in. [68] adresowanych do filarów węglowych. Ponieważ wartość obciążenia pionowego filara może mieć w praktyce wartość zbliżoną do jego nośności, szczególnego znaczenia w tym aspekcie nabiera znajomość nieliniowej zależności pomiędzy działającym obciążeniem i odpowiadającym mu odkształceniem filara. Poniżej przedstawiono opracowane przez autora podejście analityczne pozwalające określić nieliniową odpowiedź filara na obciążenie osiowe i wprowadzić ją do ogólnego modelu współpracy układu płytowego.

Autor założył na wstępie, że równania opisujące pracę filara zawierają na razie nieznaną funkcję [wskaźnik plastyczności $I_{pl}(\bar{q}_p, H_p, B, L, q_0)$], której wartość zależy od hipotetycznej wytrzymałości materiału \bar{q}_p w odległości $3H_p$ mierzac od ociosu filara, faktycznego obciążenia q_0 działającego na dany filar, wysokości furty eksploatacyjnej (filara) H_p , a także od wymiarów filara $B \times L$, gdzie B i L reprezentują odpowiednio szerokość i długość filara. W celu scharakteryzowania wskaźnika plastyczności I_{pl} rozpatrywany filar zastępuje się układem liniowych sprężyn, każda o wytrzymałości q_p , zależnej od odległości od ociosu filara (Wilson i Ashwin [182]). Wartość wskaźnika plastyczności I_{pl} można było określić zakładając, że wartość reszkowej wytrzymałości materiału q_r z definicji równa jest pewnemu ułmkowi wytrzymałości q_p dla danej lokalizacji sprężyny wewnątrz filara. Autor w dalszej części opracowania założył, że wytrzymałości te są jednakowe (model sprężysto-plastyczny), chociaż szersza analiza tego zagadnienia (Butra i in. [15]) pozwala je zróżnicować w zależności od szeregu parametrów systemu eksploatacji (model sprężysto-plastyczny z osłabieniem).



Rys. 3.1. Definicja typów filarów
Fig. 3.1. Definition of pillar types

Wszystkie prostokątne filary autor podzielił na pięć różnych rodzajów (typ: **A**, **B**, **B1**, **C**, **C1**) w zależności od liczby odsłoniętych na skutek eksploatacji ociosów filara (rys. 3.1). Każdy typ filara charakteryzowany jest przez specyficzną zależność: obciążenie-osiove przemieszczenie, a jej konkretny zapis może być określony przy zastosowaniu następującego założenia (Pytel [129]):

- Lokalna wytrzymałość materiału filara q_p może być określona ze wzoru¹:

$$q_p = \bar{q}_p \sqrt{\frac{x}{3H_p}} \quad (3.1)$$

gdzie \bar{q}_p jest hipotetyczną (założoną) wytrzymałością materiału w punkcie zlokalizowanym w odległości równej $3H_p$ od ociosu filara (wielkość ta będzie porównana z wytrzymałością σ_c próbki laboratoryjnej), x reprezentuje odległość od ociosu filara (patrz rys. 3.2), natomiast H_p jest wysokością filara.

- Lokalna wytrzymałość reszkowa q_r równa jest odpowiedniej wytrzymałości q_p .
- Funkcja rozkładu naprężeń w strefie uplastycznionej jest niezależna od czasu i poziomu dalszego obciążania.

¹ wzór (3.1) został rozwinięty jako uogólnienie zapisu podanego przez Wilsona i Ashwina [184] w postaci krzywej łamanej (patrz także [68] str. 53)

- Następujące równanie równowagi obciążenia rozłożonego w poziomym przekroju filara musi być spełnione (rys. 3.3):

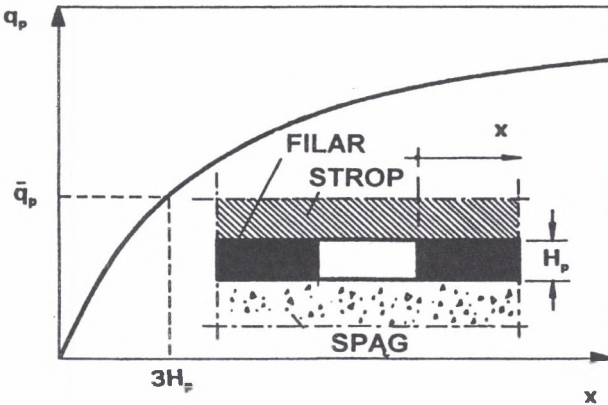
$$q_0 BL = q_n (B - 2x_0)(L - 2x_0) + 2(B - 2x_0) \int_0^{x_0} q_r dy + 2(L - 2x_0) \int_0^{x_0} q_r dx + 8 \int_0^{x_0} dx \int_0^x q_r dy \quad (3.2)$$

gdzie q_0 oznacza średnie obciążenie pionowe działające na filar o przekroju $B \times L$, x jest zasięgiem obszaru, w obrębie którego spełniony jest warunek $q_0 > q_p$, q_n jest obciążeniem równomiernie rozłożonym na obszarze środkowym, który dopóki wytrzymałość materiału nie zostanie przekroczona, nadal deformuje się jako ciało czysto sprężyste.

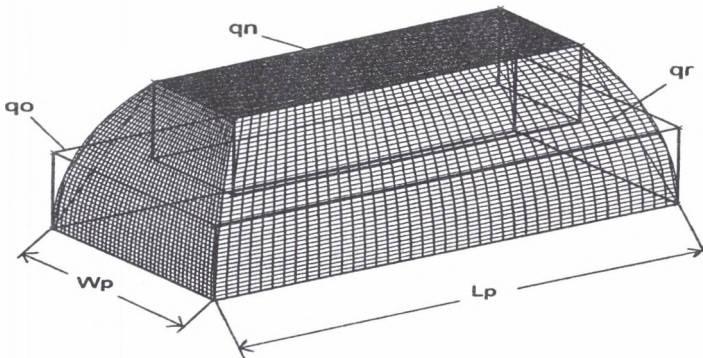
Wprowadzając nowe zmienne $\beta_1 = \frac{B}{3H_p}$, $\beta_2 = \frac{L}{3H_p}$, $\alpha_0 = \frac{q_0}{\bar{q}_p}$ i $\alpha_n = \frac{q_n}{\bar{q}_p}$, autor uzyskał następujące,

pomocne dla oznaczenia parametru α_n (lub q_n), równania:

$$\alpha_0 = \alpha_n - \frac{2(\frac{B}{L} + 1)\alpha_n^3}{3\beta_1} + \frac{4\alpha_n^5}{5\beta_1\beta_2} \quad (\text{filar typu A}) \quad (3.3a)$$



Rys. 3.2. Wytrzymałość węgla jako funkcja odległości od ociosu
Fig. 3.2. Coal strength as a function of distance from pillar free face



Rys. 3.3. Statyczna równowaga obciążenia w przekroju poziomym filara
Fig. 3.3. Static equilibrium of load within pillar horizontal cross-section

$$\alpha_0 = \alpha_n - \frac{(\frac{B}{L} + 1)\alpha_n^3}{3\beta_1} + \frac{\alpha_n^5}{5\beta_1\beta_2} \quad (\text{filar typu B}) \quad (3.3b)$$

$$\alpha_0 = \alpha_n - \frac{(\frac{B}{L} + 2)\alpha_n^3}{3\beta_1} + \frac{2\alpha_n^5}{5\beta_1\beta_2} \quad (\text{filar typu B1}) \quad (3.3c)$$

$$\alpha_0 = \alpha_n - \frac{\alpha_n^3}{3\beta_1} \quad (\text{filar typu C}) \quad (3.3d)$$

$$\alpha_0 = \alpha_n - \frac{2\alpha_n^3}{3\beta_1} \quad (\text{filar typu C1}) \quad (3.3e)$$

Wiedząc, że $q_{n,max} = q_{p,max} = \bar{q}_p \sqrt{\frac{x_{0,max}}{3H_p}}$ oraz że największy zasięg strefy uplastycznienia $x_0=B/2$, autor uzyskał następujące wyrażenia dla nośności filarów σ_p :

$$\sigma_p = 0.272\bar{q}_p \left(1 - \frac{B}{5L}\right) \sqrt{\frac{B}{H_p}} \quad (\text{filar typu A}) \quad (3.4a)$$

$$\sigma_p = 0.385\bar{q}_p \left(1 - \frac{B}{5L}\right) \sqrt{\frac{B}{H_p}} \quad (\text{filar typu B}) \quad (3.4b)$$

$$\sigma_p = 0.272\bar{q}_p \left(1 - \frac{B}{10L}\right) \sqrt{\frac{B}{H_p}} \quad (\text{filar typu B1}) \quad (3.4c)$$

$$\sigma_p = 0.385\bar{q}_p \sqrt{\frac{B}{H_p}} \quad (\text{filar typu C}) \quad (3.4d)$$

$$\sigma_p = 0.272\bar{q}_p \sqrt{\frac{B}{H_p}} \quad (\text{filar typu C1}) \quad (3.4e)$$

Otrzymane przez autora zależności (3.4a-e) mają formę identyczną z budową podanego przez Hollanda [72] wyrażenia na nośność filara:

$$\sigma_p = \sigma_{cc} \sqrt{\frac{B}{H_p}} \quad (3.5)$$

gdzie $\sigma_{cc} = \sigma_c \sqrt{\frac{d}{91.4}}$. σ_{cc} jest wytrzymałością na ściskanie kostkowej próbki o krytycznym wymiarze

boku, σ_c jest wytrzymałością na osiowe ściskanie próbki węglowej o wymiarze boku lub średnicy d , otrzymaną na podstawie badań laboratoryjnych, natomiast długość 91.4 cm uważana jest za krytyczny rozmiar próbki (Ilustrulid [76]). Z porównania równań (3.4a) oraz (3.5), a także z założenia $d = 5.08$ cm (2 cale) wartość wytrzymałości węgla \bar{q}_p w odległości $3H_p$ od lica kwadratowego filara może być zdefiniowana jako:

$$\bar{q}_p = 1.082 \sigma_c \quad (3.6)$$

Zakłada się, że równanie (3.6) jest stosowne dla każdego rodzaju skal i może być wykorzystywane w analizie deformacji nie tylko filarów węglowych, ale także filarów pracujących w warunkach kopalń rud metali.

Ze względu na przenoszenie się obciążenia ze skrajnych obszarów filara w kierunku sprężystego rdzenia, deformacje filara są większe niż te obliczone dla czysto sprężystych warunków odkształcenia. Dlatego też miarą sprężysto-plastycznych warunków pracy filara jest podany niżej ułamek (wskaźnik plastyczności):

$$I_{pl} = \frac{q_n}{q_0} \quad (3.7)$$

który może być następnie użyty w celu określenia deformacji osiowych filara:

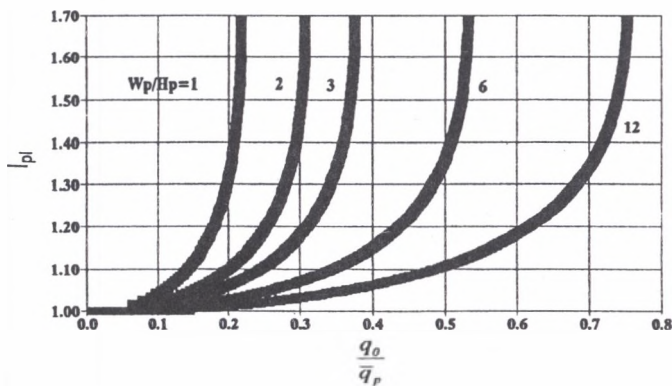
$$w_p = q_0 I_{pl} H_p \frac{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)}{E_p(1 - \nu_p)} \quad (3.8)$$

lub uzyskania efektywnego modułu odkształcenia filara w zależności od aktualnie przenoszonego przezeń obciążenia:

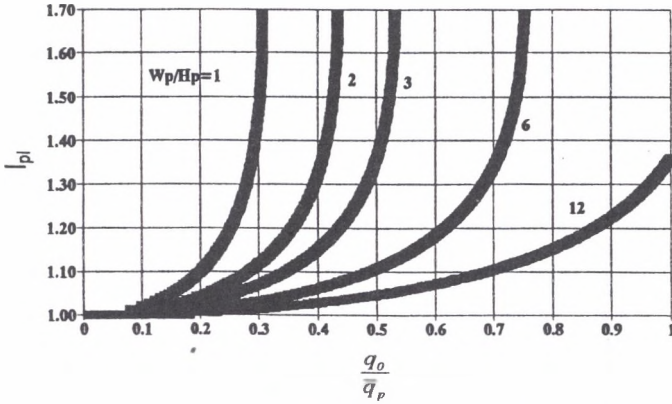
$$E_{pl} = \frac{E_p}{I_{pl}}$$

Wprowadzenie tych zależności do ogólnego modelu płytowego górotworu wymaga stosowania procedury iteracyjnej, której integralną częścią są równania (3.3), pozwalające na podstawie obliczonych nacisków stropu na filary ($\alpha_0 = \frac{q_0}{\bar{q}_p}$) uzyskać na danym etapie obliczeń wartość α_n oraz I_{pl} , co z kolei umożliwia modyfikację efektywnego modułu odkształcenia filara (3.8), a jego nową wartość przypisuje się następnemu etapowi procedury iteracyjnej.

Wykresy funkcji I_{pl} w zależności od stosunku $\frac{q_0}{\bar{q}_p}$, dla różnych typów filara (rys.3.1), przedstawiono na rys. 3.4-3.8.



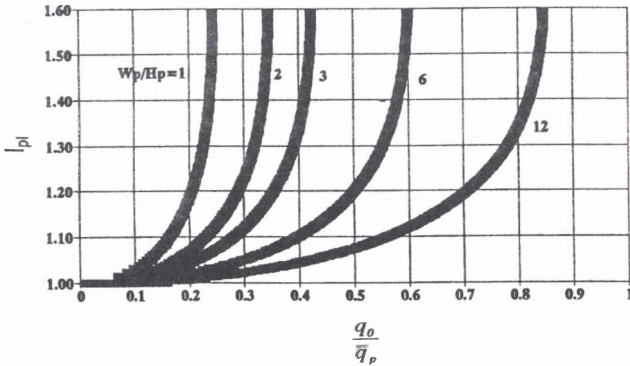
Rys. 3.4. Wskaźnik plastyczności dla kwadratowego filara typu A
Fig. 3.4. Plasticity factor for square pillar of type A



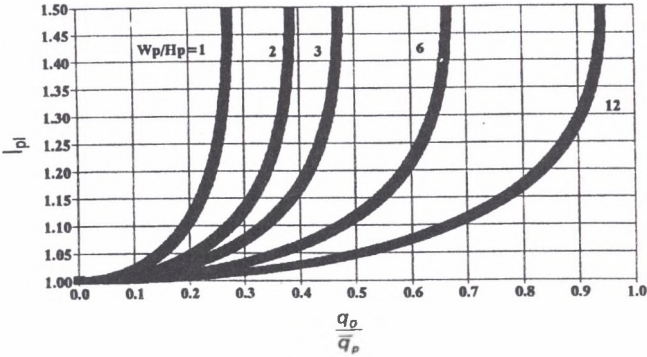
Rys. 3.5. Wskaźnik plastyczności dla kwadratowego filara typu B
 Fig. 3.5. Plasticity factor for square pillar of type B

3.3. Czynniki wpływające na pracę ściskanego filara w skali naturalnej

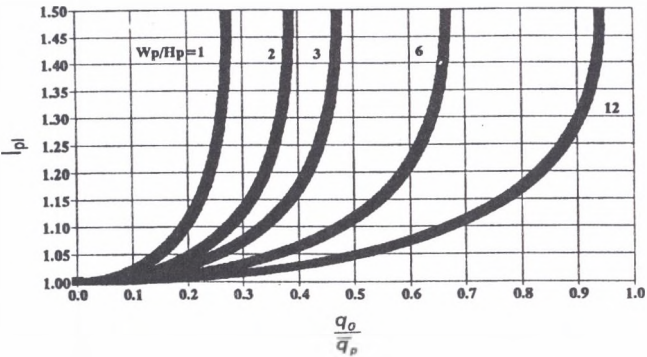
W celu określenia wpływu: (1) położenia badanego filara względem geometrii oddziału wydobywczego, (2) początkowego wymiaru filara, (3) odkształcalności i wytrzymałości węgla, (4) sztywności nadkładu, oraz (5) sposobu zwiększania nacisku na filar (np. z wycienianiem lub bez wycieniania filara) na charakterystykę deformacyjną filara autor wprowadził wyżej opisaną procedurę do ogólnego modelu płytowego górotworu i następnie przeprowadził symulację numeryczną zachowania się układu 25 filarów sprężysto-plastycznych pokazanych na rys. 3.9. Założono tutaj, że wszystkie materiały składające się na rozpatrywany układ nie wykazują własności reologicznych, przez co sekwencja czasowa wykonywanych prac nie ma znaczenia w analizie. Stopniowe zwiększanie obciążenia filara uzyskiwane jest poprzez jego odpowiednie wycienianie (patrz rys. 3.9). Dodatkowe dane dotyczące rozpatrywanego zadania podano niżej.



Rys. 3.6. Wskaźnik plastyczności dla kwadratowego filara typu B1
 Fig. 3.6. Plasticity factor for square pillar of type B1

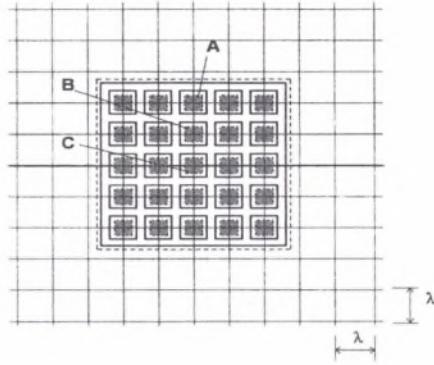


Rys. 3.7. Wskaźnik plastyczności dla kwadratowego filara typu C
Fig. 3.7. Plasticity factor for square pillar of type C

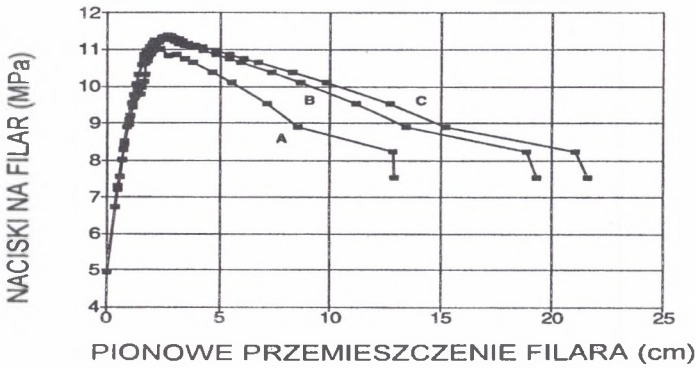


Rys. 3.8. Wskaźnik plastyczności dla kwadratowego filara typu C1
Fig. 3.8. Plasticity factor for square pillar of type C1

- całkowita liczba węzłów siatki podziału: 46×46
- odstęp węzłów siatki podziałowej: $\lambda = 18.0 \text{ m}$
- liczba filarów: 25
- ciśnienie nadkładu: $q_0 = 4.93 \text{ MPa}$
- sztywność na zginanie płyty nadkładu: $D = 3.558E6 \text{ MNm}^2/\text{m}$
- miąższość słabej warstwy spagu: $H = 0.00 \text{ m}$ (brak odkształcalnego spagu)
- wysokość filara: $H_p = 2.18 \text{ m}$
- moduł odkształcenia dla węgla: $E_p = 1034.2 \text{ MPa}$
- wytrzymałość węgla w złożu: $\bar{q}_p = 24.1325 \text{ MPa}$
- współczynnik Poissona dla węgla: $\nu_p = 0.35$
- szerokość wyrobiska (chodnika): $W = 0.0 \text{ m do } 10.0 \text{ m}$
- szerokość filarów: zmienna, zależna od szerokości przyległego wyrobiska (patrz rys. 3.9)
- parametry reologiczne słabej warstwy spagu: brak, bez znaczenia



Rys. 3.9. Idealizacja geometrii filarowo-komorowej
Fig. 3.9. Room-and-pillar mining geometry idealization



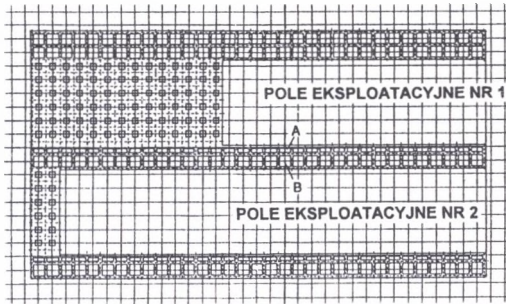
Rys. 3.10. Zależność obciążenie-przemieszczenie dla osiowo ściskanych filarów
Fig. 3.10. Load-displacement relationships for pillars axially compressed

Obliczone krzywe zaciskania filara wskutek zwiększającego się osiowego obciążenia, dla różnych lokalizacji filara, przedstawione na rys. 3.10, są w swoim charakterze podobne do tych otrzymanych in situ przez Malekiego [103]. Przedstawione wyniki wskazują na to, że nawet w przypadku założonej idealnej plastyczności węgla współdziałanie układu strop-filar-spaq daje efekt pozornego osłabienia materiału, co z kolei świadczy o tym, że należy zachować dużą dozę ostrożności w ostatecznej interpretacji wyników badań przeprowadzanych w skali naturalnej.

3.4. Modelowanie geometrii układu ścianowego z uwzględnieniem filarów plastycznie podatnych

Ponieważ filary pracujące w obszarze plastycznym są często projektowane jako elementy składowe geometrii realizowanej w technologii ścianowej, autor przeanalizował możliwość zastosowania modelu płytowego dla określenia (1) obciążenia działającego na filary w zależności od ich lokalizacji w obrębie pola, a także w zależności od wytrzymałości węgla, oraz (2) profilu niecki obniżeniowej i jej pochodnych, takich jak nachylenie i krzywizna. Ze względu na to, że oczekiwane wartości współczynników bezpieczeństwa filarów (SF) poddanych obciążeniu pochodzącemu od ciężaru przypadającego nań słupa

nadkładu mogą sięgać wartości mniejszych od jedności, istotne jest w tym przypadku wprowadzenie nieliniowości pracy filarów, tak aby nadmiar obciążenia był przenoszony na mniej wyężone elementy układu, tzn. aby wszystkie współczynniki bezpieczeństwa były równe lub większe od jedności ($SF \geq 1.0$).

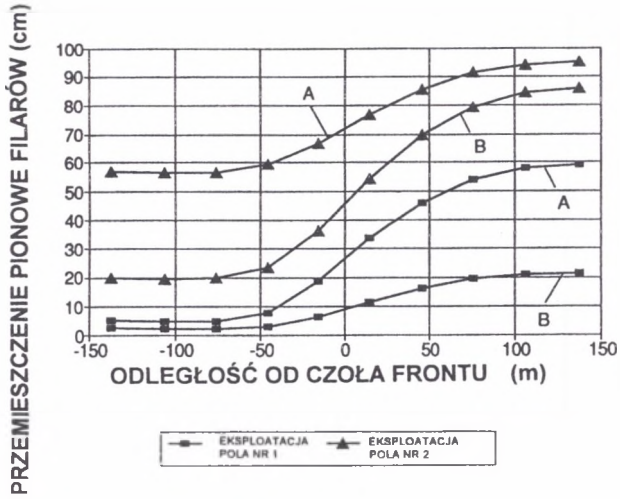


Rys. 3.11. Idealizacja geometrii ścianowej wydobywania
Fig. 3.11. Longwall mining geometry idealization

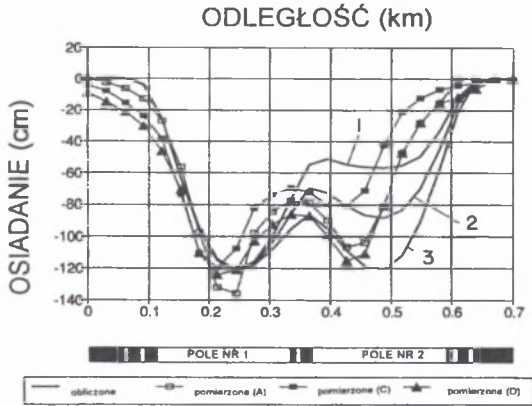
Za pomocą modelu płytowego autor przeprowadził analizę deformacji górotworu w rejonie kopalni opisanej przez Haramy'ego i Fejesa [65] (rys. 3.11) używając dostępnych, średnich parametrów geologiczno-górnictwowych, zestawionych poniżej. Założono, że warstwa spągu zbudowana jest ze zwięzłej skały o niskiej odkształcalności.

- całkowita liczba węzłów siatki podziałowej: 80×66
- odstęp węzłów: $\lambda = 30.48 \text{ m}$
- nacisk nadkładu: $q_v = 8.191 \text{ MPa}$
- sztywność na zginanie płyty nadkładu: $D = 2.0E7 \text{ MNm}^2/\text{m}$
- miąższość słabej warstwy spągu: $H = 0.00 \text{ m}$ (brak warstwy odkształcalnej)
- wysokość filara: $H_p = 2.819 \text{ m}$
- moduł odkształcenia węgla: $E_p = 1034.2 \text{ MPa}$
- wytrzymałość węgla: $q_p = 30.75 \text{ MPa}$
- współczynnik Poissona dla węgla: $\nu_p = 0.35$
- szerokość wyrobisk (chodników): $W = 6.096 \text{ m}$
- rozmiar filarów: zmienny, w zależności od lokalizacji (w chodniku udostępniającym kwadratowe filary o boku 24.38 m w odległości 30.48 m od siebie mierząc między ich środkami, w chodnikach międzyscianowych podatne filary o wymiarach $10.67 \text{ m} \times 24.38 \text{ m}$ od strony wybranego pola oraz rząd sztywniejszych filarów kwadratowych o boku 24.38 m od strony pola eksploatawanego w dalszej kolejności)
- parametry reologiczne słabej warstwy spągu: brak, bez znaczenia.

Wyniki obliczeń, które przedstawiono na rys. 3.12 - 3.15, pozostają w zgodzie z wynikami obserwacji polowych i stanowią świadectwo przydatności opracowanego modelu w zagadnieniu projektowania geometrii wydobywania uwzględniającego pracę filarów w obszarze plastycznym. Jak wynika z obliczeń, w przypadku gdy filary zbudowane są z materiału sprężysto-plastycznego, pionowe obciążenie filarów jest większe od ich nośności, a potencjalny nadmiar obciążenia jest przenoszony na przyległe mniej podatne filary albo w strefę przyciosową.

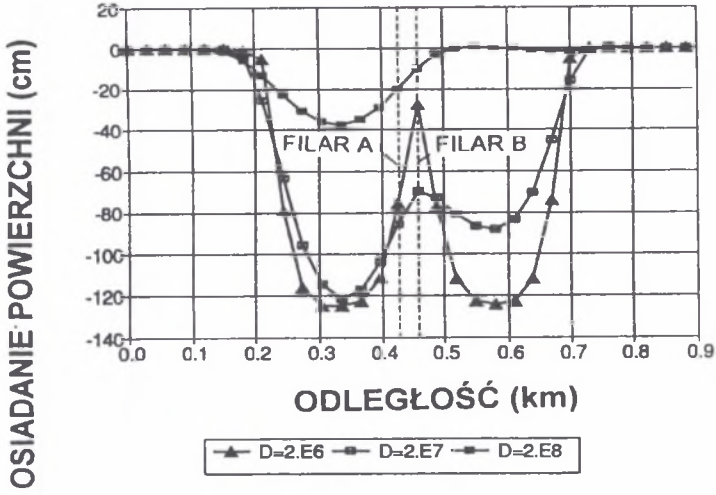


Rys. 3.12. Zależność pomiędzy osiadaniami filara i odległością frontu wydobycia
Fig. 3.12. Pillar subsidence vs longwall face distance

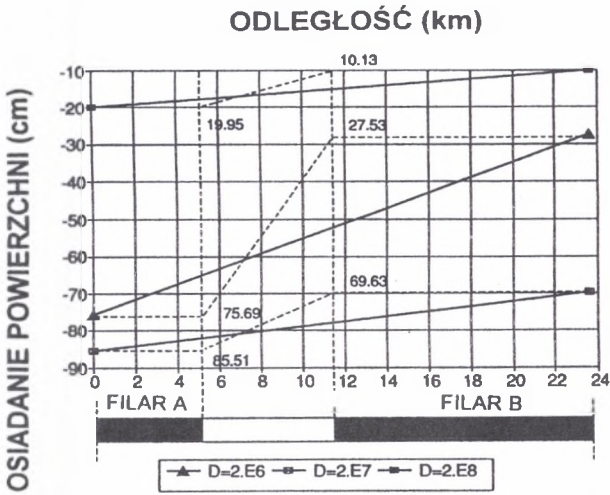


- 1 - OSIADANIE WZDŁUŻ PRZEKROJU POPRZECZNEGO UMIESZCZONEGO 15.24 m ZA CZOLEM FRONTU EKSPLOATACYJNEGO W POLU NR 2
- 2 - OSIADANIE WZDŁUŻ PRZEKROJU POPRZECZNEGO UMIESZCZONEGO 45.72 m ZA CZOLEM FRONTU EKSPLOATACYJNEGO W POLU NR 2
- 3 - OSIADANIE WZDŁUŻ PRZEKROJU POPRZECZNEGO UMIESZCZONEGO 137.16 m ZA CZOLEM FRONTU EKSPLOATACYJNEGO W POLU NR 2

Rys. 3.13. Osiadanie powierzchni terenu ponad polem wydobywczym
Fig. 3.13. Surface subsidence across the panels



Rys. 3.14. Wpływ sztywności nadkładu na osiadanie powierzchni
 Fig. 3.14. Effect of overburden stiffness on surface subsidence



Rys. 3.15. Wpływ sztywności nadkładu na osiadania filarów A i B
 Fig. 3.15. Effect of overburden stiffness on pillar A and pillar B settlement

4. WSPÓŁPRACA UKŁADU STROP-FILAR-SPĄG Z UWZGLĘDNIENIEM LEPKICH, NIELINIOWYCH WŁASNOŚCI SPĄGU BEZPOŚREDNIEGO

4.1. Wprowadzenie

Znaczna ilość polowych i laboratoryjnych obserwacji świadczy o tym, że zjawisko deformacji większości skał jest procesem zależnym od czasu i jeśli nasze przewidywania co do stateczności podziemnych wyrobisk, jak i co do osiadania powierzchni nad aktywnymi i opuszczonymi kopalniami, mają być realistyczne (Kwiatek [95], Kłeczek [85]), efekt reologiczny powinien być uwzględniony w analizie deformacji górotworu. Rozszerzony o czynnik czasu sposób projektowania eksploatacji jest szczególnie ważny w przypadku kopalń, gdzie stateczność wyrobisk i wielkość osiadania powierzchni są silnie uzależnione od współpracy stropu i filarów ze słabą warstwą spągu o znacznej miąższości.

Współczesne badania (Chugh i Hao [25]) w Illinois wskazują, że wymiary filarów w takich warunkach górniczych (do głębokości ok. 120 m (400 ft)) powinno się określać raczej na podstawie wytrzymałości słabej warstwy spągu niż na podstawie wytrzymałości węgla budującego trzon filara. Jednocześnie szereg kopalń eksploatujących złożo węgla zlokalizowanych na takiej głębokości napotyka kłopoty związane z nadmiernym osiadczeniem powierzchni terenu oraz ze znacznymi przemieszczeniami filarów. Ponieważ stwierdzono też (Chugh i Hao [25], Chugh i in. [26]), że zjawiska te mają cechy procesu reologicznego, wyznaczenie parametrów tego procesu oraz ich implementacja w odpowiednim modelu współpracy układu strop-filar-spąg mają ogromne znaczenie w opracowaniu długoterminowych prognoz dotyczących deformacji górotworu i transferu obciążeń pomiędzy poszczególnymi obszarami kopalni.

Baza danych na temat własności reologicznych, charakterystycznej dla Illinois, warstwy słabego spągu jest bardzo ograniczona. Zgodnie z informacjami posiadanymi przez autora, jedynymi dostępnymi danymi w tym zakresie są wyniki laboratoryjnych prób pełzania (Chugh i in. [26]) oraz wyniki obliczeń bazujących na pomiarach konwergencji w kilku kopalniach tego rejonu (Pytel i Chugh [136]; Chugh i Pytel [31]). Zauważono, że wartości parametrów lepkich i sprężystych wyznaczone na podstawie badań laboratoryjnych zasadniczo różnią się od odpowiednich wartości ustalonych na podstawie pomiarów konwergencji. Rozbieżności tego rodzaju zachęciły do podjęcia próby określenia (Chen i Chugh [17]) parametrów modelu reologicznego poprzez badania płytowe wykonane w krótkim horyzoncie czasowym i porównania wyników z rezultatami badań laboratoryjnych oraz bazujących na pomiarach konwergencji. Stwierdzono znaczne różnice w wartościach parametrów opisujących lepkość materiału, podczas gdy parametry sprężyste plasują się w wąskim przedziale zmienności, niezależnie od stosowanej metody pomiarowej.

Stwierdzono również, że skały z reguły przejawiają liniowe charakterystyki w przypadku niskich obciążeń, natomiast w zakresie obciążeń wysokich, charakterystyki $\sigma - \epsilon$ stają się nieliniowe zarówno w dziedzinie deformacji sprężystych, jak i lepkich. Dlatego też końcowe obniżenie powierzchni terenu nad kopalniami, które osiągną wysoki procent wybrania złoża, może przyjmować znaczne wartości ze względu przede wszystkim na nieliniową pracę warstwy słabego spągu poddanej dużym obciążeniom. Wpływ ten nie był jednak dotąd głębiej analizowany, a stosowane do tej pory rozwiązania praktyczne bazowały na założeniu, że wartości stałych reologicznych są niezależne od poziomu obciążenia (modele liniowe). Dlatego też autor postawił sobie w tym zakresie następujące cele: (1) opracowanie takiego modelu współpracy układu strop-filar-spąg, który pozwoliłby uwzględnić nieliniową, lepką charakterystykę spągu, oraz (2) określenie wpływu zróżnicowanego

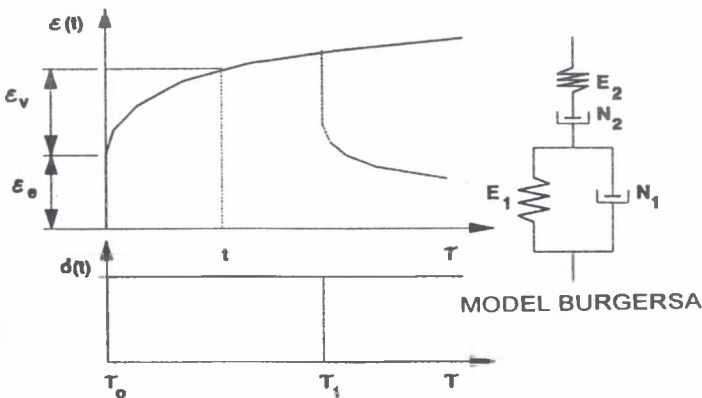
czasu prowadzenia eksploatacji w polu, a także zróżnicowanej prędkości postępu eksploatacji prowadzonej w polach sąsiednich.

Możliwość użycia odpowiedniego skomputeryzowanego algorytmu (model płytkowy górotworu) oraz dostęp do danych dotyczących osiadań powierzchni terenu i odpowiadających im czasowo geometriom podziemnych wyrobisk, stanowiły wystarczającą bazę dla oszacowania przez autora wartości parametrów reologicznych systemu, za pomocą procedury obliczania odwrotnego. Wyznaczone wartości parametrów lepkich i sprężystych materiału spągu, w połączeniu z możliwością użycia odpowiedniego algorytmu komputerowego, pozwoliły rozpatrywać dowolne geometrie wyrobisk, w tym również wyrobiska wykonywane w technologii ścianowej (Pytel i Chugh [137]).

4.2. Modelowanie zachowania się układu wyrobisk

Autor założył (rozdział 2), że układ podtrzymujący płytę nadkładu składa się z szeregowego układu dwóch elementów reprezentujących oddzielnie pracę filara i spągu. Całkowite ugięcie powierzchni terenu, zgodnie z równaniami (2.15-2.17), może być zatem wyrażone jako suma pionowych przemieszczeń powierzchni spągu i filara w danej lokalizacji. Ponadto, jak już wiadomo, dla typowych dla stanu Illinois warunków, gdzie stosunek miąższości słabej warstwy spągu H i szerokości filara W_p jest mniejszy niż 0.2 , w dziedzinie odkształceń niezależnych od czasu (generalnie sprężystych) można stosować jednoparametrowy model liniowy (Chugh i in. [29]) ważny dla warunków obciążenia nie wywołującego bocznych odkształceń. Aby wyrazić jednak zależne od czasu odkształcenia, zaleca się stosowanie, przedstawionego nas rys. 4.1, modelu *Burgersa* (Chugh i in. [26]).

Cechą charakterystyczną lepkiej pracy materiału jest szczególnie silna zależność od czynnika czasu. Typowe zachowanie się ciała sprężysto-lepkiego podczas testu pełzania przedstawiono na rys. 4.1, gdzie rozróżniono natychmiastowe, sprężyste odkształcenie ϵ_e oraz opóźnione czasowo, lepkie odkształcenie ϵ_v . Składnik ϵ_e jest związany ze stałą sprężystą E_2 , podczas gdy lepkie odkształcenie ϵ_v (lub przemieszczenie) jest uzależnione z pozostałymi parametrami modelu *Burgersa*: E_1 , N_1 , i N_2 .



Rys. 4.1. Model materiału lepko-sprężystego poddanego stałemu obciążeniu
Fig. 4.1. A visco-elastic material under constant stress

Przy zastosowaniu funkcji skoku jednostkowego $H(t)$ (funkcja *Heaviside'a*) historia obciążenia może być opisana w sposób niżej podany:

$$\sigma(t) = \sum \sigma_i [H(t - \tau_{0i}) - H(t - \tau_{1i})] \quad (4.1)$$

gdzie τ_{0i} i τ_{1i} są współrzędnymi czasowymi określającymi początek przyłożenia i koniec występowania naprężeń σ_i , które z założenia mają wartość stałą w poszczególnych przedziałach czasowych. Autor przyjął, że efekt lepkości spągu przejawia się w danym przedziale czasowym w postaci odkształcenia lub przyrostu przemieszczenia i może być reprezentowany przez pojedynczy liniowy model *Burgersa* jako zależność:

$$\Delta \varepsilon_i = \sigma_i f(\tau_{1i} - \tau_{0i}) \quad (4.2)$$

z odpowiednią funkcją transformacji (pełzania) wyrażoną w następujący sposób:

$$f(\tau) = f_1 k_1 + f_2 k_2 [1 - e^{-f_3 k_3 \tau}] + f_4 k_4 \tau \quad (4.3)$$

Funkcje $f_i = a_{i2} \sigma^2 + a_{i1} \sigma + a_{i0}$, reprezentują nieliniową, lepką pracę warstwy spągu i można je otrzymać z prób pełzania dla różnych poziomów obciążenia. Mając wyniki tego rodzaju prób, można zdefiniować zależność naprężenie-odkształcenie dla wybranego poziomu obciążenia:

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{E_2} \{ f_{i1} k_1 + f_{i2} k_2 [1 - e^{-f_{i3} k_3}] + f_{i4} k_4 t \} \quad (4.4)$$

Zakładając, że funkcje $f_{ij}(\sigma)$ mają postać parabolii drugiego stopnia $f_i(\sigma) = \sum_{j=0}^2 a_{ij} \sigma^j$, należy

dysponować zestawem przynajmniej trzech takich funkcji, aby móc określić nieznanne współczynniki a_{ij} opisujące poszczególne funkcje f :

$$a_{i2} = \frac{(f_{i1} - f_{i0}) - \frac{(q_1 - q_0)}{(q_2 - q_0)} (f_{i2} - f_{i0})}{(q_1^2 - q_0^2) - \frac{(q_1 - q_0)}{(q_2 - q_0)} (q_2^2 - q_0^2)} \quad (4.5)$$

$$a_{i1} = \frac{(f_{i2} - f_{i0}) - a_{i2} (q_2^2 - q_0^2)}{(q_2 - q_0)} \quad (4.6)$$

$$a_{i0} = f_{i0} - a_{i2} q_0^2 - a_{i1} q_0 \quad (4.7)$$

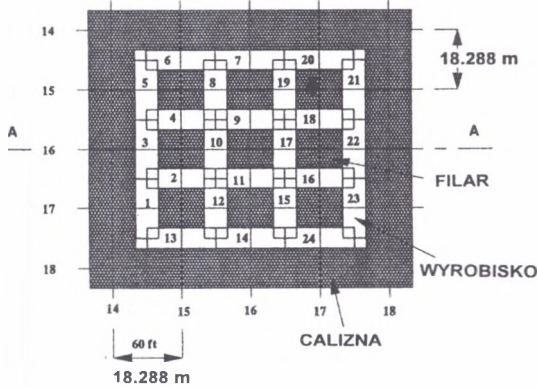
gdzie q_i ($i=0, \dots, 2$) są wybranymi poziomami obciążenia, natomiast f_{ki} ($k=1, \dots, 4$) są właściwymi dla danych poziomów obciążenia wartościami funkcji f_k . Stałe k_i odnoszą się do parametrów modelu *Burgersa* zakładając poziom odniesienia dla obciążeń jako q_0 . Ostatecznie, moduł odkształcenia lepko-sprężystego dla warstwy spągu można wyrazić jako $E(t) = E_2 / f(t)$, zakładając stosowność w tym przypadku zasady superpozycji oraz liniowego modelu dziedziczenia przemieszczeń/odkształceń.

4.3. Analiza rzeczywistej sytuacji górniczej z zastosowaniem opracowanego modelu

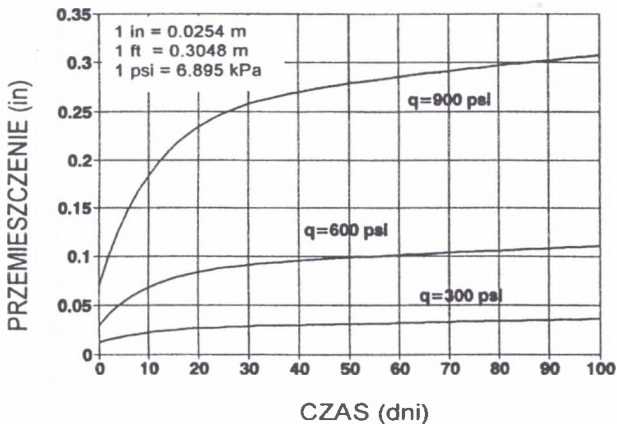
Model płytowy, którego podstawy przedstawiono powyżej, został użyty przez autora w celu analizy rzeczywistej sytuacji górniczej z punktu widzenia osiadania powierzchni i transferu obciążenia. Opracowany program komputerowy, bazujący na metodzie różnic skończonych, pozwolił rozwiązywać sukcesywnie równanie (2.2a), co z kolei umożliwiło skonstruowanie zmiennych w czasie

konturów osiadań powierzchniowych oraz rozkładów obciążeń w rozpatrywanym rejonie. Program symulował wykonywanie chodników/wyrobisk jako zależny od czasu proces, w związku z czym każdy wybrany obszar był scharakteryzowany nadaną mu w ściśle określonym czasie geometrią (długość i szerokość). Schemat rozpatrywanej sytuacji górniczej z zaznaczoną kolejnością wybierania przedstawiono na rys. 4.2. Podstawową geometrię górniczą stanowi 9-filarowe pole wybierane w technologii filarowo-komorowej, z pozostałymi danymi podanymi niżej:

- przekrój filara: $W_p \times H_p = 10.97 \text{ m} \times 10.97 \text{ m}$
- szerokość wyrobiska/chodnika: $W_{op} = 7.32 \text{ m}$
- liczba etapów wybierania złoża: $k = 24$
- postęp frontu: $v = 1 \text{ etap/dzień}$
- wysokość filara: $H_p = 2.18 \text{ m}$
- moduł odkształcenia dla węgla: $E_p = 1.034 \text{ GPa}$
- miąższość bezpośredniej warstwy spągu: $H = 1.22 \text{ m}$
- grubość nadkładu: $H_o = 125 \text{ m}$
- sztywność płyty nadkładu na zginanie: $D = 4.565 \text{ E9 MPa m}^4/\text{m}$
- współczynnik Poissona dla węgla oraz dla warstw nadkładu: $\nu_p = \nu_o = 0.3$
- współczynnik Poissona dla warstwy spągu bezpośredniego: $\nu = 0.35$

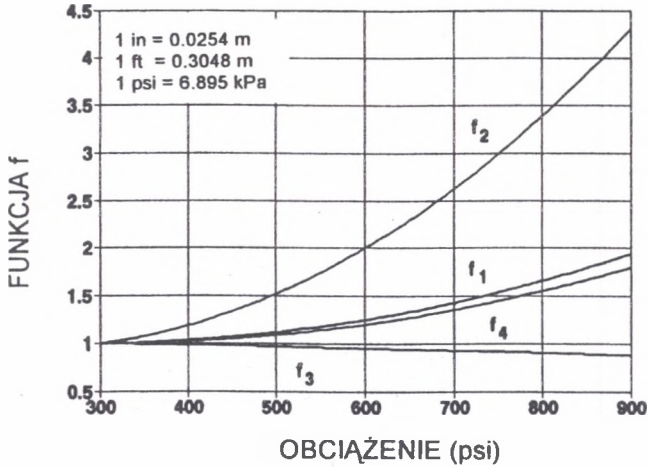


Rys. 4.2. Czasowo-przestrzenna sekwencja wykonania wyrobisk
Fig. 4.2. Schematic of time-dependent mining sequence

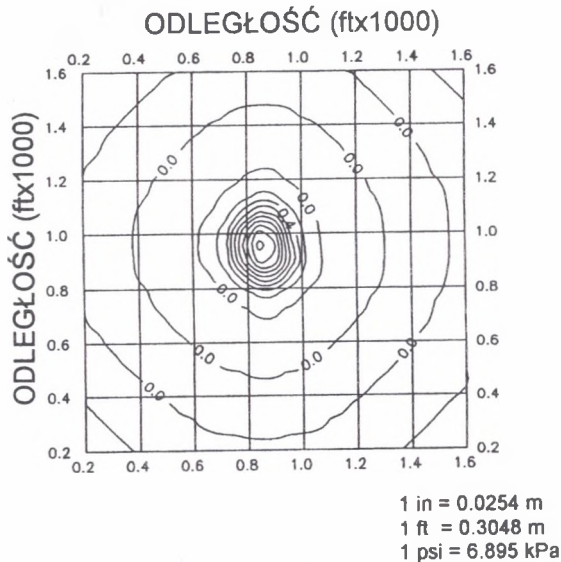


Rys. 4.3. Przykład próby pełzania wykonanej na słabym spągu
Fig. 4.3. Example of creep test performed on weak floor strata

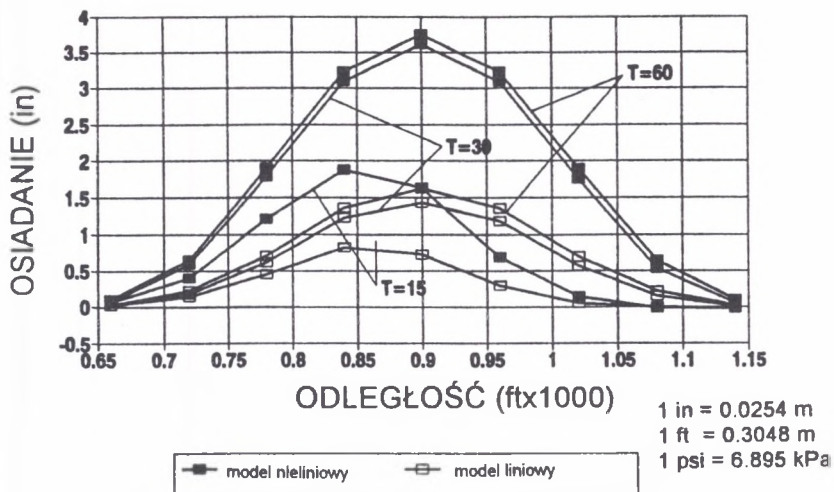
Uzyskane przez autora wyniki prób płytowych pelzania przeprowadzonych na słabej warstwie spągu bezpośredniego dla trzech różnych poziomów obciążenia (2.068 MPa, 4.137 MPa i 6.205 MPa), przedstawiono na rys. 4.3. Wszystkie trzy krzywe odkształcenie-czas zostały aproksymowane funkcją pelzania typu (4.3), a następnie zostały określone wszystkie współczynniki k , oraz funkcje f_i (patrz rys. 4.4):



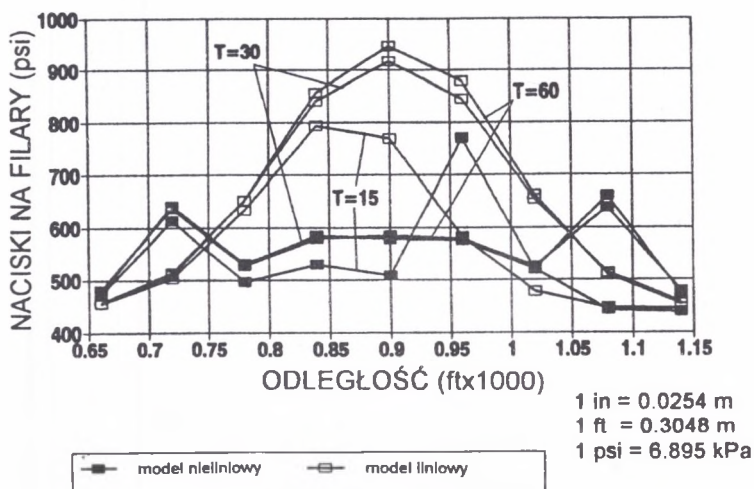
Rys. 4.4. Określenie funkcji f_i na podstawie próby pelzania
Fig. 4.4. Determination of functions f_i from creep tests



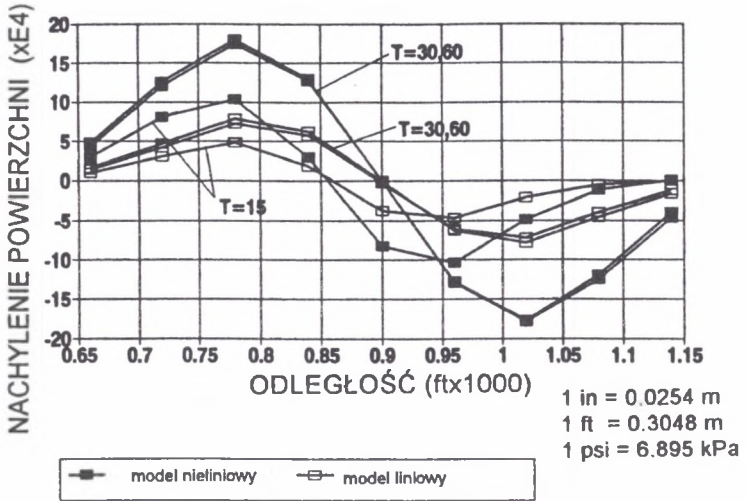
Rys. 4.5. Osiadanie powierzchni [in] po 15 dniach przy szybkości wydobywania $v=60$ stóp/dzień
Fig. 4.5. Surface subsidence [in] after $t=15$ days for extraction rate $v=60$ ft/day



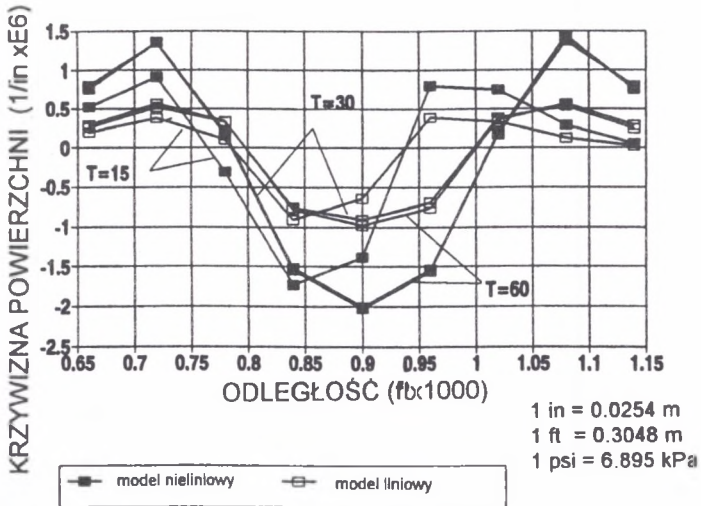
Rys. 4.6. Ósiadanie powierzchni terenu wzdłuż przekroju A-A dla różnych czasów wydobywania
Fig. 4.6. Surface subsidence profiles along cross-section A-A for different times of extraction



Rys. 4.7. Obciążenie filarów wzdłuż przekroju A-A dla różnych czasów wydobywania
Fig. 4.7. Pillar pressure profiles along cross-section A-A for different times of extraction



Rys. 4.8. Nachylenie terenu wzdłuż przekroju A-A dla różnych czasów wydobywania
Fig. 4.8. Surface slope profiles along cross-section A-A for different times of extraction



Rys. 4.9. Krzywizna powierzchni terenu wzdłuż przekroju A-A dla różnych czasów wydobywania
Fig. 4.9. Surface curvature profiles along cross-section A-A for different times of extraction

$E_1 = 143.62 \text{ MPa}$, $E_2 = 172.37 \text{ MPa}$,
 $N_1 = 1.436 \text{ GPa dzień}$, oraz $N_2 = 21.54 \text{ GPa dzień}$,
 $a_{10} = 1.30$, $a_{11} = -0.0218 \text{ kPa}$, $a_{12} = 3.433 \cdot 10^{-4} \text{ kPa}^2$,
 $a_{20} = 1.19$, $a_{21} = -0.0094 \text{ kPa}$, $a_{22} = 1.162 \cdot 10^{-4} \text{ kPa}^2$,

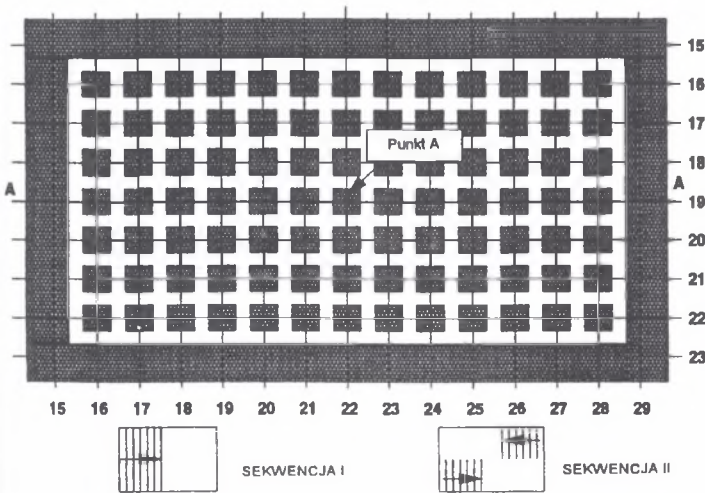
$$a_{30} = 1.03, a_{31} = -0.00046 \text{ kPa}, a_{32} = -5.282E-6 \text{ kPa}^2,$$

$$a_{40} = 1.20, a_{41} = -0.0092 \text{ kPa}, a_{42} = 1.056E-4 \text{ kPa}^2.$$

Wartości obliczonych osiadań powierzchni, jej nachylenia oraz krzywizny ugięcia, a także rozkład obciążenia w obrębie rozpatrywanego pola są przedstawione na rys. 4.5-4.9 dla przypadku liniowej oraz nieliniowej pracy słabej warstwy spągu (Przykład I). Podobne obliczenia były prowadzone również dla dwóch różnych sekwencji wybierania (rys. 4.10) oraz dla dwóch szybkości postępu frontu eksploatacyjnego: $v_f = 1 \text{ etap/dzień}$ (18.29 m/dzień) i 2 etapy/dzień (36.58 m/dzień). Osiadanie powierzchni, jego pochodne (nachylenie i krzywizna), rozkład obciążenia działającego na filary wzdłuż przekroju A-A (giętki rurociąg zlokalizowany na powierzchni) są przedstawione na rys. 4.11-4.17.

Opracowany model płytowy został także użyty przez autora do analizy dwóch różnych pól eksploataowanych technologią filarowo-komorową; pierwsze pole z filarami pracującymi w strefie odkształceń plastycznych, drugie pole natomiast z filarami o względnie dużych rozmiarach. Określenie *filary pracujące w strefie odkształceń plastycznych* w tym wypadku dotyczy możliwości uplastycznienia spągu bezpośrednio pod podeszwą filara. Stopień wybrania złoża w obydwu przypadkach był taki sam i wynosił 0.614, a parametry pól eksploatacyjnych odpowiadają przedstawionemu wyżej przykładowi obliczeniowemu. Rozpatrywane geometrie wybierania złoża można scharakteryzować następująco:

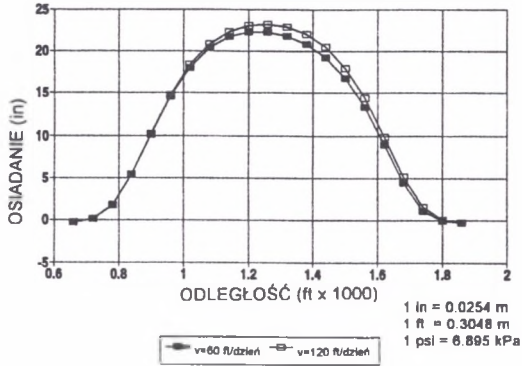
- Sytuacja górnicza I - trzy podrzędne pola, każde składające się z trzech rzędów wąskich filarów $4.57 \text{ m} \times 18.29 \text{ m}$ przedzielone pojedynczym rzędem filarów o dużych rozmiarach $18.29 \text{ m} \times 18.29 \text{ m}$ (rys. 4.18), oraz
- Sytuacja górnicza II - 11 rzędów filarów o wymiarach $7.01 \text{ m} \times 18.29 \text{ m}$ (rys. 4.22).



Rys. 4.10. Schemat sekwencji czasowej wydobycia

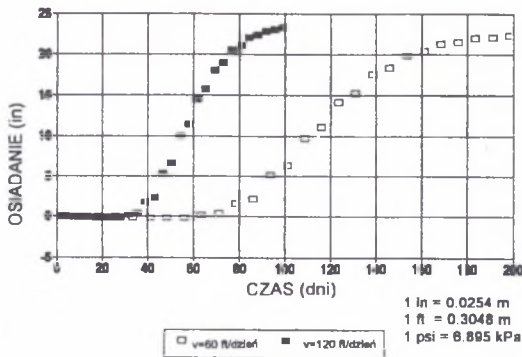
Fig. 4.10. Schematic of time-dependent mining sequence

Obliczone dla czasu $t = 0, 100$ i 200 dni od momentu wykonania odpowiedniego pola, wartości osiadania powierzchni, rozkłady obciążeń oraz wartości współczynników bezpieczeństwa w obrębie rozpatrywanego pola wydobywczego przedstawiono na rys. 4.19-4.21 (sytuacja górnicza I) oraz na rys. 4.23-4.25 (sytuacja górnicza II). Wyniki tam przedstawione otrzymano prowadząc obliczenia dla przypadku: 1) nieliniowej pracy spągu bezpośredniego, oraz 2) pracy liniowej spągu, zakładając, że parametry wyznaczone dla poziomu obciążenia pionowego równego 2.068 MPa są praktycznie niezależne od wartości rzeczywistych naprężeń.



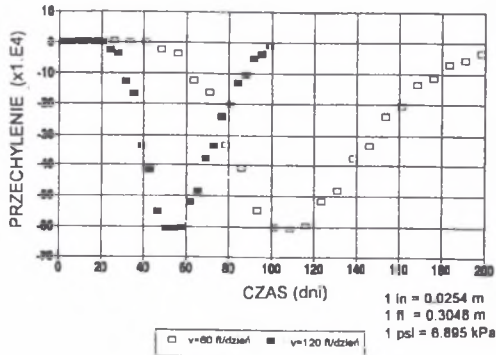
Rys. 4.11. Osiadanie powierzchni terenu wzdłuż przekroju A-A dla różnych prędkości wydobywania po 210 dniach

Fig. 4.11. Subsidence profiles along cross-section A-A for different extraction rate after time=210 days



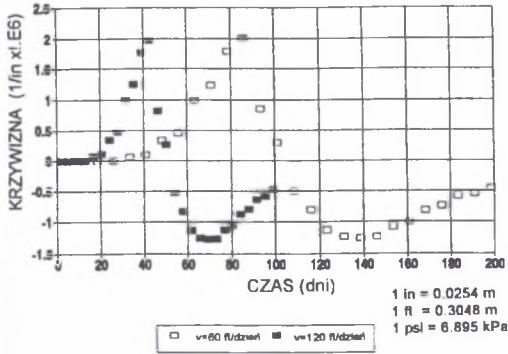
Rys. 4.12. Osiadanie punktu A (środek pola) dla różnych prędkości wydobywania

Fig. 4.12. Subsidence at point A (panel center) for different rates of extraction

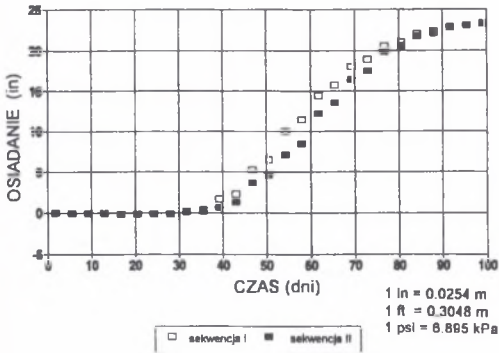


Rys. 4.13. Nachylenie terenu w punkcie A (środek pola) dla różnych prędkości wydobywania

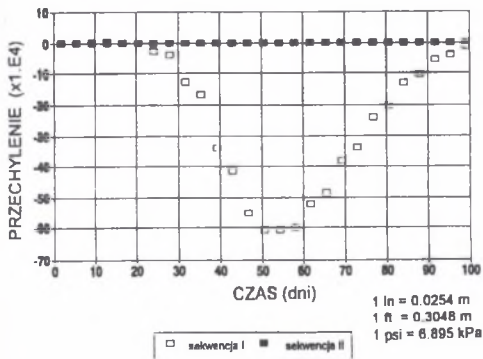
Fig. 4.13. Surface slope at point A (panel center) for different rates of extraction



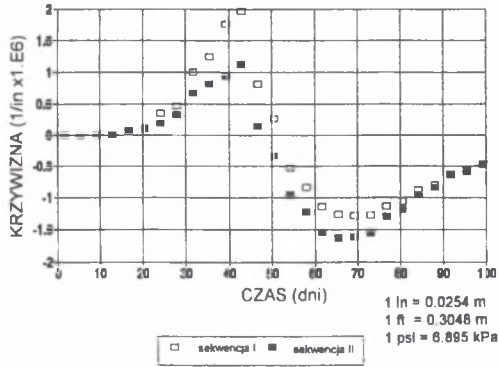
Rys. 4.14. Krzywizna powierzchni terenu w punkcie A (środek pola) dla różnych prędkości wydobycia
 Fig. 4.14. Surface curvature at point A (panel center) for different rates of extraction



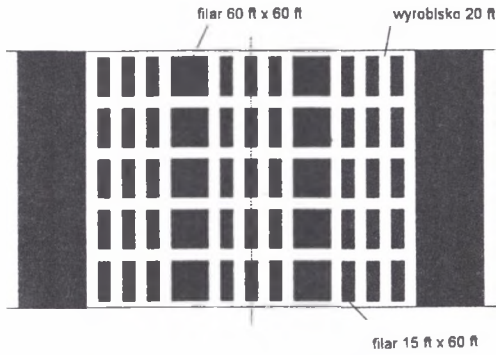
Rys. 4.15. Osiadanie powierzchni w punkcie A dla różnych sekwencji czasowych wydobycia
 Fig. 4.15. Surface subsidence at point A for different time-dependent mining sequences



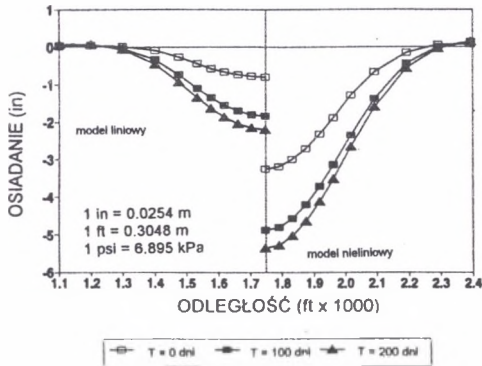
Rys. 4.16. Nachylenie powierzchni w punkcie A dla różnych sekwencji czasowych wydobycia
 Fig. 4.16. Surface slope at point A for different time-dependent mining sequences



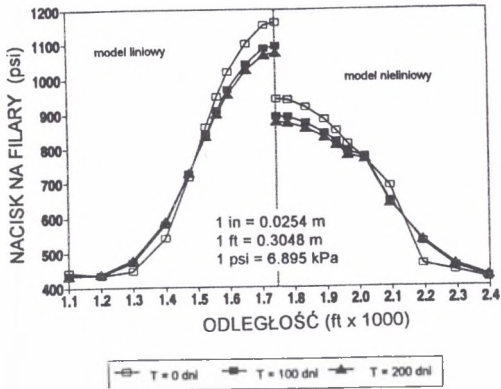
Rys. 4.17. Krzywizna powierzchni w punkcie A dla różnych sekwencji czasowych wydobywania
 Fig. 4.17. Surface curvature at point A for different time-dependent mining sequences



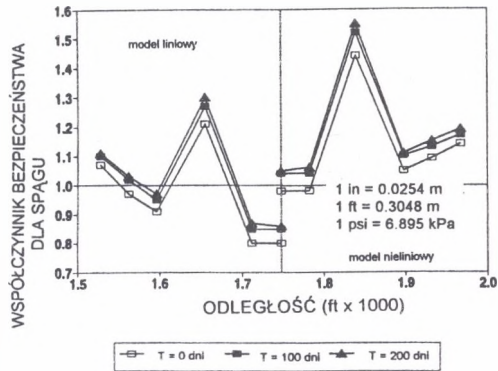
Rys. 4.18. Sytuacja górnicza nr I
 Fig. 4.18. Schematic of mine layout I



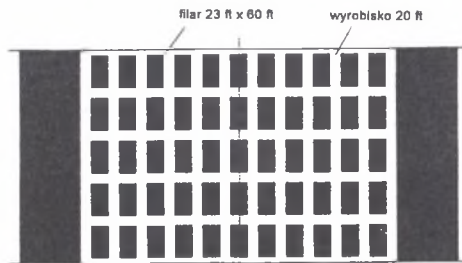
Rys. 4.19. Osiadanie powierzchni terenu wzdłuż przekroju poprzecznego pola dla różnych czasów wydobywania i różnych modeli opisujących zachowanie się słabego spągu
 Fig. 4.19. Surface subsidence profiles across the panel for different times lapsed and for different weak floor strata behaviour



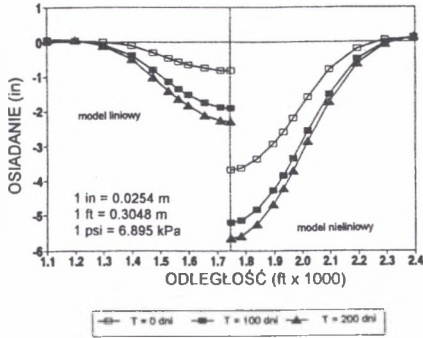
Rys. 4.20. Obciążenie filarów wzdłuż przekroju poprzecznego pola dla różnych czasów wydobywania i różnych modeli opisujących zachowanie się słabej spągu
 Fig. 4.20. Pillar pressure profiles across the panel for different times lapsed and for different weak floor strata behaviour



Rys. 4.21. Współczynniki bezpieczeństwa dla spągu wzdłuż przekroju poprzecznego pola dla różnych czasów wydobywania i różnych modeli opisujących zachowanie się słabej warstwy
 Fig. 4.21. Floor safety factors across the panel for different times lapsed and for different weak floor strata behaviour

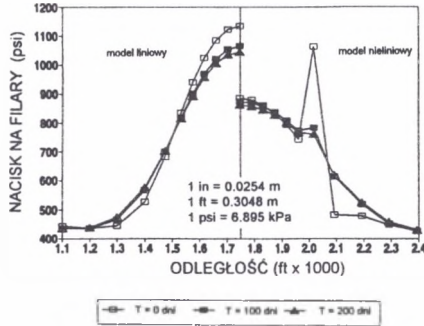


Rys. 4.22. Sytuacja górnicza nr II
 Fig. 4.22. Schematic of mine layout II



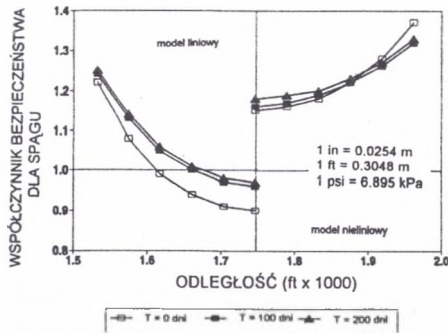
Rys. 4.23. Osiadanie powierzchni terenu wzdłuż przekroju poprzecznego pola dla różnych czasów wydobywania i różnych modeli opisujących zachowanie się słabego spągu

Fig. 4.23. Surface subsidence profiles across the panel for different times lapsed and for different weak floor strata behaviour



Rys. 4.24. Obciążenie filarów wzdłuż przekroju poprzecznego pola dla różnych czasów wydobywania i różnych modeli opisujących zachowanie się słabego spągu

Fig. 4.24. Pillar pressure profiles across the panel for different times lapsed and for different weak floor strata behaviour



Rys. 4.25. Współczynniki bezpieczeństwa dla spągu wzdłuż przekroju poprzecznego pola dla różnych czasów wydobywania i różnych modeli opisujących zachowanie się słabej warstwy

Fig. 4.25. Floor safety factors profiles across the panel for different times lapsed and for different weak floor strata behaviour

Przedstawione wyniki obliczeń świadczą o tym, że nieliniowa z punktu widzenia pelzania praca słabej warstwy spągu odgrywa znaczącą rolę we współpracy układu strop-filar-spąg, szczególnie w przypadku pól charakteryzujących się wysokim stopniem wybrania złoża (duże naciski działające na filary). Sekwencja czasowa wybierania złoża jest również ważna, szczególnie z punktu widzenia możliwości kontroli osiadania powierzchni terenu. Szybkość postępu frontu eksploatacyjnego wydaje się być w tym wypadku zmienną o mniejszym znaczeniu. Wyniki obliczeń świadczą o tym, że dla przypadku nieliniowej pracy warstwy spągu wąskie filary, charakterystyczne dla Sytuacji I, pracują w strefie odkształceń plastycznych, przekazując obciążenie na sąsiednie bardziej masywne filary, dla których wskaźnik bezpieczeństwa ze względu na nośność spągu jest pomimo to znacznie wyższy, niż ma to miejsce w przypadku filarów o wymiarach standardowych (sytuacja II). Dlatego też sytuacja I ma przewagę nad sytuacją II z punktu widzenia możliwości zapobiegania wypiętrzaniu spągu. W przypadku założenia liniowej pracy słabego spągu zachodzi tak niewielki transfer obciążeń, że wąskie filary (sytuacja I) nie są w stanie przejść w strefę odkształceń plastycznych.

Osiadanie powierzchni oraz intensywność przenoszenia się obciążenia ze środkowych partii pola eksploatacyjnego na caliznę zależą bardzo silnie od sztywności płyty nadkładu na zginanie. Z tego powodu, w przypadku głębokich i wąskich zarazem pól eksploatacyjnych, nieliniowa praca słabego spągu bezpośredniego powoduje, że wartości obciążenia filarów są znacznie niższe, niż to by wynikało na podstawie obliczeń uproszczonych, np. z ciężaru słupa materiału skalnego przypadającego geometrycznie na dany filar. Przekazywanie obciążenia wywołane występowaniem zróżnicowanej miąższości słabej warstwy spągu oraz zróżnicowanych wymiarów filarów prowadzi do bardziej równomiernego profilu osiadania powierzchni terenu. Aby móc jednak prawidłowo przewidzieć jego charakterystykę, należy bezwzględnie, jak przedstawiono w opracowanym modelu, uwzględnić w analizie nieliniową, lepką pracę warstwy słabego spągu.

5. PROGNOZA OSIADANIA POWIERZCHNI TERENU NA SKUTEK PROWADZONEJ W POBLIŻU EKSPLOATACJI ŚCIANOWEJ, Z ZASTOSOWANIEM UPROSZCZONEGO MODELU ANALITYCZNEGO BAZUJĄCEGO NA ANALOGII BELKOWEJ

5.1. Wprowadzenie

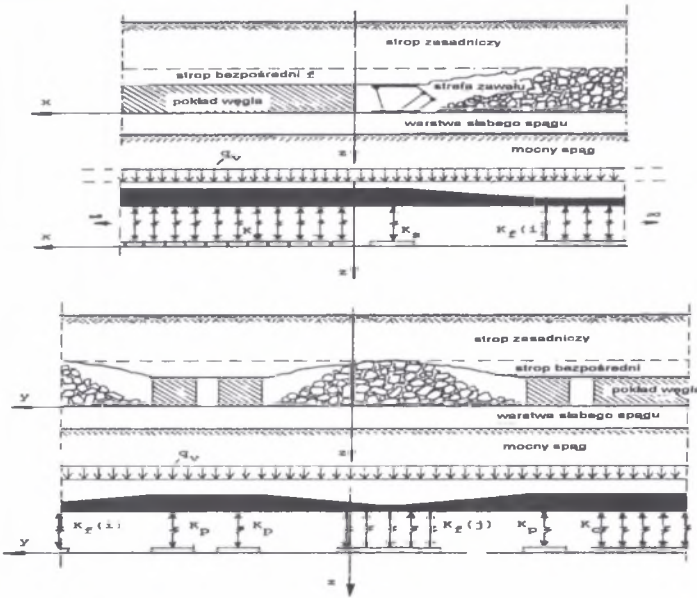
Każda analiza geomechaniczna sytuacji górniczej realizowanej w technologii ścianowej służy dwóm podstawowym celom: a) określeniu obciążenia działającego na obudowę i na filary przyścianowe oraz b) prognozie osiadań powierzchni na skutek prowadzonej eksploatacji. Z tego też względu każde analityczne podejście do tego problemu angażując metody mechaniki konstrukcji musi uwzględnić zmienną geologię nadkładu i zmienną charakterystykę słabego spagu zalegającego bezpośrednio pod złożem węgla, rozmaite prawa konstytutywne opisujące zachowanie się skał pod obciążeniem, a także obecność wybranych już, lub właśnie wybieranych obszarów zlokalizowanych w bezpośrednim sąsiedztwie. Przegląd literatury, obejmujący mechanikę gruntów i skał, fundamentowanie oraz ochronę powierzchni terenów górniczych (Pytel [127]), wykazał niedostatek badań poświęconych współpracy układu strop-filar-spag-obudowa, w problemach związanych z systemami ścianowymi. Ze względu na to, że przedstawiony w poprzednich rozdziałach uproszczony model współpracy układu strop-filar-spag bazujący na analogii belkowej/plytowej, był już z powodzeniem praktycznie zweryfikowany w zastosowaniu do systemów komorowo-filarowych (Pytel i in. [140]), autor zdecydował się na rozszerzenie podstawowej dla modelu analogii belkowej na zagadnienia związane z eksploatacją ścianową. Podstawy analogii belkowej w zadaniach mechaniki górotworu zostały już wielokrotnie wykorzystywane przez wielu autorów (Sałustowicz [151], Salamon [146], Siriwardane [155]) z różnym powodzeniem. Tego rodzaju podejście do zagadnienia zastosował też Salamon [148] opracowując równanie biharmoniczne dla modelu sprężystej, laminowanej belki o doskonale gładkich płaszczyznach kontaktu pomiędzy poszczególnymi warstwami. Na tle dotychczasowych rozwiązań problemu należy stwierdzić, że prezentowane niżej podejście pozwalając na szybką analizę układu strop-filar-spag w wyrobiskach realizowanych w technologii ścianowej jednocześnie rozszerza możliwe obszary analizy o: a) uwzględnienie obszarów, które zostały wybrane w różnych okresach czasu, b) nieliniowe charakterystyki sprężyste i lepkie materiałów, oraz c) parametry odkształceniowe słabego spagu uzyskane wprost z badań dolowych. Tego rodzaju adaptacja opisanego wyżej, uproszczonego modelu pozwoli poznać lepiej rolę poszczególnych parametrów układu, co z kolei umożliwi opracowanie wskazówek dotyczących doboru korzystnych geometrii układów ścianowych.

5.2. Idealizacja struktury mechanicznej

5.2.1. Wprowadzenie

Ogólne podejście do zagadnienia ilustruje rys. 5.1, gdzie przedstawiono model belki poddanej prostemu zginaniu w płaszczyźnie podłużnej lub poprzecznej w stosunku do eksploatowanego pola. Chociaż zakłada się tu nieskończony wymiar pola w kierunku prostym do kierunku eksploatacji, w wielu rzeczywistych przypadkach wskazane jest jednak rozpatrzenie zadania w przynajmniej dwóch pionowych przekrojach pola eksploatacyjnego, tj. w przekroju podłużnym i poprzecznym. Zadanie

fizyczne, którego częściami składowymi są: belka nadkładu, pokład węgla, warstwa spągu, rozdrobniony materiał ze strefy zawalu oraz obudowa przodka, sprowadza się do odpowiadającego mu zastępczego układu mechanicznego. Warstwy belki nadkładu, a także elementy pośrednie (złoże, wypełnienie wyrobisk, itp.) są dzielone na mniejsze bloki o odpowiednich wymiarach, zależnych od wymaganej dokładności obliczeń oraz od rozmiarów niepodzielnych elementów układu, takich jak obudowa przodka. Obciążenie jest w ten sposób przenoszone z nadkładu na warstwę spągu za pośrednictwem takich prostokątnych bloków, istniejących w grupie lub odosobnionych, działających na podobieństwo stóp fundamentowych. Statycznie niewyznaczalne oddziaływania Q_i , zlokalizowane na kontakcie tych bloków i belki nadkładu, są reprezentowane przez prostokątne obszary jednakowych naprężeń (obciążeń), które z kolei przekształca się w odpowiadający układ sił skupionych działających w środku każdego obszaru. Siły na kontakcie oblicza się wykorzystując warunki równowagi statycznej układu oraz warunek zgodności przemieszczeń belki i spągu w miejscach przyłożenia sił. Przemieszczenia pionowe bloków podziałowych oraz działające przy tym obciążenie oblicza się dla sytuacji przed i po wybraniu określonej przestrzeni. Wykorzystuje się przy tym następujące założenia prowadzące do dalszych uproszczeń modelu: a) nadkład jest rozumiany jako belka kompozytowa nie wykazująca ściśliwości w kierunku pionowym, b) filary nie wykazują bocznych odkształceń w procesie ich osiowego deformowania się, c) osiadanie filara i obciążenie nań przyłożone są równomiernie rozłożone (analiza w makroskali na podstawie wartości uśrednionych) oraz d) nie uwzględnia się tarcia na kontaktach pomiędzy filarami a stropem oraz pomiędzy filarami a spągami.



Rys. 5.1. Poprzeczny i podłużny przekrój przez pole eksploatacyjne w technologii ścianowej ilustrujący zadanie fizyczne oraz zastępczy układ mechaniczny

Fig. 5.1. Cross-section along and across a longwall panel showing the physical problem and an equivalent mechanics problem

5.2.2. Modelowanie warstw nadkładu jako belki zastępczej

Autor założył, że w przypadku układów ścianowych przynajmniej strop zasadniczy zachowuje się jako ciało liniowo sprężyste. Nadkład zatem może być przekształcony w kompozytową belkę o jednostkowej szerokości ze skokowo zmienną sztywnością na zginanie EI_j oraz skokowo zmienną sztywnością postaciową GF_j (Pytel [125,138]), odzwierciedlającymi odkształcalność warstw stropowych wzdłuż danego przekroju poprzecznego $j, j+1$. Sztywność belki nadkładu zależy od stopnia spojenia m

warstw na kontakcie, i dlatego tu, podobnie jak w rozdziale 2.4, rozróżnia się dwa skrajne przypadki: a) warstwy nadkładu są w pełni spojone tworząc bardzo grubą i słabo odkształcalną belkę o sztywnościach EI i GF_p , lub b) powierzchnie kontaktu pomiędzy poszczególnymi warstwami nadkładu są doskonale gładkie, a sztywność belki nadkładu jest sumą arytmetyczną sztywności poszczególnych belek podrzędnych.

Znaczna krzywizna ugięcia belki nadkładu na skutek działania nadmiernych obciążeń lub zbyt dużych i zróżnicowanych osiadań filarów jest ogólnie przyczyną wysokiego poziomu naprężeń w skrajnych włóknach belki, co w drastycznych przypadkach może prowadzić do jej zniszczenia. Skończoną wytrzymałość materiału belki uwzględnia się poprzez kontrolę standardowych warunków wytrzymałościowych dotyczących rozciągania przy zginaniu oraz rozciągania od ścinania (naprężenia główne) (równania 5.1), których niespełnienie skutkuje w sferze założeń obliczeniowych redukcją sztywności na zginanie w danej lokalizacji do bardzo małej wartości, np. $EI/1000$ lub mniej w porównaniu z wartością sztywności, jakiej użyto we wstępnej fazie analizy. Generalnie tego rodzaju redukcja realizuje założenie, że rozdrobniona skała nie jest zdolna do przenoszenia naprężeń rozciągających.

$$Q_{max} < \frac{3}{4} \sum_{i=1}^m R_{oi} h_i, M_{max} < \left[\frac{R_{oi} I}{r_{max}} \right]_{min} \quad (5.1)$$

gdzie Q_{max} i M_{max} reprezentują siły tnące oraz momenty zginające, R_{oi} jest wytrzymałością na rozciąganie przy zginaniu i -tej warstwy, której skrajne włókna znajdują się w odległości r_{max} od osi obojętnej przekroju.

5.2.3. Modelowanie warstwy spągu

Pracę bezpośredniej warstwy spągu scharakteryzowano już w rozdziale 2.4.

5.2.4. Modelowanie filarów węglowych

Filary węglowe są reprezentowane przez układ nieliniowych sprężyn wciśniętych pomiędzy warstwę stropu bezpośredniego i słaby, odkształcalny spąg. Zachowanie się filara pod obciążeniem jest identyczne z opisanym w rozdziale 3.2.

5.2.5. Modelowanie materiału zalegającego w strefie zawału

Materiał zalegający strefę zawału charakteryzuje się wielką zmiennością swoich charakterystyk odkształceniowych i stąd w literaturze przedmiotu nie istnieje konsensus co do przyjmowania ich wartości. Agiountantis i in. [1] uważają, że wartość modułu odkształcenia materiału zalegającego w strefie zawału można przyjmować jako $1/30$ wartości modułu charakterystycznego dla skały nienaruszonej. Chugh i Prasad [28] natomiast na podstawie procedury wstecznej, bazującej na metodzie elementów skończonych, otrzymali wartość modułu odkształcenia równą 20.68 MPa, co stanowi około $1/20$ - $1/30$ wartości modułu charakterystycznego dla nienaruszonego materiału.

Wartość modułu odkształcenia materiału zalegającego w strefie zawału autor oszacował na podstawie niżej zamieszczonej analizy zmian objętości pustek w materiale, zachodzących wskutek zawału. Zgodnie z Walshem [179], rzeczywistą ściśliwość materiałów porowatych ze sferycznymi porami można wyrazić jak następuje:

$$\beta_{eff} = \beta_i (1 + \delta n_p) \quad (5.2)$$

gdzie β_i jest ściśliwością materiału posiadającego teoretyczną gęstość, n_p reprezentuje porowatość, natomiast δ jest parametrem. Wiedząc, że:

$$n_p = \frac{V_v}{V_s + V_v} \wedge \frac{I}{\beta_{eff}} = E_{eff} = \frac{E_i}{1 + \delta n_p} \quad (5.3)$$

gdzie V_v jest objętością pustek, V_s jest objętością cząstek stałych, E_{eff} reprezentuje efektywny, styczny moduł odkształcenia materiału, natomiast E_i modulem stycznym charakterystycznym dla skały nienaruszonej ($n_p \rightarrow 0$), otrzymuje się następujące wyrażenie dla efektywnego stycznego modułu odkształcenia zruszonego materiału zalegającego strefę zawalu:

$$E_{eff} = \frac{E_i}{1 + \delta(1 - \frac{V_o}{V})} \quad (5.4)$$

gdzie V_o jest pierwotną objętością materiału (obejmuje w przybliżeniu warstwę stropu bezpośredniego o miąższości $4H_p$, gdzie H_p to wysokość furty eksploatacyjnej), natomiast V jest objętością rozluźnionego materiału w przestrzeni wybranej ($V_{max} = 1.25V_o$). Zakładając, że moduł odkształcenia materiału zalegającego w strefie zawalu ma wartość równą $0.01E_i$ dla $V = V_{max}$, można określić nieznaną współczynnik δ . Ostatecznie,

$$E_{eff} = \frac{E_i}{1 + 495(1 - \frac{w}{H_p}) / (5 - \frac{w}{H_p})} \quad (5.5)$$

gdzie w reprezentuje rzeczywiste ugięcie belki nadkładu.

W celu uniknięcia inkrementalnej procedury dopuszczalne jest stosowanie siecznego modułu odkształcenia, który wyraża się następująco:

$$E_g = \frac{I}{w} \int_0^w E_{eff}(w) dw \quad (5.6)$$

i co pozwala z kolei określić współczynnik osiadania $a = w/H_p$ (i porównać go z wartością pomierzoną) z poniższej zależności:

$$q_v = \frac{aE_i}{5000} [2 - \frac{8}{a} \ln(1 - 0.992a)] \quad (5.7)$$

gdzie q_v jest średnim naciskiem górotworu w poziomie złoza.

Możliwa jest również odwrotna procedura, tj. oszacowanie rzeczywistego modułu odkształcenia na podstawie pomierzonej wartości współczynnika a . Podejście to ma zastosowanie w stosunku do wyrobisk generujących niecki obniżeniowe pełne lub nadpełne, w sytuacji gdy jednocześnie wyklucza się rozwarstwienie nadkładu, a także zakłada się, że przestrzeń wybrana jest wypełniona całkowicie rozluźnionym materiałem. Dlatego dla celów obliczeniowych wybrany pokład węgla zastępuje się warstwą takiego materiału o grubości H_p charakteryzującego się zastępczym modulem odkształcenia $E_g = q_v/a$. Jednakże w przypadku płytkich kopalń równanie (5.7) daje mniejsze wartości współczynnika a , niż by to wynikało z obserwacji. Z tego też względu objętość zaciskanego materiału V musi zostać zmniejszona. In situ, redukcja taka zachodzi rzeczywiście wskutek uginania się stropu zasadniczego, a jego wartość zależy m.in. od głębokości eksploatowanego złoza, sztywności nadkładu na zginanie, a także od ciężaru, wytrzymałości i grubości warstwy stropu bezpośredniego.

5.2.6. Modelowanie belki nadkładu jako ciągna

Ze względu na to, że belka nadkładu charakteryzuje się określoną możliwością przenoszenia rozciągań, autor bliżej oszacował wpływ naprężeń rozciągających nadkład na jego przemieszczenia pionowe. Schemat obliczeniowy zadania przedstawiono na rys. 5.2.

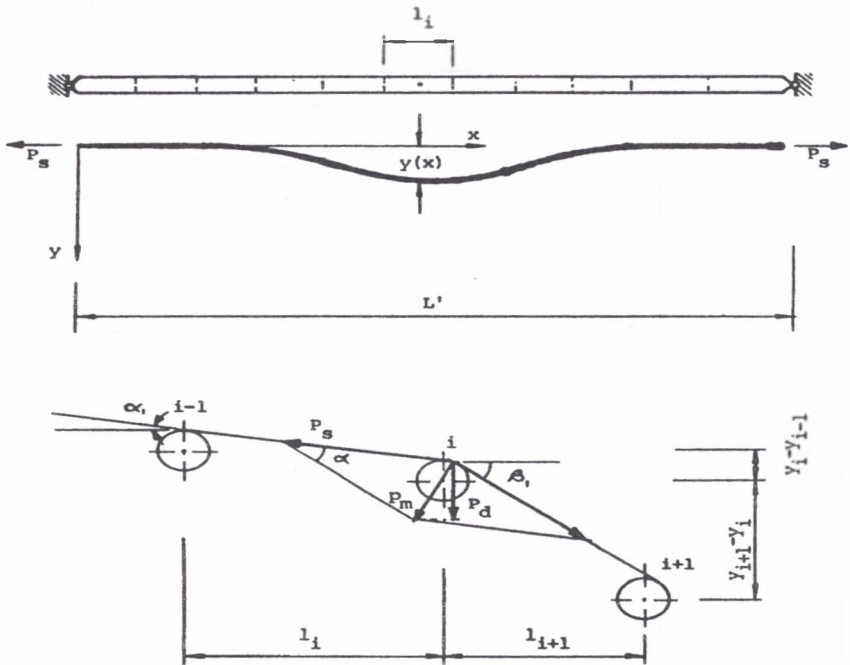
Całkowitzą długość ugiętego nadkładu oblicza się z następującej zależności:

$$s = \int_0^{L_p} [1 + (\frac{dx}{dy})^2] dx \approx \sum_{i=1}^n [1 + (\frac{dx}{dy})^2] l_i \quad (5.8)$$

stąd wartość całkowita siły rozciągającej przyłożonej w punkcie i wynosi:

$$P_{si} = 2(l + v_{oi})(s - L_p) / \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{GF_i} \quad (5.9)$$

gdzie GF_i , v_{oi} oraz l_i reprezentują odpowiednio sztywność na ścinanie, współczynnik *Poissona* oraz długość i -tego segmentu nadkładu, natomiast L_p jest całkowitą długością ciągna.



Rys. 5.2. Analiza nadkładu modelowanego jako struna
Fig. 5.2. Analysis of overburden strata as a string

Podstawowe geometryczne zależności i przekształcenia pozwalają otrzymać wyrażenie na siłę dodatkową P_{di} przyłożoną pionowo w określonym punkcie i , generowaną oporem materiału na rozciąganie. Procedura rozwiązująca zadanie, wymagająca zastosowania kilku iteracji, zatrzymuje się, jeśli kolejny przyrost siły P_{di} jest dostatecznie mały.

5.2.7. Modelowanie obudowy przodka

Obudowa przodka modelowana jest pojedynczą sprężyną charakteryzującą się sztywnością K_s i zdolną tylko do jednoosiowej deformacji. Wartość sztywności K_s zależy od charakterystyki systemu hydraulicznego obudowy i powinna być określona z prób jej obciążania; wartość $35.025 \text{ MN/m/podpora}$ ($200,000 \text{ lb/in/support}$) jest zalecana przez Penga [120] dla większości podpór, których powierzchnia kontaktu ze spągami wynosi około 2.32 m^2 (25 ft^2).

5.3. Analiza czasowa opracowanego modelu

5.3.1. Wprowadzenie

Osiadanie powierzchni terenu wskutek eksploatacji podziemnej może się przejawiać jako zależny od czasu proces, co oznacza, że pierwsze oznaki ruchu powierzchni mogą być obserwowane dopiero po pewnym czasie od rozpoczęcia wybierania złoża. Jednocześnie szybkość narastania przemieszczeń zmienia się również wraz z prędkością postępu frontu. Zarówno czas, jaki musi upłynąć do momentu rozpoczęcia ruchu powierzchni górotworu (okres retardacji), jak i całkowity czas, w przeciągu którego zachodzą przemieszczenia, zależą od: a) własności mechanicznych materiału skalnego zalegającego w nadkładzie, b) grubości (sztywności) nadkładu, c) wymiarów eksploatowanego pola oraz d) szybkości postępu eksploatacji. Zależne od czasu przemieszczenie oblicza się najczęściej stosując parametr czasu c , jak w poniższym zapisie:

$$w(t) = \sum_{i=1}^n w_{ki} (1 - e^{-ct_i}) \quad (5.10)$$

W podejściu takim eksploatowane pole dzieli się na szereg podobszarów z przypisanymi im czasami wybierania t_i i odpowiadającymi profilami osiadania w_{ki} , po czym stosuje się zasadę superpozycji. Uogólniony parametr c jest określany z obserwacji połowych osiadań, które reprezentują połączone wpływy czasowe pochodzące zarówno od nadkładu i spągu, jak i od materiału złoża oraz wypełnienia przestrzeni wybranej. Jednakże podejście to nie jest w stanie uwzględnić wpływu zaszłych zmian w geometrii wybranego pola na kolejne etapy eksploatacji oraz warunków kontaktu pomiędzy nadkładem, złożem i spągami. Ponieważ analiza czasowa wymaga rozpatrywania rzeczywistej w danym momencie geometrii wybranego pola (położenie frontu, obecność wybranych już obszarów, eksploatacja równoległa w pobliżu, itp.), zadanie powinno być rozwiązywane jako proces za pomocą inkrementalnego podejścia, bez użycia arbitralnie przyjętych funkcji wpływu.

5.3.2. Model warstwy słabego spągu

Zależne od czasu ugięcie belki nadkładu związane jest z reologicznymi właściwościami słabej warstwy spągu oraz belki nadkładu. Określony stan deformacji sprężystych spągu przekształca się na podstawie analogii Alfreya w odpowiadający liniowy stan lepko-sprężysty. Funkcję transformacji dla spągu $f(t)$, sterującą zależnością naprężenie-odkształcenie-czas, autor założył w postaci wynikającej z zapisu standardowego modelu *Burgersa* (Pytel i Chugh [134]; Chugh i in. [26]):

$$f(t) = 1 + \frac{E_2}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1 t}{N_1}}\right) + \frac{E_2}{N_2} t \quad (5.11)$$

gdzie E_1 , E_2 , N_1 , N_2 są parametrami reprezentującymi odpowiednio sprężyste i lepkie własności elementu *Kelvina-Voigta* oraz elementu *Maxwella*. Stąd, zakładając liniowy model zachowania się warstwy słabego spągu, można było wprowadzić efektywne, zależny od czasu moduł odkształcenia dla spągu:

$$E_2(t) = E_2 / f(t) \quad (5.12)$$

Moduł $E=E_2$ może być uzyskany z badań płytowych in situ lub z odpowiednio przeprowadzonych badań laboratoryjnych. Pozostałe parametry reologiczne modelu określa się na podstawie prób pełzania (Chen i Chugh [17]), lub z pomiarów czy to osiadania powierzchni terenu, czy to konwergencji (Pytel i Chugh [135]) w funkcji czasu.

5.3.3. Model belki nadkładu

Zależną od czasu pracę belki nadkładu autor opisał za pomocą, powracającego do stanu początkowego, modelu *Rossa* z podaną niżej odpowiednią funkcją pełzania.

$$F(t) = 1 + \frac{E_{02}}{E_{01}} (1 - e^{-\frac{E_{01}t}{N_{01}}}) \quad (5.13)$$

gdzie E_{01} , E_{02} , i N_{01} są uśrednionymi sprężystymi i lepkimi parametrami belki nadkładu, natomiast t reprezentuje czas. Założono, że dla nieziennej wartości momentu bezwładności przekroju belki nadkładu I uogólniony moduł odkształcenia nadkładu może być wyrażony w następujący sposób:

$$E_1 = E_{02} / F(t) \quad (5.14)$$

5.3.4. Obliczenie zależnego od czasu osiadania powierzchni

Schemat podejścia w opisaney wyżej inkrementalnej analizie przedstawiono na rys. 5.3. Zależne od czasu osiadanie powierzchni po czasie $t_i = k \times \Delta t$, można wyrazić jak poniżej:

$$Y(t) = \sum_{r=1}^k y_{i,k-r+1,r} - \sum_{r=1}^{k-1} y_{i,k-r,r} \quad (5.15)$$

gdzie y_{ijk} jest osiadaaniem i -tego punktu po zrealizowaniu etapu j -tego wybierania (rzeczywista długość pola wynosi wtedy jxl). Osiadania te są określane na podstawie rozwiązań sprężystych (patrz rozdział 5.4) opisanych odpowiednimi zależnymi od czasu parametrami.

Przyrost czasu Δt , potrzebny na to, by front eksploatacji przesunął się o odcinek $l=L_p/m$, można określić następująco:

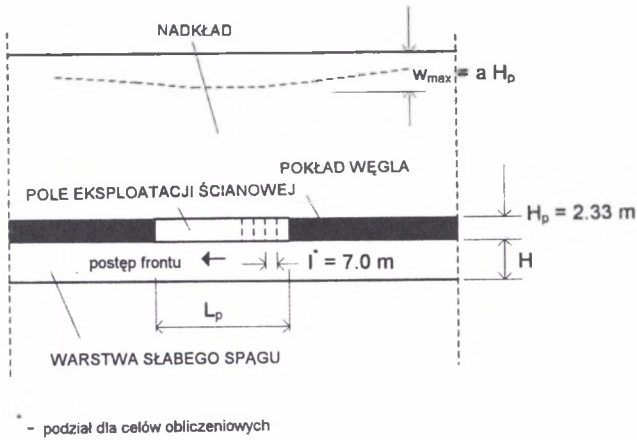
$$\Delta t = L_p / mv \quad (5.16)$$

gdzie $L_p=Lxm$ jest całkowitą długością projektowanego wyrobiska, natomiast v jest prędkością postępu frontu eksploatacyjnego.

5.4. Obliczenie ugięcia belki zastępczej oraz rozkładu oddziaływań

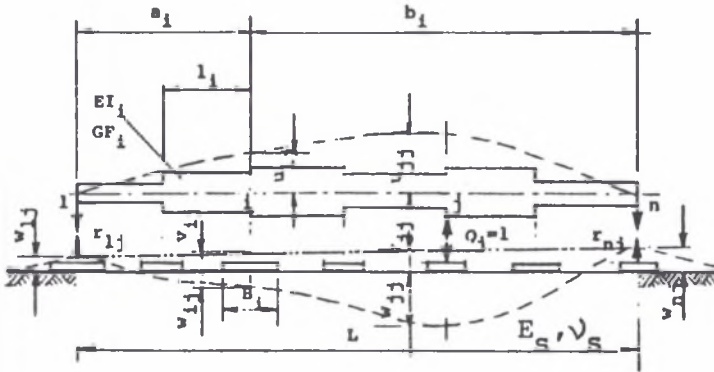
Rozwiązanie zadania, które sprowadza się do wektora Q reprezentującego reakcje podporowe, można otrzymać stosując procedurę iteracyjną, bazującą na twierdzeniu o wzajemności przemieszczeń *Betti-Maxwella*, w następującym zapisie²:

² Król W.: *Statyka fundamentów żelbetowych*. Arkady, Warszawa 1964



Rys. 5.3. Schemat sytuacji górnictwa zastosowany w analizie czasowej i w analizie ważności poszczególnych parametrów

Fig. 5.3. An underground mining geometry for time-dependent and sensitivity analyses



Rys. 5.4. Ogólne podejście w modelowaniu pola eksploatawanego w technologii ścianowej bazujące na teorii belki spoczywającej na odkształcalnym podłożu

Fig. 5.4. Generalized approach for modeling longwall mining based on concept of beam on deformable foundation

$$C \times Q = C_p \quad (5.17)$$

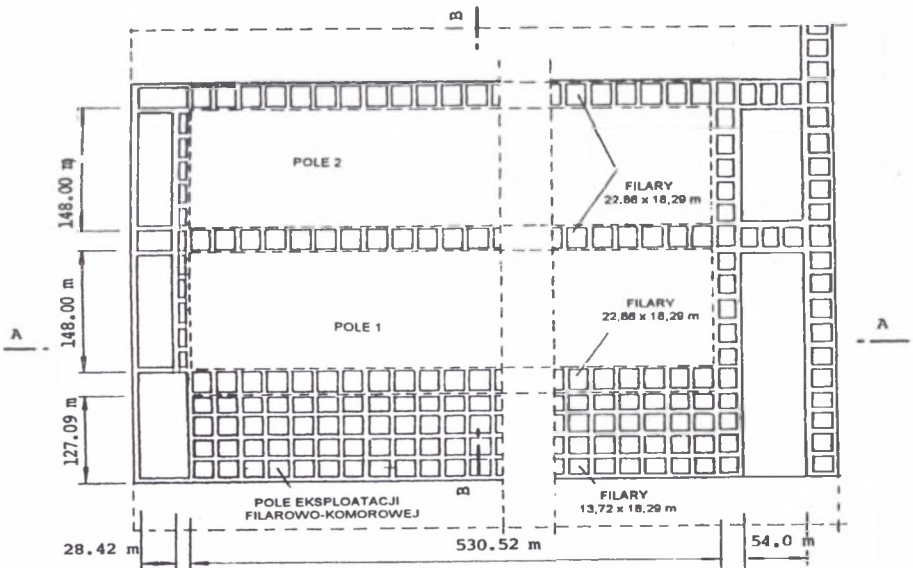
$$C = u + w + v + s, \quad C_p = u_p + w_p + v_p + s_p \quad (5.18)$$

gdzie macierz w reprezentuje ugięcie powierzchni słabej warstwy spagu na skutek działania obciążenia jednostkowego (patrz rys. 5.4), macierz v reprezentuje obrót belki jako sztywnego elementu na podporach statycznie wyznaczalnych, i na koniec macierz u reprezentuje sprężyste ugięcie belki nadkładu poddanej obciążeniu jednostkowemu, zakładając przy tym niepodatność podpór statycznie wyznaczalnych. Wektory w_p , v_p oraz u_p zawierają w sobie wpływy obciążenia zewnętrznego, podczas gdy nieliniową odkształcalność niektórych elementów układu (węgiel, materiał w strefie zawалу, etc.) reprezentuje macierz s i wektor s_p , których elementy mogą zmieniać wartości wraz z kolejnymi iteracjami. Pozostałe elementy równań (5.17-5.18), o wartościach niezmiennych

podczas wykonywania iteracji, są szczegółowo opisane gdzie indziej, np. (Pytel i in. [140]). Po wprowadzeniu początkowego modułu dla węgla E_p lub materiału zalegającego w strefie zawalu E_R możliwe jest otrzymanie rozwiązania równania (5.17), które stanowi podstawę do wyliczenia poprawionych parametrów opisujących te nieliniowo pracujące materiały. Rozwiązując równanie (5.17) kilkakrotnie, używając w kolejnych iteracjach stopniowo poprawianych wartości parametrów, można otrzymać przybliżone rozkłady obciążeń i przemieszczeń w obrębie rozpatrywanej geometrii wydobywania. W praktyce okazało się, że liczba takich iteracji sięga 7-8.

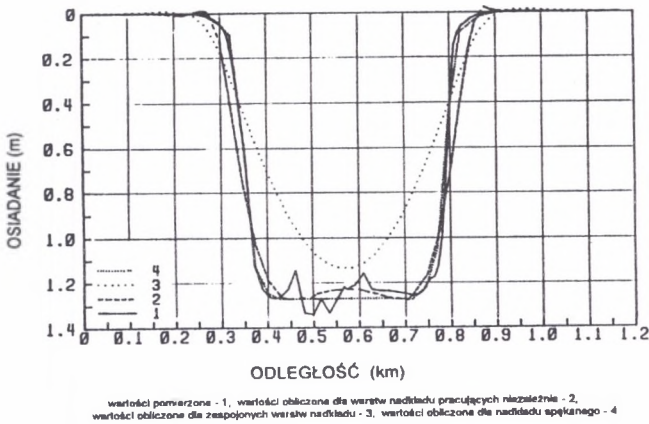
5.5. Analiza układu rzeczywistego

W celu weryfikacji stosowalności modelu autor wykorzystał wyniki pomiarów osiadań w obrębie dwóch przyległych pól wybieranych w technologii ścianowej, w jednej z kopalń Illinois. Przypadek ten jest szeroko udokumentowany w literaturze (np. Hood i in. [73]), przy czym dodatkowe badania odkształcalności spągu w tej kopalni wykonali Chugh i in. [24]. Na rozpatrywaną sytuację górniczą składa się jedno pole eksploatawane w technologii filarowo-komorowej (filary o wymiarach 13.72×18.29 m z wyrobiskami o szerokości 4.87 m) oraz dwa pola eksploatawane w technologii ścianowej oddzielone od siebie pojedynczym szeregiem filarów międzyscianowych. Schematycznie geometria wyrobisk przedstawiona jest na rys. 5.5. Grubość nadkładu ($= 186$ m), dane geologiczne oraz dane dotyczące pomierzonych osiadań zaczerpnięte zostały z literatury (Hood i in. [73]). Zastosowano tu współczynnik osiadania $a=0.55$ obliczony z równania (5.7) dla $q_r=4.63$ MPa i wartości modułu $E_r=3.10$ GPa, którą założono dla stropu bezpośredniego (łupek). Średnie dane użyte w analizie zestawiono w tabeli 5.1 i na rys. 5.3, gdzie też wyjaśniono wszystkie pozostałe oznaczenia.

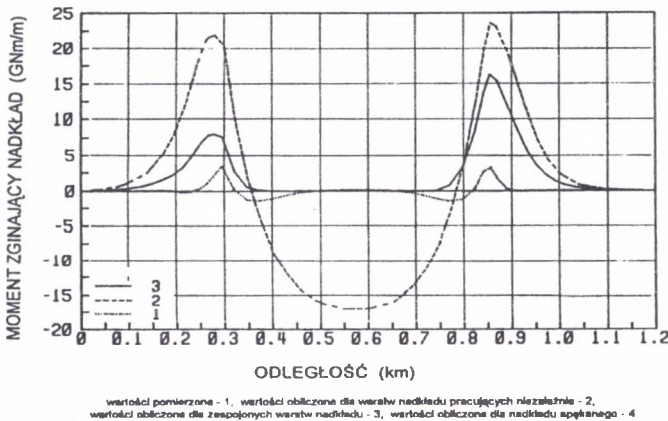


Rys. 5.5. Idealizacja sytuacji górniczej dla przykładu obliczeniowego
Fig. 5.5. Idealization of case study mining layout

Na wstępie zadanie sformułowane wzdłuż przekroju A-A autor rozwiązał dla trzech różnych wartości sztywności belki nadkładu (rys. 5.6-5.8). tj. dla: a) nie spojonych warstw nadkładu, b) całkowicie spojonych warstw nadkładu oraz c) spojonych częściowo, ale w taki sposób, by uzyskane, zróżnicowane sztywności belki na zginanie w poszczególnych przęsłach pozwoliły osiągnąć jak największą zgodność wartości mierzonych osiadań z obliczonym profilem przemieszczeń pionowych powierzchni (rys. 5.6). Zakładając, że sztywność belki nadkładu może być zredukowana tylko na skutek działania nadmiernego momentu zginającego lub zbyt dużej siły tnącej, na podstawie rys. 5.7-5.8 (krzywa 3) i równania (5.1) autor określił największe wartości momentu zginającego ($M_{max} = 17 \text{ GNm/m}$) i siły tnącej ($T_{max} = 420 \text{ MN/m}$), jakie nadkład potrafi przenieść. Posiłkując się zależnością (5.1) określono średnią wytrzymałość materiału nadkładu na rozciąganie przy zginaniu w wysokości około $R_o = 3.04 \text{ MPa}$. Stosując opisaną wyżej procedurę obliczono przedstawione na rys. 5.9-5.10 momenty zginające i siły tnące wzdłuż belki nadkładu dla dziewięciu (9) kolejnych pozycji frontu. Moment

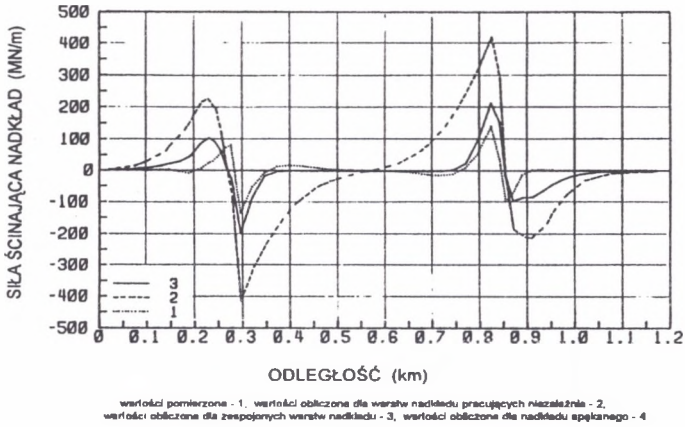


Rys. 5.6. Osiadanie powierzchni terenu wzdłuż przekroju podłużnego pola 1
 Fig. 5.6. Surface subsidence profiles along panel 1 longitudinal cross-section

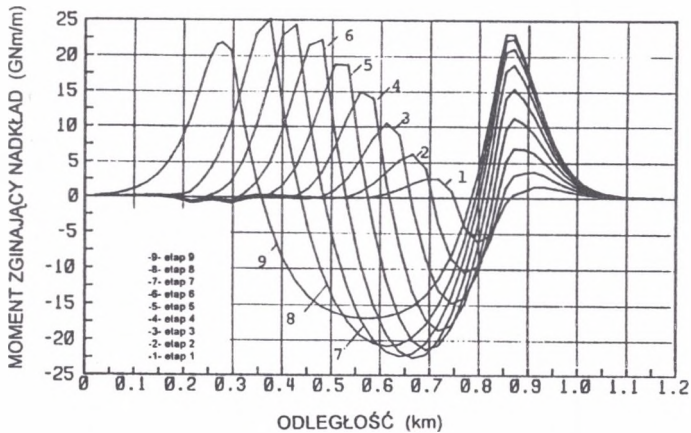


Rys. 5.7. Moment zginający w nadkładzie wzdłuż przekroju podłużnego pola 1
 Fig. 5.7. Overburden bending moment profiles along panel 1 longitudinal cross-section

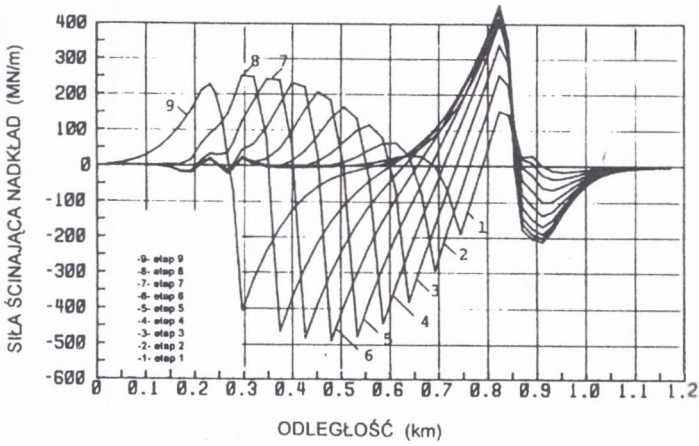
zginający $M = 18 \text{ GNm/m}$, działający w punkcie położonym 725 m od punktu 0 , okazał się być krytyczny z punktu widzenia wytrzymałości belki nadkładu i dlatego też w tym punkcie sztywność belki została zredukowana do $1/1000$ swojej pierwotnej wartości. Rozwiązując zadanie dla kolejnych dziewięciu pozycji frontu i uwzględniając dokonane już redukcje sztywności belki, autor przedstawił rozkłady wartości momentów zginających i sił tnących.



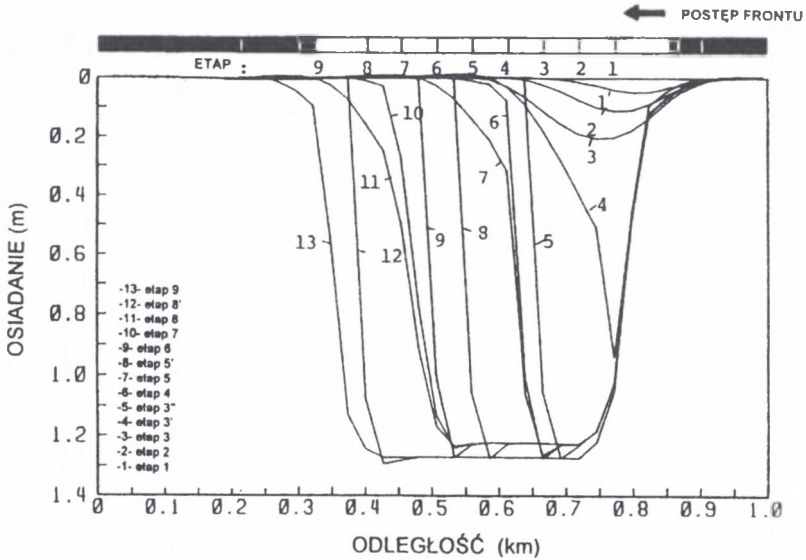
Rys. 5.8. Siła tnąca w nadkładzie wzdłuż przekroju podłużnego pola I
Fig. 5.8. Overburden shear force profiles along panel I longitudinal cross-section



Rys. 5.9. Wpływ postępu eksploatacji na moment zginający w nadkładzie
Fig. 5.9. Effect of mining sequence on overburden bending moment

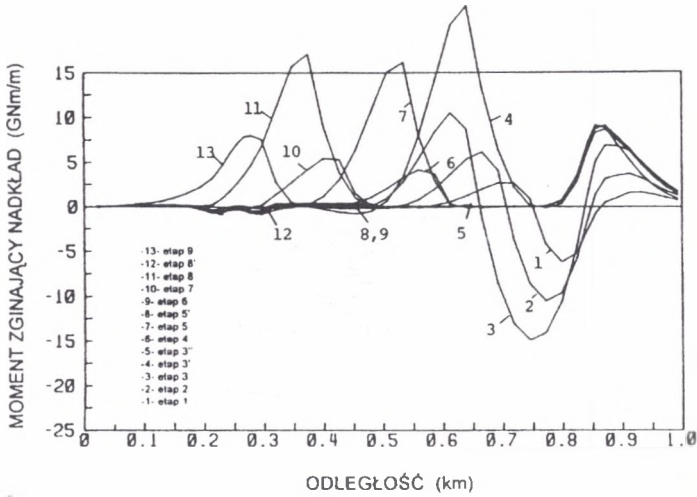


Rys. 5.10. Wpływ postępu eksploatacji na siłę tnącą w nadkładzie
 Fig. 5.10. Effect of mining sequence on overburden shear forces



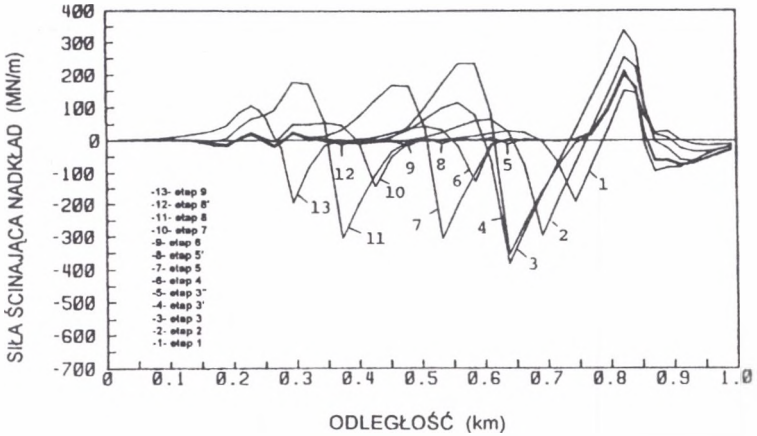
Rys. 5.11. Wpływ postępu eksploatacji i ograniczonej wytrzymałości nadkładu na osiadanie powierzchni terenu (przekrój podłużny pola 1)

Fig. 5.11. Effect of mining sequence and limited overburden strength on surface subsidence (longitudinal cross-section of panel 1)



Rys. 5.12. Wpływ postępu eksploatacji i ograniczonej nośności nadkładu na moment zginający w nadkładzie (przekrój podłużny pola 1)

Fig. 5.12. Effect of mining sequence and limited overburden strength on bending moment within the overburden (longitudinal cross-section of panel 1)



Rys. 5.13. Wpływ postępu eksploatacji i ograniczonej nośności nadkładu na siłę tnącą w nadkładzie (przekrój podłużny pola 1)

Fig. 5.13. Effect of mining sequence and overburden strength on shear forces within the overburden (longitudinal cross-section of panel 1)

W miejscu gdzie warunki wytrzymałościowe (5.1) ponownie nie zostały spełnione, dokonywano kolejnej redukcji sztywności belki. Stosując tego rodzaju technikę autor otrzymał wykresy osiadań, momentów zginających i sił tnących, odzwierciedlających procesy zachodzące w górotworze podczas eksploatacji w polu 1 (rys. 5.11-5.13). Ostateczne wartości tych parametrów są oczywiście takie same jak te prezentowane na rys. 5.6-5.8, krzywe 3 lub 4.

Podobna do powyższej analiza została przeprowadzona przez autora dla przekroju poprzecznego układu pół, z dodatkowymi modyfikacjami bazującymi na następujących założeniach:

- ponieważ stwierdzono, że pole eksploatacyjne w technologii filarowo-komorowej uległo zawalowi, współczynnik osiadania dla tego obszaru został określony jako $a_p = axe_{x1} = 0.55 \times 0.42$, i podobnie
- dla filarów przyścianowych: $a_{ch} = axe_{x2} = 0.55 \times 0.29$, gdzie e_x jest stopniem wybrania charakterystycznym dla danego rejonu (Pytel [127]).

5.6. Analiza wpływu zmienności wybranych parametrów układu

5.6.1. Wprowadzenie

Po dokonaniu wstępnej weryfikacji modelu autor ocenił względną ważność takich parametrów układu jak moduły odkształcenia węgla E_p i słabego spągu E_2 , miąższość słabej warstwy spągu H , długość pola eksploatacyjnego L_p , podatność obudowy przodka K_s , a także uogólniony współczynnik osiadania dla rozluźnionego materiału zalegającego zroby. Rozpatrzono również wpływ sztywności belki na zginanie EI oraz na ścinanie GF , a także wpływ modelowania pracy belki nadkładu jako rozciąganego cięgna. Wyniki obliczeń obejmują całe profile osiadań oraz osiadania y_m w środku pola i w sąsiedztwie calizny y_b . Dodatkowo rozpatrzono wpływ, jaki na osiadania mają lepkie charakterystyki belki nadkładu i słabej warstwy spągu, a także praca filarów w strefie odkształceń plastycznych. Poniżej podano streszczenie wyników analizy.

5.6.2. Wpływ sztywności nadkładu na zginanie

- Osiadanie powierzchni nad polem o ustalonej szerokości generalnie zmniejsza się wraz ze wzrostem sztywności nadkładu na zginanie.
- Zmniejszenie sztywności nadkładu może przekształcić pole podkrytyczne w pole krytyczne lub nadkrytyczne. W przypadku względnie wiotkiego nadkładu w środkowej części pola może powstać lokalnie strefa mniejszego osiadania i mniejszego obciążenia filarów. Odpowiednie wartości w caliznie zwiększą się wskutek przenoszenia się tam nadwyżki obciążenia.
- Wysoka wartość sztywności giętej nadkładu może być przyczyną zwiększenia kąta wpływu oraz przesunięcia punktu przegięcia w kierunku wyrobiska.
- Największy gradient zmian w wartościach osiadań na skutek zmiany sztywności giętej nadkładu obserwuje się w pobliżu wartości $EI=0.63EI_{sp}$. Wartości osiadań w obrębie calizny zmieniają się nieznacznie wraz ze zmianami w wartości sztywności na zginanie nadkładu.

Tabela 5.1

Uśrednione dane zastosowane w analizie układu rzeczywistego i w analizie wpływu zmienności parametrów układu

| Parametr | Wartość średnia | Wartość najmniejsza | Wartość największa |
|--|-----------------|---------------------|--------------------|
| Sztywność na zginanie belki nadkładu EI [MN m ⁴ /m] | 0.879E7* | 0.879E5 | 0.879E9 |
| Sztywność na ścinanie belki nadkładu GF [MN/m] | 0.951E5 | 0.951E3 | 0.951E7 |
| Długość pola eksploatacyjnego L [m] | 140 | 14 | 1400 |
| Miąższość słabej warstwy spągu H [m] | 0.94 | 0.094 | 9.4 |
| Moduł deformacji słabego spągu E_2 [MPa] | 873.3 | 87.3 | 8733 |
| Moduł deformacji dla węgla E_p [MPa] | 1.03E3 | 1.03E2 | 1.03E4 |
| Zastępcza podatność obudowy przodka K_s [MPa/m] | 22.5 | 2.25 | 225 |

* - sztywność obliczona przy założeniu braku spojenia pomiędzy warstwami nadkładu

5.6.3. Wpływ sztywności nadkładu na ścinanie

- Osiadanie powierzchni nad polem o ustalonej szerokości generalnie zmniejsza się wraz ze wzrostem sztywności nadkładu na ścinanie.
- Wpływ zmian sztywności na ścinanie jest podobny do wpływu zmian sztywności giętej, jednakże jego skala jest dużo mniejsza. Zakładając $GF \rightarrow \infty$, praktycznie pomija się wpływ tego parametru.
- Największy gradient zmian w wartościach osiadań na skutek zmiany sztywności nadkładu na ścinanie obserwuje się w pobliżu wartości $GF=0.01GF_{sr}$.
- Dla niskich wartości GF nachylenie powierzchni lokalnie, szczególnie w pobliżu calizn i filarów przyścianowych, jest bardzo strome, podczas gdy osiadanie w środku pola jest równomierne.
- Efekt ciągną znacząco wpływa na osiadanie powierzchni, szczególnie w wypadku wysokich wartości sztywności na ścinanie. Zakładając nieograniczoną nośność belki nadkładu, dla $GF \rightarrow \infty$, osiadanie teoretycznie powinno dążyć do zera.
- Ze względu na wzajemne powiązanie wpływy sztywności na zginanie i na ścinanie powinny być rozpatrywane łącznie.

5.6.4. Wpływ miąższości słabej warstwy spągu

- Zwiększaniu miąższości słabej warstwy spągu towarzyszy ogólne zwiększenie przemieszczeń układu, jednakże jej udział w osiadaniu całkowitym jest względnie nieduży.
- Znaczna grubość słabej warstwy spągu może poważnie zwiększyć wartość kąta wpływu oraz wywołać unoszenie się gruntu nad calizną.
- Zmniejszenie grubości słabej warstwy spągu może przesunąć punkt przegięcia w kierunku wyrobiska, jednakże nachylenie i ogólny kształt profilu osiadania pozostaje prawie niezmienny

5.6.5. Wpływ odkształcalności słabej warstwy spągu

- Zwiększenie wartości modułu odkształcenia słabej warstwy spągu E_2 powoduje zmniejszenie osiadania powierzchni. Jego udział jednakże w osiadaniu całkowitym jest nieduży.

5.6.6. Wpływ odkształcalności złoza

- Zmniejszenie odkształcalności złoza powoduje zmniejszenie przemieszczeń układu, nie tylko w środku pola, ale i nad calizną.
- Kształt profilu osiadania powierzchni pozostaje prawie niezmienny (brak zmian w nachyleniu i krzywiznie), jednak kąt wpływu może znacznie wzrosnąć.

5.6.7. Wpływ współczynnika osiadania

- Zwiększenie współczynnika osiadania zwiększa, jak można było przypuszczać, osiadanie powierzchni w proporcji liniowej.
- Nachylenie, krzywizna oraz położenie punktu przegięcia są silnie uzależnione od wartości współczynnika osiadania, podczas gdy kąt wpływu oraz wartość unoszenia nad calizną pozostają praktycznie niezmiennie.

5.6.8. Wpływ podatności obudowy przodka

- Szywno obudowy przodka współpracujące ze słabo odkształcalnym spągami mogą znacząco wpływać na osiadanie powierzchni i transfer obciążenia, a także mogą wywołać powstanie niesymetrycznego profilu osiadania.
- Względnie podatne obudowy nie wpływają na zginanie warstw nadkładu.

- Zakładając powierzchnię kontaktu pomiędzy obudową i spagiem w wysokości $F=2.32 \text{ m}^2$ oraz osiową sztywność obudowy równą $35.025 \text{ MN/podpora/m}$, można obliczyć współczynnik jej podatności $K_s=35.025/2.32=15.1 \text{ MPa/m}$. Stąd, dla analizowanego przypadku, obciążenie działające na podporę może być określone jako: $q=sxK_s=0.10 \times 15.1=1.51 \text{ MPa}$, gdzie s jest osiadaniami obliczonym w rejonie przodka (2.5 m od calizny). Wartość tego obciążenia wydaje się być możliwa do zaakceptowania i może tym samym świadczyć o tym, że przedstawiony model jest zbudowany na uzasadnionych podstawach.

5.6.9. Wpływ długości pola

- Długość pola jest jednym z najważniejszych parametrów silnie wpływających na kształt powierzchni osiadania, szczególnie w przypadku pól podkrytycznych.
- Względnie wąskie pola są szczególnie wrażliwe na zmiany w ich długości.

5.7. Czynniki czasu i jego wpływ na zachowanie się systemu ścianowego

Wpływ lepko-sprężystej pracy belki nadkładu autor zilustrował przykładem obliczeniowym przedstawionym na rys. 5.3. Użyto tu następujących parametrów charakteryzujących pracę belki nadkładu: $E_{02}=1.241 \text{ GPa}$, $E_{02}/E_{01}=9.0$, $E_{02}/N_{01}=0.1$ i 10.0 dzień^{-1} (brak wpływu czasu), z szybkością postępu frontu: $v=7 \text{ m/dzień}$. Obliczone osiadanie powierzchni, jej nachylenie i krzywiznę przedstawiono na rys. 5.14-5.16. Można tu zauważyć niesymetryczne osiadanie powierzchni spowodowane ingerencją wpływów czasowych. Sprężysto-lepka praca nadkładu może także spowodować występowanie znacznie mniejszych wartości krzywizny i nachylenia powierzchni, niż wynikałoby to z rozwiązania czysto sprężystego (rys. 5.17).

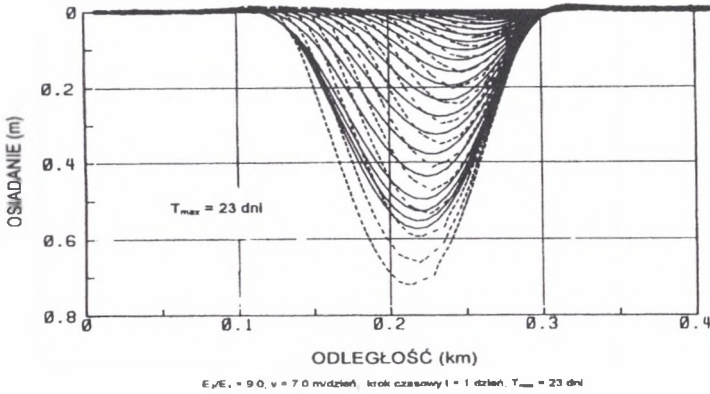
W przeprowadzonej analizie wpływu lepkości spagu autor użył natomiast następujących wartości sprężysto-lepkich parametrów: $E_1=1.5 \text{ GPa}$, $E_2=0.873 \text{ GPa}$, $N_1=15.0 \text{ GPa} \times \text{dzień}$, $N_2=174.6 \text{ GPa} \times \text{dzień}$. Wyniki obliczeń wykazały, że osiadanie i naciski w środkowej części pola wzrastają stopniowo lecz w dość wolnym tempie w miarę upływu czasu. Z punktu widzenia stateczności pola wybieranego technologią ścianową zjawisko przekazywania dodatkowych obciążeń, spowodowane lepko-sprężystym zachowaniem się spagu, nie wydaje się być krytycznym czynnikiem, szczególnie w rejonie calizny.

5.8. Odzworowanie układu ścianowego za pomocą modelu płytowego

Opracowany płytowy model górotworu można natychmiast stosować w analizie dwuwymiarowej pola wybieranego w technologii ścianowej. Jest to szczególnie proste w przypadku, gdy zachowanie się układu filar/spąg może być aproksymowane funkcją liniową i kiedy materiał zalegający w zrobach jest automatycznie charakteryzowany przez zastępczą wysokość wybierania złoża H_{pl} , której wartość określa się następująco:

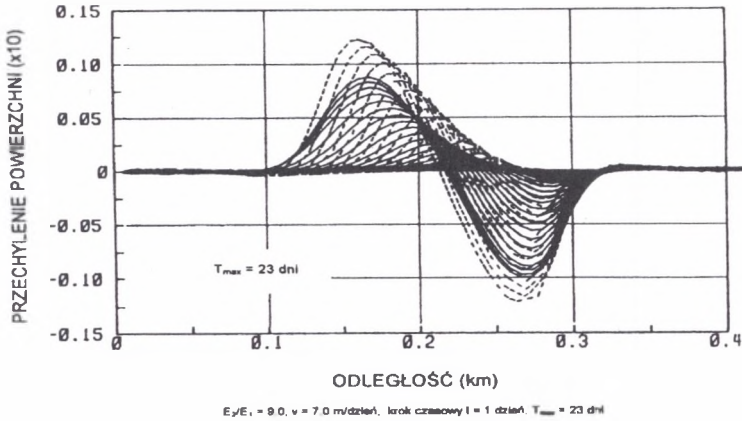
$$H_{pl} = \frac{a H_p E_p}{q_v} - \frac{H_j(v) E_p}{E}, \quad (5.19)$$

gdzie a jest współczynnikiem osiadania, którego wartość zazwyczaj mieści się w granicach 0.2 do 0.9. W przypadku pól nadkrytycznych, największe osiadanie obliczone za pomocą H_{pl} z równania (5.19) jest równe $a \times H_p$ (H_p jest rzeczywistą wysokością furty). Przykład dwuścianowej geometrii z odpowiednią siatką podziału przedstawiono na rys. 5.18. Filary ułożone pomiędzy obydwoma polami reprezentowane są zwykłym filarowo-komorowym podkładem.



Rys. 5.14. Wpływ własności lepkich nadkładu na osiadanie powierzchni terenu, (--) $E_{02}/N_{01}=10$,
(—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, przyrost czasowy $t=1$ dzień

Fig. 5.14. Influence of overburden beam viscous behaviour on surface subsidence, (--) $E_{02}/N_{01}=10$,
(—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, time increment $t=1$ day



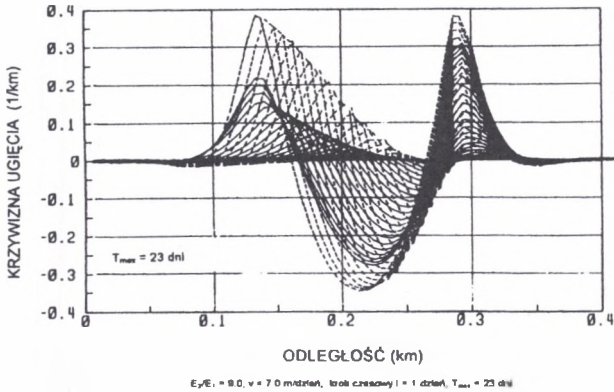
Rys. 5.15. Wpływ własności lepkich nadkładu na nachylenie powierzchni terenu, (--) $E_{02}/N_{01}=10$,
(—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, przyrost czasowy $t=1$ dzień

Fig. 5.15. Influence of overburden beam viscous behaviour on surface slope, (--) $E_{02}/N_{01}=10$,
(—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, time increment $t=1$ day

Nieliniowa praca filarów węglowych, lub warstwy spągu wymaga jednakże, aby stopień wybrania był wyrażony przez odpowiednie przyjęcie szerokości wyrobisk. Możliwą w tym przypadku do zaakceptowania geometrię górnictwa przedstawiono na rys. 5.19. Potrzebna szerokość wyrobisk W_e była w tym przypadku obliczona jako:

$$W_e = \lambda \cdot \sqrt{\frac{q_v \lambda^2}{a H_p} \left[\frac{H_p}{E_p} + \frac{H f(v)}{E} \right]} \quad (5.20)$$

gdzie q_v jest obciążeniem pionowym pochodzącym z nadkładu, λ jest odległością węzłów siatki podziałowej, a jest współczynnikiem osiadania, H_p i H reprezentują odpowiednio wysokość filara i grubość warstwy odkształcalnego spągu, E_p i E są odpowiednio modułem odkształcenia węgla i odkształcalnego spągu, i na koniec $f(v) = (1+v)(1-2v)/(1-v)$, gdzie v jest współczynnikiem Poissona dla słabej warstwy spągu.

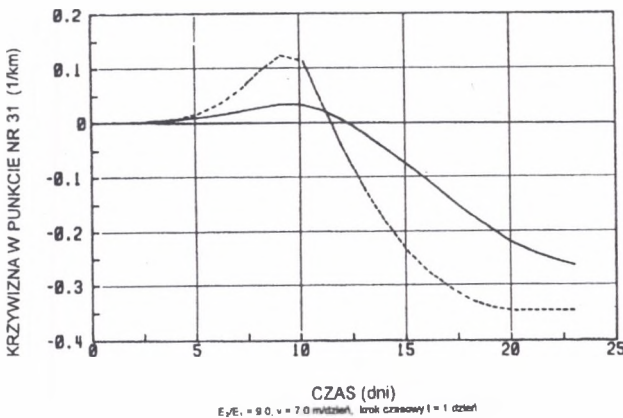


Rys. 5.16. Wpływ własności lepkich nadkładu na krzywiznę powierzchni terenu.

(--) $E_{02}/N_{01}=10$, (—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, przyrost czasowy $t=1$ dzień

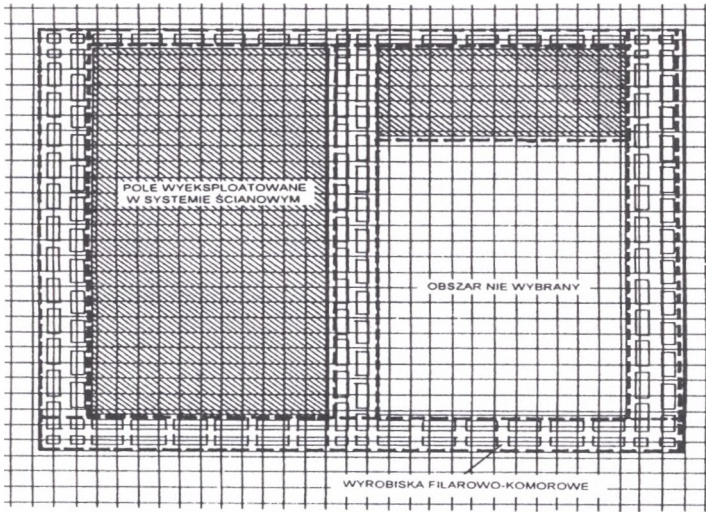
Fig. 5.16. Influence of overburden beam viscous behaviour on surface curvature,

(--) $E_{02}/N_{01}=10$, (—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, time increment $t=1$ day

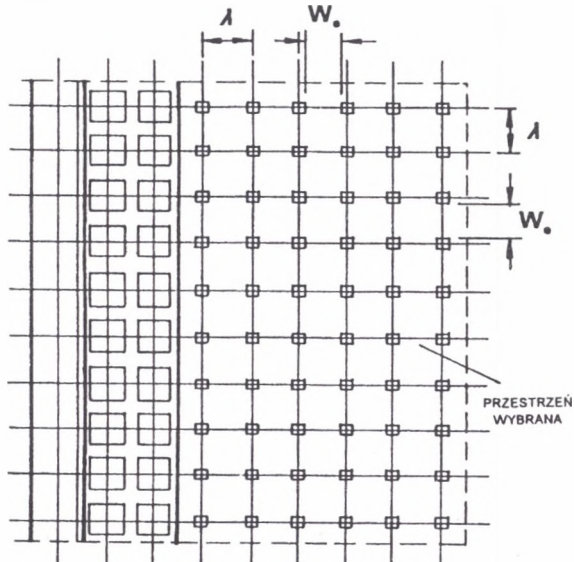


Rys. 5.17. Wpływ własności lepkich nadkładu na krzywiznę powierzchni terenu w punkcie nr 31 położonym w odległości 210 m (środek pola) od repera początkowego, (--) $E_{02}/N_{01}=10$, (—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, przyrost czasowy $t=1$ dzień

Fig. 5.17. Influence of overburden viscous behaviour on surface curvature at pillar no. 31 located 210 m away from monument 0 (panel center), (--) $E_{02}/N_{01}=10$, (—) $E_{02}/N_{01}=0.1$, time increment $t=1$ day



Rys. 5.18. Przykład dwuścianowej geometrii z odpowiadającą jej siatką podziału
 Fig. 5.18. Example of two-longwall panel geometry with corresponding grid network division



Rys. 5.19. Modelowanie pola eksploataowanego w technologii ścianowej
 Fig. 5.19. Longwall panel modeling

6. OSIADANIE POWIERZCHNI TERENU WYWOŁANE ZATAPIANIEM PODZIEMNYCH KOPALŃ WĘGLA

6.1. Wprowadzenie

Możliwość wystąpienia, związanych z podziemną działalnością górniczą, osiadań powierzchni terenów położonych nad nieczynnymi kopalniami eksploatującymi w przeszłości węgiel lub inną kopalinę w technologii filarowo-komorowej, niepokoi właścicieli tych terenów z punktu widzenia dłuższej perspektywy czasowej. Wyrobiska wyeksploatowanych i później opuszczonych kopalń mogą bowiem zostać zatopione z rozmaitych naturalnych przyczyn, takich jak połączenia hydrauliczne z powierzchniowymi i podpowierzchniowymi zbiornikami wodnymi, a z drugiej strony, zatopione już wyrobiska mogą być odwadniane z powodu prowadzenia w pobliżu działalności górniczej lub z innych szczególnych powodów (względny bezpieczeństwa, podsadzanie, itp.). Tego rodzaju zmiany warunków hydrologiczno-górnicych mogą w znaczącym stopniu wpłynąć na stateczność wyrobisk, być przyczyną dodatkowego osiadania powierzchni oraz związanych z tym uszkodzeń obiektów powierzchniowych. Przykładowo, odwadnianie zatopionych wyrobisk powoduje zwiększenie w filarach węglowych pionowych naprężeń efektywnych, przy jednoczesnym zmniejszeniu ciśnienia ograniczającego poziome odkształcenia filara.

Opisane wyżej zmiany w warunkach hydrologiczno-górnicych mogą być przyczyną zmian wartości współczynników bezpieczeństwa charakteryzujących zarówno filary, jak i spąg, co z kolei może spowodować znaczne deformacje i nawet zniszczenie stropu bezpośredniego nad wyrobiskami, filarów lub słabej warstwy spągu. Takie zjawiska zaś z kolei mogą generować deformacje nieciągłe na powierzchni (szczeliny, leje zapadowe, itp.) lub też powstanie niecki obniżenia prowadzącej do uszkodzeń powierzchniowych lub podziemnych konstrukcji i urządzeń. Szereg przypadków osiadania powierzchni nad opuszczonymi kopalniami Środkowego Zachodu w USA przypisuje się właśnie zawodnieniu słabej gliny spągowej zalegającej pod pokładem węgla. Problem ten jest wyjątkowo ważny w przypadku kopalń węgla zlokalizowanych w Zagłębiu Illinois, znanych z tego, że występujące w nich stropy zbudowane z łupka oraz glina spągowa mogą być szczególnie wrażliwe na wywołujące ich degradację zawilgocenie. Należy tu zauważyć, że także węgiel znacznie zmienia swoje własności na skutek zmian w jego zawilgoceniu. Można przypuszczać, że zasygnalizowane wyżej zagadnienia nabierają znaczenia także w przypadku umieszczenia w opuszczonych już wyrobiskach płynnej masy podsadzkowej skomponowanej z samych odpadów z zakładów przeróbki lub ich mieszanin z popiołami.

Za najważniejsze parametry zmiennego środowiska hydrologicznego uważa się:

- siłę wyporu działającą na warstwy nadkładu na skutek zmian ciśnienia wody,
- zmiany wartości ciśnienia porowego i naprężeń efektywnych w filarach i w spągu, oraz
- zależny od czasu przepływ wody z obszarów nawet nieznacznie nawodnionych do rejonów suchych lub tylko częściowo nasyconych wodą.

W przeszłości parametry te nie były w sensie naukowym rozpatrywane na etapie projektowania kopalń. Pomimo znajomości wagi zagadnienia, wykonano bardzo ograniczone, albo w ogóle nie prowadzono badań dotyczących wpływu zawilgocenia (zalania) i odwodnienia na stateczność wyrobisk opuszczonych kopalń i na towarzyszące temu zwiększone prawdopodobieństwo osiadań o określonej charakterystyce. Większość prac badawczych w tym zakresie dotyczy odwadniania nieskonsolidowanych warstw wodonośnych nadkładu, wydobywania ropy naftowej i gazu naturalnego ze złóż podziemnych, a także eksploatacji surowców mineralnych za pomocą ługowania (Meinzer i Hard [110], Lohman [99], De Wiest [38], Holzer [74]). W opracowaniach tych próbowano znaleźć korelację pomiędzy przemieszczeniami powierzchni i poziomem zwierciadła wody w nadkładzie.

Poza tym, ograniczone badania wykonano w zakresie zmian poziomu wód gruntowych na skutek prowadzonej w pobliżu podziemnej eksploatacji surowców, szczególnie w technologii ścianowej (Pennington i in. [119], Hasenfus i in. [69], Booth [11]).

Zgodnie z wiedzą autora, mechanizm osiadania terenu nad opuszczonymi kopalniami, wskutek ich zalania lub odwodnienia, nie był zbyt intensywnie badany. Między innymi, Chugh [21,22] prowadził badania nad przypadkami pojawienia się osiadań nad opuszczonymi już rejonami dwóch aktywnych kopalń i jako najważniejsze przyczyny tych zjawisk uznał, w jednym przypadku, osłabienie warstwy spągu na skutek zawilgocenia glinowca, w drugim przypadku zaś, osłabienie węgla w zalanych filarach. Także Abandoned Mine Land Reclamation Council (AMLRC), Illinois State Geological Survey (ISGS) oraz inne rządowe agencje prowadziły badania nad kilkoma przypadkami osiadań, z podobnymi wynikami. Chugh [20] analizował osiadania nad znacznym obszarem pewnej opuszczonej kopalni i w rezultacie przypisał je zawilgoceniu warstwy spągu oraz zawalom stropów, którym sprzyjała znaczna zawartość utworów lodowcowych zalegających w nadkładzie.

Dla bliższego zbadania tych zjawisk autor sformułował program badawczy mający na celu:

- zebranie danych dotyczących osiadań wywołanych zmianami warunków hydrologiczno-górnictwowych,
- określenie ryzyka osiadań i utraty stateczności w obrębie pola wydobywczego w wyniku wyżej wspomnianych zmian,
- opracowanie modelu analityczno-obliczeniowego pozwalającego przewidzieć ruchy powierzchni terenu oraz ocenić stateczność wyrobisk zmieniającą się zgodnie ze zmianami w warunkach hydrologicznych.

Jednocześnie autor sprecyzował bezpośrednie cele badawcze, których opracowanie umożliwiło prognozowanie zmian wartości współczynników bezpieczeństwa dla elementów wyrobisk wskutek zmian hydrogeologicznych w górotworze:

- określenie zmian charakterystyk wytrzymałość-odkształcenie dla złoża i skał towarzyszących na skutek ich zawilgocenia,
- zdefiniowanie zmian w wodoprzepuszczalności i porowatości węgla oraz skał otaczających na skutek zmian obciążenia i stopnia zawilgocenia materiału, oraz
- opracowanie uproszczonego, analitycznego modelu obliczeniowego umożliwiającego analizę współpracy układu strop-filar-spąg w wyrobiskach filarowo-komorowych z towarzyszącymi, wywołanymi obecnością wody, osiadaniami powierzchni.

6.2. Współdziałanie wody z układem podziemnych wyrobisk

6.2.1. Opis zagadnienia

Ponieważ każde podziemne wyrobisko górnicze musi być wykonane poniżej zwierciadła wody gruntowej, lub poniżej (pod)powierzchniowych zbiorników wodnych, trzeba się liczyć z napływem do nich wody gruntowej. Szybkość tego napływu zależy m.in. od geometrii wyrobisk, ich głębokości oraz od własności hydrogeologicznych gruntów i skał im towarzyszących. Istnieje co prawda pewna ilość wartościowych danych dotyczących zmian hydrologicznych na skutek prowadzonej w pobliżu eksploatacji górniczej (Pennington i in. [118], Hasenfus i in. [69], Booth [11]), jednakże bez odpowiedniej informacji co do pomierzonych deformacji dane te są prawie bezużyteczne w aspekcie opracowania i weryfikacji odpowiedniego modelu analitycznego, za pomocą którego można by ocenić wielkość osiadań związanych ze zmianami warunków hydrologicznych. Dotychczasowe teoretyczne i eksperymentalne badania dotyczące prognozowania osiadań na skutek zmian w warunkach wodnych/wilgotnościowych brały za podstawę konsolidację wodonośnych depozytów w warunkach ciśnienia artezyjskiego (Terzaghi [167]) lub mających otwarte lustro wodne (Lofgren i Klausning [98]). Natomiast zastosowanie teorii konsolidacji w fundamentowaniu (Lambe i Whitman [96]) ogranicza się w zasadzie do prognozowania osiadań na skutek obciążenia powierzchni w pełni nasyconego wodą gruntu. W tym przypadku zmiany w warunkach brzegowych zadania wywołują ruch masy gruntowej/skalnej spowodowany zmianą wskaźnika porowatości e (lub samej porowatości) z jednoczesnym utrzymaniem stałej wartości stopnia nasycenia

wodą S (przy zwiększonej wartości e - pęcznienie, dla mniejszej wartości e - konsolidacja). Podobne zadania, ale bardziej zaawansowaną matematycznie metodą opartą na ogólnych zasadach metody elementów skończonych, rozwiązyli Walaszczyk i in. [177]. Rozpatrzyli oni wpływ przyjętych warunków brzegowych na stan naprężeń i odkształceń wokół cylindrycznego wyrobiska wykonanego w jednorodnym górotworze pracującym w płaskim stanie odkształcenia w obecności stałego ciśnienia porowego (brak efektów czasowych).

Poniżej autor rozpatrzył problem absorpcji lub drenażu przy założonej stałej objętości materiału, koncentrując się na opracowaniu uproszczonego, trójwymiarowego modelu przepływu wody przez częściowo nasycony wodą (S zmienne) materiał skalny, koniecznego w celu prognozowania zasięgu penetracji wody w obrębie filarów i w spągu pod nimi, Pytel [130]. Podejście to pozwala powiązać zmiany w warunkach wodnych z odpowiadającymi im dodatkowymi przemieszczeniami filarów/powierzchni, a także ze zmniejszającymi się współczynnikami bezpieczeństwa na skutek degradacji wytrzymałościowej zawadzonego węgla i warstwy spągu bezpośredniego. Przegląd stanu wiedzy w tej dziedzinie podpowiada, że jak dotąd nie ma innej techniki analitycznej, która mogłaby być stosowana w celu przewidywania osiadań w obrębie nieregularnych wyrobisk filarowo-komorowych, w których warunki brzegowe dla ciśnienia hydrostatycznego, niejednorodność charakterystyk materiałowych, a także zmienność geometrii samych wyrobisk stwarzają szczególnie duże trudności przy ocenie charakterystyk osiadań spowodowanych odwadnianiem lub zatapianiem kopalni. Ponieważ odpowiednia technika obliczeniowa powinna uwzględniać przestrzenną zmienność takich parametrów, jak wodoprzepuszczalność węgla/skały oraz uzależniony od czasu stopień degradacji węgla/skały na skutek zawadzenia, naturalne jest, że tylko w pełni trójwymiarowy zapis tego zagadnienia może dać wartościowe rozwiązania. To z kolei pozwoli w należyty sposób, bo obiektowo, zweryfikować opracowany model. W celu zatem rozwiązania powyższego zagadnienia autor podjął następujące zadania badawcze:

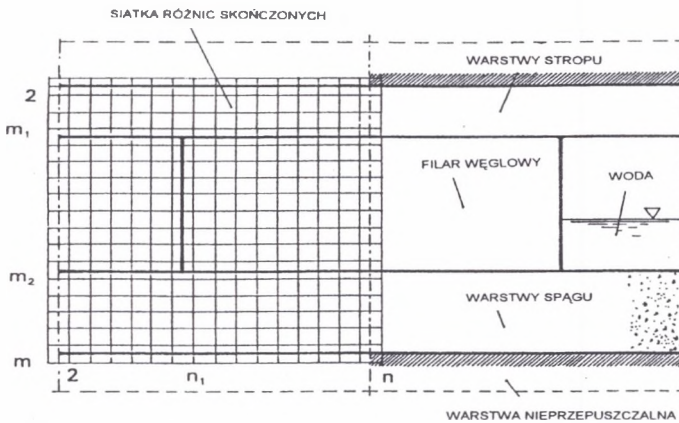
- polowe badania geotechniczne nad opuszczonymi kopalniami, w celu skorelowania przemieszczeń powierzchni z czasem, jaki upłynął od zatapiania kopalni,
- badania laboratoryjne dotyczące zmian w odkształcalności i wytrzymałości skal na skutek nasykania wodą próbek uzyskanych z analizowanych kopalni,
- modyfikacja uproszczonego modelu płytowego współpracy układu nadkład-filar-spąg w celu uwzględnienia zmian w środowisku hydrologicznym, oraz
- bliższe sprecyzowanie charakteru możliwych, zależnych od czasu, zmian w wartościach współczynników bezpieczeństwa w aspekcie nośności filarów i spągu w warunkach zalania lub odwodnienia wyrobisk górniczych.

Poniżej autor przedstawił analityczny model pozwalający śledzić takie zmiany odkształcalności i wytrzymałości w obrębie układu składającego się z filarów spoczywających na słabej warstwie spągu. Zachowanie się takiego modelu może być w prosty sposób opisane za pomocą, traktowanych jako podstawowe wielkości wynikowe, współczynników bezpieczeństwa filarów (PSF) oraz spągu (FSF), uwzględniających odpowiednio wytrzymałość węgla i skał spągu (Chugh i in. [29]). Wpływ zalewania i odwadniania wyrobisk na ich stateczność jest opisany poniżej.

Zawadnienie. Na skutek wzrostu zawilgocenia wartości PSF i FSF maleją wraz ze wzrostem nasylenia wodą położonego w pobliżu złoża i skał otaczających. Zakładając, że redukcja wytrzymałości materiału spągu jest znacznie większa, niż ma to miejsce w stosunku do złoża, przyjmuje się również, że gradient spadku współczynnika FSF jest znacznie większy niż współczynnika PSF . Szybkości tych zmian można obliczyć zakładając różne wartości współczynników przepuszczalności dla złoża i materiału spągu traktując je jednocześnie jako wielkości wykazujące anizotropię z punktu widzenia filtracji. Opierając się na wynikach badań zarówno laboratoryjnych, jak i polowych, autor określił odkształcalność i wytrzymałość materiałów dla dwóch skrajnych przypadków: a) dla naturalnej wilgotności próbek złoża (węgla) i spągu oraz b) dla próbek w pełni nasyconych wodą. Podczas tej ostatniej fazy badań zaobserwowano degradację materiału stropu/spągu/filara, prowadzącą zawsze do stopniowego zmniejszania się współczynników bezpieczeństwa i ostatecznie do możliwego zniszczenia. Okres czasu, jaki musi upłynąć do momentu zniszczenia, może być względnie dokładnie określony za pomocą niżej opisanego analitycznego modelu przepływu wody przez układ strop-filar-spąg.

Równowaga statyczna. W momencie gdy wszystkie pory w węglu i warstwie spągu usytuowane poniżej zwierciadła wody są całkowicie wypełnione wodą, woda przestaje płynąć lub jej przepływ jest ustalony, i jednocześnie utrzymuje się stan statycznej równowagi. Na skutek działania wyporu wody pionowe naprężenia działające na filar są mniejsze niż przed zawodnieniem, a tym samym zmniejszają się wartości naprężeń efektywnych. Współczynniki bezpieczeństwa *PSF* i *FSF* mają teraz ustalone wartości, a wzajemna między nimi relacja zależy od wytrzymałości poszczególnych elementów układu.

Odwadnianie. Z chwilą rozpoczęcia odwadniania kopalni pionowe obciążenia działające na filary zwiększają się wskutek redukcji sił wyporu (jeśli w ogóle ono istnieje w danym przypadku) i jednocześnie wzrastają wartości naprężeń efektywnych jako konsekwencja zmniejszenia się ciśnienia porowego. Proces taki jest zależnym od czasu zjawiskiem drenażu i w przypadku, gdy następuje on w fazie pełnej równowagi statycznej (zakładając, że wyrobiska są nadal stateczne), moment jego rozpoczęcia jest momentem krytycznym z punktu widzenia bezpieczeństwa wyrobisk. Prawdopodobnie faza krytyczna odwadniania następuje w momencie całkowitego odsłonięcia ciągle nasyconych wodą filarów spoczywających na nadal w pełni nawodnionym spągu.



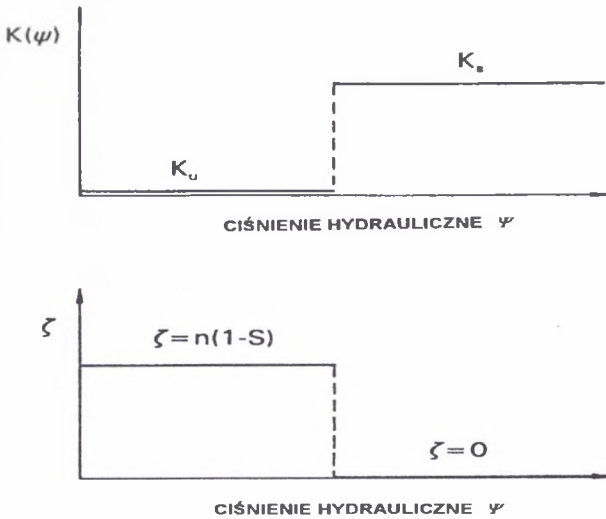
Rys. 6.1. Schemat zadania
Fig. 6.1. Schematic of the problem

6.2.2. Modelowanie przepływu wody w filarze i w warstwie spągu

Zdolność określenia w obrębie filara i spągu, zmieniającej się w czasie, granicy pełnego nasycenia wodą jest konieczna dla scharakteryzowania zależnego od czasu procesu osłabiania węgla i otaczających skał jako skutku ich namakania. Rozpatrując przedstawiony na rys. 6.1 trójwymiarowy układ strop-filar-spąg, a także zakładając, że wszystkie wyrobiska są częściowo lub całkowicie wypełnione wodą pod stałym ciśnieniem $H_w \gamma_w$, jako właściwe dla tego przypadku zdefiniowano następujące warunki brzegowe: a) warstwa stropu jest nieprzepuszczalna dla wody, b) skały znajdujące się poniżej warstwy słabego spągu są również dla wody nieprzepuszczalne oraz c) ciśnienie hydrostatyczne działa na zewnętrzne powierzchnie filarów węglowych, stropu i spągu. Ponadto przyjęto następujące dodatkowe założenia: a) wszystkie materiały układu są przepuszczalne dla gazów, b) wszystkie materiały wykazują anizotropię z punktu widzenia wodoprzepuszczalności, c) porowatość materiałów i gęstość objętościowa ich szkieletu pozostają stałe podczas procesu nawadniania i odprowadzania wody oraz na koniec d) wszystkie materiały mogą być przed nawodnieniem częściowo nasycone wodą, przy czym zdolność materialu do przyjmowania wody reprezentuje współczynnik $\zeta = n(1-S)$ (gdzie n jest porowatością węgla/skały, natomiast S jest stopniem naturalnego nasycenia materialu wodą zmierzonym przed rozpoczęciem procesu nawadniania). Chociaż w rzeczywistości funkcja ta ma kształt krzywej histerezy, można przyjąć, że w strefie nasyconej wilgotność jest równa porowatości, przez co potencjał przyjmowania wody redukuje się do zera $\zeta = 0$ (patrz rys. 6.2). Podobnie przepuszczalność hydrauliczna K nienasyconego wodą

węgli i skały wzrasta wraz ze zwiększaniem się zawartości wilgoci (White i in. [181]). Aby zatem rozwiązać zagadnienie zmiennego w czasie przepływu wody w obrębie nienasyconych mediów, należy określić tzw. *funkcję charakterystyczną* $K(\psi)$ opisującą zależność pomiędzy przepuszczalnością i wysokością ciśnienia hydraulicznego. Autor założył tu bimodalną postać tej funkcji, gdyż dla $\psi > 0$ zakłada się warunek $K=K_r$ (gdzie K_r jest wodoprzepuszczalnością nasyconego materiału), natomiast dla $\psi < 0$ przyjmuje się wartość K_u wodoprzepuszczalności charakterystyczną dla materiału częściowo nasyconego, znacznie mniejszą niż K_r (patrz rys. 6.2).

W przypadku gdy ilość przechowywanej wody w danym materiale jest stała i niezależna od czasu, do tej pory nieustalony przepływ przekształca się w proces ustalonego przepływu przez całkowicie nasycony wodą ośrodek porowaty. W takich warunkach prawo zachowania masy wymaga, aby prędkość wplywania masy wody do elementarnej, sześcienniej objętości materiału $dx dy dz$ była równa prędkości wypływu masy wody z tak zdefiniowanego podstawowego elementu. Aby wyrazić napływ wody do elementarnej objętości $dx dy dz$, która może być tylko częściowo nasycona wodą, równanie ciągłości przepływu musi uwzględniać zarówno prędkości zmian wilgotności/stopnia nasycenia wodą, jak i prędkości zmian wartości potencjału przyjmowania wody. W celu otrzymania równania przepływu można się posłużyć objętością wody napływającej jako wielkością kontrolną i podstawą obliczeń.



Rys. 6.2. Krzywe charakterystyczne wiążące przepuszczalność i możliwość magazynowania wody ze spadkiem hydraulicznym

Fig. 6.2. Characteristic curves relating hydraulic conductivity and water storage potential to pressure head

W niniejszej pracy autor założył, że napływ wody do elementarnej sześcienu w czasie dt może być sumą jego składowych odpowiadających kierunkom x , y , i z wyrażoną jak poniżej:

$$dQ = \left[v_x - \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \right] dt dz dy + \left[v_y - \frac{\partial v_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right] dt dx dz + \left[v_z - \frac{\partial v_z}{\partial z} \frac{dz}{2} \right] dt dx dy \quad (6.1)$$

gdzie v_x , v_y , oraz v_z reprezentują prędkość napływu w kierunku x , y i z , natomiast dt jest elementarnym okresem czasu. Objętość wody, opuszczającej elementarny sześcienu w kierunku x , y i z , można natomiast wyrazić jako:

$$d\bar{Q} = [v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{2}] dt dx dy + [v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} \frac{dy}{2}] dt dx dz + [v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} \frac{dz}{2}] dt dx dy - \frac{\partial \zeta}{\partial t} dt dx dy dz \quad (6.2)$$

gdzie $\zeta(x,y,z)$ jest potencjałem przyjmowania wody. Biorąc pod uwagę, że w przypadku nieściśliwego ośrodka skalnego objętość wody napływającej do elementarnego sześcianu równa jest objętości wody wypływającej (po pełnym nasyceniu wodą) lub zatrzymanej w wolnej przestrzeni porów (dla stopnia nasycenia wodą niższego niż 1):

$$dQ = d\bar{Q} \quad (6.3)$$

a także uwzględniając prawo *Darcy'ego*:

$$v_x = -K_x(\psi) \frac{\partial h}{\partial x}, v_y = -K_y(\psi) \frac{\partial h}{\partial y}, v_z = -K_z(\psi) \frac{\partial h}{\partial z} \quad (6.4)$$

gdzie K_x, K_y, K_z reprezentują wodoprzepuszczalność odpowiednio w kierunku x, y, z , $\psi(x,y,z)$ jest wysokością ciśnienia hydraulicznego w określonym miejscu, $h(x,y,z) = \psi(x,y,z) + z$, po połączeniu równań (6.3) i (6.4) autor uzyskał następujące, sformułowane w trzech wymiarach, cząstkowe równanie różniczkowe ciągłości laminarnego przepływu wody przez częściowo nasycony ośrodek skalny:

$$\frac{\partial}{\partial x} [K_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [K_y(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [K_z(\psi) (\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1)] = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (6.5)$$

gdzie $\zeta(x,y,z)$ jest wielkością reprezentującą potencjał przyjmowania wody przez materiał (w przypadku gdy $\zeta=0$, zagadnienie przekształca się w problem stałego przepływu). Powyższe równanie, podobne do tzw. *równania Richardsa* (Richards [143]), opisuje zmienny w czasie przepływ poprzez nienasycony, porowaty materiał skalny.

Rozwiązanie równania (6.5), w postaci funkcji $\psi(x,y,z)$, można uzyskać stosując metodę różnic skończonych dla siatki podziałowej podobnej do tej pokazanej na rys. 6.1 (bardziej ogólne, ale sformułowane w dwóch wymiarach, równanie opisujące nieustalony ruch wody w gruntowym ośrodku porowatym rozwiązała Mirosław-Świątek i Wita [113] za pomocą metody elementów skończonych). Otrzymane w ten sposób położenie stref w pełni nasyconych wodą ($\psi > 0$) w obrębie filarów węglowych i w warstwach stropu lub spągu stanowi wystarczającą bazę danych potrzebną do scharakteryzowania procesu osłabiania węgla/skał i związanych z nim dodatkowym osiadaniami powierzchni terenu. Zakładając szeregowy układ niezależnych sprężyn charakteryzujących materiał spągu/filara/stropu oraz całkując po jego objętości, otrzymuje się zastępczy moduł odkształcenia nawodnionego (może być częściowo) materiału w obrębie filara (węglowego), spągu i stropu bezpośredniego:

$$E_{1c} = \frac{(m_2 - m_1)}{(n - n_1)(r - r_1)} \sum_{i=n_1}^{n-1} \sum_{j=r_1}^{r-1} \frac{l}{\sum_{l=m_1}^{m_2-1} \frac{1}{E_{i,j,k}}} \quad (\text{węgiel})$$

$$E_{1f} = \frac{(m - m_2)}{(n - n_1)(r - r_1)} \sum_{i=n_1}^{n-1} \sum_{j=r_1}^{r-1} \frac{l}{\sum_{l=m_2}^{m-1} \frac{1}{E_{i,j,k}}} \quad (\text{spąg})$$

$$E_{1r} = \frac{(m_1 - 2)}{(n - n_1)(r - r_1)} \sum_{i=n_1}^{n-1} \sum_{j=r_1}^{r-1} \frac{l}{\sum_{l=2}^{m_1-1} \frac{1}{E_{i,j,k}}} \quad (\text{strop})$$

gdzie stałe m_1, m_2, r, r_1, m, n reprezentują liczbę węzłów opisujących geometrię stropu, filara i spągu (patrz rys. 6.1), natomiast $E_{i,j,k}$ reprezentują alternatywnie moduły odkształcenia odpowiednich materiałów, przy czym:

- moduł odkształcenia E_d określony dla średnich warunków wilgotnościowych istniejących przed zatopieniem wyrobisk, lub
- moduł odkształcenia w warunkach zawodnienia, przypisywany obszarom stropu/filara/spagu w pełni nasyconych wodą (E_w).

W ten sposób określa się zależną od upływu czasu, faktyczną odkształcalność elementów składowych układu, a wprowadzając jej wartości do odpowiedniego, trójwymiarowego modelu współpracy górotworu z systemem wyrobisk (model płytowy), możliwe jest uzyskanie zależnych od czasu wartości osiadań powierzchni i odpowiadających im wartości współczynników bezpieczeństwa związanych z możliwością zniszczenia filarów lub spagu/stropu.

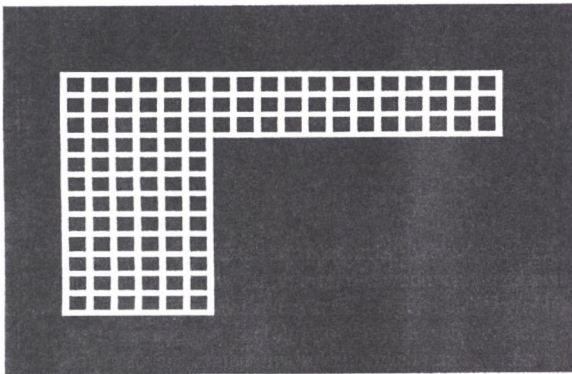
Posługując się powyżej sformułowanymi zasadami, autor uzyskał przybliżoną funkcję zależnych od czasu zmian nośności granicznej słabej warstwy spagu zalegającej pod pojedynczym filarem, w następującej postaci:

$$UBC_I = UBC_0 \left(\frac{E_{If}}{E_{0f}} \right)^{0.6} \quad (6.6)$$

gdzie E_{0f} reprezentuje moduł odkształcenia warstwy spagu w warunkach normalnych (przed zalaniem wodą), E_{If} jest modulem zastępczym odkształcenia spagu w warunkach nawodnienia, $UBC_0 = N_t \mu_{bc_0}$, $\mu_{bc_0} = 1.5372 E_0^{0.6}$ (Pula i in. [124]), natomiast N_t jest współczynnikiem nośności odpowiednim dla filara spoczywającego na odkształcalnej warstwie skalnej o określonej miąższości (Chugh i Pytel [32]).

6.2.3. Zastosowanie modelu współpracy układu nadkład-filar-spąg w zmiennych warunkach hydrogeologicznych

Poniżej autor przedstawił praktyczne zastosowanie modelu płytowego górotworu (rozdział 1) do analizy deformacji górotworu na skutek zmian w warunkach hydrogeologicznych.



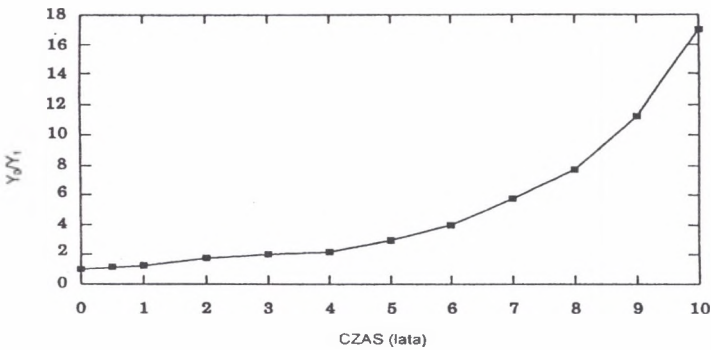
Rys. 6.3. Geometria wyrobisk
Fig. 6.3. Mine layout

Schemat rozpatrywanego zadania przedstawiono na rys. 6.3. Na podstawową geometrię wyrobisk składa się nieregularne w kształcie pole wydobywcze o następujących charakterystykach:

- *Stopień wybrania złoża: 0.55*
- *Przekrój filarów: 18.29 m x 18.29 m*
- *Szerokość wyrobisk: 9.14 m*
- *Miąższość warstwy spagu bezpośredniego: 1.45 m*
- *Wysokość filarów: 1.75 m*

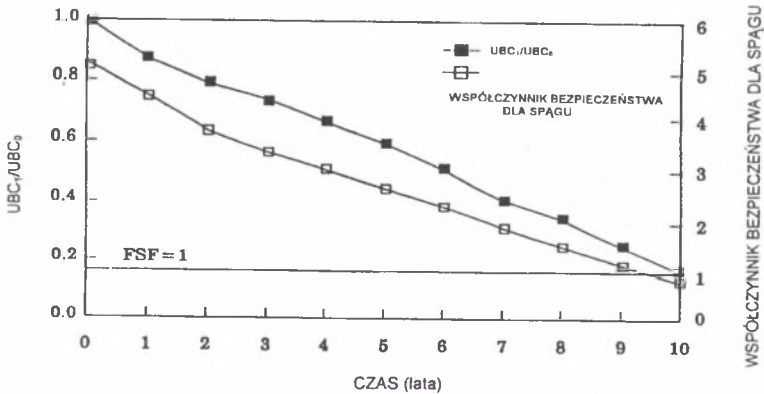
- Nacisk nadkładu w poziomie złoża: 2.068 MPa)
- Położenie zwierciadła wody: 0.38 m (1.25 ft) powyżej powierzchni spągu
- Współczynniki wodoprzepuszczalności dla węgla: $K_x=K_y=K_z=0.0003$ m/dzień)
- Współczynniki wodoprzepuszczalności dla warstwy spągu: $K_x=K_y=0.003$ m/dzień $K_z=0.0003$ m/dzień)
- Potencjał przyjmowania wody: 0.03 (węgiel), 0.05 (spąg)
- Moduł odkształcenia dla węgla: 1034.2 MPa (wilgotność naturalna), 1034.2 MPa (nasycony wodą)
- Moduł deformacji dla spągu: 137.9 MPa (wilgotność naturalna), 0.0 MPa (nasycony wodą)
- Początkowy kąt tarcia wewnętrznego dla warstwy spągu: 15°
- Sztywność na zginanie płyty nadkładu: 1.13E7 MPa m⁴

Obliczony przyrost osiadań w środku pola $Y_1/Y_0=E_0/E_1$ oraz redukcję UBC_1/UBC_0 nośności środkowego filara spowodowaną zawodnieniem pokazano odpowiednio na rys. 6.4-6.5. Z rys. 6.5 można wnosić, że zniszczenie spągu może wystąpić po ok. 9.5 roku, tj. w czasie gdy osiadanie powierzchni osiągnie wartość 13-krotnie większą niż jego wartość początkowa.



Rys. 6.4. Wzrost osiadań wskutek zalania wyrobisk (Y_1 jest osiadaniem po nawodnieniu, Y_0 stanowi osiadanie w warunkach naturalnej wilgotności)

Fig. 6.4. Subsidence increment due to flooding (Y_1 is the subsidence after flooding, Y_0 is the subsidence in normal conditions)

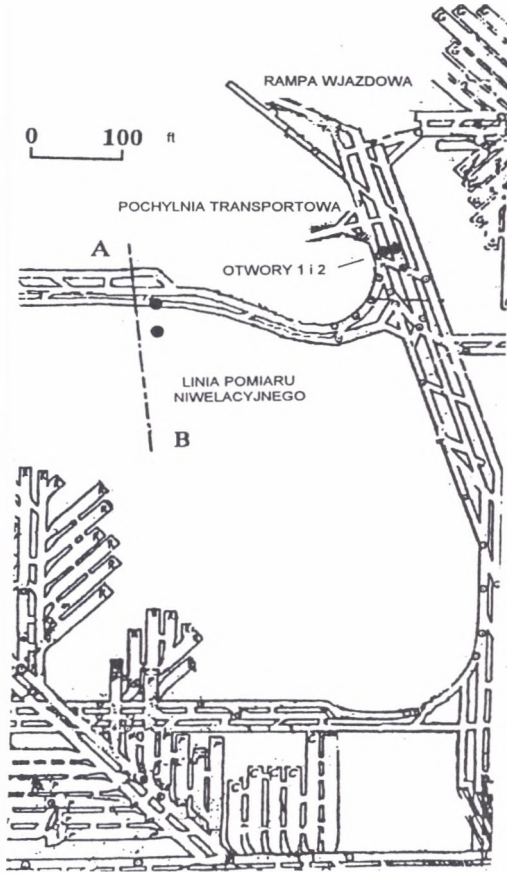


Rys. 6.5. Zależna od upływu czasu zmiana w wartości współczynnika bezpieczeństwa dla pojedynczego filara

Fig. 6.5. Time-dependent floor safety factor decrement for single pillar

6.3. Analiza rzeczywistej sytuacji górniczej

W celu weryfikacji opracowanego modelu autor przeprowadził prace pomiarowe na wybranym poligonie badawczym położonym nad wybranym uprzednio pokładem Springfield Coal V w obszarze Linton Quadrangle w powiecie Green w stanie Indiana (rys. 6.6). Eksploatacja pokładu Coal V rozpoczęta w 1932 r. zakończona została w 1948 r., i wtedy to, jak się zakłada, podziemne wyrobiska kopalni zostały zalane wodą.



Rys. 6.6. Geometria podziemnych wyrobisk z lokalizacją otworów wiertniczych i linią pomiarów geodezyjnych osiadań powierzchni terenu

Fig. 6.6. Underground geometry and location of boreholes and subsidence monitoring line

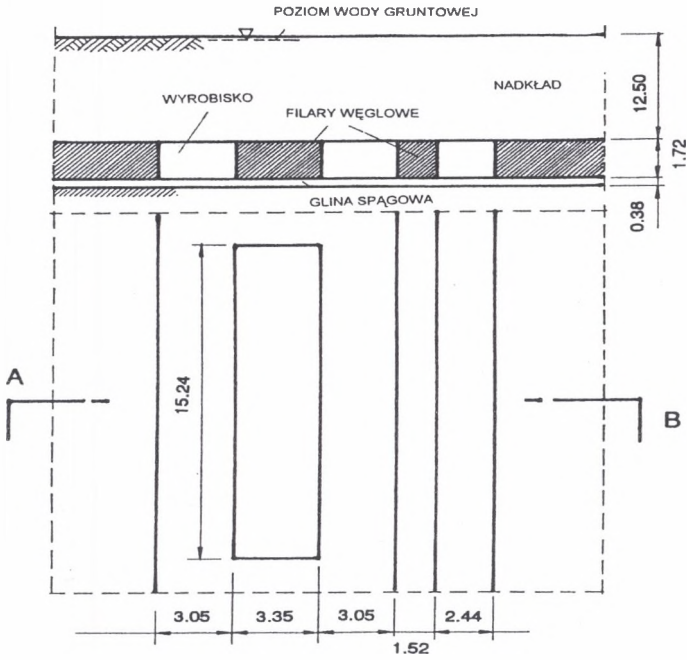
Najważniejszymi względami, jakimi się autor kierował przy wyborze miejsca badań, była możliwość dotarcia sprzętu wiertniczego oraz charakter spodziewanych ruchów górotworu w trakcie prowadzonych obserwacji. Miejsce badań zlokalizowano bezpośrednio nad wiązką wyrobisk głównych, nad którymi nie stwierdzono większych deformacji powierzchniowych świadczących o zniszczeniu filarów, i gdzie, w związku z tym można się było spodziewać uchwycenia osiadań powierzchni, zachodzących w dłuższej perspektywie czasowej, spowodowanych zawodnieniem wyrobisk. Ponieważ pracownicy Southern Illinois University już prowadzili obserwacje geodezyjne w przyległym terenie, sieć pomiarową można było rozszerzyć, obejmując nią teren, gdzie właśnie zamierzano odwiercić otwory

badawcze. Pomiaru geodezyjne wykonane w pobliżu, pomiędzy lutym i listopadem 1993 r., pozwalały spodziewać się osiadań powierzchni do 10 mm/rok. W pobliżu znajdowało się także kilka studni zainstalowanych przez pracowników Indiana Geological Survey, które były używane do pomiaru poziomu wód gruntowych w różnych częściach tej już opuszczonej kopalni. Część tego rejonu stanowiła także poligon rekultywacyjny Abandoned Mine Lands Program in Indiana prowadzony pod auspicjami Division of Reclamation.

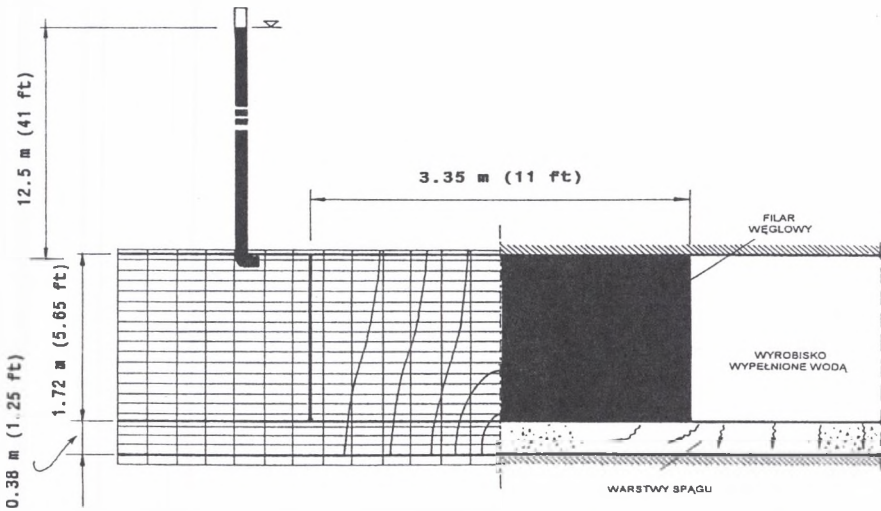
W wybranej lokalizacji odwiercono dwa otwory (otwór 1 i 2), o długości 20-22 m, z których jeden trafił na filar lub caliznę, drugi natomiast przeszedł przez pustkę, przypuszczalnie przyległe wyrobisko. Prawie 3.0 m stwierdzonej pustki było świadectwem tego, że wyrobiska w rejonie poligону badawczego ciągle były stateczne. Otrzymany przekrój geologiczny, podobny do tego, jaki stwierdzono w pobliskim otworze badawczym nawierconym przez ISGS, wykazał, że nadkład stanowi mocna warstwa wapienia o grubości ok. 13.7 m, przykryta 5-metrową warstwą nie skonsolidowanych utworów polodowcowych. Rdzenie wiertnicze zawierające wapień Alum Cave zalegający ponad pokładem Coal V były prawie w 100% nieuszkodzone, natomiast uzyskanie dobrej jakości rdzeni wiertniczych z warstwy węgla i spągu bezpośredniego było nadzwyczaj trudne i dlatego odzyskiwano je stopniowo, w krótkich odcinkach. Stwierdzono, że spąg bezpośredni składa się z warstwy (ok. 0.38 m) szarego łupka i gliny spagowej, podścielonej przez mocniejszy łupek piaszczysty. Obydwa otwory zostały opróbkowane do poziomu występowania mocniejszych utworów spagowych. Podany wyżej opis geologii ściśle odpowiadał wynikom profilowania gamma przeprowadzonego przez Indiana Engineering & Geological Services (IEGS). Pomimo że w pierwszym otworze stwierdzono, że miąższość pokładu węgla wynosi ok. 1.2 m, w drugim otworze napotkano pustkę o wysokości aż 3.1 m. Ponieważ czarny łupek zalegający powyżej pokładu Coal V tworzy zazwyczaj silnie zlustrzony, cienki depozyt, powyższą różnicę w grubości prawdopodobnie przypisać można obyspaniu się stropu do wysokości zalegania względnie silnej warstwy wapienia, choć również i skrajnie wilgotny i miękki materiał spągu mógł się przyczynić do tego, że zaobserwowano tak dużą pustkę. Kopalnia została całkowicie zalana wodą, a jej swobodne zwierciadło znajdowało się w odległości 13 m powyżej wyrobiska/pustki; pozostawało to w zgodzie z obserwacjami dokonanymi w pobliżu, gdzie IGS monitorował swoje studnie.

W otworze 1 przeprowadzono również jedenaście pomiarów przepuszczalności gruntów w warunkach naturalnych, na siedmiu różnych poziomach. Wszystkie próby przeprowadzone w pobliżu stropu nie udały się, co potwierdzało hipotezę, że otwór 1 został nawiercony w pobliżu brzegu filara węglowego, i w związku z tym podanie ciśnienia do uszczelnacza powodowało wyrzucanie materiału ścianki otworu do przyległej pustki. Pięć prób wykonanych w warstwach spągu i złożu udało się natomiast całkowicie, i w czasie ich trwania nie zaobserwowano ani przecieków podawanego płynu, ani wahań ciśnienia na pompie. Próby te wykazały, że średnia wodoprzepuszczalność całkowicie nasyconego materiału spągu bezpośredniego wynosi $K_s = 1.481-1.73 E-7$ m/sec, podczas gdy wartość ta dla węgla i spągu traktowanych łącznie sięga wartości $K_s = 1.372-1.878 E-7$ m/sec.

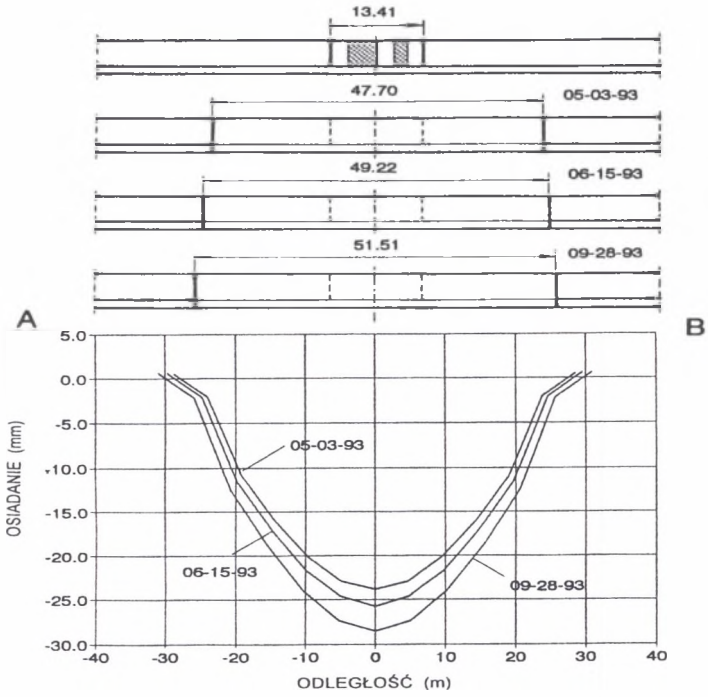
W celu scharakteryzowania własności materiałów autor przeprowadził ze współpracownikami laboratoryjne badania wytrzymałości na ściskanie próbek cylindrycznych węgla/gliny/stropu bezpośredniego, w warunkach wilgotności naturalnej (tzw. próbka *sucha*) oraz w warunkach ich całkowitego nasycenia wodą (próbka *mokra*). Pomiaru zmieniającej się wraz z głębokością wilgotności naturalnej materiału spągu wykazały, że jej wartość jest bliska wilgotności przy pełnym nasyceniu wodą, tj. ok. 15% dla gliny spagowej i ok. 5% dla spagowego łupka. Wskazuje to na to, że spąg w warunkach naturalnych był całkowicie nasycony wodą, co z kolei potwierdza tezę, że woda jest w stanie przedostać się w warstwę spągu zalegającą bezpośrednio pod filarami. Wyniki prób ściskania wykazały również, że wskutek pełnego nasycenia próbek parametry odkształceniowo-wytrzymałościowe czarnego łupka (warstwa stropu) zostały zredukowane o ok. 90%. Redukcja tych parametrów w przypadku węgla i szarego łupka pochodzącego ze spągu nie była już tak znacząca i sięgała ok. 50-65% wartości charakterystycznych dla wilgotności naturalnej. Natomiast nasycone próbki gliny spagowej, pobrane ze spągu bezpośredniego, nie nadawały się do badań ze względu na ich wrażliwość na zawilgocenie. Ponieważ każda próba nasycania ich wodą kończyła się ich kompletnym rozpadem (zerowa wytrzymałość), przyjęto, że wskutek nasycania wodą glina spagowa doznaje 100% redukcji wytrzymałości, podczas gdy jej odkształcalność dąży do nieskończoności.



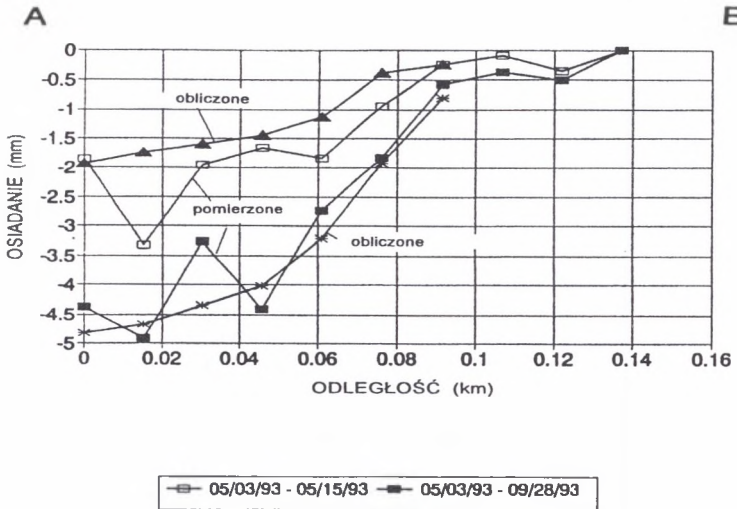
Rys. 6.7. Uproszczony schemat geometrii wyrobisk
Fig. 6.7. Idealization of mine workings geometry



Rys. 6.8. Obszary z porami całkowicie wypełnionymi wodą
po 200, 500, 1000, 1500 i 2000 dni nawadniania
Fig. 6.8. Saturated zones after 200, 500, 1000, 1500 and 2000
days after flooding



Rys. 6.9. Obliczone osiadanie całkowite wywołane zawodziem
 Fig. 6.9. Calculated total surface subsidence due to flooding



Rys. 6.10. Przyrost osiadań powierzchni terenu
 Fig. 6.10. Surface subsidence increment

Wprowadzając zmieniającą się wraz z upływem czasu odkształcalność elementów układu do algorytmu opartego na modelu płytowym, skorelowano obserwowane wzdłuż linii A-B (rys. 6.6) osiadanie powierzchni terenu z możliwym, stopniowym nasączeniem wodą warstwy spągu bezpośredniego. Zastosowano tu następujące dane wejściowe:

- Potencjał przyjmowania wody przez warstwę spągu: $\zeta_f = 0.26$ (porowatość $n = 0.371$, stopień nasycenia $S = 0.3$)
- Potencjał przyjmowania wody przez węgiel: $\zeta_c = 0.20$
- Współczynnik wodoprzepuszczalności dla węgla i warstwy spągu w warunkach nienasyconych: $K_{u\alpha} = K_{u\gamma} = K_{u\epsilon} = 4.65E-10 \text{ m/sec}$
- Współczynnik wodoprzepuszczalności dla węgla i warstwy spągu w warunkach nasyconych: $K_{s\alpha} = K_{s\gamma} = K_{s\epsilon} = 1.625E-7 \text{ m/sec}$
- Moduł sprężystości dla węgla: $E_{cd} = 1937.5 \text{ MPa}$ (suchy), $E_{cw} = 544.7 \text{ MPa}$ (mokry)
- Moduł sprężystości dla warstwy spągu: $E_{fd} = 172.4 \text{ MPa}$ (suchy), $E_{fw} = 0.0 \text{ MPa}$ (mokry)
- Sztywność na zginanie płyty nadkładu: $D = 2.22E4 \text{ MPa m}^4/\text{m}$
- Nacisk pochodzący od nadkładu: $q_v = 0.317 \text{ MPa}$

Pozostałe charakterystyki układu można znaleźć na rys. 6.7-6.8. Nasycone wodą obszary wewnątrz środkowego filara, dla wybranych czasów od początku nawadniania, pokazano na rys. 6.8. Z rys. 6.8 można też wywnioskować, że po ok. 2000 dni (5.5 roku) filar ten nie mógł już przejmować obciążenia z nadkładu ze względu na całkowitą degradację zalegającej pod nim warstwy spągu. Od tego też czasu ociosy stały się wyłącznie odpowiedzialne za utrzymanie stateczności przyległych wyrobisk i warstw nadkładu, które doznawały coraz większego ugięcia ze względu na ciągły napływ wody w kierunku spągu położonego pod ociosami. Obliczone całkowite osiadanie powierzchni terenu, które mogły wystąpić w ciągu wszystkich lat nawadniania kopalni, przedstawiono na rys. 6.9. Ich przyrost przypadający na czas pomiarów geodezyjnych oraz odpowiadające temu okresowi pomierzone w polu wartości osiadań porównano na rys. 6.10.

7. WYMIAROWANIE FILARÓW W PRZYPADKU WYSTĘPOWANIA SŁABEJ WARSTWY W SPĄGU BEZPOŚREDNIM

7.1. Wprowadzenie

Obecnie wymiarowanie filarów węglowych spoczywających na słabej warstwie spągu bazuje na pojęciu jej nośności granicznej (*UBC* - *ultimate bearing capacity*). Stosowane w tym przypadku typowe techniki projektowania prowadzą do określenia *UBC* warstwy spągu pod pełnowymiarowym filarem na podstawie formuły Vesica [168], która z kolei traktuje słaby spąg jako dwuwarstwowy układ gruntu lub skał, ze słabą warstwą przykrywającą warstwę mocniejszą. Obydwie warstwy są jednocześnie traktowane jako czysto spoisłe z kątem tarcia wewnętrznego (ϕ) równym zero. Spójność (*c*) słabszej warstwy jest szacowana obecnie częściej na podstawie wilgotności materiału (Speck [157]) niż na podstawie laboratoryjnych badań wytrzymałościowych, jak to oryginalnie proponował Vesic [168]. Chociaż nigdy nie zweryfikowana w stosunku do płytkich fundamentów spoczywających na uwarstwionym skalnym podłożu ze słabszą warstwą spoczywającą na mocniejszym depozycie, technika ta, zwana metodą *Vesica-Specka*, jest najczęściej obecnie używana w zastosowaniu do problemów górnictwa. Brakiem tej metody jest to, że nie jest ona zdolna uwzględnić wpływów pochodzących od pobliskich filarów. W celu wyeliminowania tych niedociągnięć autor opracował nową metodę projektowania, zwaną metodą *Pytla-Chugha*, która umożliwi uwzględnienie w analizie zarówno niezerowych wartości kątów tarcia wewnętrznego materiałów budujących obydwie warstwy, jak i oszacowanie wpływu na obliczaną nośność graniczną filara obciążenia spągu pochodzącego od filarów sąsiednich.

Ogólnie rzecz biorąc, wymiarowanie filarów polega na określeniu takich szerokości wyrobisk, ze skrzyżowaniami włącznie, oraz takich przekrojów filarów, jakie pozwolą utrzymać stateczność układu, do utraty której prowadzą zarówno zniszczenie spągu/filara, jak i zbyt duże osiadania filarów. Baza danych, dostępnych przed przystąpieniem do eksploatacji, zawiera zazwyczaj przekroje geologiczne uzyskane z wywierconych otworów eksploracyjnych wraz z wynikami badań wytrzymałościowo-mechanicznych przeprowadzonych na próbkach uzyskanych z rdzeni wiertniczych. Badania geologiczne wskazują, że grubość słabej warstwy spągu, z reguły zalegającej pod pokładami węgla w USA, mieści się w granicach od 0.15 m do 2.50 m. Warstwa ta podścielona jest przez względnie mocny depozyt, który może być 3-10 razy bardziej wytrzymały i mniej odkształcalny. Pokład węgla jest przykryty zazwyczaj uwarstwionym i stosunkowo sztywnym nadkładem, który na znacznym obszarze wymusza interakcję pomiędzy stropem, filarami i warstwą spągu. Typowa, stateczna geometria wydobywania, dobrana dla częściowej eksploatacji filarowo-komorowej, charakteryzuje się szachownicową konfiguracją z szerokością wyrobisk od 4.87 m do 6.10 m i rozmiarami filarów zmieniającymi się od 12.2 m do 30.5 m. Po wykonaniu prac udostępniających w wykonanych chodnikach można przeprowadzić badania płytowe pozwalające określić nośność graniczną i odkształcalność górnej warstwy spągu. Ponadto, możliwe jest wtedy wykonanie wierceń w celu rozpoznania zmienności, w zależności od położenia, niektórych własności i miąższości słabej warstwy spągu.

Autor wyróżnia następujące elementy projektowania statecznego układu, których nie można zaniedbać w sytuacji występowania słabej warstwy:

- Określenie UBC_{pi} (*ultimate bearing capacity* - *nośność, opór graniczny*) i odkształcalności (moduł odkształcenia E_{pi}) bezpośrednio z badań za pomocą małej płytki próbnej (kwadrat o boku 15.2-30.5 cm) wciskanej w spąg podziemnego wyrobiska, lub za pomocą związków korelacyjnych z innymi parametrami fizyczno-mechanicznymi materiału, np. na podstawie wyznaczonej wartości wilgotności naturalnej *MC*.

- Estymacja UBC i odkształcalności (reprezentowanej przez moduł odkształcenia E) spągu pod pełnowymiarowym filarem na podstawie UBC_{pl} i modułu E_{pl} , stosując przy tym współczynniki redukcyjne $F_r(UBC)$ i $F_r(E)$ w celu wyeliminowania wpływu wymiaru płytki próbnej (efekt skali).
- Określenie wytrzymałości na ściskanie C_0 , kąta tarcia wewnętrznego ϕ i spójności c dla wierzchniej (słabej) oraz niższej (mocniejszej) warstwy budującej spąg bezpośredni.
- Oszacowanie wpływu sąsiednich filarów (lub calizny) na wyznaczone wartości UBC i odkształcalności.
- Wyznaczenie wartości obciążeń działających na filary, z uwzględnieniem interakcji pomiędzy stropem zasadniczym, filarami i spągami, lub stosując metodę przypadającego słupa skal nadległych (*the tributary area theory*) w przypadku mniej dokładnych szacunków.

Zarówno zakres badań, jak i liczba i rodzaj parametrów zaangażowanych w procesie doboru statecznych układów filar-strop zależą od zaawansowania teoretycznego i złożoności stosowanej metody obliczeń. W niniejszym rozdziale autor ograniczył się do rozpatrzenia jedynie warunków wytrzymałościowych w warunkach występowania wyrobisk nadkrytycznych (dających nieckę obniżeniową nadpełną), co znaczy, że nie uwzględnia się żadnych aspektów wpływu współdziałania elementów układu-strop-filar-spąg (filar odosobniony).

7.2. Określenie nośności jednorodnej warstwy spągu zlokalizowanej pod pełnowymiarowym filarem

Prowadzone w wielu kopalniach węgla w Illinois badania nad słabym spągami, obejmujące swym zakresem badania płytowe, ścinanie otworowe i laboratoryjne studia geotechniczne, umożliwiły na podstawie metod regresyjnych (Puła i in. [124]) uzyskać równania pozwalające wyznaczyć UBC_{pl} pod próbną, kwadratową płytką o małych rozmiarach (15.2-30.5 cm). Równania te, przytoczone niżej, mogą być użyte podczas badań eksploracyjnych poprzedzających eksploatację, albo w przypadku gdy z jakichś względów niemożliwe jest wykonanie obciążeń próbnych.

$$UBC_{pl} = 8.785e^{-0.112MC} \quad [\text{MPa}], \text{ dla gliny spagowej}, \quad (7.1a)$$

$$UBC_{pl} = 16.66e^{-0.209MC} \quad [\text{MPa}], \text{ dla łupka ilastego}, \quad (7.1b)$$

$$UBC_{pl} = 11.06e^{-0.145MC} \quad [\text{MPa}], \text{ ogólnie dla słabego spągu}. \quad (7.1c)$$

gdzie MC reprezentuje uśrednioną, do głębokości równej wymiarowi płytki, wilgotność (%) słabej warstwy spągu.

Obserwacje polowe wskazują, że warstwa słabego spągu, zlokalizowana pod płytką o względnie małych rozmiarach, ulega silnemu ścinaniu, które w uzupełnieniu do osiowej kompresji spągu powoduje jego znaczne, boczne deformacje. Jednakże w przypadku płytek o większych rozmiarach deformacje objętościowe, tak jak przewiduje to liniowa teoria sprężystości, nabierają decydującego znaczenia w problemie przemieszczeń. W celu zmniejszenia wpływu wymiaru płytki na wartość wyznaczonej wytrzymałości spągu nośność UBC_{pl} powinno się określać za pomocą płytki o wymiarze możliwie zbliżonym do rzeczywistego wymiaru filara. Ponieważ jednak istnieją ograniczenia techniczne (rozmiary i nośność układu obciążającego płytę), jak i wynikające z samej natury słabego spągu, za pomocą metod wielowymiarowej regresji liniowej określono zależność pomiędzy wymiarem płytki B_{pl} i jej nośnością UBC_{pl} , użyte następnie do estymacji współczynników $F_r(UBC)$ redukujących wpływ wymiaru płytki dla gliny spagowej, drobnopiezistego piaskowca i ogólnie dla słabego spągu (Puła i in. [124]):

$$F_r(UBC) = \frac{7.025 - 0.433MC + \frac{0.159}{B_{pl}}}{7.025 - 0.433MC + \frac{0.159}{B_{pl}}} \quad \text{dla gliny spagowej} \quad (7.2a)$$

$$F_r(UBC) = \frac{10.409 - 1.078MC + \frac{0.441}{B_{pil}}}{10.409 - 1.078MC + \frac{0.441}{B_{pl}}} \quad \text{dla łupka ilastego} \quad (7.2b)$$

$$F_r(UBC) = \frac{8.327 - 0.711MC + \frac{0.293}{B_{pil}}}{8.327 - 0.711MC + \frac{0.293}{B_{pl}}} \quad \text{ogólnie dla słabego spągu} \quad (7.2c)$$

gdzie MC [%] jest wilgotnością naturalną spągu, natomiast B_{pl} i B_{pil} [m] są odpowiednio wymiarem płytki i szerokością filara. Przykładowo, w przypadku filara o szerokości $B_{pil}=12.2$ m (40 ft), dla wilgotności w zakresie 4-8 % i dla wymiaru płytki zmieniającego się od 0.152 m do 0.3048 m wartość średnia współczynnika redukcyjnego $F_r(UBC)$ zmienia się od 0.776 do 0.913 - glina spągowa, od 0.389 do 0.813 - piaskowiec drobnoziarnisty, lub od 0.584 do 0.854 - ogólnie słaby spąg. Współczynniki te mogą być użyte w celu określenia nośności granicznej UBC_{pil} spągu zlokalizowanego pod pełnowymiarowym filarem o boku B_{pil} [m]; dokonać tego można używając równań (7.1a-c), albo na podstawie wyników obciążeń płytowych (UBC_{pl}) w sposób podany niżej.

$$UBC_{pil} = F_r(UBC) \cdot UBC_{pl} \quad (7.3)$$

7.3. Przedstawienie spągu jako układu dwuwarstwowego i określenie jego nośności granicznej

7.3.1. Wprowadzenie

Zakładając (np. Rockaway i Stephenson [144], Pytel [126]), że zagadnienie nośności granicznej filarów węglowych spoczywających na słabym spągu może być analizowane jako problem nośności płytkiego fundamentu, przyjmuje się jednocześnie ważność ogólnych równań nośności podanych przez Brincha-Hansena [12] z ich odpowiednimi współczynnikami kształtu, obciążenia powierzchni spągu oraz nachylenia wypadkowej obciążenia filara. Wyczerpujący przegląd dostępnych w literaturze technik obliczeniowych opracowanych w celu oznaczania UBC płytkich fundamentów spoczywających na uwarstwowionym podłożu gruntowym/skalnym przedstawiono w jednym z poprzednich opracowań autora, Pytel [126]. Każda z tych technik wskazuje na to, że w porównaniu z warunkami jednorodnymi skończona miąższość najwyższej, słabej warstwy powoduje znaczący wzrost nośności spoczywającego na niej fundamentu. Dla przypadku czysto spoiściego spągu ($\phi=0^\circ$) najbardziej użyteczna i wygodna jest metoda Vesica [168]; w przypadku jednak gdy ani spójność, ani kąt tarcia wewnętrznego nie mają wartości zerowej, powinno się wykorzystać bardziej odpowiednią metodę Mandela i Salencona [105], opracowaną dla układu jednowarstwowego i rozwiązywaną metodą charakterystyk z kryterium zniszczenia Coulomba.

Rozpatrywane tu zagadnienie fizyczne (rys. 7.1) przedstawia prostokątny filar o przekroju $B \times L$ spoczywający na spągu będącym układem dwuwarstwowym z górną, słabszą warstwą o miąższości H zalegającą na silniejszym depozycie o nieskończonej miąższości. Nośność graniczną takiego układu określić można jedną z metod podanych niżej. W celu oszacowania wpływu faktu, iż słaba, wierzchnia warstwa charakteryzuje się skończoną miąższością, metody te stosują albo zmodyfikowane przez Vesica współczynniki nośności N_m albo funkcję F Mandela-Salencona. Do dzisiaj, niestety, obszar zastosowania tych technik projektowych oraz adekwatność wynikających z nich wartości współczynników bezpieczeństwa nie zostały ostatecznie sprecyzowane i potwierdzone badaniami dółowymi. Dlatego też poniżej przedstawiono, opracowaną przez autora dla ogólnych warunków, nową

technikę (metoda Pytla-Chugha), wykorzystującą metody mechaniki gruntów i fundamentowania, do wyznaczania nośności warstwy słabego spągu zlokalizowanej pod filarem prostokątnym. Algorytm metody autor wykorzystał następnie w procedurach optymalizacji wymiarów filarów oraz do oceny bezpieczeństwa (niezawodności) pola eksploatacyjnego jako całości.

7.3.2. Sposób Vesica [168]

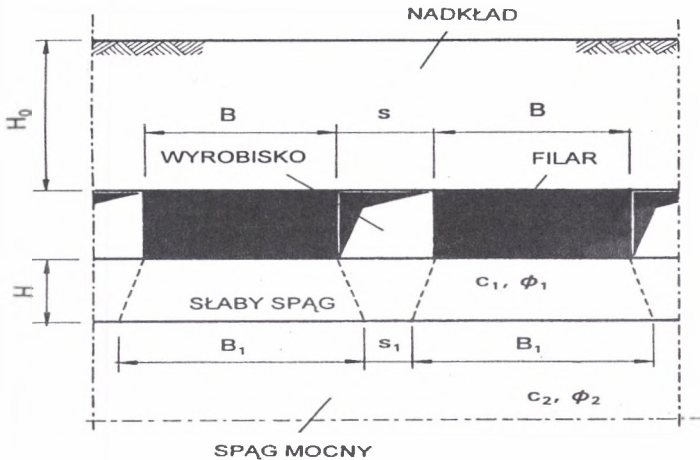
Sposób *Vesica* został oryginalnie opracowany dla pojedynczej, prostokątnej stopy fundamentowej spoczywającej na dwuwarstwowym podłożu (warstwa słaba przykrywająca warstwę mocniejszą) zbudowanym z czysto spóistego materiału o kącie tarcia wewnętrznego $\phi = 0^\circ$ charakterystycznym dla obydwu warstw. Na podstawie tej metody nośność graniczna podłoża zlokalizowanego pod takim prostokątnym fundamentem może być wyrażona jako:

$$UBC = c_1 \cdot N_m \quad (7.4)$$

gdzie c_1 jest spójnością (zakładając $\phi = 0^\circ$) górnej warstwy, natomiast N_m jest zmodyfikowanym współczynnikiem nośności:

$$N_m = \frac{k N_c^* (N_c^* + \beta - 1) [(k+1) N_c^{*2} + (1+k\beta) N_c^* + \beta - 1]}{[k(k+1) N_c^* + k + \beta - 1] [(N_c^* + \beta) N_c^* + \beta - 1] - (k N_c^* + \beta - 1) (N_c^* + 1)} \quad (7.5)$$

gdzie: $k = c_2/c_1$ jest stosunkiem kohezji (spójności) obydwu warstw, $N_c^* = 5.14(1+0.2B/L)$, natomiast $\beta = BL/[2(B+L)H]$. Spójności c_1 i c_2 mogą być wyznaczone bezpośrednio za pomocą jednej ze standardowych prób ścinania albo też, w wypadku grubszych oszacowań, można się posłużyć w tym celu następującą zależnością:



Rys. 7.1. Schemat zadania

Fig. 7.1. Physical problem

$$c = \frac{C_0(1 - \sin\phi)}{2 \cos\phi} \quad (7.6)$$

gdzie C_0 jest wytrzymałością na ściskanie, c jest spójnością, natomiast ϕ jest kątem tarcia wewnętrznego (dla czysto spoiстых materiałów $c = 0.5C_0$).

Równania (7.5) nie należy jednakże używać w przypadku, gdy $\beta < 1$ lub $\beta \rightarrow \infty$ ($H \rightarrow 0$), ponieważ:

- dla $\beta < 1$, $N_m < N_c^*$ (fizycznie nie do przyjęcia), oraz
- dla $\beta \rightarrow \infty$, $N_m \rightarrow KN_c^*(KN_c^* + 1)/(N_c^* + 1)$, chociaż powinno być: $N_m \rightarrow kN_c^*$.

7.3.3. Sposób Vesica-Specka [157]

W USA sposób *Vesica-Specka* jest najczęściej wykorzystywaną metodą w analizie stateczności odosobnionych filarów węglowych z punktu widzenia nośności spągu, który, podobnie jak w wyżej wymienionej metodzie, traktowany jest tu jako dwuwarstwowy (słaba warstwa spoczywająca na mocniejszej) układ spoiстых materiałów charakteryzujących się kątem tarcia wewnętrznego $\phi = 0^\circ$. Zgodnie z procedurą obliczeń *Vesica-Specka*, nośność graniczna spągu obliczana jest na podstawie równania (7.4), z tym jednak że spójność wierzchniej, słabszej warstwy skalnej c_1 określa się stosując podane niżej równanie wiążące wilgotność naturalną materiału skalnego z jego kohezją (Speck [157]):

$$c_1 = 0.15(14.273 - 1.151MC) \quad [\text{MPa}] \quad (7.7)$$

Powyższa zależność została wyprowadzona poprzez powiązanie ze sobą wilgotności naturalnej materiału, odpowiadającej jej wytrzymałości uzyskanej na podstawie badań w aparacie trójosiowego ściskania oraz obserwacji zachowania się spągu w warunkach in situ. Wartość spójności obliczono wstecz, posługując się równaniem *Vesica* oraz przyjmując, że nośność graniczna spągu równa jest wartości obciążenia filara (metoda przypadającego pola) w sytuacji nadmiernego wypiętrzania spągu, sygnalizującego zbliżanie się wartości współczynnika bezpieczeństwa do jedności (1.0). Dlatego też sposób *Vesica-Specka* może być uważany za metodę półempiryczną posługującą się *kalibrowaną* w sensie globalnym wartością kohezji c_1 , ukrywającą w sobie zarówno rzeczywistą wartość kąta tarcia wewnętrznego ($\phi \neq 0$), jak i wszelkie teoretyczne niedokładności występujące w równaniu *Vesica*. Pomimo że oryginalnie sposób *Vesica-Specka* był opracowany dla $c_2 = 1.71$ MPa, jest on z powodzeniem stosowany i dla innych, spotykanych in situ, wartości c_2 .

7.3.4. Sposób Vesica-Chugha-Haqa-Chandrasekhara (sposób Vesica-CHC) [27]

Sposób ten stanowi również modyfikację (Chugh i in. [27]) metody *Vesica*. Zgodnie z podejściem *Vesica-CHC*, po wyznaczeniu za pomocą obciążeń próbnych (plytowych) nośności granicznych wierzchniej, słabej warstwy spągu q_1 oraz silniejszej warstwy niższej q_2 , z równania *Vesica* (równanie 7.5) oblicza się współczynnik N_m wprowadzając parametr $k = \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1}$. Na podstawie wartości q_1 i q_2 , uzyskanych albo z badań przeprowadzonych in situ, albo z równań (7.1a-c), możliwe jest określenie nośności \bar{q}_1 i \bar{q}_2 w następujący sposób:

$$\bar{q}_1 = q_1 \cdot F_r(UBC) \quad \text{oraz} \quad \bar{q}_2 = q_2 \cdot F_r(UBC) \quad (7.8)$$

Wartości te reprezentują wtedy znormalizowaną nośność płyty próbnej (wysoka wartość stosunku H/B). W przypadku gdy analizę prowadzi się na podstawie wyłącznie parametrów materiałowych, można się posłużyć poniższymi zależnościami:

$$\bar{q}_1 = c_1 N_{c_1} \bar{F}_{c_1} \quad \text{oraz} \quad \bar{q}_2 = c_2 N_{c_2} \bar{F}_{c_2} \quad (7.9)$$

gdzie c_1 i c_2 reprezentują spójność, N_{c_1} i N_{c_2} są współczynnikami nośności (uwzględniającymi jednocześnie wpływ kształtu), natomiast \bar{F}_{c_1} oraz \bar{F}_{c_2} są współczynnikami *Mandela-Salencona* (używany tylko w metodzie *Pytla-Chughy*; patrz wzór (7.12) i rys. 7.3) stosownymi, odpowiednio, dla wyższej i niższej warstwy. Ostatecznie, nośność graniczna warstwy spągu obliczana jest jak następuje:

$$UBC = q_1 N_m \quad (7.10)$$

Podstawową zaletą tej metody, porównując z podejściem *Vesica-Specka*, jest to, że wprowadza ona do analizy realistyczne estymaty nośności granicznej obydwu warstw układu. Metoda ta jednak, podobnie jak i pozostałe dotychczas omawiane techniki, przyjmuje po pierwsze, że wartości kątów tarcia wewnętrznego materiału obydwu warstw są równe zeru, a po drugie, pomija wpływy pochodzące od sąsiednich filarów i ociosów. Jej podstawową wadą są więc sprzeczne założenia co do kątów tarcia wewnętrznego ϕ , które w równaniu *Vesica* mają przypisaną z założenia wartość zerową, natomiast ukrytym w nośnościach q_1 i q_2 wartościom kątów ϕ przypisuje się rzeczywiste, różne od zera wartości. Aby usunąć tę sprzeczność, konieczne było opracowanie takiej metody szacowania współczynników nośności, która byłaby w stanie uwzględniać w sposób jawny rzeczywistą wartość kątów ϕ .

7.3.5. Sposób Pytla-Chughy [32]

Mając na uwadze wyżej sformułowane zastrzeżenia, autor opracował nową, oryginalną metodę szacowania nośności słabego spągu, uwzględniającą szereg nowych, niedostępnych dla innych technik, parametrów układu. Metoda ta jest techniką przybliżoną, uwzględniającą kąty tarcia wewnętrznego dla obydwu warstw, a także wpływ sąsiednich filarów. Na rys. 7.1 przedstawiono schemat rozpatrywanego zadania, w którym ciąg filarów o szerokości B i długości L każdy, oddzielonych od siebie o odległość s , spoczywa na słabej, odkształcalnej warstwie materiału (c_1 , ϕ_1 , γ_1) o skończonej miąższości H podścielonej przez odkształcalną warstwę innego materiału o nieskończonej grubości i o parametrach c_2 , ϕ_2 , γ_2 .

Wszystkie prace teoretyczne i doświadczalne potwierdzają tezę, że wpływ sąsiednich filarów/fundamentów na UBC jest pomijalny dla małych wartości ϕ , jednakże nabiera znaczenia dla jego większych wartości. Obecnie jedynie metoda Mandela [104], opracowana dla przypadku jednorodnego podłoża, może znaleźć zastosowanie w bardziej złożonych zagadnieniach górniczych, a to z tego względu, że tylko ta technika jest w stanie uwzględniać jednocześnie i spójność, i kąt tarcia wewnętrznego, i wpływ sąsiednich filarów. Można to osiągnąć poprzez zastąpienie ogólnych współczynników nośności N_c , N_q i N_γ przez współczynniki \tilde{N}_c , \tilde{N}_q i \tilde{N}_γ zdefiniowane następująco:

$$\tilde{N}_c = \xi N_c, \quad \tilde{N}_q = \left[(\xi - 1) \left(1 - \frac{1}{N_q} \right) + 1 \right] N_q, \quad \tilde{N}_\gamma = G N_\gamma \quad (7.11)$$

gdzie ξ jest współczynnikiem zwiększającym (*factor of majoration*), a jego wartości dla wybranych wartości kąta tarcia ϕ podano na rys. 7.2. Ze względu na nieznaczny wpływ współczynnika N_γ na nośność UBC filara, współczynnik G może być pominięty w analizie.

Podobnie, przegląd literatury (Pytel [126], Chugh i Pytel [32]) wskazuje, że nie istnieje dostępna metoda analityczna określania nośności UBC fundamentu/filara spoczywającego na układzie dwóch warstw charakteryzujących się różnym od zera kątem tarcia wewnętrznego. Istnieje jednakże metoda opracowana przez Mandela i Salencona [105] dla warstwy pojedynczej, która mogła być użyteczna na etapie formułowania podejścia bardziej ogólnego, tj. stosownego dla układu dwuwarstwowego. Dlatego autor zaproponował nowy sposób projektowania filarów, zwany metodą *Pytla-Chughy*, który można scharakteryzować następująco:

- Podłoże traktowane jest jako układ dwóch warstw, z warstwą słabszą przykrywającą mocniejszą warstwę.
- Uwzględnia się wpływ sąsiednich filarów i niezerowe wartości kątów tarcia wewnętrznych charakteryzujących poszczególne warstwy.
- Nowy współczynnik nośności N_i oblicza się bazując na podejściu *Mandela-Salencona* [105].
- Nośność graniczną słabej warstwy pod filarem określa się na podstawie bezpośrednich pomiarów lub na podstawie związków korelacyjnych z wilgotnością naturalną jako parametrem wiodącym (równania 7.1a-c).
- Nośność graniczna dolnego, mocnego podłoża oblicza się stosując ogólne równania nośności.
- Stosuje się współczynniki redukccyjne bazujące na równaniach opracowanych przez Pułę i in. [124], (równania 7.2a-c).

Autor założył, że nośność spągu w warunkach ogólnych może być wyrażona następującą estymatą:

$$q = \frac{q_1 \cdot q_2}{q_1 + q_2} + E_{\gamma\gamma} \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_2} \quad (7.12)$$

gdzie \bar{q}_1, \bar{q}_2 reprezentują nośność spągu jednorodnego (o miąższości nieskończonej), zbudowanego z materiału warstwy górnej lub z materiału warstwy dolnej:

$$\bar{q}_1 = c_1 N_{c1} s_c \bar{F}_{c1} + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma1} s_{\gamma} \bar{F}_{\gamma1} \quad (7.13a)$$

$$\bar{q}_2 = c_2 N_{c2} s_c \bar{F}_{c2} + \frac{1}{2} \gamma_2 B N_{\gamma2} s_{\gamma} \bar{F}_{\gamma2} \quad (7.13b)$$

gdzie \bar{F}_c i \bar{F}_{γ} są współczynnikami *Mandela* i *Salencona* dla warunków jednorodnych przy danym kącie tarcia wewnętrznego ϕ . q_1 reprezentuje nośność spągu, przy założeniu że warstwa dolna spągu jest nieodkształcalna (rozwiązanie *Mandela-Salencona*) oraz odległość pomiędzy ociosami sąsiadujących ze sobą filarów $s > s_0$, gdzie s_0 kolei

$$s_0 = 2B \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \frac{H}{B} e^{\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \tan\phi} \frac{1}{\cos\phi} \quad (7.14)$$

Wielkość q_2 we wzorze (7.12) reprezentuje nośność niższej warstwy z uwzględnieniem „współczynnika zwiększającego” $\xi \left(\frac{2s_1}{B_1} \right)$, gdzie $B_1 = \frac{B}{\eta}$ oraz $s_1 = s - B \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right)$. Autor założył bowiem, że obciążenie pochodzące od filara rozkłada się na większej powierzchni stropu warstwy dolnej proporcjonalnie do współczynnika zmniejszającego $\alpha = 1/\eta^2$, gdzie η jest współczynnikiem rozkładu naprężeń poniżej środka obszaru prostokątnego poddanemu obciążeniu równomiernie rozłożonemu (patrz rys. 7.4). Wielkość $E_{\gamma\gamma}$ w zależności (7.12) reprezentuje największy błąd estymacji generowany przez równanie:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} \quad (7.15)$$

który pojawia się, gdy $\bar{q}_1 = \bar{q}_2$. Zakładając dodatkowo, że

$$q_1 = q_1^* + \bar{q}_1 \text{ oraz } q_2 = q_2^* + \bar{q}_2 \quad (7.16)$$

gdzie:

$$q_1^* = c_1 N_{c1} s_c (F_{c1} - \bar{F}_{c1}) + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma 1} s_{\gamma} (F_{\gamma} - F_1) \quad (7.17)$$

$$\frac{q_2^*}{F_{\gamma 2}} = c_2 N_{c2} s_c \bar{F}_{c2} (\alpha \xi - 1) + \frac{1}{2} N_{\gamma 2} \gamma_2 s_B (B_1 G \alpha - B) + \gamma_1 H s_q \bar{F}_{q2} N_{q2} \alpha \quad (7.18)$$

autor wykazał, że postać równania (7.12) dla nośności spągu pod filarem prostokątnym jest uzasadniona pod warunkiem, że największy błąd estymacji jest wyrażony wzorem:

$$E_{\gamma 1} = q_{1s} - \frac{q_1^* q_2}{q_1 + q_2} \quad (7.19)$$

gdzie q_{1s} reprezentuje nośność warstwy nieskończonej zbudowanej z materiału wyższej warstwy spągu zakładając wzajemny wpływ na siebie sąsiadujących filarów.

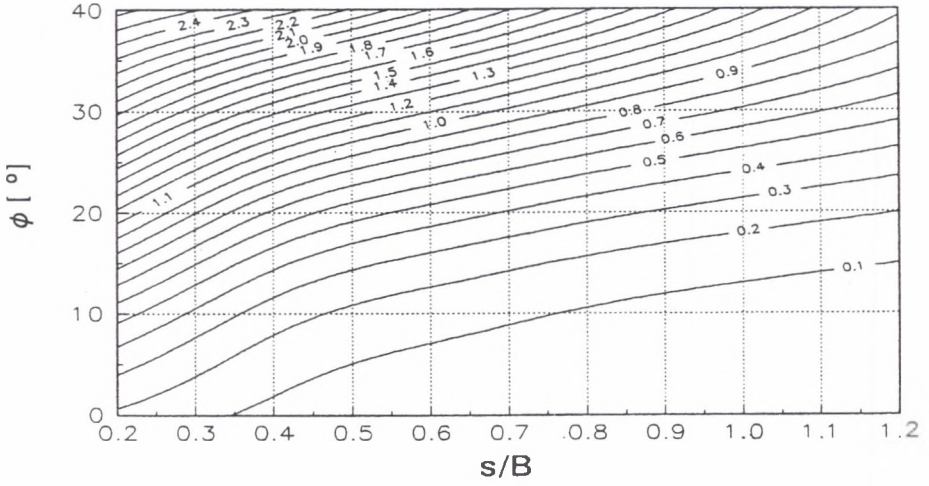
Ostatecznie, zakładając nieważkość materiału zalegającego pod filarem, autor uzyskał następujące wyrażenie na nośność graniczną spągu zlokalizowanego pod obciążonym pionowo filarem:

$$UBC = \bar{q}_1 N_f = \bar{q}_1 \left[\frac{1}{\frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_2} \frac{1}{\alpha \xi} + \frac{\bar{F}_c}{F_c}} + \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_2} \left(\xi_1 - \frac{1}{\frac{1}{\alpha \xi} + \frac{\bar{F}_c}{F_c}} \right) \right] \quad (7.20)$$

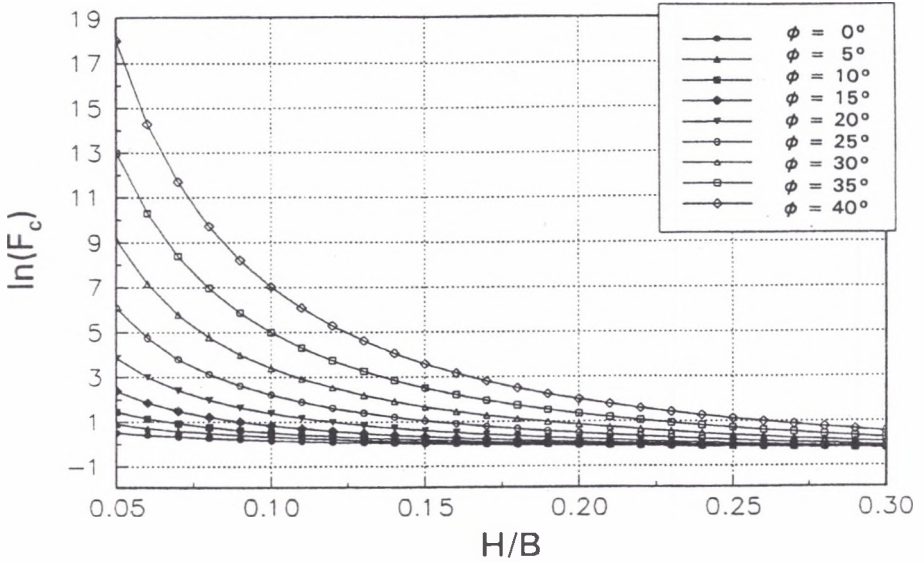
gdzie: F_c jest współczynnikiem *Mandela-Salencona* (Mandel i Salencon [105]) wyznaczonym przy założeniu, że kąt tarcia pomiędzy filarem węglowym i warstwą zalegającą pod nim $\delta = \frac{2}{3} \phi$ (wartości F_c można odczytać z rys. 7.3 lub tabeli 7.1); \bar{F}_c jest współczynnikiem *Mandela-Salencona* odpowiednim dla warunków jednorodnych (dla $\phi = 0^\circ$, $F_c = 0.778$; dla $\phi = 10^\circ$, $F_c = 0.691$; dla $\phi = 20^\circ$, $F_c = 0.585$; dla $\phi = 30^\circ$, $F_c = 0.460$); ξ jest współczynnikiem zwiększającym *Mandela* (Mandel [104]) obliczonym dla danej odległości s_1 i danego kąta ϕ_2 (wartości ξ podano na rys. 7.2); ξ_1 jest współczynnikiem zwiększającym *Mandela* obliczonym dla kąta ϕ_2 i szerokości wyrobiska s . Autor założył, że obciążenie pochodzące od filara rozkłada się na większej powierzchni stropu warstwy dolnej proporcjonalnie do współczynnika zmniejszającego $\alpha = 1/\eta^2$, gdzie η jest współczynnikiem rozkładu naprężeń poniżej środka obszaru prostokątnego poddanego obciążeniu równomiernie rozłożonemu [159], (patrz rys. 7.4).

$$\eta = \frac{2}{\pi} \left[\arctan \frac{\frac{L}{B}}{\frac{H}{B} \sqrt{1 + \left(\frac{L}{B}\right)^2 + \left(\frac{H}{B}\right)^2}} - \frac{H}{B} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{H}{B}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{L}{B}\right)^2 + \left(\frac{H}{B}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{L}{B}\right)^2 + \left(\frac{H}{B}\right)^2} - \frac{H}{B} \right] \right] \quad (7.21)$$

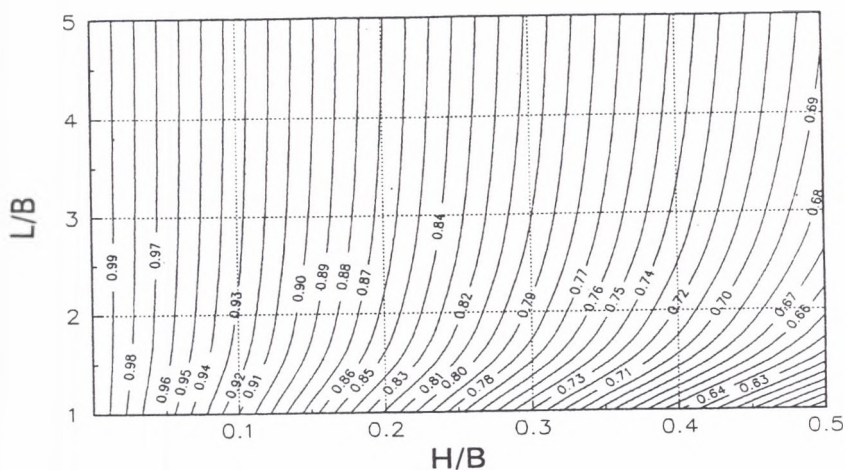
gdzie B i L są szerokością i długością filara, natomiast H jest miąższością górnej warstwy spągu.



Rys. 7.2. Wartości logarytmu współczynnika zwiększającego ξ wg Mandela (1965)
 Fig. 7.2. Contour of $\ln(\xi)$ of Mandel (1965) factor of majoration



Rys. 7.3. Wartości logarytmu współczynnika F_c wg Mandela-Salencon (1969)
 Fig. 7.3. Values of $\ln(F_c)$ of Mandel-Salencon (1969) coefficient F_c



Rys. 7.4. Wartości współczynnika rozkładu naprężeń η poniżej środka równomiernie obciążonej powierzchni

Fig. 7.4. Coefficient of stress distribution η below the center of the uniformly loaded area

Tabela 7.1

Wartości współczynników F_c , według Mandela i Salencona [105]

| ϕ | B/H | | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|-------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 15 | 20 | 30 |
| 30° | 0.562 | 0.891 | 1.460 | 2.330 | 3.78 | 10.5 | 30.2 | 491 | 8930 | 351E4 |
| 20° | 0.622 | 0.776 | 0.997 | 1.260 | 1.58 | 2.49 | 3.96 | 13.3 | 47.7 | 703 |
| 10° | 0.699 | 0.774 | 0.879 | 0.994 | 1.11 | 1.36 | 1.66 | 2.67 | 4.22 | 10.5 |
| 0° | 0.778 | 0.808 | 0.861 | 0.918 | 0.972 | 1.07 | 1.17 | 1.42 | 1.59 | 1.84 |

7.4. Wpływ anizotropii na nośność układu

Chociaż w praktyce często można napotkać problemy związane z nośnością graniczną spągu zbudowanego ze skał anizotropowych, ilość danych źródłowych potrzebnych do wyznaczenia wymiarów filarów spoczywających na takim podłożu jest bardzo ograniczona. Dzieje się tak przede wszystkim dlatego, że rozwiązania *dokładne* są zbyt złożone i dlatego najczęściej niedostępne dla projektowania na poziomie zarządzania kopalnią. Mając to na uwadze, autor opracował uproszczoną metodę bazującą na metodzie stanów granicznych, pozwalającą określić wpływ anizotropii na nośność bezpośredniego spągu zbudowanego ze skał osadowych, takich jak glina spągowa (claystone) lub łupek.

Polożenie punktu O , opisane parametrami y i r , jest na tym etapie analizy nieznane, natomiast pozostałe wielkości są wyjaśnione na rys. 7.5.

Wstawiając $c(\Theta)$ i $\tan\phi(\Theta)$ z równania (7.22), oraz σ_x i σ_z z równania (7.24), do równania (7.23) i następnie je upraszczając, otrzymano następujące wyrażenie na najwyższą wartość (upper bound) nośności granicznej:

$$UBC = c_h N_{ca} \quad (7.25)$$

gdzie:

$$N_{ca} = \frac{\left(\frac{c_v}{c_h} - 1\right) \sin(\Theta_I - \Theta_0) \cos(\Theta_I + \Theta_0) - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{c}_v}{c_h} - \frac{\bar{c}_h}{c_h}\right) \sin 2\Theta_I + \left(\frac{c_v}{c_h} + 1\right) (\Theta_I - \Theta_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{c}_v}{c_h} + \frac{\bar{c}_h}{c_h}\right) (\pi - 2\Theta_I)}{\frac{\frac{r}{B}}{\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{l+r}{2}\right)^2} - \frac{1}{2\pi} \int_{\Theta_0}^{\Theta_I} (\tan \phi_h \sin^2 \Theta + \tan \phi_v \cos^2 \Theta) (\sigma_z \sin \Theta + \sigma_x \cos \Theta) d\Theta}$$

$$\Theta_0 = \arccos \frac{\frac{l}{2} + \frac{r}{B}}{\sqrt{\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{l}{2} + \frac{r}{B}\right)^2}}, \quad \Theta_I = \pi - \Theta_0, \quad \Theta_I = \arcsin \frac{\frac{y}{B} + \frac{H}{B}}{\sqrt{\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{l}{2} + \frac{r}{B}\right)^2}}$$

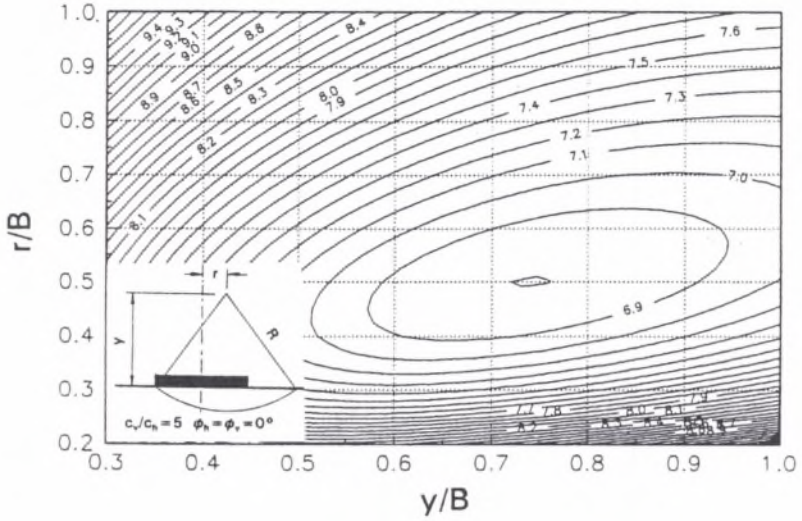
$$\beta_I = \frac{\pi}{2} - \frac{\Theta_I - \Theta_0}{2}, \quad \beta_2 = \arctan \frac{\frac{y}{B} - \sqrt{\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{l}{2} + \frac{r}{B}\right)^2}}{\left(\frac{l}{2} - \frac{r}{B}\right) + \sqrt{\left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{l}{2} + \frac{r}{B}\right)^2} \cos \Theta}$$

c_b , c_v , ϕ_b , ϕ_v , i \bar{c}_h , \bar{c}_v , $\bar{\phi}_h$ oraz $\bar{\phi}_v$ są poziomymi i pionowymi składnikami spójności i kąta tarcia wewnętrznego stosownymi odpowiednio dla górnej-słabszej oraz dolnej-mocnej warstwy. Ponieważ równanie (7.25) zawiera w mianowniku skomplikowaną całkę, minimum parametru N_{ca} nie może być określone analitycznie. Można tego dokonać stosując odpowiednią procedurę poszukiwawczą, która zazwyczaj jest w stanie znaleźć punkt(y) występowania lokalnego minimum na powierzchni $N_{ca}\left(\frac{r}{B}, \frac{y}{B}\right)$.

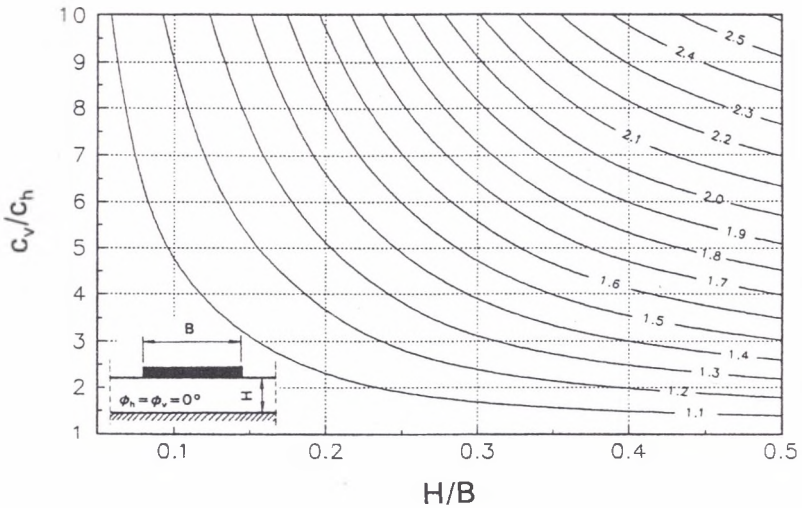
W przypadku gdy promień R sięga niższej warstwy, całka występująca w mianowniku równania (7.25) musi być nieznacznie zmodyfikowana.

Na rys. 7.6 przedstawiono przykład takiej powierzchni odpowiadającej jednowarstwowemu układowi zbudowanemu z czysto spoiowego ($\phi = 0^\circ$) anizotropowego ($\frac{c_v}{c_h} = 5$) materiału. Wpływ

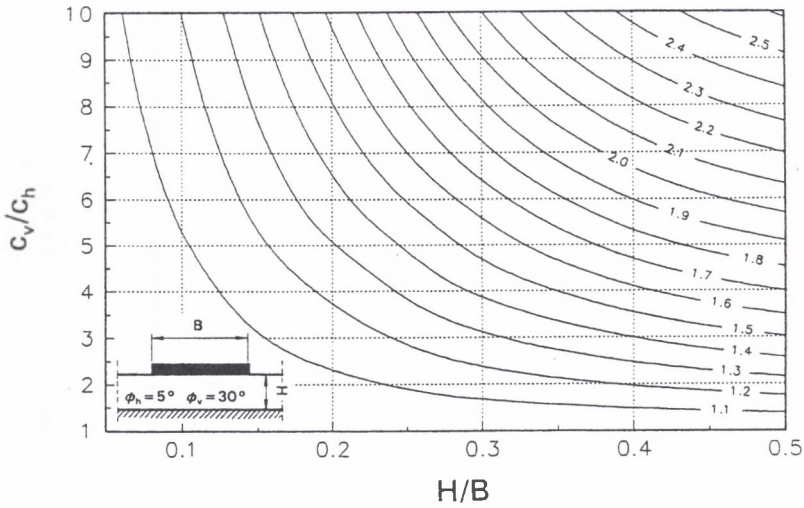
anizotropii spójności na nośność graniczną filarów spoczywających na jednowarstwowym spągu przedstawiono natomiast na rys. 7.7-7.8. Wyniki obliczeń potwierdziły tezę, że anizotropia ma drugorzędne znaczenie i może być pominięta w analizie układów z cienką, słabą warstwą spągu bezpośredniego, w której może się rozwinąć płaska powierzchnia poślizgu o stosunkowo dużym promieniu. Z tego też powodu, w przypadkach jakie najczęściej występują na Środkowym Zachodzie USA ($H/B < 0.1$), anizotropia spągu jest przyczyną co najwyżej 10-procentowego wzrostu nośności granicznej spągu w porównaniu z wynikami otrzymanymi dla przypadku izotropowego. Nośność graniczna spągu może być zatem wyznaczana za pomocą jednej z wyżej opisanych metod (rozdz. 7.3), traktując ośrodek jako izotropowy z parametrami $c = c_h$ i $\phi = \phi_h$ (wyznaczonymi w kierunku poziomym) odpowiednimi dla każdej z warstw.



Rys. 7.6. Przykład rozkładu współczynnika N_{c01} dla jednowarstwowego układu
 Fig. 7.6. Example of factor N_{c01} contour for one-layer system



Rys. 7.7. Wzrost nośności spowodowany anizotropią ograniczonej warstwy spójnej
 Fig. 7.7. Bearing capacity increment due to anisotropy for finite layer purely cohesive system



Rys. 7.8. Wzrost nośności granicznej spowodowany anizotropią układu z kątami $\phi_h=5^\circ$ i $\phi_v=30^\circ$
 Fig. 7.8. Bearing capacity increment due to anisotropy for finite layer system with $\phi_h=5^\circ$ and $\phi_v=30^\circ$

7.5. Przykład obliczeniowy

7.5.1. Opis zadania

Metody obliczeniowe prezentowane w niniejszym opracowaniu autor zilustrował poniżej krok po kroku za pomocą przykładu obliczeniowego. Średnie dane dotyczące parametrów wytrzymałościowych słabej warstwy spągu oraz geometrii zadania są, jak podano niżej.

- Zawartość wilgoci w wyższej warstwie spągu: $MC_1 = 10\%$
- Zawartość wilgoci w niższej warstwie spągu: $MC_2 = 4\%$
- Wymiar płytki badawczej: $B_{pl} = 0.3048\text{ m (1 ft)}$
- Szerokość filara: $B = 12.192\text{ m (40 ft)}$
- Długość filara: $L = 12.192\text{ m (40 ft)}$
- Szerokość wyrobiska/chodnika: $s = 6.09\text{ m (20 ft)}$
- Grubość słabej warstwy spągu: $H = 1.219\text{ m (4 ft)}$
- Kąty tarcia wewnętrzne dla warstw spągu: $\phi_1 = 10^\circ$ i $\phi_2 = 25^\circ$

7.5.2. Metoda Vesica-Specka

Krok 1 - Obliczenie spójności c_1 górnej warstwy (równanie 7.7):

$$c_1 = 0.15(14.273 - 1.151 MC_1) = 0.15(14.273 - 1.151 \cdot 10) = 0.414\text{ MPa}$$

Krok 2 - Obliczenie stosunku spójności c_2/c_1 (spójność dolnej warstwy wynosi z założenia $c_2 = 1.709\text{ MPa}$)

$$k = c_2/c_1 = 1.709/0.414 = 4.13$$

Krok 3 - Obliczenie współczynnika β : $\beta = BL/[2H(B + L)] = 12.192^2 / [2 \cdot 1.219(12.192 + 12.192)] = 2.5$

Krok 4 - Obliczenie współczynnika nośności:

$$N_c^* = 5.14 (1 + 0.2B/L) = 5.14 (1 + 0.2 \cdot 12.192/12.192) = 6.17$$

Krok 5 - Obliczenie zmodyfikowanego współczynnika nośności (równanie 7.5): $N_m = 7.135$

Krok 6 - Obliczenie nośności spągu pod pełnowymiarowym filarem (równanie 7.4):

$$UBC = c_1 N_m = 0.414 \cdot 7.135 = 2.954 \text{ MPa}$$

7.5.3. Metoda Vesica-CHC

Krok 1 - Obliczenie nośności UBCs pod płytą próbną dla górnej i dolnej warstwy spągu (równanie 7.1c):

$$q_1 = 11.056 e^{-0.145MC_1} = 2.593 \text{ MPa (396.07 psi)}, \quad q_2 = 11.056 e^{-0.145MC_2} = 6.190 \text{ MPa}$$

Krok 2 - Obliczenie współczynników redukcyjnych (równanie 7.2c) ze względu na wpływ wymiaru płytki:

$$F_r(UBC_1) = (8.327 - 0.711 MC_1 + 0.293/12.192)/(8.327 - 0.711 MC_1 + 0.293/0.3048) = 0.569$$

$$F_r(UBC_2) = (8.327 - 0.711 MC_2 + 0.293/12.192)/(8.327 - 0.711 MC_2 + 0.293/0.3048) = 0.854$$

Krok 3 - Obliczenie znormalizowanej nośności granicznej górnej i dolnej warstwy przy założeniu warunków jednorodnych:

$$\bar{q}_1 = q_1 F_r(UBC_1) = 2.593 \cdot 0.569 = 1.475 \text{ MPa}$$

$$\bar{q}_2 = q_2 F_r(UBC_2) = 6.190 \cdot 0.854 = 2.286 \text{ MPa}$$

Krok 4 - Obliczenie stosunku nośności $k = \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1}$: $k = \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1} = \frac{2.286}{1.475} = 1.55$

Krok 5 - Obliczenie zmodyfikowanego współczynnika nośności (równanie 7.5), dla wartości N_c^ i β obliczonych wyżej: $N_m = 6.601$*

Krok 6 - Obliczenie nośności spągu pod pełnowymiarowym filarem (równanie 7.4):

$$UBC = \bar{q}_1 N_m / N_c^* = 1.475 \cdot 6.601 / 6.17 = 1.578 \text{ MPa}$$

7.5.4. Metoda Pytla-Chughra

Krok 1 - Obliczenie współczynnika rozkładu naprężeń na głębokości 1.21 m (4 ft) pod środkiem filara, dla $L/B = 1.0$ i $H/B = 0.10$ (równanie 7.21 lub rys. 7.4): $\eta = 0.91$

Krok 2 - Obliczenie wymiaru obszaru obciążonego B_1 na głębokości 1.21 m (strop warstwy niższej):

$$B_1 = B/\eta = 12.192/0.91 = 13.398 \text{ m}$$

Krok 3 - Obliczenie odległości s_1 pomiędzy obszarami obciążonymi na głębokości 1.21 m (strop warstwy niższej):

$$s_1 = s - B(1/\eta - 1) = 6.09 - 12.192(1/0.91 - 1) = 4.88 \text{ m}$$

Krok 4 - Obliczenie współczynnika α : $\alpha = 1/\eta^2 = 1/0.91^2 = 1.207$

Krok 5 - Wyznaczenie współczynnika zwiększającego ξ dla $s_1/B = 4.88/12.192 = 0.4$ i $\phi_2 = 25^\circ$:
 $\ln\xi(s_1/B, \phi_2) = \ln\xi(0.4, 25) = 1.0 \Rightarrow \xi = 2.72$

Krok 6 - Wyznaczenie współczynnika zwiększającego ξ_1 dla $s/B = 6.09/12.192 = 0.5$ i $\phi_2 = 25^\circ$:
 $\ln\xi(s/B, \phi_2) = \ln\xi(0.5, 25) = 0.85 \Rightarrow \xi_1 = 2.34$

Krok 7 - Wyznaczenie współczynników \bar{F}_c i F_c dla warstwy wyższej dla $H/B = 0.10$ i $\phi_1 = 10^\circ$:
 $\bar{F}_c = 0.691$ for $\phi_1 = 10^\circ$

$\ln F_c = 0.50 \Rightarrow F_c = 1.65$ (wyznaczone z rys. 7.3)

Krok 8 - Wyznaczenie zmodyfikowanego współczynnika nośności N_1 (równanie 7.12) stosując wartości \bar{q}_1 i \bar{q}_2 określone wyżej: $N_1 = 2.242$

Krok 9 - Określenie nośności warstwy spągu pod filarem węglowym: $UBC = \bar{q}_1 N_1 = 1.475 \cdot 2.242 = 3.306$ MPa

Wyżej pokazany przykład obliczeniowy był również analizowany przez autora przy zastosowaniu rozmaitych wartości względnej grubości spągu H/B . Wyniki obliczeń przedstawione na rys. 7.9 wskazują, że dla wartości $H/B \cong 0.15$ metody *Vesica-Specka* i *Pytla-Chughha* dają podobne rezultaty co do obliczonej nośności spągu, podczas gdy odpowiednie wartości otrzymane wg metody *Vesica-CIIC* są znacznie niższe. Dla innych wartości ϕ i c , użytych w obliczeniach, powyższe trendy mogą ulec przekształceniu.

7.6. Dołowa weryfikacja modelu

Problem szacowania nośności warstwy słabego spągu autor zilustrował poniżej przykładami zachowania się układu w warunkach rzeczywistych.

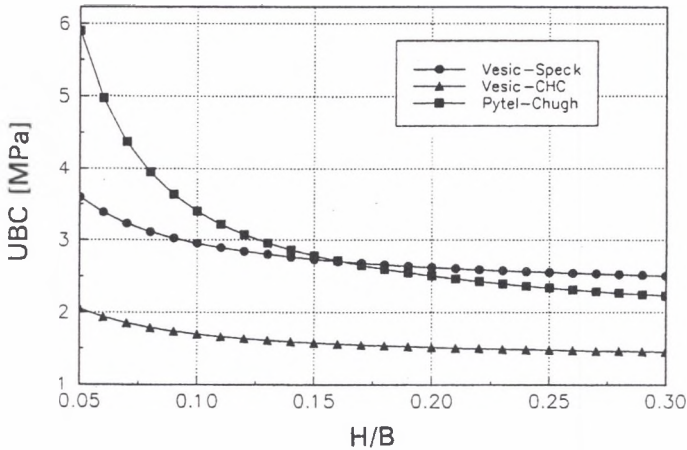
7.6.1. Przypadek I

W rozpatrywanej kopalni złożo wybrano stosując dwie różne geometrie wydobywania realizowane w systemie filarowo-komorowym: *Geometrię I*, której towarzyszyły pewne problemy związane ze znacznym osiadaniami filarów i wypiętrzaniem spągu, oraz *Geometrię II* bez tego rodzaju niepokojących zjawisk.

Informacje otrzymane od pracowników kopalni w połączeniu z danymi geotechnicznymi uzyskanymi na miejscu pozwoliły oszacować adekwatność stosowanych metod wyznaczania nośności granicznej spągu. Dane użyte w przeprowadzonych obliczeniach zestawiono poniżej.

- Grubość nadkładu: $H_o = 106.07$ m
- Szerokość filarów: $B = 6.706$ m dla *Geometrii I*, i $B = 9.144$ m dla *Geometrii II*
- Długość filara: $L = 9.144$ m
- Szerokość wyrobiska/chodnika: $s = 6.096$ m
- Miąższość słabej warstwy spągu: $H = 0.9$ m
- Wilgotność wyższej warstwy spągu: $MC_1 = 6$ pct.
- Kąty tarcia wewnętrznego: $\phi_1 = 10^\circ$ i $\phi_2 = 25^\circ$
- Spójność wyższej warstwy: $c_1 = 0.15$ ($14.273 - 1.151 MC_1$) = 1.104 MPa
- Spójność niższej warstwy spągu: $c_2 = 4.826$ MPa
- Nośność graniczna wyższej warstwy uzyskana z obciążeń próbnych: $q_1 = 5.398$ MPa

- Nośność graniczna: $q_2 = (c_2/c_1) \cdot q_1 = (4.826/1.104)5.398 = 23.59 \text{ MPa}$; założenie to narzuca taki sam stosunek wytrzymałości dla wszystkich użytych metod obliczeniowych
- Wymiar płytki próbnej: $B_{pl} = 0.3048 \text{ m}$



Rys. 7.9. Nośność graniczna jako funkcja stosunku H/B dla metody *Vesica-Specka* i *Pytla-Chugha*
 Fig. 7.9. Ultimate bearing capacity as a function of H/B for *Vesic-Speck*, *Vesic-CHC* and *Pytel-Chugh* approaches

7.6.2. Przypadek II

Przypadek ten bazuje na obserwacjach zachowania się filarów przyścianowych (Chugh i Yu [34]) oprzyrządowanych w celu pomiaru przyrostów obciążenia działającego na filary, ich osiadań oraz odpowiednich deformacji w przyległych rejonach (np. wypiętrzania spągu) spowodowanych przejściem frontu w ich pobliżu. Zewnętrzne objawy niestateczności filarów/spągu zostały powiązane z pomierzonymi przyrostami obciążenia i estymatami nacisków działających na niszczone filary, dzięki czemu nośność spągu pod pełnowymiarowymi filarami można było z grubsza oszacować. Komplet danych charakteryzujących miejsce pomiarów i użytych w analizie numerycznej podano niżej.

- Szerokość filara: $B = 13.56 \text{ m}$
- Długość filara: $L = 25.75 \text{ m}$
- Szerokość wyrobiska/chodnika: $s = 4.72 \text{ m}$
- Miąższość słabej warstwy spągu: $H = 1.22 \text{ m}$
- Wilgotność naturalna warstwy wyższej: $MC_1 = 4 \text{ pct}$.
- Kąty tarcia wewnętrzznego: $\phi_1 = 10^\circ$ i $\phi_2 = 25^\circ$
- Spójność warstwy wyższej: $c_1 = 0.15 (14.273 - 1.151 MC_1) = 1.45 \text{ MPa}$
- Spójność warstwy niższej: $c_2 = 4.826 \text{ MPa (700 psi)}$
- Nośność graniczna spągu uzyskana za pomocą próbnych obciążeń płytowych: $q_1 = 6.895 \text{ MPa}$
- Nośność graniczna: $q_2 = (c_2/c_1) \cdot q_1 = (4.826/1.45)6.895 = 22.948 \text{ MPa}$; założenie to narzuca taki sam stosunek wytrzymałości dla wszystkich użytych metod obliczeniowych
- Wymiar płytki próbnej: $B_{pl} = 0.3048 \text{ m}$

Wartości obliczonych współczynników bezpieczeństwa dla spągu wg różnych metod

| | Geometria I (duże przemieszczenia) | | | Geometria II (nieznaczne przemieszczenia) | | | Filary przyscianowe (bardzo duże przemieszczenia) | | |
|-----------------------------|---------------------------------------|-----------|-------------|--|-----------|-------------|--|-----------|-------------|
| | Vesic-Speck | Vesic-CHC | Pytel-Chugh | Vesic-Speck | Vesic-CHC | Pytel-Chugh | Vesic-Speck | Vesic-CHC | Pytel-Chugh |
| Obciążenie q_p [MPa] | 8.406 ^a | | | 7.331 ^a | | | 11.22-13.69 ^b | | |
| L/B | 1.364 | | | 1.000 | | | 1.900 | | |
| H/B | 0.134 | | | 0.098 | | | 0.090 | | |
| s/B | 0.909 | | | 0.667 | | | 0.696 ^c | | |
| Metoda | Vesic-Speck | Vesic-CHC | Pytel-Chugh | Vesic-Speck | Vesic-CHC | Pytel-Chugh | Vesic-Speck | Vesic-CHC | Pytel-Chugh |
| UBC [MPa] | 7.340 | 5.481 | 8.410 | 7.929 | 5.655 | 10.71 | 10.44 | 7.439 | 13.02 |
| Współczynnik bezpieczeństwa | 0.873 | 0.652 | 1.000 | 1.081 | 0.771 | 1.460 | 0.76-0.93 | 0.54-0.66 | 0.95-1.16 |

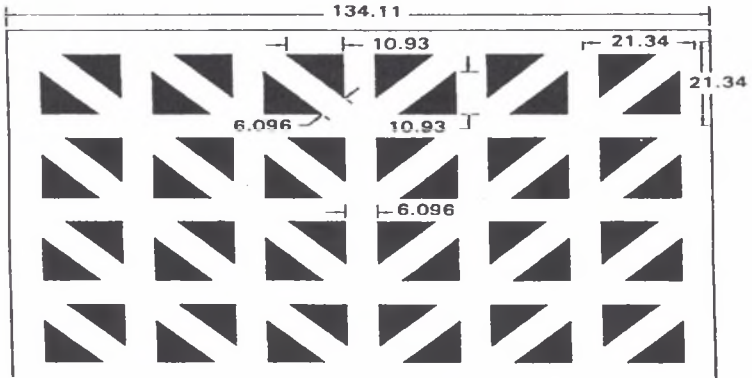
^a - obliczone na podstawie teorii przypadającego pola^b - mierzone in situ^c - s obliczone jako średnia wartości z obu stron filara

Przedstawione w tabeli 7.3 wyniki przeprowadzonych przez autora obliczeń wskazują, że metoda *Vesica-Specka* i metoda *Pytla-Chugha* daje zbliżone wyniki. Wszystkie techniki obliczeniowe pozwoliły przewidzieć niestateczność (współczynniki bezpieczeństwa odpowiednio 0.873, 0.652 i 1.00) *Geometrii I*, podczas gdy stateczność *Geometrii II* została potwierdzona tylko za pomocą metody *Vesica-Specka* (marginalnie) i metody *Pytla-Chugha*. Analiza przypadku II wykazała, że tylko metoda *Pytla-Chugha* była w stanie przewidzieć odpowiednie współczynniki bezpieczeństwa (bliskie jedności) podczas uplastyczniania spągu i dlatego ta metoda wydaje się być najbardziej odpowiednia w zastosowaniu do wymiarowania filarów spoczywających na spągu pracującym w strefie bliskiej odkształceniom plastycznym.

7.6.3. Przypadek III

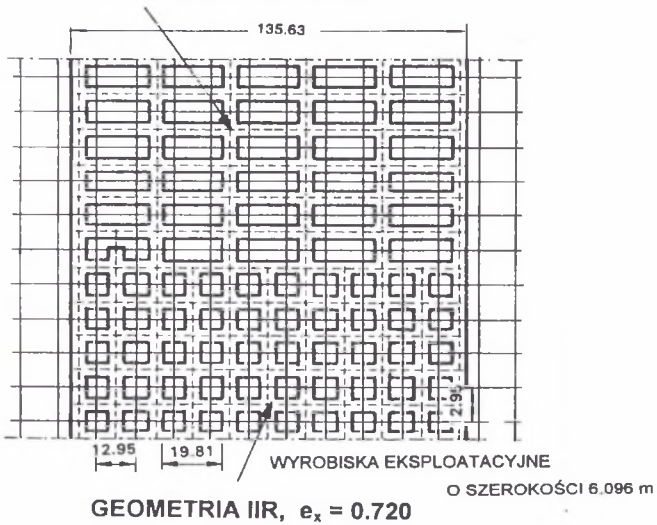
Ponizej przedstawiono praktyczny przykład modyfikacji geometrii wyrobisk w kopalni węgla zamierzającej eksploatować złożę z wykorzystaniem schematu przedstawionego na rys. 7.10 (Geometria I). Traktując go jako układ wyjściowy do dalszych rozważań oraz wykorzystując charakterystykę geologiczno-górnictwa rozpatrywanej kopalni (Chugh i Pytel [33]), autor przedstawił służbom kopalnianym szereg alternatywnych geometrii, charakteryzujących się większą statecznością i korzystniejszymi parametrami osiadania powierzchni terenu, zachowujących przy tym wstępnie założony stopień wybrania złoża. Opracowano przedstawione na rys. 3.12 i 3.13 dwie alternatywne geometrie rozcinki (IID i IIID) i oparte na nich dwie geometrie eksploatacji wtórnej (IIR i IIIR), które zostały następnie zanalizowane z punktu widzenia wartości współczynników bezpieczeństwa oraz profili niecki osiadań za pomocą przedstawionego płytowego modelu górotworu. Przyjęto, że zarówno węgiel, jak i materiał spągu mają charakterystykę liniową deformacji. Wyniki obliczeń zamieszczone w tab. 7.4 wskazują, że obydwie alternatywne geometrie są korzystniejsze z punktu widzenia stateczności filarów i charakterystyk osiadania powierzchni. Ponadto stwierdzono, że zastąpienie urabiania złoża po przekątnych siatki podziałowej eksploatacją ortogonalną zapewnia bardziej stateczne skrzyżowania wyrobisk, które w każdym przypadku nie były zabezpieczone obudową kotwiczną.

GEOMETRIA I, $e_x = 0.737$



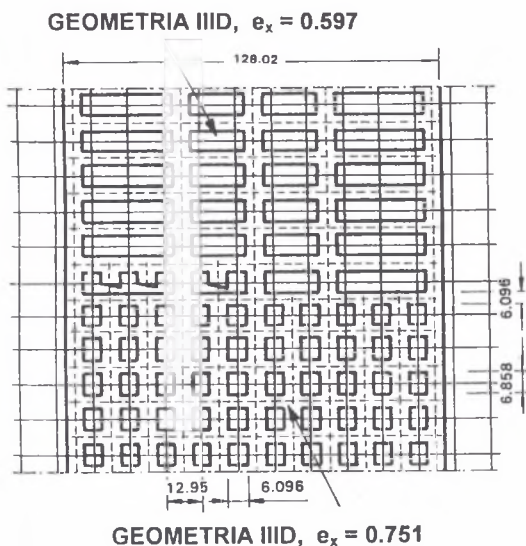
Rys. 7.10. Proponowana geometria realizowana od granic (Geometria I)
 Fig. 7.10. Proposed retreat mining geometry (Geometry I)

GEOMETRIA IID, $e_x = 0.595$



GEOMETRIA IIR, $e_x = 0.720$

Rys. 7.11. Proponowana alternatywna geometria wyrobiska (Geometria II)
 Fig. 7.11. Alternate proposed mining geometry (Geometry II)



Rys. 7.12. Proponowana alternatywna geometria wyrobiska (Geometria III)
 Fig. 7.12. Alternate proposed mining geometry (Geometry III)

Tabela 7.4

Porównanie wartości współczynników bezpieczeństwa (FSF) dla warstwy spągu, największych osiadań oraz stopni wybrania złoże dla trzech rozpatrywanych geometrii wydobywania

| Geometria | Minimum FSF | Największe osiadanie [cm] | Największy stopień wybrania |
|-----------|---------------|---------------------------|-----------------------------|
| I* | 0.887 | 2.690 | 0.737 |
| IID | 1.590 | 1.071 | 0.595 |
| IIR | 1.260 | 1.530 | 0.720 |
| IIID | 1.590 | 1.067 | 0.597 |
| IIIR | 1.162 | 1.665 | 0.751 |

* - wybieranie po przekątnej, nośność spągu obliczono przekształcając filar trójkątny w prostokątny filar ekwiwalentny

8. OPTIMALIZACJA WYMIARÓW FILARÓW W POLU EKSPLOATOWANYM W SYSTEMIE KOMOROWO-FILAROWYM Z WYKORZYSTANIEM MODELU BAZUJĄCEGO NA ANALOGII BELKOWEJ

8.1. Wprowadzenie

Przedstawiony wyżej model płytowy górotworu, uzupełniony o nowe elementy związane z ograniczoną nośnością i w związku z tym nieliniowym zachowaniem się układu, pozwolił sformułować zadanie poszukiwania alternatywnych w stosunku do obecnie praktykowanych geometrii wyrobisk, bardziej bezpiecznych lub lepszych z punktu widzenia efektywności eksploatacji. Poniżej zestawiono szereg spostrzeżeń, sformułowanych na podstawie wyników obserwacji polowych i analiz numerycznych, które pozwoliły autorowi zbudować odpowiedni algorytm obliczeniowy, identyfikujący alternatywne geometrie:

- Słaba warstwa spagu towarzysząca pokładom węgla wydaje się być elementem decydującym o projektowaniu geometrii wydobywania do głębokości ok. 200 m (Chugh i in. [27]).
- Wybierane częściowo pola, eksploatowane w technologii filarowo-komorowej i projektowane na podstawie nośności granicznej słabej warstwy spagu, w typowych sytuacjach wykazują niewielkie, zależne od czasu osiadania powierzchni terenu na skutek penetracji filarów w słabą, wierzchnią warstwę spagu (Chugh i Atri [23]). Z tego względu możliwa się wydaje optymalizacja stopnia wybrania złoża bazująca na przemieszczeniach dopuszczalnych (stan graniczny użytkowania).
- Wspomniany wyżej ruch górotworu przejawia się w formie niecki powierzchniowej, a jej dwuwymiarowe charakterystyki mogą być wyznaczone za pomocą przedstawionego modelu płytowego lub jego belkowej odmiany (Chugh i Pytel [30,31]).
- Dane dotyczące parametrów odkształceniowych słabej warstwy spagu (zarówno w sensie reologii, jak i zjawisk niezależnych od czasu) potrzebnych do trafnego przewidywania osiadań, można uzyskać na podstawie obciążeń płyt próbnych lub prostych badań laboratoryjnych dotyczących właściwości fizycznych materiału skalnego (Chugh i Pytel [32], Chen i Chugh [17]).
- Istnieje możliwość zastosowania opracowanej przez autora zmodyfikowanej procedury wymiarowania filarów międzykomorowych bazującej na analizie wytrzymałości spagu: metody *Pytla-Chugha* (Chugh i Pytel [32]) uwzględniającej niezerowe wartości kątów tarcia wewnętrznego materiału spagu, a także wpływ obecności sąsiednich filarów.
- Współczynniki bezpieczeństwa kontrolujące możliwość zniszczenia stropu, filara (wytrzymałość złoża) lub spagu zmieniają się wzdłuż pola o tej samej, niezależnie od miejsca, geometrii filarów (Pytel i in. [139]). Dzieje się tak dlatego, że rozkład obciążeń, nawet w regularnym polu, nie jest równomierny i w związku z tym o zniszczenie stropu można obawiać się przede wszystkim w wyrobiskach/chodnikach przylegających do calizny, natomiast zniszczenie filarów na skutek przekroczenia nośności węgla/spagu lub z powodu przekroczenia wartości maksymalnych osiadań jest najbardziej prawdopodobne w partiach środkowych pola eksploatacyjnego. Ważność poszczególnych mechanizmów zniszczenia zmienia się i zależy od lokalizacji rozpatrywanego elementu w obrębie pola.

Mając na uwadze to, że współcześnie stosowanym geometriom wyrobisk towarzyszą umiarkowane osiadania oraz że współczynniki bezpieczeństwa związane z różnymi mechanizmami zniszczenia zmieniają się nawet w obrębie pola o stałej, lokalnej geometrii, wydaje się możliwe optymalizowanie geometrii wydobywania poprzez przyjęcie zmiennych wymiarów filarów wzdłuż i w poprzek pola

eksploatacyjnego. Dalszym celem autora było zatem opracowanie i wykazanie możliwości zastosowania takiej procedury doboru parametrów systemów eksploatacji prowadzonej w technologii filarowo-komorowej, która prowadziłaby do zwiększenia stopnia wybrania złoża poprzez projektowanie **statecznych**, alternatywnych geometrii ze zmiennymi wymiarami filarów w polu.

8.2. Opracowanie procedury optymalizacji

Opracowana przez autora procedura optymalizacji bazująca na modelu płytowym górotworu wykorzystuje jednocześnie cztery zjawiska wpływające na kształt przyjmowanej geometrii:

- Zmienność współczynników bezpieczeństwa wzdłuż i w poprzek pola jako odbicie zróżnicowanych obciążeń/osiadań filarów, będących także skutkiem eksploatacji prowadzonej w sąsiedztwie rozpatrywanego pola.
- Sprężysto-plastyczna praca filarów węglowych sprzyjająca powstawaniu obszarów przesklepień.
- Sprężysto-lepko-plastyczna praca słabej warstwy spągu również sprzyjająca powstawaniu przesklepień pomiędzy ociosami.
- Względnie jednorodny rozkład naprężeń wewnątrz filara poddanego działaniu większych obciążeń.

Celem procedury optymalizacyjnej było uzyskanie największego z możliwych stopnia wybrania złoża z jednoczesnym utrzymaniem odpowiednich wartości współczynników bezpieczeństwa ze względu na możliwość zniszczenia filara (*PSF*), spągu (*FSF*) oraz stropu wskutek nadmiernego zginania (*FSB*) lub ścinania (*FSS*). Przyjęte wartości współczynników bezpieczeństwa są równe lub przewyższają wartości zalecane przez urzędy górnicze i są obliczane konwencjonalnie jako stosunki nośności i działającego, średniego obciążenia. Wytrzymałość filarów była obliczana za pomocą wzoru *Hollanda* (równanie 3.5), natomiast przy obliczaniu nośności spągu autor uwzględnił jednocześnie trzy opcje/metody obliczeń:

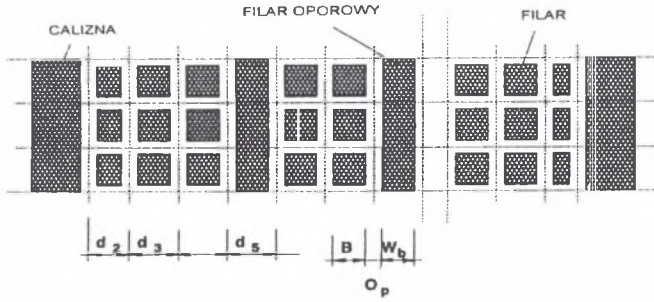
- Metoda *Vesica-Specka* [157]
- Metoda *Vesica-CHC* [27] oraz
- Metoda *Pytla-Chugha* [32].

Zakładając, że strop bezpośredni stanowi belkę swobodnie podpartą (Merrill [111]), współczynniki bezpieczeństwa dla stropu bezpośredniego były obliczane jako:

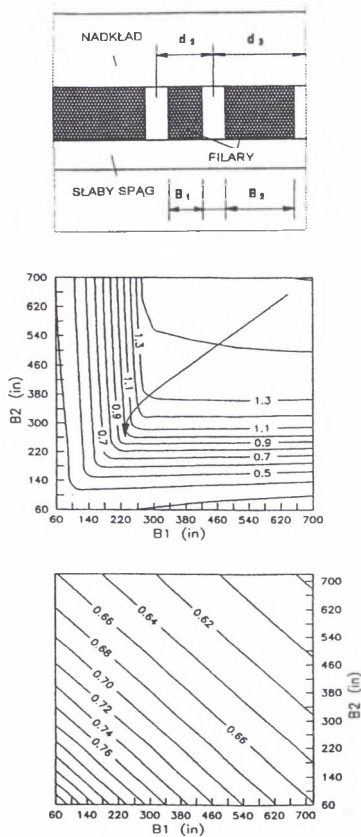
$$F_{sb} = \frac{4 R_0 H_r}{3 \gamma_r W_o^2} \quad (8.1)$$

$$F_{ss} = \frac{3 R_0}{2 \gamma_r W_o} \quad (8.2)$$

gdzie R_0 jest wytrzymałością materiału stropu na rozciąganie przy zginaniu, H_r – grubością stropu bezpośredniego, γ_r reprezentuje ciężar jednostkowy, natomiast W_o jest rozpiętością wyrobiska/chodnika. Odległości d_i pomiędzy środkami sąsiadujących wyrobisk/chodników zostały wybrane jako zmienne operacyjne procesu optymalizacji. Zakładając, że odpowiednio szerokości wszystkich wyrobisk/chodników W_o oraz długości filarów L_p są jednakowe i niezmiennie, zróżnicowane odległości pomiędzy chodnikami wymuszają zmienne szerokości B_i filarów w tym kierunku. Kolejne etapy opracowanej procedury, pozwalającej rozpatrywać jeden lub kilka pól oddzielonych od siebie filarami oporowymi, można scharakteryzować następująco (patrz także rys. 8.1):



Rys. 8.1. Schemat zadania dwuwymiarowego
Fig. 8.1. Schematic of the two-dimensional problem



Rys. 8.2. Ścieżka optymalizacyjna dla 5-nitkowego wyrobiska, schemat zadania (górną),
wartości SF_{min} (środek) i odpowiadające wartości stopnia wybrania (dół)
Fig. 8.2. Optimization path for 5-entry panel, schematic of the problem (top),
contours of SF_{min} (center) and corresponding extraction ratio contours (bottom)

1. Zaprojektuj geometrię wyrobisk przyjmując obciążenie na podstawie teorii przypadającego słupa skał nadkładu.
2. Rozwiąż zadanie za pomocą modelu belkowego lub płytowego górotworu.
3. Wyznacz wszystkie współczynniki bezpieczeństwa dla każdego i -tego filara zlokalizowanego w obrębie jednego lub więcej eksploatowanych pól (PSF_i , FSF_i , FSB_i , FSS_i).
4. Dla każdego i -tego filara określ najmniejszą wartość ($SF_{i,min}$) z proporcji PSF_i/SF_p , FSF_i/SF_f , FSB_i/SF_b , FSS_i/SF_s (gdzie SF_p , SF_f , SF_b i SF_s są wymaganymi, dopuszczalnymi wartościami współczynników bezpieczeństwa z punktu widzenia możliwości zniszczenia filara, spągu i stropu).
5. Zmodyfikuj wszystkie odległości d_i wg następującej zależności: $d_i = d_i [1 + rel(1/SF_{i,min} - 1)]$ (gdzie rel jest współczynnikiem relaksacji, którego wartość waha się od 0.2 do 0.5).
6. Powtarzaj kroki 2-5, aż wszystkie współczynniki $SF_{i,min}$ będą równe wymaganemu współczynnikowi bezpieczeństwa. Warunek ten, szczególnie w przypadku gdy sztywny nadkład przykrywa wąskie pole eksploatacyjne, nie zawsze udaje się spełnić. Procedura optymalizacji automatycznie zatrzymuje się, gdy nie udaje się już zwiększyć stopnia wybrania złoża albo gdy wyznaczone szerokości filarów stają się mniejsze od przyjętych na wstępie wartości minimalnych.

Na rys. 8.2 przedstawiono przykład procesu optymalizacji, którą autor przeprowadził dla 5-nitkowej wiązki wyrobisk. Wykazano tam również, że położenie punktu optymalnego nie zależy od przyjętego rozwiązania początkowego.

8.3. Praktyczna realizacja doboru alternatywnej geometrii wyrobisk

8.3.1. Obserwacja wyrobisk z punktu widzenia ich stateczności oraz pomiar przemieszczeń pionowych powierzchni terenu ponad aktualnie eksploatowanym złożem

W celu wyznaczenia parametrów odkształceniowych (sprężystych i reologicznych) materiałów wytypowane pole doświadczalne (rys. 8.3) zostało oprzyrządowane dla pomiaru konwergencji, a ponadto na warstwie spągu, w warunkach in situ przeprowadzono serię próbnych obciążeń płytowych. Pomierzono również osiadanie powierzchni nad oprzyrządzonym polem, a także, dla pomiaru kąta wpływu oraz dla uchwycenia zależności od czasu osiadań powierzchni nad polem doświadczalnym, wystarczająco daleko poza strefą wpływów aktualnie prowadzonej eksploatacji zastabilizowano geodezyjny ciąg pomiarowy. Pomierzone osiadanie powierzchni, wyniki pomiarów konwergencji oraz badań płytowych przedstawiono na rys. 8.4-8.6.

Charakterystyka aktualnie eksploatowanego pola

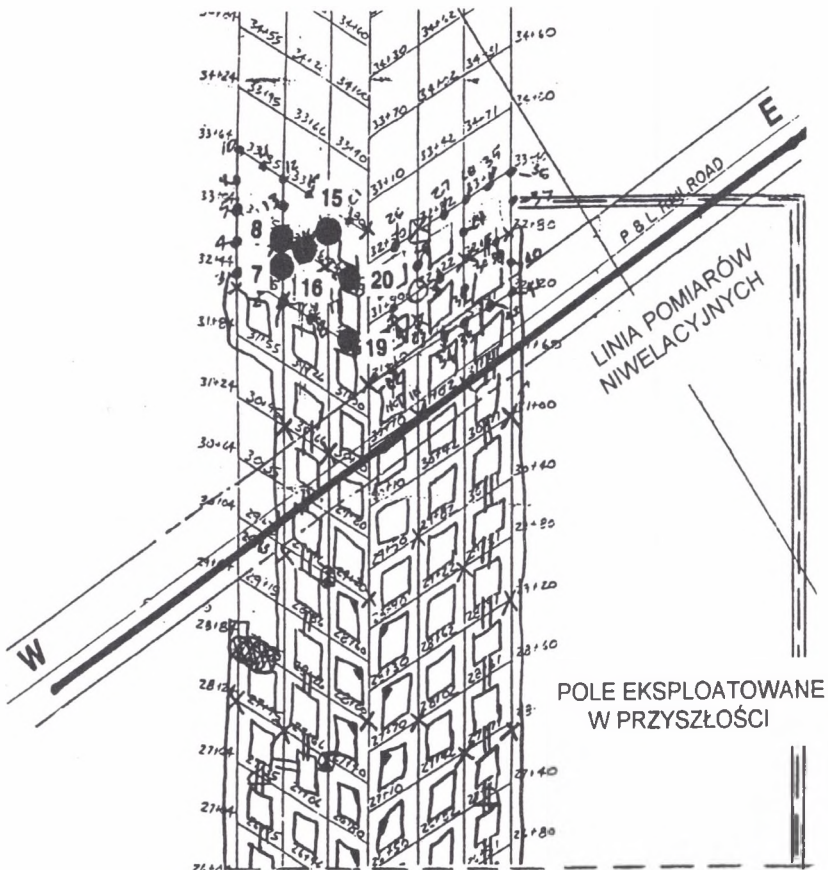
Rozpatrywaną przez autora sytuację górniczą stanowiło 6-nitkowe pole z filarami w kształcie rombu. Zastępczą geometrię zbudowaną na siatce ortogonalnej pokazano na rys. 8.7. Uzyskane dane dotyczące rozpatrywanego pola były następujące:

- Wymiary filarów: $B \times L_p = 9.14 \text{ m} \times 11.25 \text{ m}$
- Szerokość wyrobisk: $W_o = 6.10 \text{ m}$
- Wysokość filarów: $H_p = 1.74 \text{ m}$
- Moduł sprężystości dla węgla: $E_p = 2.413 \text{ GPa}$
- Wytrzymałość węgla: $\sigma_c = 24.13 \text{ MPa}$
- Miąższość słabej warstwy spągu: $H = 0.67 \text{ m}$
- Wilgotność spągu: $MC = 6 \%$
- Grubość nadkładu: $H_o = 106.07 \text{ m}$
- Sztywność płyty nadkładu na zginanie: $EI = 7.592 \text{ E7 MPa m}^4/\text{m}$
- Współczynnik *Poissona* dla węgla i nadkładu: 0.3
- Współczynnik *Poissona* dla spągu bezpośredniego: 0.35

Na podstawie wyników obciążeń płyty próbnej (rys. 8.6) otrzymano średni moduł odkształcenia spągu $E_2 = 161.5 \text{ MPa}$, a także wartość nośności granicznej płytki $UBC_{pli} = 6.584 \text{ MPa}$. Parametr E_2 , kontrolujący natychmiastową odkształcalność spągu, może być także wyznaczony na podstawie odpowiednich zależności statystycznych (Chugh i Pytel [32]). Ponieważ autor założył, że słaba warstwa spągu zachowuje się zgodnie z prawami rządzącymi jednoelementowym modelem *Burgersa* (patrz także [136]), parametry odpowiedniej funkcji pełzania

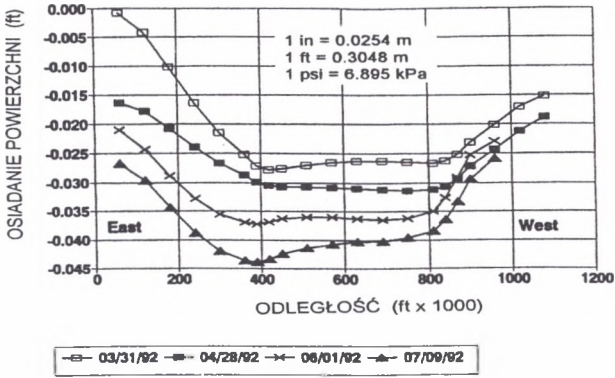
$$f(t) = 1 + \frac{E_2}{E_1} [1 - e^{-\frac{E_1}{N_1} t}] + \frac{E_2}{n_2} t \quad (8.3)$$

zostały wyznaczone na podstawie pomiarów konwergencji (rys. 8.5) jako:
 $E_1 = 216.5 \text{ MPa}$, $N_1 = 4.55 \text{ GPa-dzień}$, $N_2 = 32.27 \text{ GPa-dzień}$.

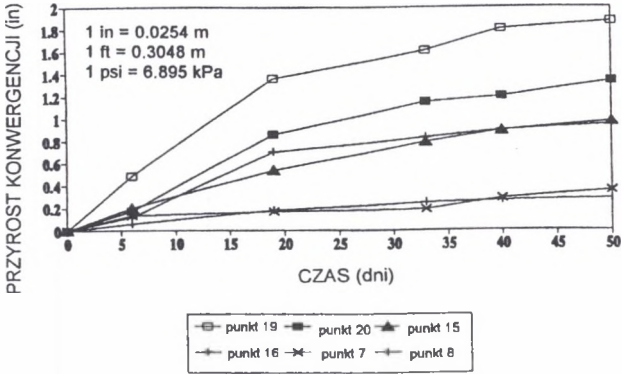


Rys. 8.3. Lokalizacja geodezyjnej linii pomiarowej osiadań powierzchni oraz punktów pomiarowych konwergencji w chodnikach aktualnie eksploatowanego pola

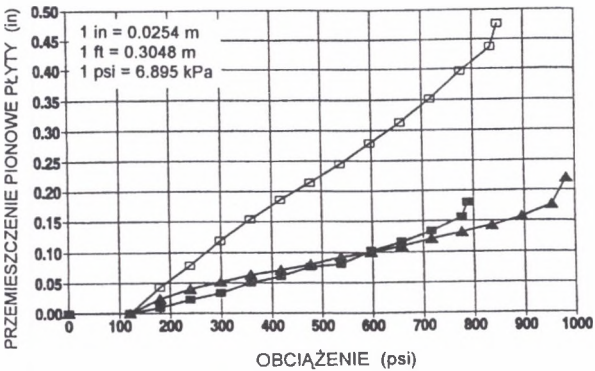
Fig. 8.3. Surface subsidence monitoring line and roof-floor convergence points location within currently developed panel



Rys. 8.4. Osiedzenia powierzchni
Fig. 8.4. Subsidence profiles

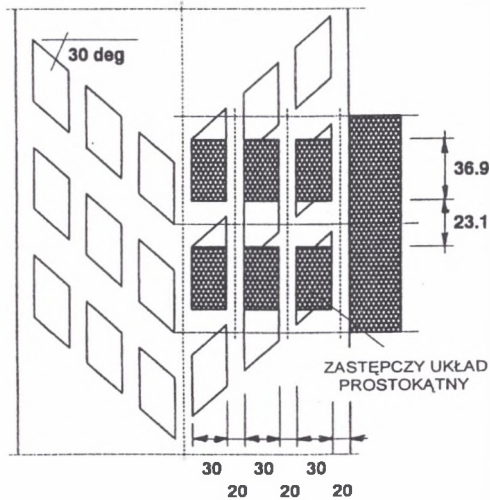


Rys. 8.5. Wybrane wyniki pomiarów konwergencji w chodniku
Fig. 8.5. Selected roof-floor convergence data



Rys. 8.6. Wyniki badań płytowych
Fig. 8.6. Plate loading tests results

Z archiwalnych informacji wynikało, że w trakcie eksploatacji realizowanej w *Geometrii I*, tj. gdy środki filarów położone były w węzłach siatki podziałowej $12.80\text{ m} \times 15.24\text{ m}$, zaobserwowano pewne osiadania filarów w towarzyszącymi im ruchami powierzchni spągu. Zjawiska te zostały zdecydowanie ograniczone po zmodyfikowaniu siatki podziałowej do wymiarów $15.24\text{ m} \times 15.24\text{ m}$ (*Geometria II*). Informacje te, w połączeniu z charakterystykami materiałowymi wyznaczonymi wyżej, autor wykorzystał do dalszego uściślenia przydatności wybranych metod stosowanych do wyznaczania nośności granicznej spągu. Wyniki odpowiednich przeliczeń autora (patrz tabela 8.1) ponownie wykazały, że metoda *Vesica-Specka* (V-S) i metoda *Pytla-Chugha* (P-C), dla warunków rozpatrywanego pola, dają bliskie sobie wyniki. Warto podkreślić, że tylko wymienione wyżej techniki były w stanie potwierdzić stan bliski utraty stateczności przez spąg filarów określonych Geometrią I, podczas gdy obliczenia wykonane wg metody *Vesica-CHC* (V-CHC) wykazały, że układ w tych samych warunkach jest już wyraźnie niestateczny. Obliczenia wykonane dla Geometrii II ponownie wykazały, że tylko metody V-S oraz P-C trafnie potwierdziły istnienie warunków statecznej pracy układu. Zgodnie z wynikami metody V-CHC Geometria II prowadzi do niestateczności, szczególnie w rejonie filarów środkowych. Biorąc pod uwagę powyższe, a także to, że metoda *Vesica-Specka* jest ciągle najszerszej stosowaną metodą w górnictwie, tej właśnie techniki autor użył w dalszej analizie rozpatrywanego pola eksploatacyjnego.



Rys. 8.7. Szkic sytuacji górniczej (wszystkie wymiary podane są w stopach, 1 stopa = 0.3048 m)
Fig. 8.7. Schematic of the mine layout (all dimensions in feet, 1 ft = 0.3048 m)

Tabela 8.1

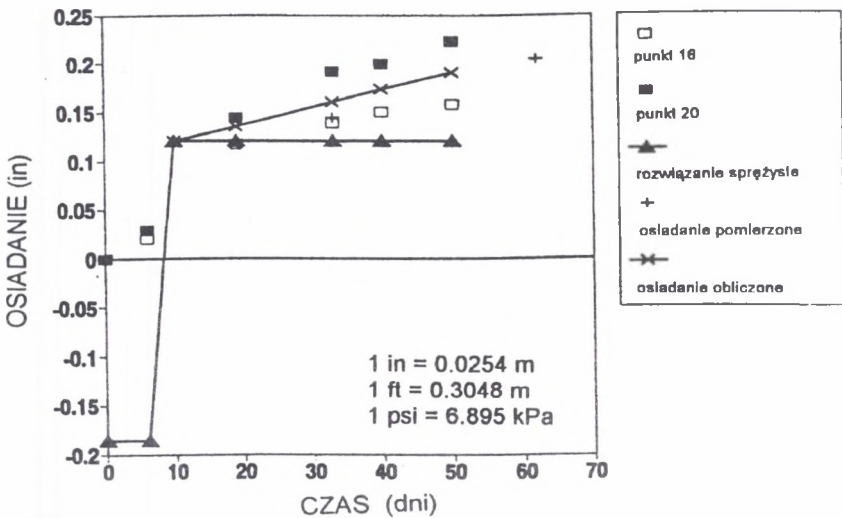
Obliczone współczynniki bezpieczeństwa dla różnych filarów w rozpatrywanym polu

| Filar # | Geometria I | | | Geometria II | | |
|---------|-------------|-------------|------|--------------|-------------|------|
| | Metoda | | | | | |
| | V-S | V-CHC | P-C | V-S | V-CHC | P-C |
| 17 | 1.38 | 0.99 | 1.35 | 1.62 | 1.17 | 1.76 |
| 18 | 1.19 | 0.86 | 1.17 | 1.38 | 1.00 | 1.50 |
| 19 | 1.10 | 0.79 | 1.08 | 1.27 | 0.91 | 1.38 |
| 20 | 1.10 | 0.79 | 1.08 | 1.27 | 0.91 | 1.38 |
| 21 | 1.19 | 0.86 | 1.17 | 1.38 | 1.00 | 1.50 |
| 22 | 1.38 | 0.99 | 1.35 | 1.62 | 1.17 | 1.76 |

Współczynniki bezpieczeństwa mniejsze niż 1.0 są wyróżnione tłustym drukiem

8.3.2. Analiza osiadań w obrębie aktualnie eksploatowanego pola

Stosując uzyskane wyżej dane i parametry odkształceniowe, za pomocą płaskiej mutacji (belkowej) modelu płytowego górotworu autor obliczył przemieszczenia w obrębie aktualnie eksploatowanego pola charakteryzującego się stopniem wybrania złoza $e_x=0.658$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 8.8. Ponieważ obliczone wartości osiadań dość dobrze odpowiadają wartościom pomierzonym, parametry odkształceniowe (uzyskane z obciążeń próbných oraz pomiarów konwergencji) tutaj użyte zostały stosowane również w analizie osiadań w obrębie pola o alternatywnej geometrii. Minimalny współczynnik bezpieczeństwa ze względu na możliwość zniszczenia spągu pod środkowym filarem w wysokości $FSF=1.42$ uzyskano jako średni (stosując metodę $V-S$) w obecnym polu i przyjęto jako docelowy dla każdego filara położonego w polu o alternatywnej geometrii. Aby usunąć wszelkie obawy personelu kopalni, wartość $FSF=1.42$ została użyta w ten sposób jako wartość graniczna w procedurze optymalizacyjnej.



Rys. 8.8. Obliczone i pomierzone in situ osiadanie w wybranych punktach powierzchni terenu
 Fig. 8.8. Predicted and monitored surface subsidence at selected points

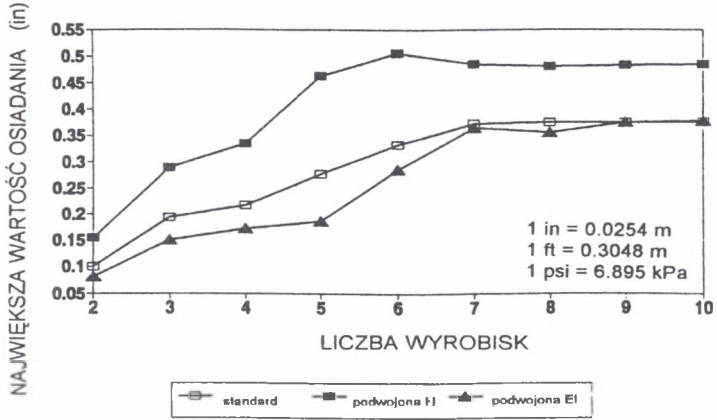
8.3.3. Opracowanie alternatywnej geometrii wybierania

Za pomocą algorytmu bazującego na modelu belkowym autor zanalizował aktualnie kształtowaną geometrię wyrobisk z punktu widzenia:

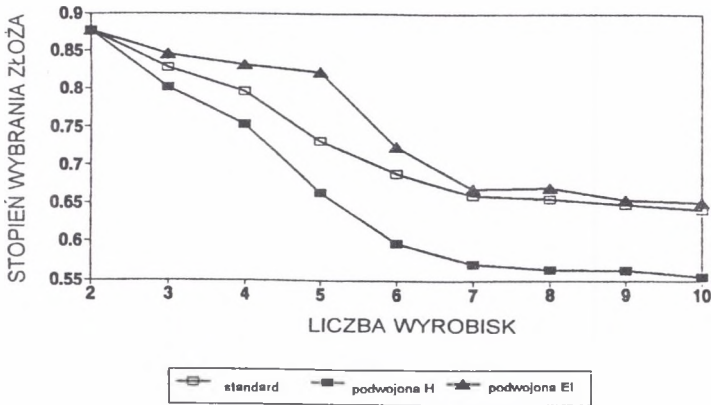
- współczynników bezpieczeństwa spągu dla różnych lokalizacji filarów,
- współczynników bezpieczeństwa dla stropu w różnych miejscach pola na podstawie stanu naprężeń i zróżnicowanych osiadań sąsiadujących ze sobą filarów,
- osiadań całkowitych,
- szybkości osiadań oraz
- profilu niecki osiadania i jej pochodnych (nachylenie, krzywizna) oraz położenia punktu przegięcia.

Wstępną analizę autor przeprowadził za pomocą modelu belkowego górotworu rozpatrując szereg przekrojów poprzecznych pola, minimalizując w ten sposób czas pracy komputera. Ostateczna natomiast analiza została przeprowadzona za pomocą modelu płytowego. W rozpatrywanym przypadku jednakże dwuwymiarowy model okazał się wystarczająco dokładny. Wobec tego, że

wymagany w praktyce minimalny współczynnik bezpieczeństwa oscyluje w granicach od 1.5 do 2.0, zapas wytrzymałości staje się na tyle znaczny, że możliwe jest pominięcie, jako nieistotnych z punktu widzenia optymalizacji, wszelkich nieliniowości w zachowaniu się złoża lub spągu. Dzięki temu również, że redystrybucja obciążeń powodowana lepkimi własnościami spągu prowadzi do wzrostu współczynników bezpieczeństwa (redukcja obciążenia) obliczonych dla wstępnie najbardziej obciążonych filarów środkowych, wpływ czasu został także pominięty i optymalizację wykonano dla czasu $T=0$ (wykonanie chodników).



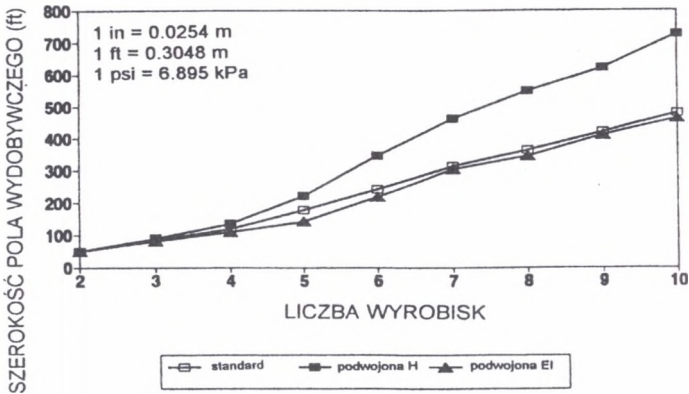
Rys. 8.9. Największe osiadanie w obrębie pojedynczego optymalizowanego pola
Fig. 8.9. Maximum subsidence within the optimized single panel



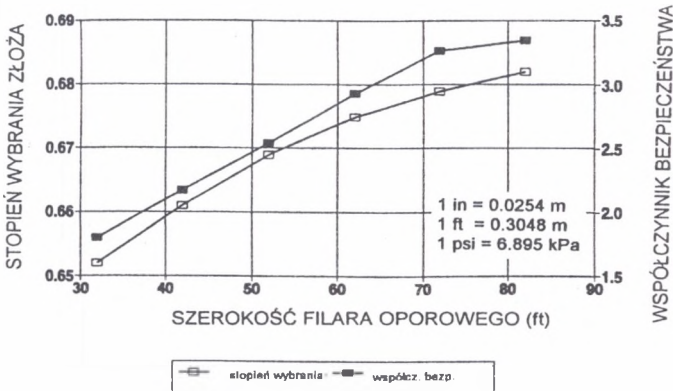
Rys. 8.10. Największy stopień wybrania obliczony dla pojedynczego optymalizowanego pola
Fig. 8.10. Maximum extraction ratio for the optimized single panel

W ramach analizy alternatywnej geometrii rozpatrzono kolejno jedno wielonitkowe pole odosobnione (rys. 8.9-8.11) oraz układy składające się z wielu 4- i 5-nitkowych pól wydobywczych rozdzielonych filarami oporowymi (rys. 8.12-8.13). Analizę przeprowadzono z wykorzystaniem uśrednionych parametrów geologiczno-geotechnicznych.

Autor założył geometrię alternatywną w postaci kilku (do dziesięciu) równoległych 4-nitkowych pól odseparowanych od siebie filarami oporowymi o szerokości W_b . Na początku optymalizowany był stopień wybrania złoża w podpolach z parametrami kontrolnymi w postaci PSF i FSF dla wszystkich filarów, z filarami oporowymi włącznie. Jeśli wartości współczynników bezpieczeństwa w polu były wciąż za wysokie, szerokość filarów oporowych była tak zmniejszana, by wartości PSF i FSF w polach były zbliżone maksymalnie do wartości dopuszczalnych, a jednocześnie żeby wzrósł stopień wybrania złoża. Operacja taka, jeśli była możliwa do przeprowadzenia, pozwoliła także zmniejszyć nachylenie i krzywiznę niecki osiadania w pobliżu filarów oporowych, jednakże pola szerokie lub ich zespoły projektowane bez filarów oporowych w ogóle nie poddawały się optymalizacji i w takim przypadku ostateczne rozwiązanie było bliskie rozwiązaniu trywialnemu bazującemu na teorii przypadającego słupa skał nadległych. Wyniki obliczeń autora przeprowadzonych dla układu



Rys. 8.11. Długość optymalizowanego, pojedynczego pola
Fig. 8.11. Length of the optimized single panel

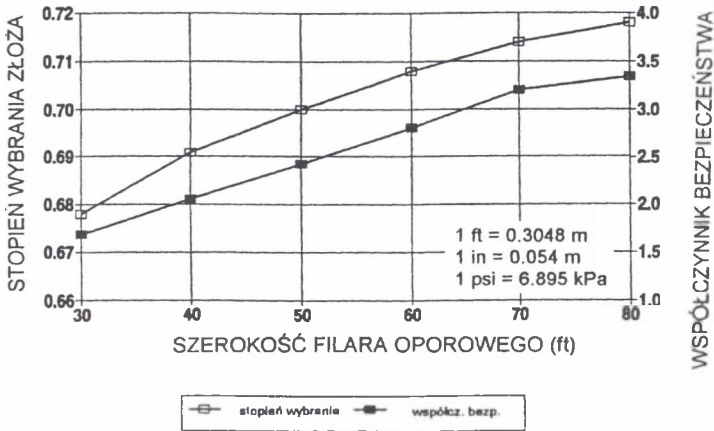


Rys. 8.12. Wpływ szerokości filarów oporowych na ich współczynnik bezpieczeństwa i odpowiadający stopień wybrania w środkowym polu układu dziesięciu 5-nitkowych pól eksploatacyjnych (szerokość chodników $O_p = 18$ stóp, tj. 5.49 m)

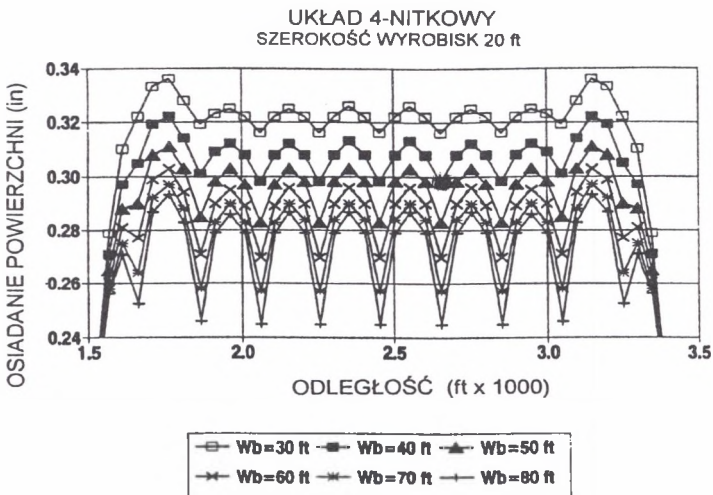
Fig. 8.12. Influence of barrier pillar width on barrier minimum safety factor and corresponding extraction ratio within the central 5-entry sub-panel (opening width $O_p=18$ ft, i.e. 5.49 m)

dziesięciu 4-nitkowych pól przedstawiono na rys. 8.14-8.15. W zależności od ograniczeń dotyczących największych dopuszczalnych osiadań, długości podpól oraz wymaganego stopnia wybrania złoża, scharakteryzować można (tabela 8.2) odpowiednią alternatywną geometrię. Szerokość filarów oporowych określana była na wstępie za pomocą formuły *Ashleya*:

$$W_b = 20 + 2 H_p + 0.1 H_0 \quad [ft] \quad (8.4)$$

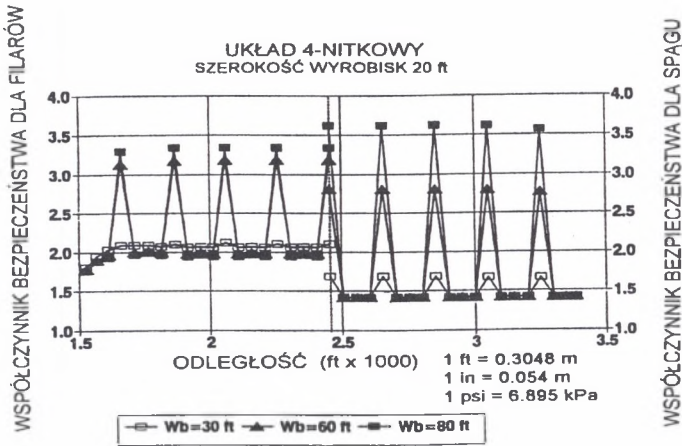


Rys. 8.13. Wpływ szerokości filarów oporowych na ich współczynnik bezpieczeństwa i odpowiadający stopień wybrania w środkowym polu układu dziesięciu 4-nitkowych pól eksploatacyjnych (szerokość chodników $O_p = 20$ stóp, tj. 6.10 m)
 Fig. 8.13. Influence of barrier pillar width on barrier minimum safety factor and corresponding extraction ratio within central 4-entry sub-panel (opening width $O_p = 20$ ft, i.e. 6.10 m)



Rys. 8.14. Osiadanie powierzchni w obrębie optymalizowanej sytuacji gómiczej
 Fig. 8.14. Surface subsidence within optimized multi-panel layout

ale można tu też stosować każde inne naukowo uzasadnione podejście (np. Szczepaniak i Urbańczyk [161]). Optymalizację doboru wymiarów filarów prowadzi się jako kompromis pomiędzy dwoma parametrami, których wpływy znoszą się nawzajem: możliwie najmniejszym wymagany współczynnikiem bezpieczeństwa dla filarów oporowych i możliwie najwyższym stopniem wybrania złoże w przyległych polach (patrz rys. 8.12-8.13).



Rys. 8.15. Współczynniki bezpieczeństwa w obrębie optymalizowanej sytuacji górniczej
Fig. 8.15. Safety factors within optimized multi-panel layout

Tabela 8.2

Proponowana alternatywna geometria

| Podpole | B_1 [m] | B_0 [m] | B_r [m] | $w_{max,i}$ [cm] | $e_{x,i}$ [-] | Długość [m] |
|---------|--------------|--------------|--------------|---------------------|------------------|----------------|
| 1 | 4.42 | 6.00 | 6.85 | 0.71 | 0.745 | 41.66 |
| 2 | 7.70 | 7.91 | 7.48 | 0.77 | 0.701 | 47.48 |
| 3 | 7.26 | 7.52 | 7.24 | 0.75 | 0.708 | 46.41 |
| 4 | 7.25 | 7.53 | 7.26 | 0.75 | 0.708 | 46.44 |
| 5 | 7.25 | 7.53 | 7.26 | 0.75 | 0.708 | 46.44 |
| 6 | symetria | | | | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | | | | | | |

B_1 - szerokość filara lewego, B_0 - szerokość filara środkowego, B_r - szerokość filara prawego, $w_{max,i}$ - największe osiadanie w obrębie i -tego podpola, długość wszystkich filarów $L_p=11.25$ m, szerokość filara oporowego $W_b=18.29$ m, szerokość chodników $O_p=6.10$ m, ogólny stopień wybrania złoże $e_x=0.538$

Opisana powyżej procedura optymalizacji została zastosowana do wyznaczenia nowej geometrii pola eksploatacyjnego spełniającej warunki dotyczące dopuszczalnych współczynników bezpieczeństwa dla stropu, filarów i spągu, charakterystyk osiadań oraz największego stopnia wybrania złoże w całym rozpatrywanym obszarze. Procedura taka może być użyta do projektowania alternatywnej geometrii w każdych warunkach geologiczno-górniczych.

9. OPRACOWANIE GEOMETRII WYBIERANIA DLA SYSTEMU KOMOROWO-FILAROWEGO ZE SŁABĄ WARSTWĄ SPĄGOWĄ Z ZASTOSOWANIEM PODSTAW MECHANIKI SKAŁ I TEORII NIEZAWODNOŚCI

9.1. Wprowadzenie

Obecnie stosowana metoda doboru geometrii wyrobisk, tzw. metoda *naprężeń dopuszczalnych*, poszczególnym mechanizmom zniszczenia przypisuje tylko po jednym współczynniku bezpieczeństwa i nie jest w stanie modyfikować marginesu bezpieczeństwa, uzależnionego od różnic w rozkładzie obciążeń, od prawdopodobieństwa ich nakładania się, od możliwych konsekwencji zniszczenia oraz od niepewności co do używanych metod obliczeniowych oraz wartości parametrów materiałowych układu. Typowe dla stosowanych obecnie procedur obliczeniowych jest używanie tylko średnich wartości takich parametrów, jak głębokość eksploatacji, grubość pokładu, miąższość słabej warstwy spągu, wytrzymałość stropu, spągu i węgla. Zmienność tych parametrów w obrębie rozpatrywanego pola może być przyczyną lokalnego lub regionalnego zniszczenia, które może się propagować na przyległe obszary. Gdy stosuje się metody oparte na współczynniku bezpieczeństwa, każde spodziewane, nawet lokalne zniszczenie implikuje właściwie albo zarzucenie eksploatacji w tym rejonie, albo redukcję stopnia wybrania złoża. W sytuacji natomiast gdy bazuje się na teorii niezawodności, możliwość lokalnego zniszczenia oznacza jedynie nieznacznie wyższą wartość ryzyka dla pola traktowanego jako całość, zakładając jednocześnie, że sąsiadujące filary (lub np. spąg) są wystarczająco silne, aby móc przenieść dodatkowe obciążenie przekazywane z jednego lub wielu niestatecznych filarów (w sensie przekroczenia wytrzymałości węgla w filarze lub spągu pod nim). Tego rodzaju redystrybucja obciążenia spowodowana lokalną niestatecznością może być włączona w pojedynczą miarę reprezentującą **całkowite bezpieczeństwo pola**, tzn. prawdopodobieństwo należytej pracy wszystkich elementów układu górniczego w obrębie rozpatrywanego pola. Wprowadzając pewne elementy teorii niezawodności do przedstawionego modelu płytowego, można wyznaczyć faktyczne prawdopodobieństwo zniszczenia poszczególnych elementów układu (stropu, filara, spągu) usytuowanych w wybranym miejscu lub też w szerszej skali, prawdopodobieństwo zniszczenia pola traktowanego jako całość przy uwzględnieniu współpracy wyrobisk z nadkładem i sąsiednimi polami. Takie podejście powinno umożliwić zwiększenie stopnia wybrania złoża bardziej, niż by na to wskazywała jakakolwiek metoda bazująca tylko na podstawach czysto deterministycznych. Nowością jest tutaj uwzględniona aktualna zmienność parametrów, wyznaczona na podstawie danych geologiczno-geotechnicznych otrzymanych na etapie eksploracji, uściślonych po udostępnieniu kopalni dla dodatkowych badań. Obliczone prawdopodobieństwo zniszczenia powinno być następnie powiązane z wynikami oceny dokonanej na podstawie metody *konwencjonalnego współczynnika bezpieczeństwa* reprezentującej najpełniej obecną filozofię wymiarowania. W ten sposób omawiana metoda jest w stanie przypisać zróżnicowane współczynniki bezpieczeństwa poszczególnym obszarom, w zależności od dostępności i jakości danych geotechnicznych.

9.2. Procedura wymiarowania z uwzględnieniem podstaw teorii niezawodności

Największy uzysk urobku z eksploatowanego pola zależy, przy jednoczesnym zachowaniu warunków dotyczących stateczności elementów układu i ich przemieszczeń, od szeregu wielkości, takich jak głębokość eksploatacji, grubość wybieranego pokładu, parametry odształceniowo-wytrzymałościowe złoże i skał otaczających, względy technologiczne, itp. Większość z tych parametrów jest niezależna od projektanta (np. głębokość eksploatacji, grubość złoże, własności materiałów, itp.). Niektóre z nich jednakże (wymary filarów, szerokość wyrobisk, ogólna geometria pola jako całości, itp.) mogą być kontrolowane poprzez odpowiedni ich dobór. Praktycznie tylko kilka parametrów związanych z geometrią może być sterowanych przez projektanta. Są nimi długość, szerokość i wysokość filarów i do pewnego stopnia szerokość otwarcia i długość frontu. Na ich podstawie projektant może wnioskować o stateczności układu w obecnej lub przyszłej konfiguracji. Liczba parametrów rządzących zachowaniem się układu i wprowadzonych do procesu projektowania zależy od wiedzy projektanta dotyczącej zagadnienia współpracy układu nadkład-filar-spąg oraz dostępności danych dotyczących zmienności poszczególnych parametrów. Ogólnie, jakość ostatecznego produktu w postaci projektu poprawia się wraz ze zwiększeniem liczby parametrów wprowadzonych do analizy.

Dla osiągnięcia racjonalnej miary bezpieczeństwa proces projektowania powinien być oparty na metodach niezawodności konstrukcji, które można pogrupować następująco:

- metody **poziomu I** (pojedyncza *wartość charakterystyczna* dla każdego niepewnego parametru) bazujące na współczynnikach bezpieczeństwa, obecnie stosowane w górnictwie,
- metody **poziomu II** (dwie wartości dla każdego niepewnego parametru, tj. *wartość przeciętna, wariancja* oraz *korelacja* pomiędzy nimi) zwane metodami wskaźnika niezawodności,
- metody **poziomu III**. (Pytel [128]) bazujące na prawdopodobieństwie zniszczenia i funkcji rozkładu łącznego dla wszystkich niepewnych parametrów oraz
- metody **poziomu IV** bazujące na ekonomicznych i społecznych przesłankach.

W analizie układów górniczych zakłada się, że konstrukcja jest stateczna, gdy współczynnik (i) bezpieczeństwa jest większy lub równy jednośc, której to odpowiada prawdopodobieństwo zniszczenia mniejsze lub równe 0.5. W związku z tym, uważając za oczywiste, że współczynnik(i) bezpieczeństwa powinien być większy niż 1.0, rodzi się pytanie, jak daleko poza jednośc powinno się wychodzić w przyjmowaniu jego wartości. Niektórzy autorzy przyjmują, że współczynniki bezpieczeństwa powinny się mieścić w granicach od 1.5 do 2.0 w zależności od danych eksploracyjnych oraz stopnia zrozumienia zadania (modele). Bardzo duże różnice w wartościach stopnia wybrania złoże uzyskanych dla wyżej wymienionych wartości współczynników bezpieczeństwa są przyczyną postawienia problemu: czy w procesie projektowania powinno się i czy można uwzględnić brak naszej pewności co do oceny wartości użytych parametrów. Jedynym rozwiązaniem jest w tym przypadku akceptacja rozsądnej wartości prawdopodobieństwa zniszczenia (które jest bardzo wrażliwe na ilość i jakość wprowadzanych do analizy danych) i traktowanie jej jako parametru decydującego o poprawności rozwiązania projektowego. W budownictwie lądowym wartość tego prawdopodobieństwa jest bardzo mała i wynosi 10^{-3} dla przypadku, gdy życie ludzkie nie jest zagrożone, oraz 10^{-5} - 10^{-6} dla stanu katastrofy. Tak niskie prawdopodobieństwa zniszczenia nie znajdują raczej zastosowania w górnictwie, gdzie znaczne przemieszczenia, a nawet powstanie pewnych uszkodzeń bywają dopuszczalne. Dlatego w opinii autora prawdopodobieństwo zniszczenia (awarii) w granicach 10^{-1} - 10^{-2} można uznać za bardziej odpowiednie dla systemów górniczych.

Ze względu na to, że probabilistyczne techniki analityczne uwzględniające współpracę układu strop-filar-spąg są obecnie praktycznie niedostępne w projektowaniu, geometrię wyrobisk dobiera się na podstawie metod deterministycznych (I Poziom Niezawodności) stosując wartości średnie parametrów. Obecnie jednak, przedstawiony wyżej model płytowy górotworu umożliwia już przeprowadzenie tego rodzaju analizy z uwzględnieniem przestrzennej zmienności wybranych parametrów dla dowolnych punktów wewnątrz lub też dla całego pola. To z kolei dało autorowi dostateczną podstawę do opracowania techniki probabilistycznego projektowania, która potrafi przynajmniej odpowiedzieć na pytanie, jakie jest faktyczne prawdopodobieństwo zniszczenia zarówno pojedynczych elementów układu (filary, spąg w danym miejscu, itp.), jak i pola traktowanego jako całość. Podejście to, zbudowane na

podstawach teorii prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, umożliwia znalezienie relacji pomiędzy *konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa* i faktycznym *prawdopodobieństwem zniszczenia* w typowych współcześnie realizowanych sytuacjach górniczych. Dzięki temu powyższa technika obliczeniowa jest w stanie wyróżnić *bezpieczne* i *niebezpieczne* środowisko górnicze, w zależności od dokładności i zakresu rozpoznania geotechnicznego, a także w zależności od stopnia zmienności parametrów rządzących współpracą układu nadkład-filar-spąg. To z kolei pozwala zastosować zróżnicowane wartości współczynników bezpieczeństwa dla kopalń, gdzie warunki geotechniczne nie są pewne (wyższe współczynniki bezpieczeństwa) oraz gdzie zmienność ważnych parametrów układu jest niska (niższe współczynniki bezpieczeństwa → wyższy stopień wybrania złoża), przy jednoczesnym utrzymaniu w obydwu przypadkach tego samego *poziomu bezpieczeństwa*. *Poziom bezpieczeństwa* jest rozumiany albo jako zbiór prawdopodobieństw zniszczenia obliczonych dla wszystkich elementów układu, albo też jako jedna wartość prawdopodobieństwa zniszczenia dotycząca całego pola eksploatacyjnego.

9.3. Analiza wrażliwości układu na zmiany wartości jego parametrów

Poniżej omówiono względną ważność niektórych zmiennych wpływających na wartość nośności granicznej spągu obliczaną metodą *Pytla-Chugha*. Bliżej oceniono znaczenie takich parametrów, jak względna grubość słabej warstwy spągu H/B , kształt rzutu filara L/B , stosunek nośności niższej i górnej warstwy spągu q_2/q_1 , kąt tarcia wewnętrznego ϕ_1 oraz względna szerokość wyrobiska s/B . Dane dotyczące geometrii typowego układu filar-spąg oraz zakresy zmienności rozmaitych parametrów uwzględnionych w analizie wrażliwości są podane w tabeli 9.1.

Jako miarę ważności poszczególnych parametrów x_i autor przyjął kwantyfikator określający względny przyrost \bar{R}_i wartości współczynnika nośności N_i , wyznaczony z następującego wyrażenia:

$$\bar{R}_i = \left| \frac{\Delta N_i(x_i)_i}{(N_i)_i \Delta x_i} \right| \quad (9.1)$$

gdzie ΔN_i jest przyrostem współczynnika nośności od początkowej wartości $(N_i)_i$ do N_i , spowodowanym zmianą wartości wybranego parametru od wartości $(x_i)_i$ do $x_i = (x_i)_i + \Delta x_i$. Innymi słowy, parametr R_i wskazuje w przybliżeniu, o jaki ułamek wartości początkowej N_i zmieni się na skutek 100-procentowej zmiany w wartości danego parametru. Wyniki obliczeń autora (Pytel [131]) można streścić jak następuje:

- W typowej sytuacji zwiększenie parametru L/B powoduje zmniejszenie wartości współczynnika nośności. Ponieważ wpływy tego parametru mają drugorzędne znaczenie (największe zmiany wartości N_i nie są większe niż 1.8%), może on być pominięty w analizie.
- Wraz ze wzrostem stosunku wytrzymałości c_2/c_1 lub q_2/q_1 układ może przenosić większe obciążenia. Największy względny przyrost nośności (ok. 27%) można zaobserwować dla stosunku wytrzymałości wahającego się pomiędzy 2.0 i 4.0, szczególnie w przypadku gdy górna warstwa jest względnie cienka ($H/B < 0.1$).
- Względna szerokość wyrobiska s/B ma większe znaczenie dla większych wartości kąta tarcia wewnętrznego ϕ_2 charakteryzującego dolną warstwę ($\phi_2 > 15^\circ$). Najbardziej wrażliwy obszar znajduje się w pobliżu $s/B = 0.4$, gdzie względny przyrost R_i współczynnika nośności osiąga wartość ok. 45%.
- Względna grubość warstwy spągu H/B jest jednym z najważniejszych parametrów decydujących o nośności granicznej spągu. Układ filar-spąg jest szczególnie wrażliwy na zmiany wartości H/B , w przypadku gdy cienka słaba warstwa przykrywa względnie silną warstwę (R_i sięga wartości ok. 40%)
- Najważniejszymi parametrami układu są kąty tarcia wewnętrznego zarówno dla górnej, jak i dolnej warstwy, gdyż względny przyrost R_i na skutek zmian wartości kąta ϕ_1 i ϕ_2 może sięgać nawet 300%, szczególnie w przypadku małych wartości stosunku H/B i jednocześnie wysokich wartości tych kątów.

Typowe wartości parametrów układu filar-warstwy spągu

| Zmienna | Opis | Jednostka | Obszar zmienności |
|-------------|---|-----------|-------------------|
| H/B | Względna grubość warstwy spągu | [-] | 0.05-0.30 |
| L/B | Kształt filara | [-] | 1.0-5.0 |
| c_2/c_1 | Stosunek spójności | [-] | 1.0-10.0 |
| c_1 | Spójność górnej warstwy | [MPa] | 0.207-1.71 |
| c_2 | Spójność dolnej warstwy | [MPa] | 1.71 |
| q_2/q_1 | Stosunek nośności płyt próbnych | [-] | 1.0-10.0 |
| s/B | Względna szerokość wyrobiska | [-] | 0.2-1.0 |
| φ_1 | Kąt tarcia wewnętrzznego dla górnej warstwy | [°] | 0-30 |
| φ_2 | Kąt tarcia wewnętrzznego dla dolnej warstwy | [°] | 30 |

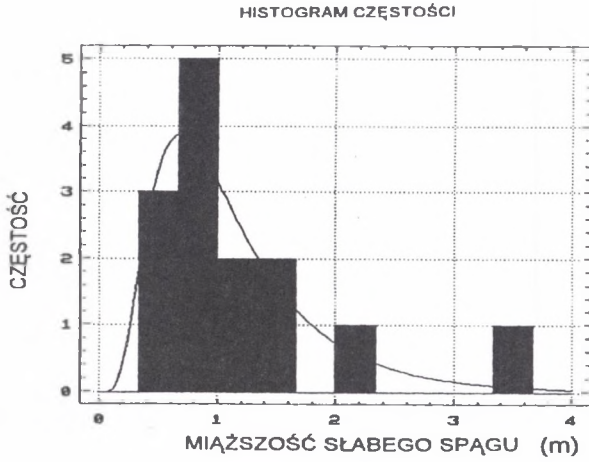
9.4. Wyznaczenie średnich parametrów charakteryzujących słabą warstwę spągu

W przeciągu ostatnich lat Wydział Górnictwa w SIUC prowadził zakrojone na szeroką skalę badania laboratoryjne i polowe, których celem było bliższe poznanie charakterystyk warstwy słabego spągu występującego w południowej części stanu Illinois oraz zachodnich obszarach stanów Indiana i Kentucky (np. Pula i in. 119]). Studia te dotyczyły własności fizycznych materiałów i ich charakterystyk odkształceniowo-wytrzymałościowych wyznaczonych na podstawie badań laboratoryjnych, próbnych obciążeń płytowych oraz prób ścinania w otworach wiertniczych. Wynikami tymi posłużył się autor w celu wyznaczenia statystycznych charakterystyk (wartość przeciętna, wariancja, rodzaj funkcji rozkładu) i korelacji pomiędzy zmiennymi, które z założenia mają największy wpływ na wartość prawdopodobieństwa zniszczenia spągu. Wyniki obróbki statystycznej (tabele 9.2-9.3) wskazują, że parametry słabej warstwy spągu rzadko charakteryzują się rozkładem normalnym (patrz też rys. 9.1-9.4). Większość parametrów lepiej opisuje rozkład lognormalny (lub inny asymetryczny) ze znacznym rozproszeniem wokół wartości średnich.

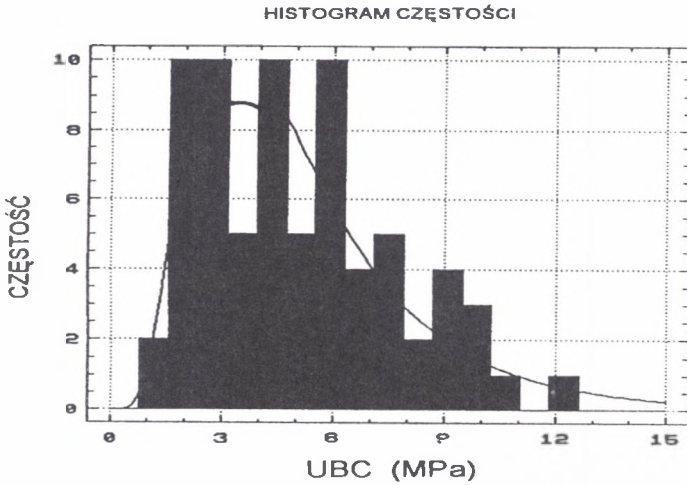
Tabela 9.2

Charakterystyki statystyczne parametrów charakteryzujących słaby spąg

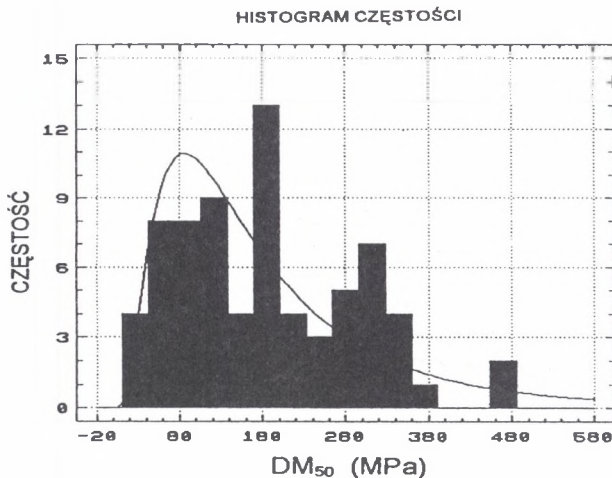
| Parametr | Liczba próbek | Wartość średnia | Odchylenie standardowe | Funkcja rozkładu |
|--------------------------------------|---------------|-----------------|------------------------|------------------|
| Mięszczość warstwy spągu II | 14 | 1.1529 m | 0.7411 m | Lognormalna |
| Wytrzymałość górnej warstwy q_1 | 72 | 5.1789 MPa | 3.1788 MPa | Lognormalna |
| Moduł odkształcenia górnej warstwy E | 72 | 193.466 MPa | 163.643 MPa | Lognormalna |
| Wilgotność MC | 71 | 5.78 pct. | 2.03 pct. | Normalna |
| Kąt φ_1 | - | 5° | 3° | Normalna |
| Kąt φ_2 | - | 30° | 0° | Normalna |



Rys. 9.1. Lognormalna funkcja rozkładu dla grubości słabego spągu
 Fig. 9.1. Lognormal distribution function of weak floor strata thickness



Rys. 9.2. Lognormalna funkcja rozkładu dla nośności słabej warstwy uzyskanej z obciążeń próbnych płyty
 Fig. 9.2. Lognormal distribution function of immediate floor strata ultimate bearing capacity determined from plate loading tests



Rys. 9.3. Lognormalna funkcja rozkładu dla modułu deformacji słabego spągu otrzymanego z obciążeń próbnymi płyty

Fig. 9.3. Lognormal distribution function of immediate floor strata modulus of deformation determined from plate loading tests

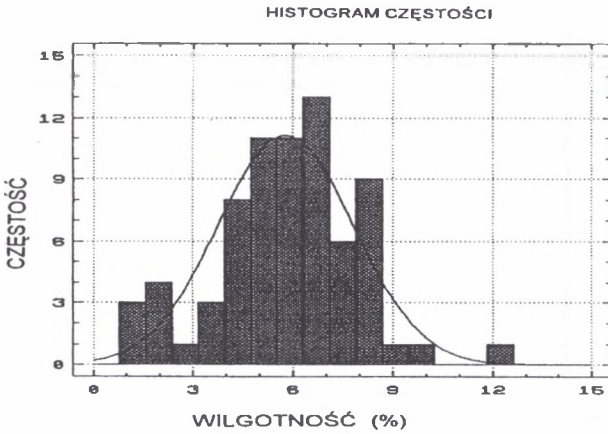
9.5. Opracowanie procedury wymiarowania filarów z zastosowaniem teorii niezawodności

Zakres rozpoznania geotechnicznego, jaki jest wymagany dla prawidłowego rozwiązania danego zagadnienia, zależy od założeń dotyczących natury zmiennych losowych, rodzaju warunków zniszczenia oraz rodzaju modelu analitycznego zastosowanego dla oceny współdziałania układu strop-filar-spąg. Na podstawie opisanej wyżej analizy wrażliwości układu autor przyjął, że sześć (6) następujących zmiennych losowych decyduje o prawdopodobieństwie zniszczenia filara/poła:

- nośność graniczna słabej warstwy spągu $q_1 = x_1$, otrzymana na podstawie obciążeń próbnymi płyt,
- wilgotność naturalna $MC = x_2$ odkształcalnej, górnej warstwy,
- odkształcalność słabej warstwy spągu $\lambda = 1/E_2 = x_3$,
- kąt tarcia wewnętrznego dla górnej warstwy $\varphi_1 = x_4$,
- kąt tarcia wewnętrznego $\varphi_2 = x_5$ dla dolnej, mocnej warstwy oraz
- grubość słabej, górnej warstwy spągu $H = x_6$.

Charakterystyki wyżej wymienionych zmiennych losowych można uzyskać bezpośrednio z obciążeń próbnymi płyt lub za pomocą innych metod, np. używając zależności korelacyjnych pomiędzy wilgotnością naturalną skał i ich odkształcalnością. Można również się posłużyć wynikami rozpoznania geologicznego (Puła i in. [124]).

Autor założył, że wymienione zmienne losowe charakteryzują się lognormalnymi lub normalnymi rozkładami z następującymi charakterystykami: a) wartościami średnimi \bar{x}_i , b) odchyleniami standardowymi σ_{xi} oraz macierzą kowariancji lub korelacji pomiędzy zmiennymi losowymi r_{ij} . Wymagana liczba próbek/badań/pomiarów zależy od fizycznych właściwości skał oraz od położenia geograficznego miejsca i metody badań. Ze statystyki matematycznej wynika, że ta liczba niezależnych danych n powinna spełniać następującą nierówność:



Rys. 9.4. Normalna funkcja rozkładu dla wilgotności naturalnej w obrębie słabego spągu
 Fig. 9.4. Normal distribution function of natural moisture content within weak floor strata

Tabela 9.3

Macierz współczynników korelacji pomiędzy parametrami charakteryzującymi spąg

| | q1 | MC | 1/E | φ_1 | φ_2 | H |
|-------------|--------|--------|--------|-------------|-------------|-------|
| q1 | 1 | -0.516 | -0.737 | 0.5 | 0 | 0.006 |
| MC | -0.516 | 1 | 0.5 | -0.6 | 0 | 0 |
| 1/E | -0.737 | 0.5 | 1 | -0.4 | 0 | 0 |
| φ_1 | 0.5 | -0.6 | -0.4 | 1 | 0 | 0 |
| φ_2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| H | 0.006 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

$$\frac{t_{\alpha}}{\sqrt{n}} \leq \frac{\Delta}{v} \quad (9.2)$$

gdzie Δ jest wartością największego względnego błędu w ocenie wartości średniej (zakłada się *a priori*), v jest współczynnikiem zmienności, natomiast t_{α} jest wartością funkcji rozkładu Studenta dla $n-1$ stopni swobody z ustalonym poziomem prawdopodobieństwa α . Na przykład, zakładając $\Delta = 0.05$ (5%), $v = 0.2$ oraz $\alpha = 0.95$, w celu osiągnięcia wymaganej dokładności należy się posłużyć co najmniej 60 wynikami niezależnych badań.

Kryterium zniszczenia dotyczące każdego i -tego filara w obrębie pola eksploatacyjnego można wyrazić następująco:

$$R_i = Q_i - X_i = 0 \quad (9.3)$$

gdzie R_i jest losowym zapasem bezpieczeństwa, Q_i reprezentuje losową nośność graniczną spągu, natomiast X_i jest losowym obciążeniem działającym na filar. Skalarna wielkość R_i reprezentuje punkt bezpieczny, jeśli $Q_i > X_i$, podczas gdy warunek $Q_i < X_i$ odpowiada zniszczeniu. Linearyzacja równania (9.3) prowadzi do wyrażenia:

$$R_i = R_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k) + \sum_{j=1}^k \frac{\partial R_i}{\partial x_j} (x_j - \bar{x}_j) = 0 \quad (9.4)$$

które stanowi aproksymację równania (9.3) za pomocą dwóch pierwszych wyrazów rozwinięcia w szereg Taylora w punkcie $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k)$ opisanego przez k wartości średnich zmiennych losowych x_j (tzn. spójności, grubości słabej warstwy spagu, itp.). Funkcja rozkładu R_i może być z grubsza opisana za pomocą przybliżonych wartości jej średniej:

$$\bar{R}_i \cong R_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k) + \sum_{j=1}^k \frac{\partial R_i}{\partial x_j} x_j \quad (9.5)$$

i odchylenia standardowego:

$$\sigma_{R_i} = \left[\sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial R_i}{\partial x_j} \right)^2 + 2 \sum_{j=1}^k \sum_{l=j+1}^k \frac{\partial R_i}{\partial x_j} \frac{\partial R_i}{\partial x_l} \sigma_{x_j} \sigma_{x_l} r_{x_j, x_l} \right]^{1/2} \quad (9.6)$$

przy czym pochodne bierze się w punktach wartości średnich.

Bezpieczeństwo pojedynczego i -tego filara można zatem wyrazić poprzez prawdopodobieństwo przetrwania (P_{suc}) lub zniszczenia (P_{fail}):

$$P_{suc} = 1 - P_{fail} = 1 - P\{x_1, x_2, \dots, x_k | \Omega_R\} = 1 - \int_{\Omega_R} \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_k) dx_1 dx_2 \dots dx_k \quad (9.7)$$

gdzie $f(x_1, \dots, x_k)$ jest łączną funkcją gęstości wszystkich zmiennych losowych, natomiast Ω_R jest k -wymiarową przestrzenią charakteryzowaną warunkiem: $R_i(x_1, \dots, x_k) < 0$. Zakładając normalny lub lognormalny rozkład wszystkich zmiennych losowych oraz używając przybliżone równania (9.4) i (9.5) charakterystyki, prawdopodobieństwo to jest zwykłą całką Laplace'a w następującej postaci:

$$P_{fail}(Q_i < X_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_{R_i}} \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{R_i - \bar{R}_i}{2\sigma_{R_i}}\right) dQ_i = \Phi\left(\frac{-\bar{R}_i}{\sigma_{R_i}}\right) \quad (9.8)$$

Prawdopodobieństwo zniszczenia pola traktowanego jako całość (całkowite prawdopodobieństwo zniszczenia) można otrzymać z bardziej ogólnego, następującego równania:

$$P_f = P(X_1 \leq Q_1, \dots, X_k \leq Q_k) = 1 - P\left[\bigcap_{s=1}^k R_s > 0\right] = 1 - \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} \Phi_j(\mathbf{R}; \mathbf{r}_R) dR_k \dots dR_1 \quad (9.9)$$

gdzie Φ_k jest k -wymiarową gaussowską funkcją gęstości z macierzą kowariancji \mathbf{r}_R .

Prawdopodobieństwo P_f można obliczyć na podstawie równania (9.9) stosując kwadraturę, która jednak już dla $k > 3$ staje się skrajnie pracochłonna. Z tego względu autor zastosował **podejście bazujące na funkcjach rozkładów warunkowych**. Niech

$$\Phi(R_1, \dots, R_s | R_{s+1}, \dots, R_k) = \frac{\Phi(R_1, \dots, R_s)}{\Phi(R_{s+1}, \dots, R_k)} \quad (9.10)$$

będzie funkcją rozkładu warunkowego zmiennych losowych R_1, \dots, R_s z warunkami w postaci R_{s+1}, \dots, R_k . Z równania (9.8) otrzymuje się

$$\Phi(R_k | R_{k-1}, \dots, R_1) = \frac{\Phi(R_1, \dots, R_k)}{\Phi(R_1, \dots, R_{k-1})}, \quad (9.11)$$

i powtarzając taką operację odpowiednią ilość razy, można otrzymać wyrażenie dla k -wymiarowej funkcji gęstości w następującej postaci:

$$\Phi(R_1, \dots, R_k) = \Phi(R_k | R_{k-1}, \dots, R_1) \cdot \Phi(R_2 | R_1) \Phi(R_1) \quad (9.12)$$

Traktując zniszczenie jako iloczyn $R=R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_k$ niezależnych zdarzeń R_1, \dots, R_k , funkcja prawdopodobieństwa może być wyrażona w postaci iloczynowej:

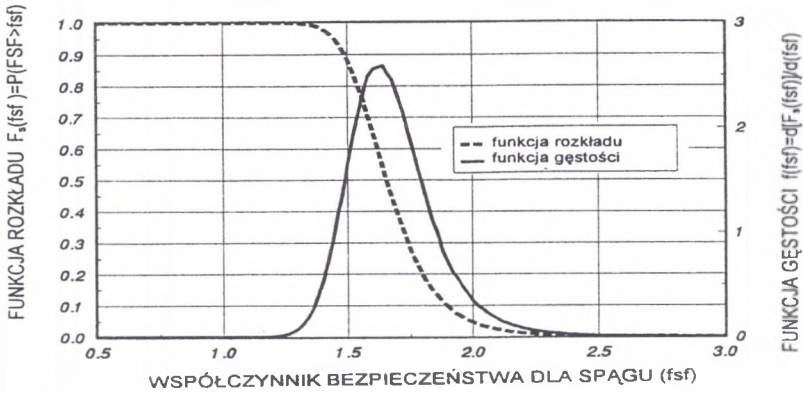
$$P_f = P(R_k | R_{k-1}, \dots, R_1) \cdot P(R_2 | R_1) P(R_1). \quad (9.13)$$

Wartości prawdopodobieństw $P(R_s | R_{s-1}, \dots, R_1)$ można otrzymać rozwiązując rzeczywiste zadanie statyczne $P(R_s)$ przy założeniu uprzedniego zniszczenia filarów oznaczonych numerami $s-1$ do 1 . Wymaga to ciągłych modyfikacji warunków kontaktu pomiędzy filarami i spągami na każdym etapie obliczeń. Znajomość losowych charakterystyk pola obciążenia jest tu także konieczna, gdyż zapas bezpieczeństwa jest funkcją obciążeń X_i , które z kolei ze względu na losowość miąższości słabego spągu i jego odkształcalności są także zmiennymi losowymi. Można tego dokonać poprzez linearyzację zadania wokół wartości średnich odpowiadających rozwiązaniu deterministycznemu uzyskanemu za pomocą modelu płytowego. Obciążenie filarów może być traktowane wtedy jako dwuwymiarowe pole losowe z określoną funkcją autokowariancji. Zarówno prawdopodobieństwo zniszczenia poszczególnych filarów, jak i całkowite prawdopodobieństwo zniszczenia pola eksploatacyjnego oblicza się na koniec za pomocą równań (9.8) lub (9.13).

9.6. Analiza stateczności i niezawodności układu dla typowej sytuacji górniczej

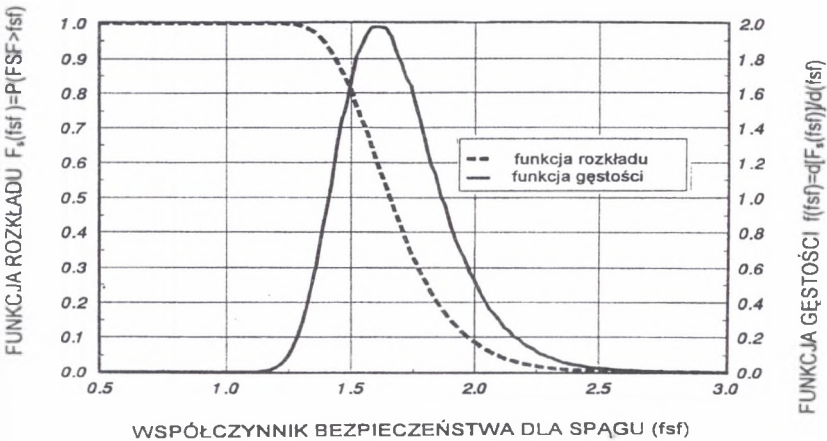
Opracowany przez autora sposób projektowania, którego podstawy podano wyżej, zilustrowano przykładem obliczeniowym opartym na typowej sytuacji rzeczywistej. Dane o własnościach materiałów i o geometrii tej 7-nitkowej wiązki wyrobisk są podane niżej oraz w tabeli 9.3.

- Wymiary filara: $B \times L = 12.192 \times 12.192 \text{ m}$
- Szerokość wyrobiska: $s = 6.096 \text{ m}$
- Grubość warstwy spągu: $H = 0.969 \text{ m}$
- Wilgotność górnej warstwy spągu: $MC_1 = 5.79\%$.
- Nośność graniczna spągu wyznaczona za pomocą płytki kwadratowej o boku 0.3048 m : $q_1 = 4.410 \text{ MPa}$
- Moduł odkształcenia warstwy spągu: $E = 147.672 \text{ MPa}$ ($\lambda = 1/E = 0.00677 \text{ 1/MPa}$)
- Współczynnik Poissona dla warstwy spągu: $\nu = 0.3$
- Kąt tarcia wewnętrzznego dla słabej, górnej warstwy spągu: $\varphi_1 = 5^\circ$
- Kąt tarcia wewnętrzznego dla niższej mocnej warstwy spągu: $\varphi_2 = 30^\circ$
- Obciążenie nadkładem: $q_s = 2.488 \text{ MPa}$
- Sztywność na zginanie płyty nadkładu: $EI = 1.0 \text{ E6 MN m}^2$
- Wartość średnia dla $\ln(q_1)$: $q_{11} = 1.484 \text{ MPa}$
- Wartość średnia dla $\ln(\lambda)$: $\lambda_1 = -4.995 \text{ 1/MPa}$
- Wartość średnia dla $\ln(H)$: $H_1 = -0.0306 \text{ m}$
- Odchylenie standardowe dla $\ln(q_1)$: $\sigma_{q_{11}} = 0.565 \text{ MPa}$
- Odchylenie standardowe dla $\ln(H)$: $\sigma_{H1} = 0.588 \text{ m}$

Filar Nr 3; Zmienna losowa: kąt tarcia ϕ_1 

Rys. 9.5. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmienną losową stanowi kąt ϕ_1

Fig. 9.5. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with ϕ_1 assumed to be the only one random variable

Filar Nr 3; Zmienna losowa: kąt tarcia ϕ_2 

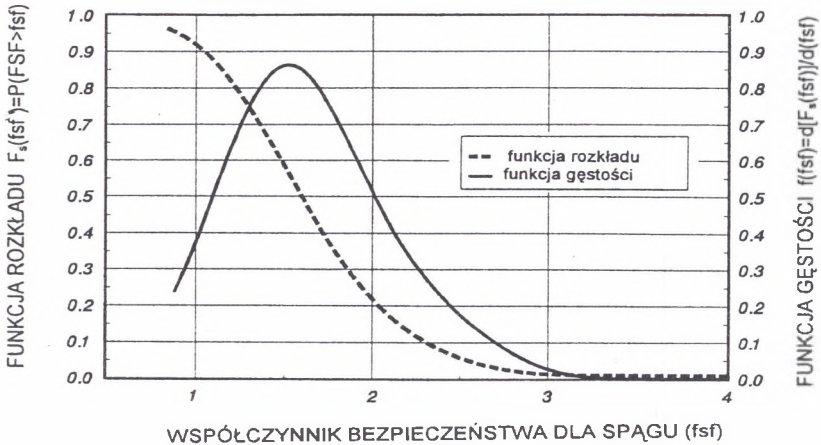
Rys. 9.6. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmienną losową stanowi kąt ϕ_2

Fig. 9.6. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with ϕ_2 assumed to be the only one random variable

Za pomocą opracowanego przez siebie programu komputerowego, opartego na dwuwymiarowej mutacji modelu płytowego, autor przeprowadził analizę scharakteryzowanej wyżej typowej Geometrii I eksploatacji oraz zoptymalizowanej (patrz rozdz. 8) Geometrii II. Posługując się metodą *Pytla-Chugh* (Chugh i Pytel [32]) obliczenia nośności spągu pod filarem, wyznaczono współczynniki bezpieczeństwa

dla filarów. prawdopodobieństwa ich zniszczenia oraz prawdopodobieństwa zniszczenia pól eksploatacyjnych traktowanych jako całość. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabelach 9.4 i 9.5. Przykłady obliczonych funkcji rozkładu dla FSF (współczynnik bezpieczeństwa dla filara ze względu na nośność spągu), tzn. $P(FSF > fsf)$, dla filara umieszczonego w środku wiązki (filar 3), pokazano na rys. 9.5-9.13. Przedstawione na nich wykresy świadczą o tym, że współczynnik bezpieczeństwa dla filara ze względu na nośność spągu jest bez wątpienia zmienną losową o niesymetrycznej funkcji rozkładu będącej odbiciem lognormalnego rozkładu q_1 i H .

Filar Nr 3; Zmienna losowa: miąższość słabego spągu H



Rys. 9.7. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmienna losowa stanowi kąt miąższość H

Fig. 9.7. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with H assumed to be the only one random variable

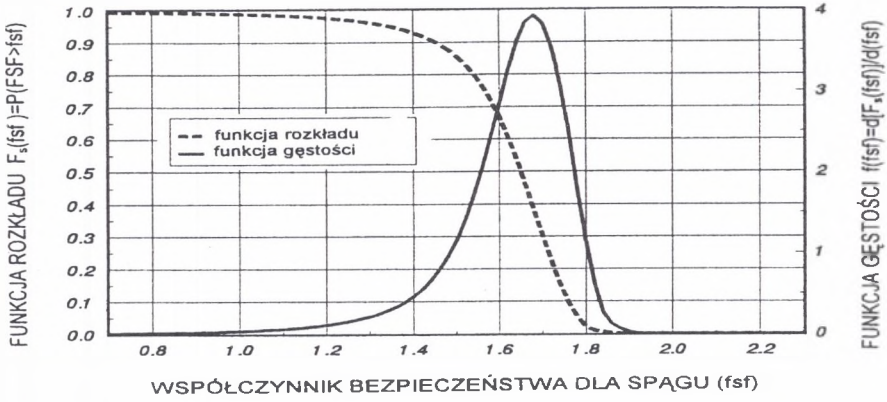
Podobną analizę probabilistyczną autor wykonał dla zoptymalizowanej Geometrii II spełniającej warunek równomiernego rozkładu współczynnika bezpieczeństwa $FSF = 1.63$, którego wartość jest wartością minimalną FSF określoną dla statecznej Geometrii I (patrz tabela 9.4). Dane wejściowe dla pola II pozostają takie same jak dla pola I powyżej, z wyjątkiem szerokości filarów, które są w tym przypadku jak następuje: $B_1 = B_6 = 11.263$ m, $B_2 = B_5 = 12.154$ m oraz $B_3 = B_4 = 12.066$ m. Wyniki obliczeń podano w tabelach 9.6-9.7.

Całkowite prawdopodobieństwo zniszczenia pola I i pola II zostały obliczone wg równania (9.13) jako następujące iloczyny warunkowych prawdopodobieństw zniszczenia wyznaczonych dla filara Nr 1 poddanego obciążeniu zmieniającemu się zgodnie z procesem niszczenia pozostałych filarów:

$$P_{f1} = 0.1854 \times 0.1972 \times 0.2055 \times 0.9335 \times 0.9684 \times 0.9830 = 0.006679$$

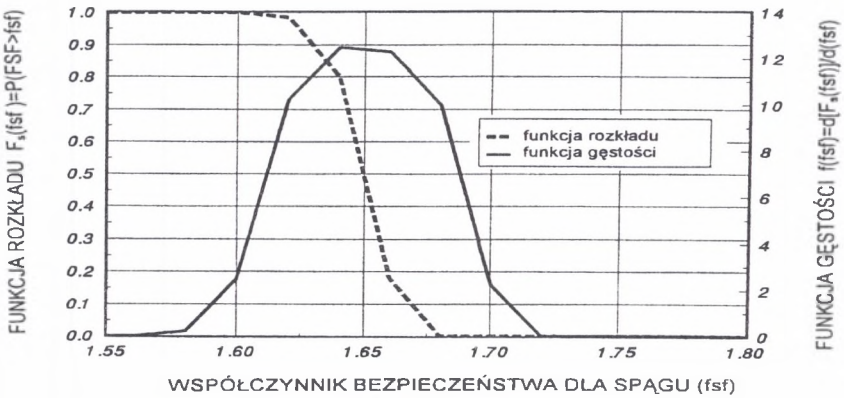
$$P_{f2} = 0.2298 \times 0.2434 \times 0.2556 \times 0.9511 \times 0.9775 \times 0.9880 = 0.013434$$

Przedstawione powyżej wyniki obliczeń potwierdziły przydatność opracowanej metody w analizie dwuwymiarowych geometrii górniczych poddanych wpływom losowej zmienności swoich parametrów.

Filar Nr 3; Zmienna losowa: wilgotność MC_1 

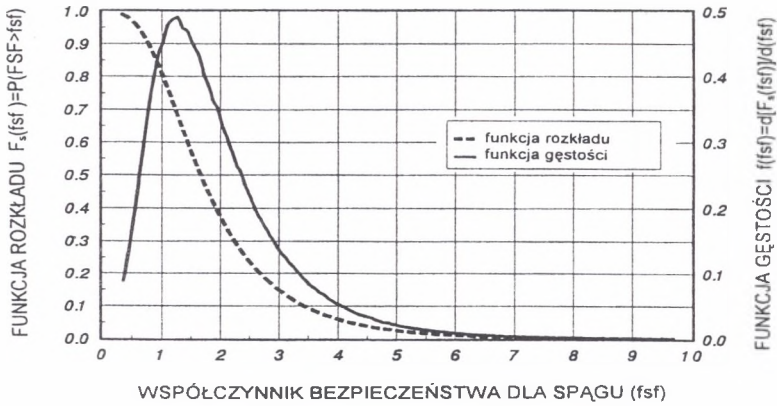
Rys. 9.8. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmienną losową stanowi wilgotność MC_1

Fig. 9.8. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with MC_1 assumed to be the only one random variable

Filar Nr 3; Zmienna losowa: odkształcalność spągu $1/E$ 

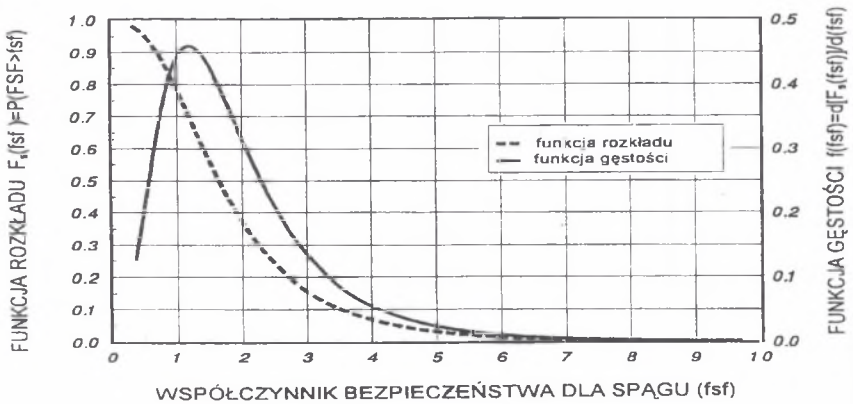
Rys. 9.9. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmienną losową stanowi odkształcalność $1/E$

Fig. 9.9. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with $1/E$ assumed to be the only one random variable

Filar Nr 3; Zmienna losowa: nośność płyty q_1 

Rys. 9.10. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmienna losowa stanowi nośność płytki próbnej q_1

Fig. 9.10. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with q_1 assumed to be the only random variable

Filar Nr 3; Zmienne losowe: nośność płyty q_1 i wilgotność MC_1 

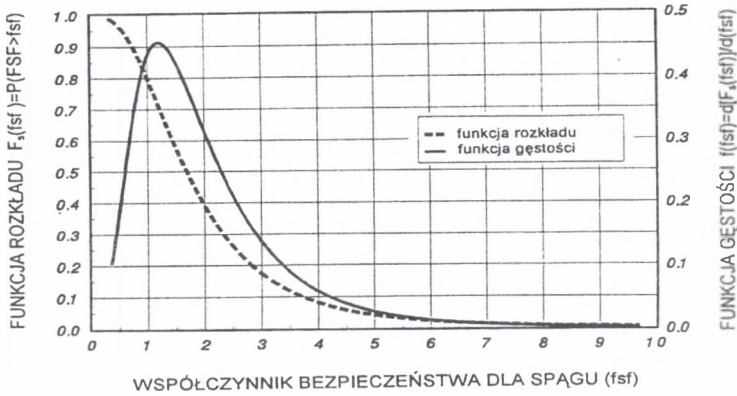
Rys. 9.11. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmiennymi losowymi są nośność q_1 i wilgotność MC_1

Fig. 9.11. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with q_1 and MC_1 assumed to be the only random variables

Jeśli w analizie uwzględnione są przynajmniej dwie skorelowane zmienne losowe, dodanie do zagadnienia jeszcze jednego wymiaru geometrii nie wydaje się być efektywnym środkiem prowadzącym do uzyskania wyższej dokładności wyników ze względu na ogromne w takim przypadku wydłużenie

czasu obliczeń. Co więcej, jest wątpliwe, czy trójwymiarowe sformułowanie problemu przynosi znaczące zwiększenie ilości uzyskanego urobku w porównaniu z wynikami otrzymanymi na podstawie zapisu dwuwymiarowego. Opracowana metoda może przynieść górnictwu duże korzyści, szczególnie w kopalniach, gdzie zmienność parametrów jest względnie niska. W takich przypadkach *poziom bezpieczeństwa* wyznaczony na podstawie obliczonych prawdopodobieństw zniszczenia może być bardzo wysoki, chociaż odpowiadające mu konwencjonalne współczynniki bezpieczeństwa mogą być jednocześnie bardzo niskie (bliskie jedności).

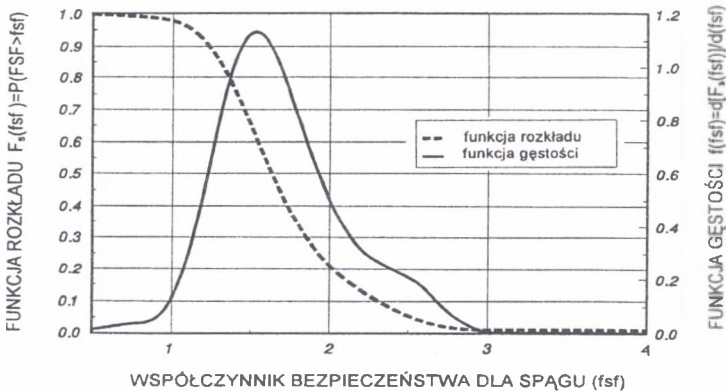
Filar Nr 3; Zmienne losowe: nośność płyty q_1 i miąższość H



Rys. 9.12. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmiennymi losowymi są nośność q_1 i miąższość H

Fig. 9.12. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with q_1 and H assumed to be the only random variables

Filar Nr 3; Zmienna losowa: odkształcalność $1/E$ i miąższość H



Rys. 9.13. Zależność pomiędzy konwencjonalnym współczynnikiem bezpieczeństwa dla spągu pod filarem położonym w środku pola i prawdopodobieństwem jego zniszczenia, przy założeniu, że zmiennymi losowymi są odkształcalność $1/E$ i miąższość H

Fig. 9.13. Relationship between conventional floor safety factor beneath single pillar and corresponding probability of failure (or distribution function) determined for the pillar located at the panel center with $1/E$ and H assumed to be the only random variables

Tabela 9.4

Współczynniki bezpieczeństwa spągu dla wybranych schematów zniszczenia w obrębie Geometrii I

| Miejsce zniszczenia spągu | Położenie (nr) filara | | | | | |
|---------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| - | 1.786 | 1.631 | 1.653 | 1.653 | 1.631 | 1.786 |
| 3 | 1.646 | 0.809 | - | 0.815 | 1.514 | 1.828 |
| 3,4 | 1.542 | 0.537 | - | - | 0.537 | 1.542 |
| 2,3,4 | 0.420 | - | - | - | 0.406 | 1.459 |
| 2,3,4,5 | 0.340 | - | - | - | - | 0.340 |
| 2,3,4,5,6 | 0.291 | - | - | - | - | - |

Tabela 9.5

Prawdopodobieństwo zniszczenia spągu dla wybranych schematów zniszczenia w obrębie Geometrii I

| Miejsce zniszczenia spągu | Położenie (nr) filara | | | | | |
|---------------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| - | 0.1854 | 0.1991 | 0.1968 | 0.1968 | 0.1991 | 0.1854 |
| 3 | 0.1972 | 0.6466 | - | 0.6419 | 0.2115 | 0.1836 |
| 3,4 | 0.2055 | 0.8567 | - | - | 0.8567 | 0.2055 |
| 2,3,4 | 0.9335 | - | - | - | 0.9375 | 0.2163 |
| 2,3,4,5 | 0.9684 | - | - | - | - | 0.9684 |
| 2,3,4,5,6 | 0.9830 | - | - | - | - | - |

Tabela 9.6

Współczynniki bezpieczeństwa spągu dla wybranych schematów zniszczenia w obrębie Geometrii II

| Miejsce zniszczenia spągu | Położenie (nr) filara | | | | | |
|---------------------------|-----------------------|-------|------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| - | 1.63 | 1.62 | 1.63 | 1.62 | 1.63 | 1.786 |
| 3 | 1.502 | 0.809 | - | 0.811 | 1.505 | 1.677 |
| 3,4 | 1.400 | 0.538 | - | - | 0.538 | 1.400 |
| 2,3,4 | 0.384 | - | - | - | 0.408 | 1.327 |
| 2,3,4,5 | 0.312 | - | - | - | - | 0.312 |
| 2,3,4,5,6 | 0.268 | - | - | - | - | - |

Tabela 9.7

Prawdopodobieństwo zniszczenia spągu dla wybranych schematów zniszczenia w obrębie Geometrii II

| Miejsce zniszczenia spągu | Położenie (nr) filara | | | | | |
|---------------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| - | 0.2298 | 0.1977 | 0.2031 | 0.2031 | 0.1977 | 0.2298 |
| 3 | 0.2434 | 0.6428 | - | 0.6464 | 0.2098 | 0.2241 |
| 3,4 | 0.2556 | 0.8547 | - | - | 0.8547 | 0.2556 |
| 2,3,4 | 0.9511 | - | - | - | 0.9369 | 0.2677 |
| 2,3,4,5 | 0.9775 | - | - | - | - | 0.9775 |
| 2,3,4,5,6 | 0.9880 | - | - | - | - | - |

UWAGI KOŃCOWE

Wyniki prac badawczych przedstawione w niniejszej pracy pozwoliły autorowi zademonstrować możliwości obliczeniowe opracowanego płytowego modelu górotworu w prognozowaniu osiadań i transferu obciążenia w obrębie pól eksploatacyjnych w technologii filarowo-komorowej lub ścianowej z silnie obciążonymi filarami. Opracowany model obliczeniowy może być stosowany w stosunku do każdej geometrii wyrobisk powstających w dowolnej sekwencji czasowej. Przykłady obliczeniowe wykazały znaczenie niektórych parametrów sytuacji górniczej kształtujących lokalną sztywność układu oraz opisujących charakterystykę pracy filarów.

Model niniejszy jest jednym z nielicznych, których można bez trudu użyć jako rutynowych narzędzi w projektowaniu geometrii wydobywania, pozwalających otrzymać charakterystyki osiadań oraz wartości średnich obciążeń działających na filary i obudowę podporową w dowolnym punkcie eksploataowanego pola. Przedstawione powyżej wyniki potwierdzają użyteczność i względną dokładność modelu w analizie statycznej układów górniczych, a także w dziedzinie ich dynamicznej reakcji na lokalną utratę stateczności (patrz Załącznik 1). Opracowany model można także stosować do układów ścianowych, w obrębie których przeciążone filary przyscianowe mogą nagle ulec zniszczeniu generując falę naprężeń o znacznym zasięgu.

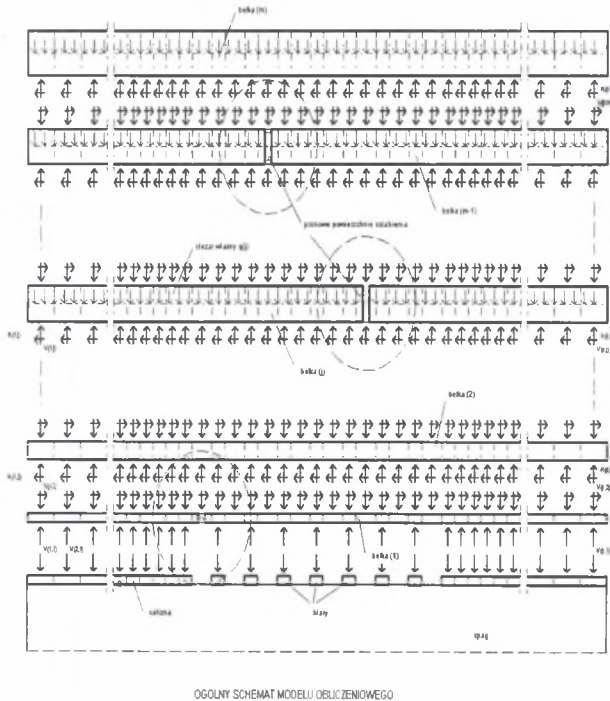
Przydatność opracowanego modelu płytowego w zastosowaniu do rzeczywistych warunków pracy górotworu została praktycznie potwierdzona w szeregu kopalń Illinois, Kentucky i Indiana, a także w jednej z australijskich kopalń. Związane z czynnikiem czasu parametry odkształceniowe słabej warstwy spągu uzyskane na podstawie obserwowanych osiadań okazały się racjonalne i mogły zostać wykorzystane do prognozy osiadań terenu, szczególnie w dłuższym horyzoncie czasowym. Model wymaga przy tym dokładnego zdefiniowania geometrii i czasowej sekwencji wydobywania.

Niniejsza praca przedstawia także odpowiednią analityczną metodę projektowania filarów dla sytuacji górniczych, w których występuje lekko-sprężysta warstwa spągu lub gdy filary zbudowane są z materiału (węgla) wykazującego nieliniową charakterystykę obciążenie-przemieszczenie. Powinno się w tym przypadku kontynuować studia obiektowe nad nośnością i odkształcalnością filarów i towarzyszącego im spągu. Badania takie pomogą określić obszar stosowalności proponowanych metod projektowania, co z kolei pozwolić może na zwiększenie stopnia wybrania złoża z jednoczesną pełną kontrolą nad zachowaniem się skrajnie obciążonych filarów.

Na bazie przedstawionego modelu autor opracował też metodę obliczeniową kontroli zależnych od czasu deformacji i stateczności wyrobisk w przypadku projektowania operacji górniczych, które mogą zmienić warunki hydrologiczne w obrębie aktywnych lub opuszczonych kopalń. Dotyczy to zarówno operacji odwadniania, jak i umieszczania pod ziemią mułu popłuczkowego lub jego mieszaniny z pozostałościami spalania. Ze względu na to, że prezentowana technika umożliwiła prognozę dodatkowych osiadań i zmian w stateczności elementów układu na skutek zmieniającego się środowiska hydrologicznego kopalni, może być ona bardzo przydatna dla przedsięwzięcia planujących podszadanie wyrobisk mokrym medium lub prowadzących eksploatację bezpośrednio pod zbiornikami powierzchniowymi lub zbiornikami zlokalizowanymi pod powierzchnią terenu.

Podjęto ponadto prace nad opracowaniem procedury projektowania filarów bazującej na metodach poziomu III teorii niezawodności, pozwalającej obliczyć prawdopodobieństwa zniszczenia pola/filarów i odniesienie ich do wartości konwencjonalnych współczynników bezpieczeństwa typowo stosowanych w określonych sytuacjach górniczych. Podejście takie można wykorzystać m.in. w celu opracowania zaleceń co do zakresu wymaganych badań geotechnicznych, a także przy projektowaniu operacyjnie możliwej do zaakceptowania, alternatywnej geometrii wyrobisk spełniającej wymagania związane z minimalnym współczynnikiem bezpieczeństwa i/lub najmniejszym dopuszczalnym prawdopodobieństwem zniszczenia.

Ważną cechą opracowanego modelu płytowego górotworu jest możliwość jego rozbudowy w kierunku „udokładnienia” budowy nadkładu poprzez wprowadzenie modelu wielopłytyowego z określonymi warunkami współpracy płyt na powierzchniach kontaktu (rys. 10.1). Tego rodzaju prosta technicznie rozbudowa może być istotnym udoskonaleniem modelu, gdyż pozwoli rozpatrywać wielowymiarowy stan naprężeń i przemieszczeń w kategorii wymuszeń zarówno statycznych, jak i dynamicznych, a to z kolei umożliwi ocenę możliwości pojawienia się niestateczności w nadkładzie (tąpnięcia).



Rys. 10.1. Rozszerzony model wielobelkowy (płytowy) górotworu
Fig. 10.1. Extended multi-beam(plate) model of strata

Jednak najistotniejsze w ocenie autora jest to, że przedstawiony model płytowy umożliwił w sposób pełniejszy niż dotychczas sprecyzowanie poglądu na współpracę układu strop-filar-spąg oraz rolę parametrów definiujących ten układ. Stwierdzono bowiem, że w zależności od sytuacji geologiczno-górnicznej, różne elementy układu grają pierwszoplanową rolę z punktu widzenia stateczności układu. I tak na przykład:

- w przypadku występowania nierównomiernej miąższości lub odkształcalności warstwy spągu należy się liczyć z nierównomiernymi osiadaniami i związanymi z tym zawałami stropu,
- w przypadku cienkiego złoża z kolei znaczenia nabiera nośność spągu, a obserwowana konwergencja może mieć ścisły związek z wciskaniem filarów w warstwę spągu, natomiast
- odkształcalność i wytrzymałość filarów odgrywać mogą decydującą rolę w przypadku eksploatacji grubego złoża.

Każda sytuacja geologiczno-górnicza wymaga więc wstępnej oceny roli elementów układu w celu stworzenia sobie realnej możliwości kierowania stropem (roof control) w aspekcie przewidywanej przestrzennej charakterystyki jego ugięcia i związanego z tym zagrożenia tąpnięciami. Przedstawiony model płytowy jest narzędziem, które efektywnie zbliża nas do tego celu.

LITERATURA

1. Agiountantis Z., Karmis M. and Jarosz A. 1988. Prediction of Surface Subsidence and Strain in the Appalachian Coal Fields Using Numerical Methods. Proc. 7th Int. Conf. on Ground Control in Mining (ed. S.S.Peng), Morgantown, W.V., pp. 95-100.
2. Agiountandis Z., Heasley K.A. LAMODEL – A boundary element program for coal mine design. Proc. of the 9th Int. Symp. on Mine Planning and Equipment Selection (Panagiotou and Michalakopoulos eds.), Athens 2000, 239-246.
3. Alfrey T. Quart. Appl. Math. 2/1944, str. 113.
4. Allen D.N., Windle D.W., 1965. The finite difference approach. In: O.C. Zienkiewicz and G.S. Hilister (eds.), Stress Analysis, Wiley, New York, pp. 3-20.
5. Bauer J. 1975. Algorytm wyznaczania rozkładu naprężeń pionowych w filarowo-komorowym systemie eksploatacji. Pr. Nauk. Inst. Geot. PWr. Nr 13, Konferencje nr 3, 53-63.
6. Bauer J., Karpuk Z. 1975. Rozkład naprężeń pionowych w pojedynczym filarze podporowym. Pr. Nauk. Inst. Geot. PWr., nr 13, Konferencje nr 3, 43-51.
7. Białek J. 1991. Opis nieustalonej fazy obniżen terenu górnictwa z uwzględnieniem asymetrii wpływów końcowych. ZN PŚI., Górnictwo z. 194.
8. Białek J. 1996. Próba opisu wpływu kolejności i kierunku eksploatacji na końcowy kształt niecki obniżeniowej. ZN AGH, Górnictwo, z. 232, 15-27.
9. Białek J., Jaworski A., Ai Pham Quang. 1995. Propozycja efektywnego opisu składowej pionowej ruchów górotworu pod eksploatowanymi pokładami. ZN PŚI., Górnictwo z. 225, 9-21.
10. Bieniawski Z.T. 1984. Rock Mechanics Design in Mining and Tunneling. A.A. Balkema, 272 str.
11. Booth C.J. 1992. Hydrogeologic impacts of underground (longwall) mining in the Illinois Basin. In Proc. of the 3rd Workshop on Surface Subsidence Due to Underground Mining (ed. S.S. Peng). Morgantown, W.V., 222-227
12. Brinch Hansen J. 1968. A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity. Preprint of Lecture in Japan.
13. Budryk W. 1933. Teoria fali ciśnień. Kraków.
14. Butra J., Kunysz N.M., Mrozek K. 1999. Rozwijanie i modyfikowanie komorowo-filarowych systemów eksploatacji w górnictwie rud miedzi. Mat. Konf. Geotechnika w górnictwie i budownictwie specjalnym, Kraków. 13-28.
15. Butra J., Dębowski R., Pytel W. Face advance modeling in elastic-brittle strata subjected to seismic events caused by time-dependent changes in rock mass load intensity. *Rockbursts and Seismicity in Mines-RaSiM5*, South African Inst. Min. Metall., 2001, 469-477.
16. Carr F. 1992. Ten years' experience of the Wilson/Carr pillar sizing method at Jim Walter Resources, Inc. Proceedings of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, Information Circular 9315. U.S. Bureau of Mines, pp. 166-179.
17. Chen G. and Chugh Y.P. 1990. Application of short-term time-dependent plate loading tests for estimation of in-situ elastic and viscous parameters of weak floor strata. Proc. 9th International Conference on Ground Control in Mining (ed. S.S. Peng), Morgantown, W.V., 238-249.
18. Chudek M., Stefański L. 1987. Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu. ZN AGH, Górnictwo, z. 145, 13-62.

19. Chudek M., Stefański L. 1990. Wpływ postępu frontu górniczego na szybkość deformacji terenu na powierzchni. ZN PŚL., Górnictwo z. 185, 35-70.
20. Chugh Y.P. 1987. Subsidence Investigations Over A Large Abandoned Mine. Internal Report (confidential), Department of Mining Engineering, SIUC.
21. Chugh Y.P. 1990a. Subsidence Investigation Over an Abandoned Mine. Internal Report (confidential), Department of Mining Engineering, SIUC.
22. Chugh Y.P. 1990b. Ibid.
23. Chugh Y.P., Atri A., 1989. Subsidence Monitoring at a Shallow Extraction Room-And-Pillar Mine in Midwestern United States. Proc. of the 30th U.S. Symposium on Rock Mechanics (ed. A. Wahab Khair), Morgantown, WV, 715-722.
24. Chugh Y.P., Chen G. and Pula O. 1989. A Geotechnical Study to Assess the Feasibility of Operating Longwall Supports on Weak Floor Strata. Final Report for Old Ben Coal Co., Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale.
25. Chugh Y.P., Hao Q.W. 1990. Surface subsidence characteristics due to pillar extraction at a shallow room-and-pillar mine in Central Illinois. Final Report submitted to U.S. Bureau of Mines, Twin Cities Research Center, Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale, 38 str.
26. Chugh Y.P., Nath R. and Shankar S. 1987. Time-Dependent Behavior of Immediate Weak Floor Strata from an Illinois Coal Mine. Proc. 6th Int. Conf. on Ground Control in Mining (ed. S.S. Peng), Morgantown, W.V., 204-218.
27. Chugh Y.P., Phillips M., Chandrashekhar K., Atri A., Haq S. 1990. Identification of Mine Characteristics, Conditions, and Procedures For Design of Stable partial Extraction Room-and-Pillar Mines in the Herrin (No.6) Coal Seam in Illinois. Final Report to Illinois Mine Subsidence Research Program, Champaign, IL, October 1990, str. 116.
28. Chugh Y.P. and Prasad K.V.K. 1986. Internal Report, Department of Mining Engineering, SIU at Carbondale.
29. Chugh Y.P., Pula O. and Pytel W.M. 1990. Ultimate bearing capacity and settlement of coal pillar sub-strata. Int. J. of Mining and Geological Engineering, vol.8, 111-130.
30. Chugh Y.P., Pytel W.M. 1989. Surface Subsidence Prediction Due to Secondary Mining at Wabash Mine. Final Report submitted to AMAX Coal Industries, Inc., Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale.
31. Chugh Y.P., Pytel W.M. 1990. Geotechnical Investigations for Design of Partial Extraction Mine Layouts for Black Beauty Coal Company. Research Report submitted to Black Beauty Coal Company, Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale.
32. Chugh Y.P. and Pytel W.M. 1992. Design of Partial Extraction Coal Mine Layouts for Weak Floor Strata Conditions. U.S. Bureau of Mines IC 9315: 32-49.
33. Chugh Y.P. and Pytel W.M. 1992a. Analysis of alternate room-and-pillar mining geometries using the SIU PANEL.2D Model. Proceedings of the 10th Annual Workshop, Generic Mineral Technology Center, Mine Systems Design and Ground Control, Moscow, Idaho, 71-82.
34. Chugh Y.P., Yu Z. 1994. Instrumentation of Longwall Chain Pillars for Determination of an Intensity Function for Longwall Mines in Illinois. Phase I of Research Report for U.S. Bureau of Mines, Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale.
35. Cisek T., Pęciak J., Wesołowski M. 1999. Oddziaływanie prędkości eksploatacji na rozkład naprężeń i wielkość deformacji górotworu otaczającego. ZN PŚL., Górnictwo z. 242, 43-65.
36. Crouch S.L., Fairhurst C. 1973. The mechanics of coal mine bumps and the interaction between coal pillars, mine roof, and floor. Final Report, USBM Contract H0101778, Univ. MN. BuMines OFR 53-73, 1973, 88 str.; NTIS PB 222 898.
37. Curran J.H., Corkum B.T., Wyllie J.A. 1990. *EXAMINE^{TAB}. 3D displacement discontinuity program for calculating stresses and displacements around tabular ore bodies*. Rock Engineering Group, University of Toronto.

38. De Wiest R.J.M. 1966. On the storage coefficient and the equations of ground water flow. *J. Geoph. Res.* 71.
39. Dobrociński S., Walaszczyk J. 1989. Porównanie efektywności MES i MEB do oceny stanu naprężenia w sąsiedztwie wyrobisk korytarzowych. *ZN AGH, Górnictwo*, z. 142, 97-104.
40. Drzęźła B. 1989. Opis programów prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. Aktualny stan oprogramowania. *ZN PŚI, Nr 923*.
41. Drzęźła B. 1990. Algorytmy obliczania deformacji górotworu przy dowolnym kształcie parcel eksploatacji. *ZN PŚI., Górnictwo z. 188*, 31-47.
42. Drzęźła B. 1996. Wpływ prędkości wybierania i zmian prędkości wybierania (postojów ścian) na obiekty powierzchni w świetle przyjętych modeli teoretycznych. *Mat. Konf. Szkoły Ekspł. Podz.* '96, 107-117.
43. Dymek F. 1976. Stan naprężenia i przemieszczenia w górotworze sprężystym w sąsiedztwie czynnego frontu eksploatacji. *Arch. Górn.*, vol. XXI(1).
44. Dymek F., Dymek J. F. 1995. Funkcje Greena i ich zastosowanie w geomechanice. *ZN AGH, Górnictwo*, rok 19, z. 1, 27-40.
45. Filcek II. 1960. Stan naprężenia i odkształcenia wokół wyrobiska chodnikowego jako funkcja czasu. Praca doktorska, AGH.
46. Filcek II. 1963. Wpływ czasu na stan naprężenia i odkształcenia górotworu w sąsiedztwie wyrobiska chodnikowego. *Zesz. Probl. Górn. AGH*, t. 1, z. 1, 15-79.
47. Filcek II. 1965. Osiowo symetryczne zgięcie płyty nieograniczonej na podłożu sprężystym o dwóch różnych współczynnikach oporu. *Arch. Górn. PAN*, t. 10, z. 2, 30-46.
48. Filcek II. 1965. Ugięcie stropu i ciśnienie w rejonie filara szybowego w świetle teorii zgięcia płyt na sprężystym podłożu. *ZN AGH, Rozprawy*, z. 50.
49. Filcek II. 1977. Dobór wielkości numerycznych modeli górotworu. *Arch. Górn.*, t. XXII, z. 3, 199-210.
50. Filcek II. 1997. Współczesne wartości teorii fali ciśnienia Budryka. *ZN AGH, Górnictwo*, rok 21, z. 4, 221-230.
51. Filcek H., Flisiak J., Mazurek J., Tajduś A. 1989. Wykorzystanie metod prognozowania deformacji górotworu do rozwiązywania zagadnień praktycznych. *ZN AGH, Górnictwo*, z. 142, 105-115.
52. Filcek H., Flisiak J., Mazurek J., Tajduś A. 1989. Wykorzystanie metod prognozowania deformacji górotworu do wyboru optymalnego systemu eksploatacji otworowej w kopalni siarki „Osiek”. *ZN AGH, Górnictwo*, z. 142, 117-128.
53. Filcek H., Gawlik L., Walaszczyk J. 1983. Digitale Modelle von grossen Bereichen des Gebirges. *Proc. of the 8th Plenary Scientific Session of the Int. Bureau of Strata Mechanics (World Mining Congress)*, Essen, 209-214.
54. Filcek H., Tajduś A. 1985. Einfluss natürlicher und technischer Parameter auf die Gestaltung von Verschiebungen und Spannungen des Gebirges in der Umgebung von Strecken. *Proc. of the 9th Plenary Scientific Session of the Int. Bureau of Strata Mechanics (World Mining Congress)*, Varna (ed. A. Kidybiński, M. Kwaśniewski), 263-279.
55. Filcek H., Tajduś A. 1987. Stan naprężenia, przemieszczenia i wyłączenia w sąsiedztwie wyrobiska chodnikowego o przekroju odpowiadającym obudowie ŁP. *ZN AGH, Górnictwo*, z. 145, 223-249.
56. Filcek H., Walaszczyk J. 1977. Numeryczne modelowanie górotworu z wieloma wyrobiskami górniczymi. *ZN AGH, Górnictwo*, z. 1.
57. Filcek II., Walaszczyk J., Tajduś A. 1994. *Metody komputerowe w geomechanice górniczej*. Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice.
58. Flisiak J. 1989. Zastosowanie mikrokomputerów do prognozowania deformacji górotworu. *ZN AGH, Górnictwo*, z. 142, 129-144.

59. Forsythe G.E., Wasow W.R. 1960. Finite Difference Methods for Partial Differential Equations. Wiley, New York.
60. Gajoch K., Piechota S., Sepiał J. 1987. Eksploatacja w filarach ochronnych w płytkich kopalniach rud Zn-Pb. ZN AGH, Górnictwo, z. 131, 17-30.
61. Gall V., Park D.W. 1990. Effective iterative technique in numerical modeling to simulate progressive failure in underground coal mines. Rock mechanics contributions and challenges: Proc. of the 31st U.S. Symposium (ed. W.A. Hustrulid and G.A. Johnson), A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield: 313-320.
62. Grzebyk W., Pytel W. 1998. Określenie drgań górotworu na podstawie numerycznego modelowania lokalnej niestateczności układu. Mat. XXI Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Zakopane, 140-151.
63. Halał W. 1993. Zastosowanie metod adaptacyjnych do budowy numerycznych modeli górotworu. Arch. Min. Sci., vol. 38, 69-97.
64. Halał W. 1998. Zmiany wartości ciśnienia w eksploatowanym pokładzie wyznaczone na podstawie rozwiązań analitycznych i rozwiązań numerycznych. Mat. XXI Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Zakopane, 153-167.
65. Haramy K.J. and Fejes A.J. 1992. Characterization of overburden response to longwall mining in the Western United States. Proceedings of the 11th International Conference on Ground Control in Mining, the University of Wollongong, N.S.W., 1-11.
66. Haramy K.Y., Kneisley R.O., McDonnell J.P. 1987. Longwall face bursts and inadequate caving: a case study. 6th International Conference on Ground Control in Mining, Morgantown, WV: 18-30.
67. Haramy K.Y., Magers J.A., McDonnell J.P. 1988. Mining under strong roof. 7th International Conference on Ground Control in Mining, Morgantown, WV: 179-194.
68. Hardy M.P., Christianson M. and Crouch S.L. 1977. Hybrid computer system for optimization of extraction procedures in tabular coal deposits. Department of Civil and Mining Engineering, University of Minnesota, Minneapolis, USBM Contract Report, 61 str.
69. Hasenfus G.J., Johnson K.L. and Su D.W.H. 1988. A hydrogeomechanical study of overburden aquifer response to longwall mining. In Proc. 7th Int. Conf. on Ground Control in Mining (ed. Syd S. Peng), Morgantown, WV: West Virginia University, Department of Mining Engineering, 149-162.
70. Hoch M.T., Karabin G.J. and Kramer J.M. 1992. MSHA's simple technique for predicting stress distribution in a mine panel. Proceedings of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, Information Circular 9315, U.S. Bureau of Mines, 61-72.
71. Hoffman J.D. 1992. Numerical methods for engineers and scientists. McGraw Hill, Inc.
72. Holland C.T. 1964. The strength of coal in mine pillars. Proceedings of the 6th Symposium on Rock Mechanics, University of Missouri, Rolla, 450-466.
73. Hood M., Ewy R.T. and Riddle L.R. 1983. Empirical Methods of Subsidence Prediction - A Case Study from Illinois. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 20, No. 4, 153-170.
74. Holzer T.L. 1984. Ground failure induced by ground-water withdrawal from unconsolidated sediment. In Geological Soc. of America, Reviews in Engineering Geology, vol. VI, 67-105.
75. Hsiung S.M. and Peng S.S. 1985. Chain pillar design for U.S. longwall panels. Min. Sci. and Technol., v. 2, 279-305.
76. Hustrulid W.A. 1976. A review of coal pillar strength formulae. Rock Mech., v. 8, 115-145.
77. Izbiński R. J. 1973. Obciążenia graniczne filarów. Prace Nauk. Inst. Geot. PWR., nr 13, Konferencje nr 3. Wybrane problemy górnictwa miedzi, Karpacz, 129-138.
78. Izbiński R.J., Wnętrzak K. 1975. Naprężenia i odkształcenia w górotworze wywołane eksploatacją górnictwem. Prace Nauk. Inst. Geot. PWR. Nr 13, Konferencje nr 3, 139-150.
79. Kaczmarek J. 1998. Numeryczny model procesu eksploatacji pokładu. Mat. XXI Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Zakopane, 191-201.

80. Karmis M. and Chen G. 1989. An investigation into yield pillar behavior and design considerations. Proceedings of the Multinational Conference on Mine Planning and Design, University of Kentucky, 13-20.
81. Kączkowski Z. 1959. Statics of non-homogeneous rectangular plates and discs. Non-homogeneity in elasticity and plasticity. Pergamon Press, str. 77-82, London.
82. Kączkowski Z. 1980. Płyty. Obliczenia statyczne. Arkady, Warszawa.
83. Kleta II., Duży S. 1995. Analiza numeryczna zachowania się górotworu zaburzonego tektonicznie w strefach wpływu eksploatacji górniczej. ZN PŚI., Górnictwo z. 225, 129-141.
84. Knothe S. 1984. Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej. Wyd. „Śląsk”, Katowice.
85. Kłeczek Z. 1999. Wytyczenie górotworu solnego wokół podziemnych kawernowych magazynów gazu. „Cuprum” Czas. Nauk.-Techn. Górn. Rud, nr 12.
86. Kłeczek Z., Szumiński A., Zorychta A. 1987. Koncentracja naprężeń w sąsiedztwie skrzyżowań wyrobisk korytarzowych. ZN AGH, Górnictwo, z. 145, 179-186.
87. Kłeczek Z., Zorychta A. 1990. Wpływ zaszczości eksploatacyjnych na stan naprężenia górotworu zagrożonego tapaniami. ZN PŚI., Górnictwo z. 185, 7-34.
88. Kozłowski T. 1968. Zarys teorii sprężystości. Arkady, Warszawa.
89. Kripakov N.P. 1981. Analysis of pillar stability on steeply pitching seam using the finite element method. BuMines RI 8579, 33 str.
90. Kripakov N.P., Beckett L.A., Donato D.A., Durr J.S. 1990. Computer-assisted mine design procedures for longwall mining. USBM RI 9172.
91. Kunysz N. M. 1980. Podporność pozniszczeniowa ustabilizowana górniczych filarów międzykomorowych. Rudy Metale, R25 nr 5, 209-213.
92. Kwaśniewski M., Wang J. Symulacja komputerowa eksploatacji pokładu węgla systemem ścianowym z zawalem stropu. ZN PŚI. Nr 1256, Górnictwo z. 221, 239-302.
93. Kwaśniewski M., Wang J. 1996. Analiza numeryczna deformacji górotworu wywołanych eksploatacją górniczą. Mat. Konf. Szkoły Eksploatacji Podziemnej '96, 153-187.
94. Kwiatek J. 1997. O wpływie prędkości podziemnej eksploatacji górniczej na obiekty budowlane. Prace Nauk. GIG, Seria Konf. Nr 20: Ochrona powierzchni i obiektów budowlanych przed szkodami górniczymi, Katowice.
95. Kwiatek J. 1997. Reologiczne aspekty współdziałania obiektów budowlanych z podłożem na terenach górniczych. W: Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, 211-272, Wydawnictwo GIG, Katowice.
96. Lambe T.W. and Whitman R.V. 1979. Soil Mechanics. John Wiley and Sons.
97. Litwiniszyn J. 1953. Równanie różniczkowe przemieszczeń górotworu. W: Obliczanie elementów niecki osiadania nad poziomymi wyrobiskami górniczymi. Arch. Gór. i Hut., t. 1, z. 1.
98. Lofgren B.E. and Klausning R.L. 1969. Land subsidence due to ground water withdrawal Tulare-Wasco area Calif. U.S. Geol. Surv. Prof. Paper No. 437-B.
99. Lohman S.W. 1961. Compression of elastic artesian aquifers. U.S. Geol. Surv. Prof. Paper No. 424-B.
100. Lunder P.J., Pakalnis R. 1997. Determination of the strength of hard-rock mine pillars. Bull.Can.Inst.Min.Metall. **90**, 51-59.
101. Majcherczyk T., Małkowski P. 1998. Wpływ skrzyżowania wyrobisk chodnikowych na stan naprężenia w wytyczenia górotworu. Mat. XXI Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Zakopane, 303-315.
102. Maleki H. 1990. Development of modeling procedures for coal mine stability evaluation. Proceedings of the 31st U.S. Symposium on Rock Mechanics, CO Sch. Mines, Golden, CO, 85-92.
103. Maleki H. 1992. In-situ pillar strength and failure mechanisms for U.S. coal mines. Proceedings of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, Information Circular 9315, U.S. Bureau of Mines, 73-77.

104. Mandel J. 1965. Interference Plastique de Semelles Filantes. Proc. 6th ICSMFE, Montreal. 3, 127-131.
105. Mandel J. and Salencon J. 1969. Force Portante d'un Sol Sur une Assise Rigide. Proc. 7th ICSMFE, Mexico City, 2, 157-164.
106. Marcak H., Batko S., Layer A., Domżał J. 1989. Symulacja mikrokomputerowa zjawisk geomechanicznych występujących przy prowadzeniu eksploatacji w pokładach skłonnych do tupań kopalni „Lenin”. ZN AGH, Górnictwo, z. 142, 251-260.
107. Marcus H. 1932. Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendungen auf die Berechnung biegsamer Platten. Wyd. 2, Springer-Verlag, Berlin.
108. Mark C. and Iannacchione A.T. 1992. Coal pillar mechanics: theoretical models and field measurements compared. Proceedings of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, Information Circular 9315, U.S. Bureau of Mines, 78-93.
109. Mazurkiewicz M., Tajduś A. 1996. Wpływ własności podszadzki na warunki geotechniczne w ścianie. Arch. Min. Sci., vol. 41, 291-303.
110. Meinzer O.E. and Hard H.H. 1971. The artesian water supply of the Dakota sandstone in North Dakota with special reference to the Edgeley Quadrangle. U.S. Geol. Surv. Prof. Paper No. 520-E.
111. Merrill R.H. 1954. Design of Underground Mine Openings Oil-Shale Mine, Rifle, Colo., USBM RI, 56 str.
112. Mikoś T., Stewarski E. 1989. Modelowanie przestrzenne rozkładu naprężeń w filarach prostopadłościennych. ZN AGH, Górnictwo, z. 131, 83-89.
113. Mirosław-Świątek D., Wita A. 1997. Model filtracji i program obliczeniowy uwzględniający strefę nienasyconą. Mat. XX Zimowej Szkoły Mech. Górnotw., Inst. Geot. i Hydrot. PWr., Wrocław, 347-356.
114. Mróz Z., Staroń T. 1977. Deformacja górotworu i osiadanie powierzchni dla ośrodka sprężysto-plastycznego. OTG, vol. 41.
115. Nguyen van Can. 1990. Rozkład naprężeń i odkształceń w górotworze lepkosprężystym, wywołany obciążeniem dynamicznym. ZN AGH nr 1344, Górnictwo, z. 155.
116. Obert L. and Duvall W.I. 1967. Rock Mechanics and the Design of Structures in Rock. John Wiley and Sons, New York, str. 542.
117. Ozog T. 1965. Ugięcie stropu przy uwzględnieniu sił ścinających. Zesz. Probl. Górn. PAN, t. 3, z. 1.
118. Park D. and Gall V. 1989. Supercomputer assisted three-dimensional finite element analysis of a longwall panel. Proc. of the 30th U.S. Symposium on Rock Mechanics, West Virginia University, Morgantown, W.V., 133-140.
119. Pennington, D., Hill J.G., Burgdorf G.J. and Price D.R. 1984. Effects of Longwall Mine Subsidence on Overlying Aquifers in Western Pennsylvania. U.S.B.M. Open File Report, No. 142-84, 129 str.
120. Peng S.S. Personal Communication.
121. Piechota S. 1982. Wytrzymałość filarów międzykomorowych w świetle badań próbek masywu w kopalniach rejonu olkuskiego. ZN AGH nr 848, Górnictwo z. 114.
122. Piechota S. 1988. Technika podziemnej eksploatacji rud. Wyd. AGH, Kraków.
123. Potvin Y., Hadyma M.R., Miller H.D.S. Design guidelines for open stope support. Bull.Can.Inst.Min.Metall. 1989, 82, 53-62.
124. Pula O., Chugh Y.P. and Pytel W.M. 1990. Estimation of Weak Floor Strata Properties and Related Safety Factors for Design of Coal Mine Layouts. Proc. 31st U.S. Symposium on Rock Mechanics, eds. W.A. Hustrulid and G.A. Johnson, Rotterdam/Brookfield: A.A. Balkema, 93-100.
125. Pytel W.M. 1978. Szywność postaciowa w zagadnieniu współpracy budowlanej z podłożem gruntowym, Arch. Inż. Łąd., 3, 455-465.
126. Pytel W.M. 1988. Development of an Analytical Model for Solving Roof-Coal Pillar-Floor Interaction Problems. Internal Research Report, Dept. of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale.

127. Pytel W.M. 1990. Development of a Simplified Roof-Pillar-Floor Interaction and Subsidence Analysis Model for Longwall Mining. Res. Rep. to IL Min. and Miner. Resour. Res. Inst., Grant No. G1194117, 53-123.
128. Pytel W.M. 1990. Reliability Level III Method in Design of Square Pillar Resting on Weak Floor Stratum, *Int. J. of Mining and Geological Eng.*, **8**, 149-162.
129. Pytel W.M. 1992. Time-dependent strain energy buildup and dynamic response to bumps in coal mines. Research Report for Illinois Mining and Mineral Resources Research Institute, Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale, 31 str.
130. Pytel W. M. 1993. Development of an Analytical Method for Surface Subsidence Prediction Over Flooded Coal Mines. Proc. of NMLRC Symposium (eds. Y.P. Chugh and D.C. Davin), Collinsville, IL, 125-140.
131. Pytel W.M. 1994. On Pillar Design for Weak Floor Strata Conditions, Proc. of the 5th Conference on Ground Control for Midwestern U.S. Coal Mines (eds. Y.P. Chugh and G.A. Beasley), Collinsville, Illinois, 71-91.
132. Pytel W.M. 1997. Dynamiczny model tąpnięcia stropowego w polu eksploatacyjnym w systemie filarowo-komorowym. *Rudy Metale R* 42, nr 3, 95-99.
133. Pytel W.M. and Chugh Y.P. 1990. Development of a simplified three-dimensional roof-pillar-floor interaction analysis model, Proc. 8th Annual Workshop, Generic Mineral Technology Center, Mine Systems Design and Ground Control, Reno, Nevada.
134. Pytel W.M., and Chugh Y.P. 1991a. Simplified three-dimensional roof-pillar-floor interaction analysis including time effect, Proc. 32nd U.S. Symposium on Rock Mechanics (ed. J.-C. Roegiers), A.A. Balkema, Rotterdam/Brookfield, 781-790.
135. Pytel W.M. and Chugh Y.P. 1991b. Development and Validation of a Simplified Three-Dimensional Roof-Pillar-Floor Interaction Analysis Model. Proc. 9th Annual Workshop, Lexington, Kentucky: Generic Mineral Technology Center, Mine Systems Design and Ground Control, 35-45.
136. Pytel W.M. and Chugh Y.P. 1992a. Application of a simplified three-dimensional roof-pillar-floor interaction analysis model for subsidence prediction. Proceedings of the 11th Int. Conf. on Ground Control in Mining (eds. S.S. Peng and N. Aziz), University of Wollongong, N.S.W., 529-539.
137. Pytel W.M. and Chugh Y.P. 1992b. Development of the three-dimensional roof-pillar-floor interaction model for non-linear viscous behavior of weak floor strata in coal mines. Proceedings of the 10th Annual Workshop, Generic Mineral Technology Center, Mine Systems Design and Ground Control, Moscow, Idaho, 41-52.
138. Pytel W.M., Chugh Y.P. 1992c. Subsidence prediction in longwall mining using a beam theory based simplified analytical model. Proc. of the 3rd Workshop on Surface Subsidence Due to Underground Mining (ed. S.S. Peng), Morgantown, W.V., 66-75.
139. Pytel W.M., Chugh Y.P., Pula O. 1990. An Approach for Design of Coal Pillars in Partial Extraction Coal Mining Panels with a Consideration of Roof-Pillar-Floor Interaction. Proc. of the 31st U.S. Symposium on Rock Mechanics (eds W.A. Hustrulid and G.A. Johnson), Golden, Colorado, 101-108.
140. Pytel W.M., Chugh Y.P., Zabel B. and Caudle R.D. 1988. A Simplified Two-Dimensional Analysis of the Roof-Pillar-Floor Interaction Problem in Coal Mines. Proc. of the 7th Int. Conf. on Ground Control in Mining, (ed. S. S. Peng), Morgantown, W.V., 271-281.
141. Pytel W., Grzebyk W., Bauer J. 1996. Pola naprężeń w zagrożonych tąpnięciami oddziałach eksploatacyjnych kopalń rud miedzi. *Mat. Konf. Szkoły Eksploatacji Podziemnej '96*, 307-318.
142. Pytel W. 1999. Analiza geomechaniczna zabytkowej części K.S. Wieliczka na podstawie modelowania numerycznego. *Mat. Konf. Geotechnika w Górnictwie i Budownictwie Specjalnym*, Kraków, 221-231.
143. Richards L.A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, **1**, 318-333.

144. Rockaway J.D. and Stephenson R.W. 1974. Investigation of the Effects of Weak Floor Conditions on the Stability of Coal Pillars. Dept. of Mining, Petroleum and Geological Engineering and Dept. of Civil Engineering, Univ. of Missouri-Rolla.
145. Ryncarz T. 1968. On a possibility of introducing the stresses into the stochastic theory of rock displacements. Arch. Gór., t. 13, z. 4.
146. Salamon M.D.G. 1970. Stability, instability, and design of pillar workings. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., v. 7, 613-631.
147. Salamon M.D.G. 1984. Energy considerations in rock mechanics: fundamental results. J. S. Afr. Inst. Min. and Metall., v.84: 233-246.
148. Salamon M.D.G. 1989. Subsidence Prediction Using Laminated Linear Model. Proc. 30th U.S. Symp. on Rock Mechanics (ed. A.W. Khair), Morgantown, W.V., 503-510.
149. Salamon M.D.G. 1992. Strength and stability of coal pillars. Proceedings of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, Information Circular 9315, U.S. Bureau of Mines, 94-121.
150. Salamon M.D.G., Munro A.H. 1967. A study of the strength of coal pillars. J. S. Afr. Inst. Min. Metall., v. 68, 55-67.
151. Salustowicz A. 1955. Mechanika górotworu. Wyd. Górn.-Hutn., Stalinogród.
152. Salustowicz A. 1958. Górotwór jako ośrodek sprężysto-lepki. Arch. Gór., t. III, z. 2, PWN, Warszawa.
153. Salustowicz A. 1959. Górotwór jako ośrodek Maxwella. W: Księga Jubileuszowa Prof. Dr. inż. W. Wierzbickiego. Warszawa.
154. Sheorey P.R. 1992. Pillar strength considering in situ stresses. IC 9315, USBM. 122-127.
155. Siriwardane H.J. 1985. Numerical Modeling of the Behavior of Overburden Rock Masses Associated with Longwall Mining. Proc. of the 26th U.S. Symp. on Rock Mech., Rapid City, S.D., 171-177.
156. Skinderowicz B. 1977. Równanie pełnej, nieustalonej niecki osiadania. Prz. Gór., vol. 2, 75-79.
157. Speck R.C. 1981. The Influence of Certain Geologic and Geotechnical Factors on Coal Mine Floor Stability - A Case Study. Proceedings First Conference on Ground Control in Mining, Morgantown, WV. 44-49.
158. Stairfield A.M. and Wawersik W.R. 1968. Pillars as structural components in room-and-pillar mine design. Proc. of the 10th U.S. Symposium on Rock Mech., Rice Univ., AIME, New York, 793-809.
159. Steinbrenner W. 1936. Tafeln zur Setzberechnung. Die Strasse, vol. 1, 121-124.
160. Strzałkowski P. 1998. Model nieustalonych przemieszczeń pionowych górotworu w obszarze objętym oddziaływaniem eksploatacji górniczej. ZN PŚl. Nr 1385.
161. Szczepaniak Z., Urbańczyk J. 1990. Zagadnienie projektowania szerokości filarów oporowych między wyrobiskami górniczymi z uwzględnieniem ich współpracy z warstwami nadległymi. ZN PŚl., Górnictwo z. 191, 233-242.
162. Szmelter J. 1980. Metody komputerowe w mechanice. PWN, Warszawa.
163. Tajduś A. 1989. Modelowanie zagadnień reologicznych przy pomocy metody elementów skończonych. ZN AGH, Górnictwo, z. 142, 355-371.
164. Tajduś A. 1990. Utrzymanie wyrobisk korytarzowych w świetle wpływu czasu na naprężenia, odkształcenia i strefy zniszczenia w górotworze. ZN AGH, z. 154.
165. Tajduś A. 1997. Ograniczona eksploatacja filarów z równomiernym lokowaniem odpadów. ZN AGH, Górnictwo, rok 21, z. 2, 133-147.
166. Taylor B.B., Matyas E.L. 1983. Settlement of a strip footing on a confined clay layer. Can. Geot. J., v. 20, 535-542.
167. Terzaghi K. 1954. Theoretische Bodenmechanik. Berlin: Springer Verlag.
168. Vesic A.S. 1970. Research on Bearing Capacity of Soils (unpublished).
169. Vlasov V.Z., Leontiev U.N. 1966. Beams, plates and shells on elastic foundations. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.

170. Wagner H. 1974. Determination of the complete load-deformation characteristics of coal pillars. Proc. of the 3rd Congress, ISRM, Denver, CO, v. II, part B. Washington, Nat. Acad. of Sci., 1076-1081.
171. Walaszczyk J. 1974. Analiza naprężeń w otoczeniu wyrobiska korytarzowego w górotworze pochyło uwarstwionym. ZN AGIH, Górnictwo, z. 55.
172. Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S. 1996. Modelowanie zjawisk dynamicznych generowanych na powierzchniach nieciągłości górotworu. Mat. XIX Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Ustroń, 321-327.
173. Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S. 1996. Wpływ pelzania górotworu na stan odkształcenia i naprężenia w sąsiedztwie wyrobiska górniczego. Mat. XIX Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Ustroń, 329-332.
174. Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S. 1997. Modelowanie zjawisk dynamicznych generowanych w sąsiedztwie powierzchni uskokowych. Arch. Min. Sci., vol. 42, Issue 1, 77-91.
175. Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S. 1999. Fizyczny oraz obliczeniowy model MES w odniesieniu do warunków górniczo-geologicznych LGOM. Mat. XXII Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Karpacz, 281-289.
176. Walaszczyk J., Gawlik L. 1985. Numeryczna metoda badania stateczności pola filarowo-komorowego z uwzględnieniem nieliniowej charakterystyki filarów. Prace Nauk. Inst. Geot. PWr., nr 45, Konferencje nr 18, Wrocław, 173-179.
177. Walaszczyk J., Hachaj S., Nowakowski A. 1996. Warunki brzegowe dla dyskretnych modeli górotworu z ciśnieniem porowym. Mat. XIX Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu, Ustroń, 334-341.
178. Walaszczyk J., Popiolek E., Ostrowski J. 1999. Wykorzystanie wybranych metod matematycznych do opisu pogórnich przemieszczeń pionowych powierzchni terenu w warunkach LGOM. Mat. Konf. Geotechnika w Górnictwie i Budownictwie Specjalnym, Kraków, 267-277.
179. Walsh J.G. 1965. The Effects of Cracks on the Compressibility of Rocks. J. Geophys. Res., 70, 381-389.
180. Wawersik W.R. and Fairhurst C. 1970. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., v. 7, 561-575.
181. White N.F., Duke H.R. and Sunada D.K. 1970. Physics of desaturation in porous materials. J. Irr. Drain. Div., ASCE. 96, 165-191.
182. Wilson A., Ashwin D.P. 1972. Research into the determination of pillar size. Part I: A hypothesis concerning pillar stability. The Mining Engineer, vol.131, 409-417.
183. Zając A. 1971. Wpływ czasu na stan naprężenia ściśliwego górotworu w sąsiedztwie wyrobiska górniczego. Arch. Górn., vol. XVI(1).
184. Zienkiewicz O.C. 1971. The finite element method, wyd. 1. London: McGraw-Hill.
185. Zipf R.K. 1992. Analysis of Stable and unstable pillar failure using a local mine stiffness method. Proceedings of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, Information Circular 9315, U.S. Bureau of Mines, 128-143.
186. Zipf R.K. 1992. MULSIM/NL Theoretical and Programmer's Manual. Information Circular 9321, U.S. Bureau of Mines.
187. Zipf R.K. 1992. MULSIM/NL Application and Practitioner's Manual. Information Circular 9322, U.S. Bureau of Mines.

PODZIĘKOWANIA

Niniejsza praca w swojej znacznej części powstała w latach 1987-1995 dzięki finansowemu wsparciu szeregu amerykańskich instytucji rządowych i prywatnych, takich jak:

- Generic Mineral Technology Center for Mine Systems Design and Ground Control,
- National Mine Land Reclamation Center: Midwestern Region,
- Illinois Mining and Mineral Resources Research Institute,
- Illinois Clean Coal Institute,
- Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale (Dr. Yoginder P. Chugh, Professor and Head),
- Coal Research Center at Southern Illinois University at Carbondale (John S. Mead, Director),
- Szereg kompanii węglowych operujących na obszarze stanów Illinois, Indiana i Kentucky.

Autor szczególnie podziękowania kieruje do Dr. Y.P. Chugha, który jako kierownik Departamentu Górnictwa w Southern Illinois University służył radą i pomocą organizacyjną w prowadzonych przez autora pracach badawczych.

NUMERYCZNA SYMULACJA DYNAMICZNEJ ODPOWIEDZI UKŁADU NA LOKALNĄ UTRATĘ STATECZNOŚCI W ZŁOŻU EKSPLOATOWANYM SYSTEMEM FILAROWO-KOMOROWYM

1. Wprowadzenie

Wobec coraz bardziej zaawansowanego stopnia wybrania złoża rud miedzi zagrożenie tapaniami stało się podstawowym parametrem określającym i limitującym zakres eksploatacji w kopalniach LGOM. Nakładanie się wpływów sąsiadujących ze sobą pól eksploatacyjnych, ich zawężanie się, eksploatacja w filarach oporowych stawiają zagadnienie bezpiecznej eksploatacji na czele zagadnień najbardziej żywotnych dla KGHM PM SA. Tapania w kopalniach LGOM występują z reguły w oddziałach charakteryzujących się podwyższoną aktywnością sejsmiczną, zależną od lokalnych warunków geologiczno-górnich oraz czynników technologicznych prowadzenia eksploatacji. Z tego względu dla kopalń rud miedzi bardzo istotne jest uzyskanie takiego narzędzia analitycznego, które pozwoliłoby racjonalnie ocenić stopień zagrożenia tapaniami i jednocześnie umożliwiłoby dobrać takie parametry systemu eksploatacji, które w określonych warunkach prowadziłyby do minimalizacji dynamicznych skutków ciśnienia górotworu. Niestety, stosowane obecnie metody oceny zagrożenia tapaniami oparte są przede wszystkim na monitoringu zachowania się górotworu i z tego względu nie potrafią dać pewnej prognozy dla warunków do tej pory nie spotykanych i nowych pod względem ilości parametrów zaangażowanych w powstanie zagrożenia. Dostępne obecnie techniki obliczeniowe bazujące na zależnościach energetyczno-naprężeniowych jak dotąd nie znalazły rutynowego zastosowania ze względu na ciągle niedostateczną wiedzę o naturze zjawiska, ograniczoną skalę uogólnień i uproszczenia, którymi się one posługują, a także ze względu na ograniczone możliwości urządzeń komputerowych w operowaniu dużymi modelami obliczeniowymi górotworu. Wiadomo bowiem, że każde, nawet niewielkie wzbogacenie modelu obliczeniowego o niejednorodność, nieciągłość czy też nieliniowość zachowania się pod obciążeniem (lepkość, plastyczność, itp.) wiąże się z tak znacznym zapotrzebowaniem na pamięć urządzeń liczących, że praktyczna analiza numeryczna przestrzennych układów rzeczywistych staje się niemożliwa ze względu na wydłużony czas obliczeń i skomplikowaną analizę wyników o znacznej objętości. Z tego też powodu, podstawowym elementem każdej analizy pracy górotworu, naruszonego eksploatacją górnictwem, jest określenie na wstępie minimalnego zakresu danych, jakie bezwzględnie muszą zostać wprowadzone do modelu, tak by stanowił on obiekt reprezentatywny dla zjawisk rzeczywistych, a wyniki obliczeń były zgodne, w zakresie wymaganej dokładności, z danymi pomiarowymi.

Ogólnie można przyjąć, że istnieją dwie podstawowe grupy czynników wpływających na deformacje oraz na stan naprężeń w górotworze będącym otoczeniem eksploatowanego złoża:

- a) parametry eksploatacji górnictwem (m.in. charakterystyki geometryczne wyrobisk, związane z długością i szerokością filarów i chodników, orientacja filarów, wysokość furty, szerokość otwarcia, długość frontu, technologia likwidacji przestrzeni wybranej itp.),
- b) własności masywu skalnego, związane z przestrzenną konfiguracją poszczególnych pakietów skalnych, ich miąższością, wytrzymałością i odkształcalnością, głębokością eksploatacji i in.

Czynnikami grupy (b) stanowią naturalne środowisko górnicze, a ich obecność i charakterystyka mają charakter obiektywny. Ich wpływ na stopień zagrożenia sejsmicznego może mieć też różne natężenie, gdyż jest ono ściśle związane z konkretnym projektem eksploatacji definiującym parametry grupy (a). Elementem wiążącym formalnie wymienione wyżej grupy parametrów jest właściwy model fizyczny, którego budowa i rodzaj (np. ośrodek ciągły, dyskretny, układy płytowo-belkowe i prętowe, rodzaje

połączeń i kontaktów, itp.) determinują mniej lub bardziej złożony model obliczeniowy wykorzystujący z kolei odpowiedni, o różnym stopniu skomplikowania, aparat matematyczny.

Chociaż na niektóre z tych parametrów (geologia, własności fizyczne) projektant nie ma wpływu, mogą one służyć jako wskaźniki podatności na tąpnięcia, np. bardziej kruche i twarde skały, a także występowanie uskoku świadczą o wyższym poziomie ryzyka. Inne parametry, takie jak geometria pola, stwarzają projektantowi możliwość podejmowania takich decyzji, które pozwalają ograniczyć poziom koncentracji naprężeń i energii zmagazynowanej w górotworze. Problemy te są szczególnie ważne w kopalniach eksploatowanych w systemie filarowo-komorowym, gdzie tąpnięcia zdarzają się około trzy razy częściej w porównaniu z kopalniami eksploatowanymi w technologii ścianowej.

Charakterystyczne dla kopalń rud miedzi LGOM jest istnienie poważnego zagrożenia zjawiskami dynamicznymi praktycznie we wszystkich rejonach eksploatacyjnych. Jest ono związane w pierwszym rzędzie ze specyficzną budową geologiczną nadkładu, który przypomina wielowarstwową sztywną płytę kompozytową, zbudowaną z materiału o dużej wytrzymałości i małej odkształcalności. Tego rodzaju budowa górotworu sprzyja występowaniu silnych zjawisk sejsmicznych, przy czym częstotliwość ich występowania oraz ich energia są ściśle uzależnione nie tylko od budowy geologicznej, ale również, jak wspomniano, od sposobu kierowania stropem oraz geometrią powstających wyrobisk.

Wśród badaczy zagadnienia panuje opinia, że wstrząs sejsmiczny reprezentatywny dla obszaru kopalń LGOM związany jest z naruszeniem stateczności górotworu przejawiającym się pękaniem, a następnie łamaniem i przesuwaniem skalnych płyt nadkładu. Charakterystyczne jest przy tym, że w warunkach braku obecności zaburzeń tektonicznych skala zjawiska sejsmicznego zależy od sztywności i wytrzymałości poszczególnych płyt/lawic skalnych. Istotne są przy tym następujące zależności:

- A. Gdy strop bezpośredni zbudowany jest z wielu odkształcalnych, cienkich i jednocześnie mało wytrzymałych warstw skalnych, łatwo się deformuje i sprzyja ich częstemu, w miarę postępu robót, pękaniu rozładowując tym samym zmagazynowaną energię odkształcenia. Obserwując zachowanie się tego rodzaju stropu, ma się do czynienia z dużą ilością słabych wstrząsów sejsmicznych, które generalnie, nie stwarzając zagrożenia tąpnięciami, pracują w warunkach sprzyjających zawalowi.
- B. Z odwrotną sytuacją ma się do czynienia wtedy, gdy górotwór zbudowany jest z grubych płyt materiału o bardzo wysokich parametrach wytrzymałościowych. W takim przypadku co prawda strop bezpośredni nie sprawia kłopotów i nie ma tendencji do zawałów, jednak praca stropu zasadniczego kreuje teraz wyższe prawdopodobieństwo pojawienia się silnych wstrząsów sejsmicznych, gdyż masywne elementy płytowe są w stanie długo i efektywnie przeciwstawić się dodatkowym obciążeniom generowanym przez eksploatację górnictwem. Wysoka wytrzymałość grubych płyt nadkładu odraczając moment wywołania energii odkształcenia, magazynowanej w znacznej ilości i w dużej objętości górotworu, sprzyja występowaniu rzadkich, lecz silnych wstrząsów sejsmicznych, których skutki mogą przyjąć postać tąpnięcia.

Zjawiska wyrzutu skał i tąpnięć stanowią poważne zagrożenie dla eksploatacji kopalń podziemnych na całym świecie, przy czym istnieje wiele opinii co do tego, czym jest tąpnięcie. Z literatury przedmiotu wynika, że:

- „Tąpnięcie oznacza gwałtowne wyładowanie energii sprężystej nagromadzonej w górotworze, objawiające się drganiami górotworu, niosącymi znaczną energię, połączone ze zjawiskami akustycznymi i falą uderzeniową; zjawisko to powoduje zniszczenie struktury skał stropu, spągu lub pokładu z równoczesnym dynamicznym przemieszczeniem skał do wyrobiska oraz powoduje zniszczenie lub uszkodzenie obudowy wyrobiska lub maszyn i urządzeń”¹, lub inaczej
- Jest to „zniszczenie lub ruch materiału wewnątrz górotworu, np. wzdłuż uskoku”², lub
- „Tąpnięcie jest natychmiastowym odspojeniem i wprowadzeniem do wyrobiska materiału stropu, ociosów oraz spągu”³, lub jeszcze inaczej
- „Zjawisko tąpnięć polega na dynamicznym zmiażdżeniu calizny węglowej, spowodowanym przekroczeniem naprężeń krytycznych węgla. Tąpnięcie połączone jest z przemieszczaniem się masywów węglowych do wyrobisk górniczych, ich częściowym zasypaniem i zniszczeniem.”⁴, albo

¹ Dubiński J., Konopko W. *Tąpnięcia. Ocena. Prognoza. Zwalczenie*. Główny Instytut Górnictwa, Katowice 2000

² Obert L. and Duvall W.I. 1967. *Rock Mechanics and the Design of Structures in Rock*. John Wiley and Sons, New York

³ Haramy K.Y., McDonnell J.P. 1988. Causes and control of coal mine bumps. USBM RI 9225

⁴ Firganek B., Klebanow F. *Zagrożenia naturalne w kopalniach. Sposoby prognozowania, zapobiegania i kontroli*. Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1983

→ „Tąpnięcie - silne, gwałtowne i dynamiczne wyzwolenie energii sprężystej w górotworze otaczającym wyrobisko górnicze, połączone z utratą stabilności wyrobiska górniczego i gwałtownym przemieszczeniem mas skalnych do wyrobiska. Fizycznie tłumaczy się je jako nagłą zmianę energii potencjalnej odkształcenia w energię kinetyczną, czemu towarzyszy wstrząs.”⁵

Jak nie ma uniwersalnej definicji tąpnięcia, tak i nie istnieje w pełni niezawodna metoda, która potrafiłaby dokładnie określić czas i miejsce jego wystąpienia. Nie wnikając w naturę przemian energetycznych towarzyszących tąpnięciu, należy przyjąć jednak, że z punktu widzenia geomechaniki istnieją dwa podstawowe elementy w przestrzeni naprężenie-wytrzymałość, które determinują wystąpienie tego rodzaju zdarzenia:

→ wysoki stan wyteżenia materiału otaczającego wyrobisko (mały zapas nosności), powodujący, że nawet niewielkie dociążenie (zmiana stanu naprężeń na niekorzyść z punktu widzenia przyjętej hipotezy wytrzymałościowej) prowadzi do utraty stateczności w określonym obszarze wyrobiska, oraz

→ wystarczający, w sensie wartości i obszaru działania, impuls obciążenia (najczęściej dynamicznego) pochodzący z tego miejsca w górotworze (często odległego), gdzie ujawniła się niestateczność (uszkodzenie, pęknięcie, rozerwanie, odspojenie itp.), która z kolei zakłócając dotychczasową równowagę statyczną górotworu zmusza go do gwałtownej reakcji, której celem jest osiągnięcie w jak najkrótszym czasie nowego stanu równowagi. Jest oczywiste, że transfer obciążenia, a więc również i natężenie dynamicznych przejawów ciśnienia górotworu, jest tym większe, im w większej objętości górotworu pojawia się ujemny zapas nośności.

Aby móc przewidzieć zawczasu tego rodzaju okoliczności, konieczne jest uzyskanie narzędzia pozwalającego określić:

→ aktualny stan naprężeń/odkształceń w górotworze w celu oceny stopnia wyteżenia materiału wokół wyrobiska oraz w celu zlokalizowania w obrębie stropu zasadniczego obszarów przeciążonych, podatnych na zniszczenie,

→ predykcję reakcji statycznej/dynamicznej górotworu na lokalną utratę stateczności w stropie zasadniczym oraz związanych z tym skutków, które mogą się ujawnić na obszarze rozpatrywanego wyrobiska.

Obecnie rozwój techniki komputerowej pozwolił już na praktyczne modelowanie w płaskim stanie odkształcenia zjawisk dynamicznych pojawiających się w górotworze, a będących skutkiem np. robót strzałowych (np. Hachaj⁶, Walaszczyk i in.⁷, Dalrymple i Mitchell⁸) albo utraty nośności elementów układu (np. Walaszczyk i in.^{9,10}). Jednakże zagadnieniami, jakie nadal w aspekcie tępnięć nie zostały w pełni wyjaśnione, są ogólnie wpływ czasu oraz wpływ wyzwolonej w czasie tąpnięcia energii na wartość energii odkształcenia magazynowanej w innych rejonach. Wykazano też¹¹, że czynnik czasu wywiera poważny wpływ na pracę układu strop-filar-spąg w dłuższym horyzoncie czasowym. Zależne od czasu zmiany w rozkładzie naprężeń w obrębie układu górniczego spowodowane lepko-sprężystymi własnościami materiałów i zmienną w czasie geometrią wyrobisk mogą wpływać na przestrzenny rozkład magazynowanej energii i na wynikające z tego prawdopodobieństwo wystąpienia tąpnięcia.

Zjawisko tąpnięcia, ograniczone początkowo do niewielkiego obszaru, może stopniowo ogarnąć dalsze rejony pól eksploatacyjnych wskutek rozchodzenia się wzbudzonej fali naprężeń wywołującej dodatkowe obciążenia dynamiczne, lokalnie znacznie większe od obciążeń statycznych charakterystycznych dla fazy przedzniszczeniowej. Taka skomplikowana redystrybucja obciążenia może być

⁵ Marcak H., Zuberek W. *Geofizyka górnicza*. Śląskie Wyd. Techn., Katowice 1994

⁶ Hachaj J. 1997. Propagation of the displacement wave in rock mass caused by camouflet explosion. *Arch. Min. Sci.*, vol. 42, Issue 3, 367-373

⁷ Walaszczyk J., Wiewiórka D., Barnat A., Hachaj S. 1996. Wpływ robót strzałowych na stan naprężenia w filarze międzykomorowym. *Mat. XIX Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu*, Ustroń, 343-354

⁸ Dalrymple M., Mitchell G.P. 1996. Modelling of the Propagation of Stress Waves in the Deep Level Mine Layouts. *Abaqus User's Conference*, Newport, Rhode Island

⁹ Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S. 1996. Modelowanie zjawisk dynamicznych generowanych na powierzchniach nieciągłości górotworu. *Mat. XIX Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu*, Ustroń, 321-327

¹⁰ Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S. 1997. Modelowanie zjawisk dynamicznych generowanych w sąsiedztwie powierzchni uskokowych. *Arch. Min. Sci.*, vol. 42, Issue 1, 77-91

¹¹ Chugh, Y.P., Pytel, W.M., 1990. Geotechnical Investigations for Design of Partial Extraction Mine Layouts for Black Beauty Coal Company. Research Report submitted to Black Beauty Coal Company, Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale.

analizowana tylko za pomocą takiego narzędzia, które jest w stanie uwzględnić zmienny w czasie, trójwymiarowy charakter układu górniczego, a także reologiczną naturę materiałów budujących górotwór. Dostępne obecnie techniki oparte na metodzie elementów skończonych (MES) (np. Kripakov i in.¹², Gall i Park¹³) i metodzie elementów brzegowych (MEB) (np. Heasley i Zelanko¹⁴) są zbyt złożone, aby mogły być stosowane w rutynowej praktyce projektowej. Rzadko spotykane w literaturze zastosowania trójwymiarowego zapisu MES w problemach dynamicznych mechaniki górotworu (Grzebyk i Pytel¹⁵, Pytel¹⁶), ze względu na wymagane moce urządzeń obliczeniowych, również nie są w stanie symulować z natury swej nieliniowego procesu niszczenia górotworu; rutynowe zastosowania w dziedzinie mechaniki gruntów i skal ograniczają się zatem do rozwiązań w dziedzinie posadowienia maszyn i urządzeń przemysłowych (np. Veletsos i Wei¹⁷, Luco i Westman¹⁸). Z drugiej strony, mniej skomplikowane matematycznie metody bazujące na teorii funkcji wpływu (np. Ren i in.¹⁹) nie są przystosowane do oceny ani czasowej zmienności obciążenia w obrębie pola, ani wpływu pelzania niektórych elementów układu na jego pracę.

Dlatego duży potencjał w tym zakresie, szczególnie w sytuacjach gdy koniecznie należy uwzględnić przestrzenny rozkład parametrów materiałowych oraz złożoną dwuwymiarową geometrię wyrobisk, reprezentuje przedstawiony wyżej model współpracy układu górotwór-wyrobisko oparty na aproksymacji płytowej. Model ten umożliwia nowe spojrzenie na zależności pomiędzy zniszczeniem filarów/spągu, redystrybucją naprężeń w obrębie pola oraz dwuwymiarową naturą osiadań powierzchni. Jednocześnie oferuje on:

- dużą szybkość obliczeń,
- zdolność analizowania złożonych, dwuwymiarowych geometrii, które mogą być realizowane w sekwencji narzuconej przez projektanta,
- możliwość używania nieskalowanych, sprężystych parametrów materiałów uzyskanych na podstawie badań polowych (obciążenia próbne płyt) oraz parametrów reologicznych wyznaczonych na podstawie procedury odwrotnej, oraz
- redukcję do prostego modelu dynamicznego zdolnego analizować zmienne w czasie zachowanie się układu ze zmieniającymi się obciążeniami na skutek lokalnych zniszczeń w rozpatrywanym polu wydobywczym lub poza jego obszarem.

Opracowany przez autora model z pojedynczą płytą reprezentującą nadkład może mieć zastosowanie zarówno w przypadku technologii filarowo-komorowej, jak i ścianowej, gdzie filary przyścianowe mogą ulec nagłemu zniszczeniu wywołując tym samym dynamiczną falę naprężeń na dużym obszarze.

2. Model dynamicznej odpowiedzi układu na tąpnięcie

Określenie dynamicznej odpowiedzi układu wyrobisko-nadkład na lokalną utratę stateczności jest bardziej złożone niż w przypadku obciążeń statycznych. Jest tak, ponieważ drgania górotworu opisuje się równaniem różniczkowym ruchu uwzględniającym dodatkowe parametry, takie jak bezwładność

¹² Kripakov N.P., Beckett L.A., Donato D.A., Durr J.S. 1990. *Computer-assisted mine design procedures for longwall mining*. USBM RI 9172

¹³ Gall V., Park D.W. 1990. Effective iterative technique in numerical modeling to simulate progressive failure in underground coal mines. Rock mechanics contributions and challenges: *Proc. of the 31st U.S. Symposium* (ed. W.A. Hustrulid and G.A. Johnson), A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield: 313-320

¹⁴ Heasley K.A., Zelanko J. 1992. Pillar design in bump-prone ground using numerical models with energy calculations. *Proc. of the Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design*, Information Circular 9315, USBM, 50-60

¹⁵ Grzebyk W., Pytel W. 1998. Określenie drgań górotworu na podstawie numerycznego modelowania lokalnej niestateczności układu. *Mat. XXI Zimowej Szkoły Mechaniki Górotworu*, Zakopane, 140-151

¹⁶ Pytel W.M. 1997. Dynamiczny model tąpnięcia stropowego w polu eksploataowanym w systemie filarowo-komorowym. *Rudy Metale* R 42, nr 3, 95-99

¹⁷ Veletsos A.S., Wei Y.T. 1971. Lateral and rocking vibration of a Footing. *J. Soil Mech. Found. Eng. Div., ASCE*, 97, No. SM9, 1227-1249

¹⁸ Luco J.E., Westman R.A. 1971. Dynamic response of circular footings. *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, 97, No. EM5, 1381-1395

¹⁹ Ren G., Reddish D.J., Whittaker B.N. 1988. Computerized subsidence and displacement prediction using influence function methods. *Proc. of the 7th International Conf. on Ground Control in Mining* (ed. Syd S. Peng), Morgantown, WV, 101-115

poruszających się mas oraz tłumienie. Algorytm rozwiązania tego zagadnienia²⁰ stosuje następujące upraszczające założenia:

- dynamiczny układ zastępczy jest identyczny jak ten stosowany w statycznym zapisie zagadnienia,
- stan początkowy deformacji bezpośrednio przed utratą stateczności elementów układu może być określony za pomocą modelu statycznego,
- tylko obciążenia i przemieszczenia pionowe są uwzględniane w analizie,
- czas drgań układu wskutek tąpnięcia jest bardzo krótki w porównaniu z szybkością postępu frontu robót, oraz
- tąpnięcie modelowane jest poprzez nagłe zmniejszenie sztywności, a nawet usunięcie pojedynczego filara lub zespołu filarów w obszarze charakteryzującym się najniższą wartością współczynnika bezpieczeństwa (w modelowaniu zadania płaskiego można się posłużyć kryterium powstawania tępów podanym przez Zorychtę²¹).

Ponieważ prędkości i przyspieszenia wzbudzonego ruchu górotworu są wiele rzędów mniejsze niż te występujące w typowych zagadnieniach dynamiki gruntów i skał, np. w dynamice fundamentów pod maszyny, przydatność stosowanych tam dynamicznych współczynników podatności podłoża (np. Richart i in.²²) w omawianych tu zagadnieniach jest wysoce wątpliwa. Dlatego też w niniejszej dynamicznej analizie autor zastosował statyczne parametry odkształceniowe, które można poprawiać w miarę gromadzenia danych i obserwacji drgań układów rzeczywistych.

Drgania poprzeczne (pionowe) układu opisanego powyżej opisane są przez następujące równanie ruchu:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho H_o \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_z \frac{\partial w}{\partial t} + K_z w = q(x, y) \quad (1)$$

gdzie w jest pionowym przemieszczeniem płyty (amplituda przemieszczeń), C_z jest współczynnikiem tłumienia uwzględniającym tarcie, K_z reprezentuje sprężyste własności złoża i spągu, natomiast ρ jest gęstością nadkładu o grubości H_o . Równanie (1) rozwiązuje się procedurą inkrementalną stosując warunki równowagi odpowiednie dla danego czasu t . Tak jak i w statycznym zagadnieniu, problem rozwiązuje się za pomocą metody różnic skończonych otrzymując przestrzenny układ przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń, a także sił dynamicznych obciążających dodatkowo układ.

2.1. Rozwiązanie za pomocą różnic skończonych równania różniczkowego drgań płyty nadkładu

Zagadnienie rozchodzenia się fali sprężystej jest zadaniem rozwiązywanym w przestrzeni otwartej z punktu widzenia czasu, z uwzględnieniem odpowiednich warunków początkowych sformułowanych dla stanu naprężeń/przemieszczeń. Zjawiskiem mieszczącym się w tej kategorii są drgania płyty nadkładu, spoczywającej na sprężystym podłożu, opisane równaniem różniczkowym (1). Celem zastosowania tutaj przez autora metody różnic skończonych w tak zdefiniowanym zagadnieniu dynamiki płyty nadkładu, spoczywającej na odkształcalnym podłożu reprezentującym złoże i słaby spąg, jest również przekształcenie zagadnienia rachunku różniczkowego w zagadnienie rozwiązywane metodami algebry liniowej. Cały obszar rozwiązań $\mathfrak{R}(x, y, t)$ w przestrzeni xyt pokryty został trójwymiarową siatką podziałową (rys.1), w obrębie której uzyskuje się aproksymację rozwiązania równania różniczkowego za pomocą różnic skończonych.

²⁰ Pytel W.M. 1992. Time-dependent strain energy buildup and dynamic response to bumps in coal mines. Research Report for Illinois Mining and Mineral Resources Research Institute. Department of Mining Engineering, Southern Illinois University at Carbondale, 31 str.

²¹ Zorychta A. 1984. Kryterium powstawania tępów przy eksploatacji pokładu węgla kamiennego. ZNAGH nr 1014, Górnictwo z. 125

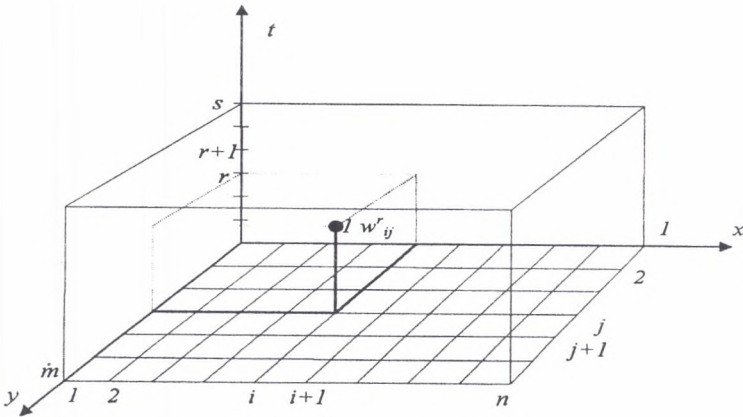
²² Richart F.E., Woods R.D., Hall J.R. 1970. *Vibrations of soils and foundations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ

Autor założył równomierną siatkę podziałową w trzech kierunkach - $\Delta x_i = \Delta x_{i+1} = \Delta x$, $\Delta y_j = \Delta y_{j+1} = \Delta y$, $\Delta t_r = \Delta t_{r+1} = \Delta t$ - która w płaszczyźnie x - y tworzy oczka kwadratowe. W takiej konfiguracji węzeł (i,j,r) odpowiada lokalizacji (x_i, y_j, t^r) w przestrzeni $\mathfrak{R}(x,y,t)$, gdzie i,j oznaczają położenie linii podziałowych na siatce fizycznej, natomiast parametr r wyróżnia daną siatkę fizyczną na osi czasu. Przemieszczenie $w(x,y,t)$ w węźle (i,j) oznacza się tu jako $w(x,y,t^r) = w_{ij}^r$.

Podobnie jak uprzednio (rozdział 2) tutaj również wyraźnie odróżnia się rozwiązanie dokładne $\overline{w}(x,y,t)$ od rozwiązania przybliżonego $w(x,y,t)$ uzyskanego za pomocą metody różnic skończonych.

2.2. Pochodne czasowe

Pochodne czasowe w węźle (i,j,r) otrzymuje się poprzez rozwinięcie funkcji $\overline{w}_{i,j}^{r+1}$ oraz $\overline{w}_{i,j}^{r-1}$ wokół punktu (i,j,r) w szereg Taylora. Odejmując te wyrażenia od siebie, a następnie porządkując wynik, otrzymuje się wyrażenie na pierwszą pochodną czasową:



Rys. 1. Siatka podziałowa obszaru rozwiązań równania drgań płyty nadkładu

Fig. 1. Division network for solution space for equation governing overburden plate vibration

$$\overline{w}_t \Big|_{i,j}^r = \frac{\overline{w}_{i,j}^{r+1} - \overline{w}_{i,j}^{r-1}}{2\Delta t} - \frac{1}{6} \overline{w}_{ttt} \Big|_{i,j}^r \Delta^2 t - \dots \quad (2)$$

Stosując podobną jak wyżej technikę, można przybliżyć również występującą w równaniu (1) drugą pochodną czasową:

$$\overline{w}_{tt} \Big|_{i,j}^r = \frac{\overline{w}_{i,j}^{r+1} - 2\overline{w}_{i,j}^r + \overline{w}_{i,j}^{r-1}}{\Delta^2 t} - \frac{1}{12} \overline{w}_{ttt} \Big|_{i,j}^r \Delta^2 t + \dots \quad (3)$$

Ponieważ równania (2) i (3) uwzględniają rozwiązania dla trzech kolejnych odstępów czasu, aproksymacja taka nazywa się metodą trzeciego poziomu.

2.3. Pochodna przestrzenna

Pochodne przestrzenne ugięcia płyty są obliczane podobnie jak w zadaniu statycznym, z tym jednak że dodatkowo są one zaopatrzone u góry we wskaźnik r oznaczający dany poziom czasowy. Ostatecznie, po odrzuceniu pochodnych wyższego rzędu, równanie różnicowe drgań płyty nadkładu dla kolejnego kroku (poziomu) czasowego r można wyrazić następująco:

$$w_{i,j}^{r+1} = A\{p_{i,j} - Bw_{i,j}^r + [8(w_{i-1,j}^r + w_{i+1,j}^r + w_{i,j-1}^r + w_{i,j+1}^r) - 2(w_{i-1,j-1}^r + w_{i-1,j+1}^r + w_{i+1,j-1}^r + w_{i+1,j+1}^r) - (w_{i-2,j}^r + w_{i+2,j}^r + w_{i,j-2}^r + w_{i,j+2}^r)] \frac{D}{\Delta^4 x} + Cw_{i,j}^{r-1}\} \quad (4)$$

$$\text{gdzie: } A = \frac{l}{\frac{\rho H_0}{\Delta^2 t} + \frac{C_z}{2\Delta t}}, \quad B = 20 \frac{D}{\Delta^4 x} - \frac{2\rho H_0}{\Delta^2 t} + k_{i,j}, \quad C = \frac{C_z}{2\Delta t} - \frac{\rho H_0}{\Delta^2 t}.$$

Ponieważ przybliżenie uzyskane za pomocą różnic skończonych zawiera wartość w^{r+1} tylko dla jednej lokalizacji (i,j) , równanie (4) może zostać rozwiązane w sposób jawny (*explicit*).

Podobnie jak to miało miejsce w przypadku aproksymacji statycznej, również i tutaj należy sprawdzić różnicowe równanie ruchu płyty pod względem zgodności, rzędu dokładności (błędu), zbieżności, a także pod względem stateczności.

Sprawdzenie zgodności przybliżenia uzyskanego za pomocą schematu różnicowego z równaniem różniczkowym o pochodnych cząstkowych autor przeprowadził wyrażając każdy ze składników równania (4) za pomocą rozwinięcia w szereg Taylora wokół wybranego węzła siatki różnicowej. Równanie to przekształca się w zmodyfikowane równanie różniczkowe pozwalające dokładnie określić rząd błędu obciążenia. Postępując wg schematu dotyczącego zadania statycznego, autor uzyskał następujące zmodyfikowane równanie różniczkowe drgań płyty:

$$D(w_{xxxx} + 2w_{xxyy} + w_{yyyy}) + \rho H_0 w_{tt} + C_z w_t = p - r - \frac{D\Delta^2 x}{6}(w_{xxxxx} + w_{xxyyy} + w_{xxxxy} + w_{yyyyy}) - \frac{\Delta^2 t}{6}(\frac{l}{2}\rho H_0 w_{ttt} - C_z w_{tt}) + \dots \quad (5)$$

Z powyższej zależności można wnioskować, że równanie (5) jest zgodne z równaniem (1). Błąd obciążenia, a tym samym i rząd dokładności, można wstępnie oszacować jako: $O(\Delta^2 t) + O(\Delta^2 x)$. Ponieważ jednak błąd całkowity zawiera w sobie sumę $N = T/\Delta t$ składników o dokładności rzędu $O(\Delta^2 t)$, całkowity rząd dokładności metody przybliżonej redukuje się do postaci: $O(\Delta t) + O(\Delta^2 x)$.

Rozpatrmy obecnie stateczność równania różnicowego (10.4), które jest tylko wtedy stateczne, gdy wobec ograniczonego rozwiązania równania różniczkowego również ono posiada ograniczone rozwiązanie. Rozpatrując ogólne równanie różniczkowe rządzące, wywołanymi zakłóceniami początkowym, drganiami sprężystymi płyty z tłumieniem strukturalnym, można się spodziewać, że po odpowiednio długim, lecz skończonym, czasie kolejne rozwiązania nie będą praktycznie wykazywały różnic i cały układ fizyczny osiągnie stan spoczynku. Pozwala to założyć, że również przybliżenie zagadnienia uzyskane metodą różnicową będzie miało ograniczone rozwiązanie świadczące o jego stateczności. Aby je zanalizować, autor posłużył się tutaj metodą zakłócenia dyskretnego.

Warunek stateczności wymaga, aby wielkość określonej perturbacji przypisanej węzłowi (i,j) na poziomie czasowym r malała wraz ze wzrostem wartości r , tzn. aby:

$$\left| \frac{w_{i,j}^{r+1}}{w_{i,j}^r} \right| \leq 1. \quad (6)$$

Wprowadzając zakłócenie ε tylko w węzle (i,j) na poziomie czasowym 2 otrzymuje się następujące wyjściowe wartości przemieszczeń:

$$w_{i,j}^{2,1} = \varepsilon, w_{k,s}^{2,1} = 0 \text{ dla } (k \neq i, s \neq j) \text{ oraz } w_{k,s}^{1,0} = 0 \text{ dla wszystkich węzłów.}$$

Następnie ze wzoru (4) wyliczono wartości przemieszczeń w każdym punkcie płyty odpowiadające następnym poziomom czasowym. Porównując przemieszczenia zgodnie z warunkiem (6), dla danych parametrów układu można sprawdzić, czy warunek stateczności jest spełniony. Możliwe jest też określenie warunków, jakie ten układ musi spełnić, aby rozwiązanie było stateczne, a co za tym idzie - można określić, np. obszar wartości Δt zapewniających stateczne rozwiązanie. Operację taką należy przeprowadzać tak długo, aż granice tych obszarów na kolejnych poziomach czasowych będą sobie wystarczająco bliskie. Ze względu na złożoną budowę nie przytacza się tutaj kolejnych wzorów wyrażających przemieszczenia będące skutkiem zakłócenia początkowego na odpowiednich poziomach czasowych.

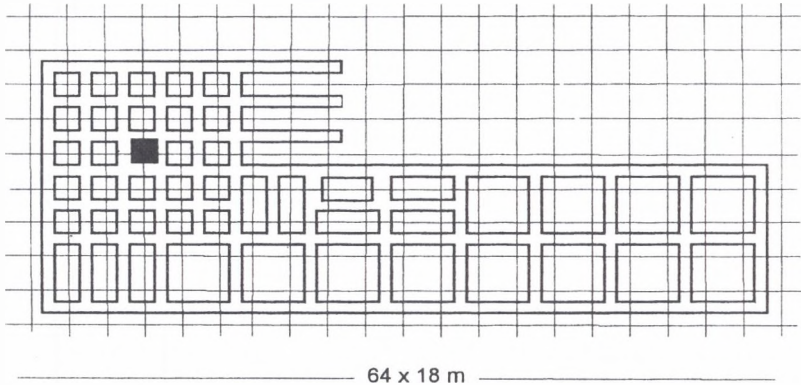
Zbieżność metody różnic skończonych jest związana ze zgodnością i statecznością równania różnicowego. Twierdzenie Laxa²³ mówi, że mając prawidłowo postawione zagadnienie z liniowymi warunkami początkowymi oraz jego zgodną aproksymację różnicami skończonymi, stateczność ich rozwiązania jest warunkiem koniecznym i wystarczającym jego zbieżności. Dlatego też zakłada się, że zgodność i stateczność równania (4) gwarantują jednocześnie zbieżność zastosowanej tu metody różnic skończonych.

Reasumując, centralna aproksymacja różnicowa równania różniczkowego drgań płyty nadkładu jest aproksymacją trzeciego poziomu rozwiązywalną jawnie, o kroku pojedynczym i rzędzie dokładności $O(\Delta t) + O(\Delta^2 x)$, i o rozwiązaniu warunkowo statecznym i jednocześnie zbieżnym.

3. Przykład obliczeniowy

Autor zanalizował sytuację górnictwa przedstawioną na rys. 2 stosując następujące parametry układu:

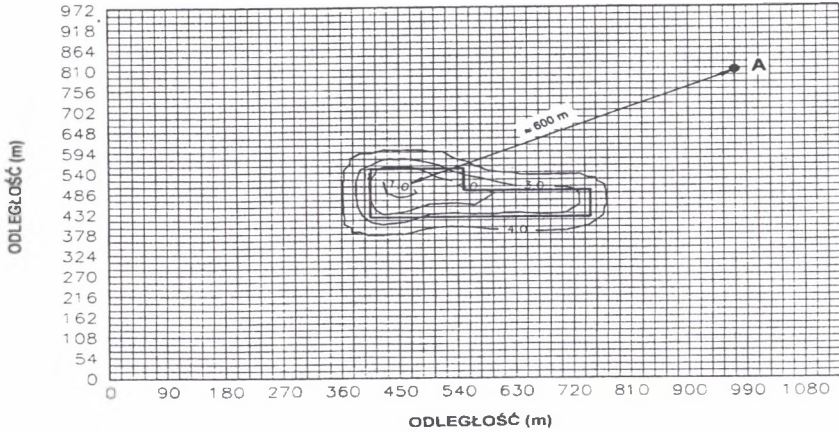
- gęstość materiału nadkładu: $\rho = 0.0027 \text{ MNsec}^2/\text{m}^4$
- grubość nadkładu: $H_0 = 850 \text{ m}$
- sztywność płyty nadkładu: $D = 1.307E7 \text{ MNm}^2$
- współczynnik tłumienia: $C_z = 15.0 \text{ MNsec}/\text{m}^3$



Rys. 2. Sytuacja górnictwa rozpatrywana w przykładzie obliczeniowym
Fig. 2. Mining layout for numerical example

²³ Lax P.D. 1954. Weak Solutions of Nonlinear Hyperbolic Equations and Their Numerical Computation. Comm. Pure and Appl. Math., vol. 2, 159-193

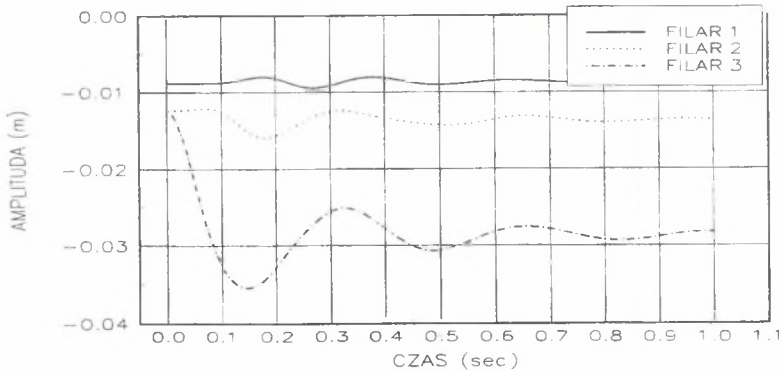
- współczynnik podatności złoża/spagu: $K_z = 12000 \text{ MN/m}^3$
- nacisk górotworu w poziomie stropu złoża: $q_v = 22.95 \text{ MPa}$
- warunki początkowe: $w(x,y)$ jest rozwiązaniem statycznym, $\dot{w}(x,y) = 0$



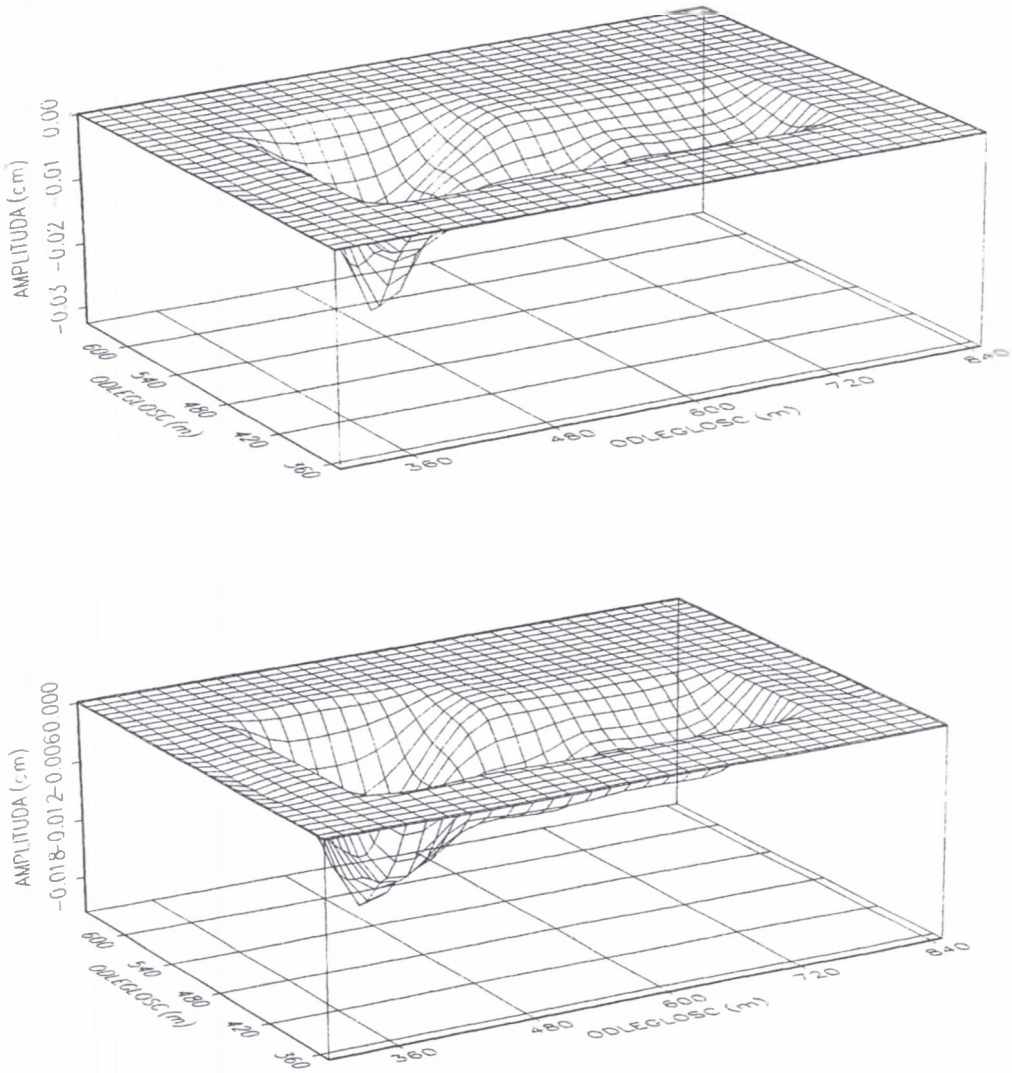
Rys. 3. Współczynniki bezpieczeństwa dla filarów w czasie $t = 0$ sek
Fig. 3. Safety factors for pillars at $t = 0$ sec

Wstępne obliczenia statyczne wykazały (rys. 3), że filar 3 (zacięziony na rys. 2) poddany został obciążeniu większemu od jego nośności statycznej. Zniszczenie (usunięcie) tego filara wywołuje reakcję dynamiczną układu zgodnie z równaniem (1). Na rysunku 4 przedstawiono zmianę amplitudy drgań stropu w środkach filarów 1, 2 i 3, podczas gdy rys. 5 ilustruje rozkład amplitud w czasie $t_1 = 0.05$ sec i $t_2 = 0.1$ sec. Dodatkową analizę rozpatrywanego układu przeprowadzono przy założeniu, że przekroczenie przez obciążenie nośności filarów prowadzi do jego częściowego zniszczenia reprezentowanego za pomocą odpowiedniej redukcji modułu odkształcenia filara. Na rys. 6 i 7 przedstawiono zasięg zniszczeń w obrębie pola przy założeniu 50% lub 10% przyrostu odkształcalności węgla, natomiast rys. 8-10 ilustrują przebiegi czasowe pionowych przemieszczeń wybranych filarów i punktu A położonego w odległości 600 m od ogniska wstrząsów.

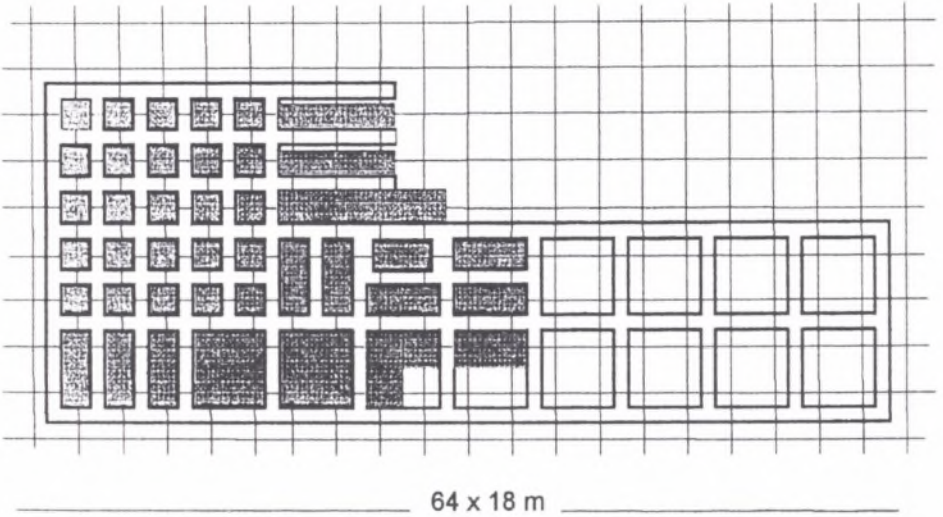
Dla rozpatrywanego przykładu obliczeniowego określono ponadto metodą zakłócenia początkowego minimalny krok czasowy, zapewniający stateczność rozwiązania. Na rys. 11 przedstawiono zmienność tego kroku w zależności od poziomu czasowego.



Rys. 4. Przebiegi czasowe amplitud w stropie filarów nr 1, 2 i 3
Fig. 4. Time-dependent roof amplitudes at pillars no. 1, 2 and 3

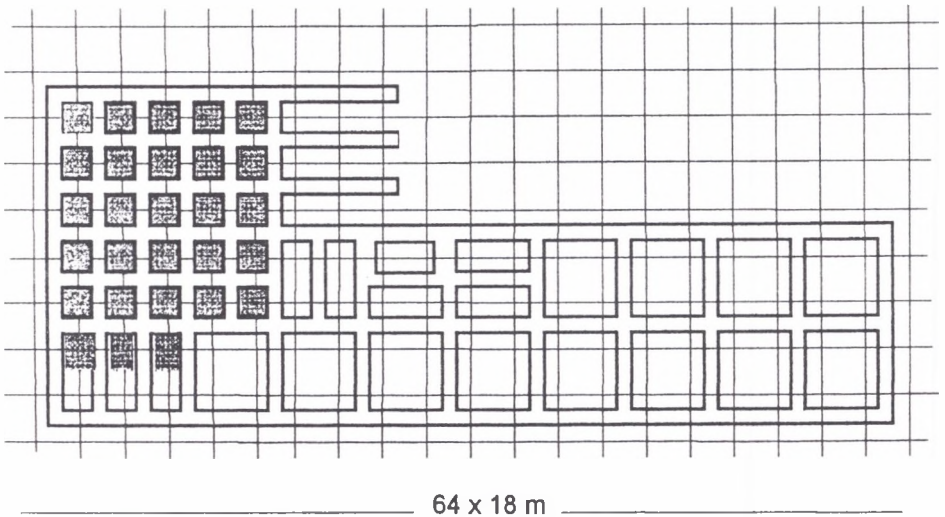


Rys. 5. Amplitudy drgań [cm] po $t_1 = 0.05$ sek (góra) i $t_2 = 0.1$ sek (dół) od momentu zniszczenia filara nr 3
 Fig. 5. Vibration amplitudes [cm] after $t_1 = 0.05$ sec (top) and $t_2 = 0.1$ sec (bottom) after pillar no. 3 collapse



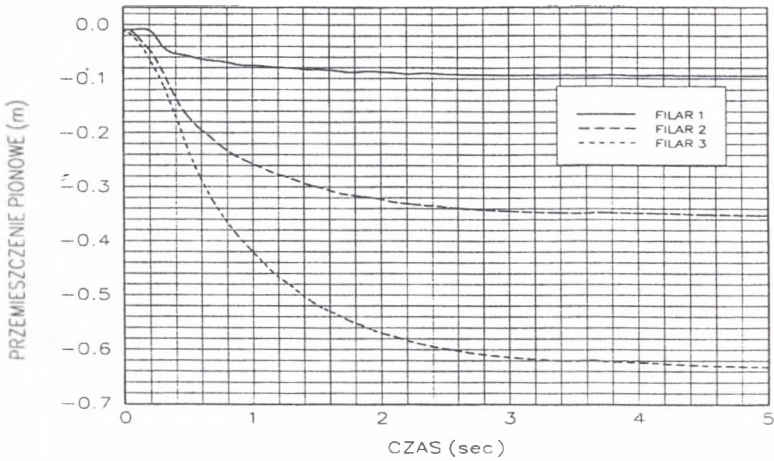
Rys. 6. Strefa zniszczeń w polu eksploatacyjnym przy założeniu 50 % redukcji w nośności filarów na skutek ich przeciążenia

Fig. 6. Heavy damage area assuming 50% reduction in pillar strength due to overloading

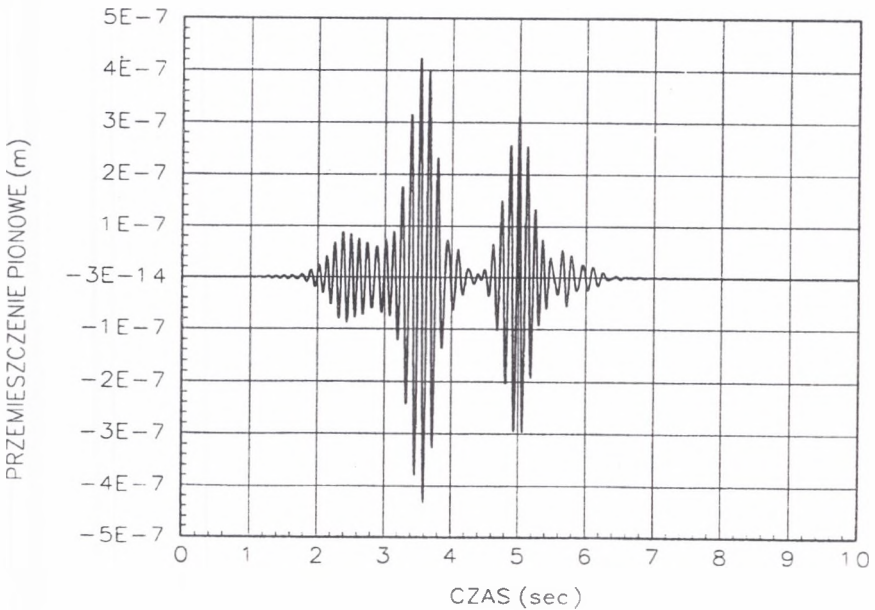


Rys. 7. Strefa zniszczeń w polu eksploatacyjnym przy założeniu 10 % redukcji w nośności filarów na skutek ich przeciążenia

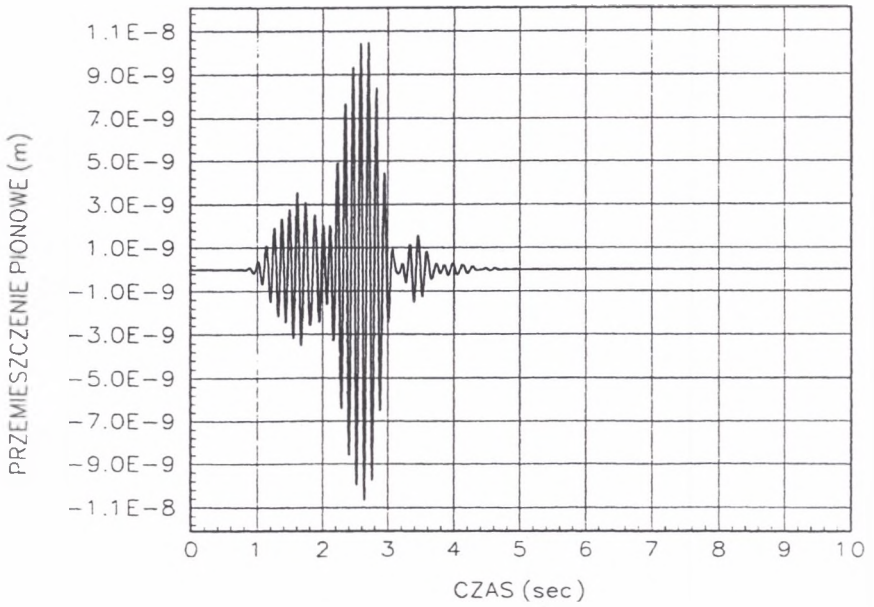
Fig. 7. Heavy damage area assuming 10% reduction in pillar strength due to overloading



Rys. 8. Przeszyczenia pionowe filarów nr 1-3 przy założeniu 50% redukcji w nośności filarów
 Fig. 8. Vertical movement of pillars no. 1-3 assuming 50% reduction in pillar strength

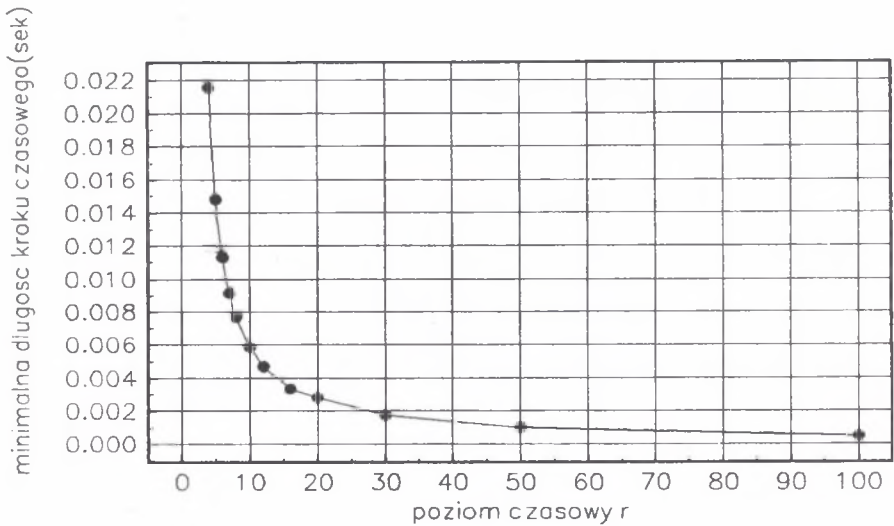


Rys. 9. Przeszyczenia pionowe punktu A, położonego 600 m od ogniska wstrząsów, przy założeniu 50 % redukcji w nośności filarów
 Fig. 9. Vertical movement of point a, located 600 m from the excitation center, assuming 50 % reduction in pillar strength



Rys. 10. Przesunięcie pionowe punktu A, położonego 600 m od ogniska wstrząsów, przy założeniu 10 % redukcji w nośności filarów

Fig. 10. Vertical movement of point a, located 600 m from the excitation center, assuming 10 % reduction in pillar strength



Rys. 11. Obliczone wartości minimalnego kroku czasowego, dla którego rozwiązanie rozpatrywanego zadania jest stateczne

Fig. 11. Minimum time step size providing stable solution for considered numerical example



SOUTHERN ILLINOIS UNIVERSITY
CARBONDALE

October 15, 2001

To Whom It May Concern

During 1987-1996, Dr. Witold Pytel was employed as a Research Associate in the Department of Mining and Mineral Resources Engineering at Southern Illinois University. I was his research supervisor, during the entire period.

Upon joining the research team, I assigned him to work on the problem of bearing capacity of coal pillars in underground mines and associated mining impacts on surface deformations. Within the framework of this broad assignment, Dr. Pytel worked independently to develop and solve the problem analytically. This led to the development and validation of SIU PANEL 2D and SIU PANEL 3D Ground Mechanics Computer models which consider roof-pillar-floor interactions mechanistically. Dr. Pytel utilized these models to verify several phenomena commonly experienced in coal mines in Illinois and the United States. Some of the major achievements of Dr. Pytel on the project included:

- 1.) Development of bearing capacity estimation models for coal pillars on weak floor strata in underground coal mines, including effects of anisotropy and adjacent pillars.
- 2.) Time-dependent deformation models of weak floor strata and its impacts on roof-pillar- floor interaction in underground coal mines.
- 3.) Development of SIU PANEL 2D and SIU PANEL 3D Ground Mechanics models to evaluate roof-pillar-floor interaction in underground rock mass and deformations on the surface.
- 4) Effect of flooding and dewatering on the roof-pillar-floor interactions and surface deformations.

Dr. Pytel was solely responsible for the above achievements. These may be considered his original scientific achievements. If you have any further questions in this regard, please contact me.

Sincerely yours

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Yoginder P. Chugh', written over a horizontal line.

Yoginder P. Chugh
Professor and Director, Combustion Byproducts
Recycling Consortium- Midwestern Region

PLYTOWY MODEL WSPÓŁPRACY UKŁADU STROP-FILAR-SPĄG I JEGO ZASTOSOWANIE W MECHANICE GÓROTWORU

Streszczenie

W pracy przedstawiono opis, zweryfikowanego w wybranych amerykańskich i australijskich podziemnych kopalniach węgla, pseudotrójwymiarowego płytowego modelu współpracy układu strop-filar-spąg. Model ten, oparty na aproksymacji płytowej górotworu, służy do odwzorowania każdej w przybliżeniu płaskiej geometrii wyrobisk, z uwzględnieniem zależnej od czasu sekwencji wydobywania oraz reologicznych własności poszczególnych elementów układu. Jednocześnie stanowi on analityczne narzędzie umożliwiające określenie przede wszystkim zależnego od czasu stanu naprężeń i przemieszczeń wokół wyrobisk będącego z kolei punktem wyjścia do dalszej, bardziej złożonej analizy, dotyczącej m.in. zagadnień optymalizacji, bezpieczeństwa układu czy też problemów związanych z dynamicznymi przejawami ciśnienia górotworu.

Przedstawiona praca przybliży szereg możliwych zastosowań modelu w takich dziedzinach, jak:

- *Uproszczona, dwuwymiarowa analiza zależnych od czasu rozkładów obciążeń i przemieszczeń wokół wyrobisk eksploatowanych technologią ścianową.* Adaptacja modelu, oparta na teorii belek leżących na odkształcalnym podłożu, uwzględnia lepko-sprężyste własności spągu i nadkładu, nieliniowe pod obciążeniem zachowanie się filarów węglowych oraz sprężyste własności obudowy zmechanizowanej. W ramach tego zadania określono wagi poszczególnych parametrów wpływających na przemieszczenia powierzchni górotworu, a także przeprowadzono weryfikację modelu w jednej z północnoamerykańskich kopalń węgla.
- *Analiza alternatywnych geometrii wyrobisk eksploatowanych w systemie komorowo-filarowym, charakteryzujących się zróżnicowanymi wymiarami filarów, na podstawie analizy osiadań i rozkładu współczynników bezpieczeństwa.* Tutaj procedura optymalizacji oparta została na wykorzystaniu trzech następujących efektów wpływających na sposób doboru szerokości filarów: a) zmienności współczynników bezpieczeństwa wzdłuż i w poprzek pola wybierkowego spowodowanej zróżnicowanym osiadań elementów układu, b) sprężysto-plastycznej pracy filarów (węglowych), które poddając się naciskom pochodzącym od stropu generują w nim sklepienie ciśnień, oraz c) sprężysto-lepko-plastycznego modelu zachowania się spągu powodującego przenoszenie obciążeń z małych, przeciążonych filarów na filary większe oraz na caliznę. Celem procedury optymalizacyjnej było uzyskanie możliwie największego stopnia wybrania złoża, przy jednoczesnym utrzymaniu w całym wyrobisku takich samych współczynników bezpieczeństwa dla stropu, filarów i spągu. Opracowany model był zastosowany również w analizie geometrii ścianowej z podatnymi filarami, a wyniki obliczeń zostały porównane z danymi uzyskanymi z obserwacji połowych. Wykazano, że zachowanie się filara w jego naturalnej skali oraz jego pozniszczeniowe charakterystyki silnie zależą od lokalnej sztywności górotworu.
- *Określenie dynamicznej odpowiedzi układu na lokalną utratę stateczności.* Na podstawie analizy numerycznej określono amplitudy, prędkości i przyspieszenia ruchu układu filarowo-komorowego oraz stan obciążeń wewnątrz zniszczonego pola eksploatacyjnego modelowanego z wykorzystaniem analogii płytowej.

- *Określenie wpływu nieliniowości lepko-sprężystej spągu na przemieszczenia i przenoszenie obciążeń w polu eksploatacyjnym.* Analizę problemu oparto na rozszerzeniu modelu o: 1) nieliniowe lepko-sprężyste zachowanie się bezpośredniego spągu, oraz b) zróżnicowanie robót wybierkowych w czasie i w przestrzeni z uwzględnieniem dowolnej prędkości prac górniczych. Lepko-sprężystą charakterystykę spągu opisano modelem Burgersa, natomiast sprężysta nieliniowość pracy filarów opisana została poprzez zależność naprężenie-odkształcenie uzyskaną doświadczalnie.

Porównanie pomierzonych osiadań powierzchni terenu i konwergencji wyrobisk z wartościami obliczonymi świadczy o efektywności modelu w prognozowaniu osiadań i transferu obciążeń w polu eksploatacyjnym.

Ponadto, w przedstawionej pracy autor poddał analizie techniki obliczeniowe stosowane w projektowaniu filarów współpracujących z warstwą słabego spągu. Podano przegląd tego rodzaju metod, z uwzględnieniem techniki opracowanej przez autora traktującej spąg jako układ dwuwarstwowy charakteryzowany przez kohezję (c) i kąty tarcia wewnętrznego (ϕ) odpowiednio zróżnicowane dla obydwu warstw. Uwzględniono tu również wpływ filarów sąsiednich i anizotropii spągu na obliczoną nośność filarów, a prezentowane metody obliczeniowe są zilustrowane przykładami dołowymi, których stosowność sprawdzono w warunkach typowych dla dwóch wybranych kopalń.

Opisane wyżej możliwości obliczeniowe modelu mogą być również wykorzystane w projektowaniu każdej operacji mogącej zmienić warunki hydrogeologiczne zarówno w czynnych, jak i w opuszczonych już kopalniach podziemnych. Zmiany tego rodzaju obejmują m.in. wszelkiego rodzaju odwodnienie zalanych uprzednio wyrobisk, a także wprowadzanie pod ziemię podsadzki w postaci płynnych mieszanek różnego rodzaju odpadów. Na podstawie obserwacji zachowania się jednej z opuszczonych kopalń węgla autor potwierdził tezę, że metoda obliczeń oparta na przedstawionym modelu płytowym pozwala przewidzieć wartości dodatkowych obniżzeń terenu wskutek zawodnienia wyrobisk, a także potrafi określić spowodowane tym zmiany w stateczności układu w funkcji czasu.

Na koniec autor przedstawił metodę obliczeniową, która wprowadzając elementy teorii niezawodności do modelu płytowego, umożliwia określenie prawdopodobieństwa zniszczenia pola eksploatacyjnego jako całości albo poszczególnych jego części wskutek zniszczenia spągu pod filarami. Obliczone przykładowo prawdopodobieństwa zniszczenia zostały porównane z poziomem współczynników bezpieczeństwa otrzymanych metodą konwencjonalną. Przedstawione podejście usprawiedliwia przyjęcie zróżnicowanych współczynników bezpieczeństwa w zależności od jakości rozpoznania geotechnicznego parametrów i ich rozproszenia wokół wartości średnich.

PLATE BASED ROOF-PILLAR-FLOOR INTERACTION MODEL AND ITS APPLICATION IN STRATA MECHANICS PROBLEMS

Abstract

A simplified, two-dimensional, time-dependent mechanistic model of overburden-coal seam-floor interaction has been developed and validated at several Midwestern (U.S.A.) and Australian coalmines. The model, called *SIU PANEL.3D Ground Mechanics Model*, based on the thin plate theory, involves any complex but approximately flat layout of mine workings, time-dependent sequence of extraction, and rheological properties of overburden and immediate floor strata. The model output data consist of spatially distributed time-dependent surface subsidence and its slope and curvature, as well as load acting on pillars.

This paper presents some of the possible applications of the plate-based model in the following main areas:

- *Simplified two-dimensional analyses time-dependent load distribution and surface subsidence associated with longwall mining geometries.* The model is based on the theory of beams resting on inelastic foundations and includes viscous-elastic behavior of immediate floor strata, non-linear behavior of coal pillars, elastic behavior of face supports, and elastic-elastic behavior of the overburden strata. The relative importance of the different variables affecting the performance of longwall mining geometries from ground control point of view is also analyzed. The model has been validated for field observations at one Illinois longwall mine.
- *Development alternate geometries with variable size pillars along and across a panel based on safety factors and pillar settlement considerations.* The attempt to develop an optimization procedure based on *SIU Ground Mechanics Models* utilizes the following three effects impacting the mining geometry design: a) variability of safety factors along and across the panel due to differential pillar settlements, b) elastic-plastic behavior of coal pillars resulting in the arching effect, and c) elasto-visco-plastic behavior of the weak floor strata with the load transfer from smaller pillars to the larger pillars and barrier pillars. The objective of the optimization procedure was to maximize the coal recovery while maintaining appropriate pillar safety factors, floor safety factors, and immediate roof stability. Such alternative mining geometries with high implementation potential were proposed to the mining industry. The developed analytical model has been also utilized to analyze a longwall mining geometry with yield pillars and compare the results with those observed in the field. It was demonstrated that large-size pillar behavior and post-failure characteristics depends significantly on local mine stiffness. The paper also presents development of an alternate retreat mining geometry. Analytical studies to date indicate significant potential of the developed models for improving mining geometry performance.
- *Determining mine system transient response to loss of stability within some areas of a panel.* Amplitudes, accelerations and dynamic loads acting within the collapsed panel were determined in the appropriate numerical analysis.
- *The effect of non-linear time-dependent behavior of weak floor strata on displacements, and load transfer within a given mining layout.* The problem analyses are based on the extension of the plate-based model to include a) non-linear elastic-elastic behavior of immediate floor strata, and b) different times of mine development in a panel, and different advance rates of mine workings in different areas.

For mathematical development, the immediate weak floor strata are transformed into an equivalent single rock layer with uniform rheological constants and time-independent deformation parameters, resting on an undeformable rock mass. The viscous behavior of weak floor strata is represented by the single non-linear Burgers' model defined by a suitable creep function. Non-linearity in the elastic domain is modeled by experimentally determined stress-strain relationship.

A comparison of calculated and monitored surface subsidence or in-mine convergence measurements has proven the model effectiveness for surface subsidence and load transfer prediction.

This paper also deals with the rational techniques that are available and currently utilized the U.S.A. in engineering practice to design pillars associated with weak floor strata. The author reviews all methods applied to determine the ultimate bearing capacity of floor strata including a more general, recently developed technique which treats weak floor strata as a two-layer rock system characterized by cohesion (c) and angle of internal friction (ϕ) for both layers. Using foundation engineering analysis techniques, the effect of adjacent pillars on ultimate bearing capacity (UBC) of weak floor strata underneath pillars in a panel was also considered. Based on the limit states theory, the upper-bound for capacity factors of an anisotropic non-homogeneous floor strata system were determined to estimate the effect of rock anisotropy on floor strata stability. Sensitivity analyses were also performed in order to determine the relative importance of all parameters affecting floor strata strength underneath rectangular pillars. The design approaches presented in the paper are illustrated with step by step solutions for physical problems, and the appropriateness of all available design methods was estimated through field observations performed in two coal mines.

This above described computational ability to control time-dependent deformations and mine workings stability may be utilized also for the design of all operations that may change the hydrological environment within active or abandoned mines. This includes dewatering and all kinds of coal slurry pumping whether alone or mixed with coal combustion residues into mine workings. Since this approach can provide the validated analytical tool to predict 1) the amount of additional subsidence due to wetting of mine workings, 2) the changes in mine workings stability due to changes in mine-level hydrology, and 3) subsidence likelihood in future in different areas of the flooded mine, it may be very useful for all agencies and mining companies planning wet backfilling or operating beneath surface or subsurface aquifers.

Furthermore, this paper presents a technique which incorporates elements of the reliability theory in the plate-based model to determine the actual probability of failure of floor at a particular point or the panel as a whole, with a consideration of interaction among panel barriers-mine workings-overburden and floor strata. Moreover, since safety factors based on floor strength (FSF) actually vary along and across a panel due to non-uniform distribution of stress in a panel, the proposed safety analyses can be conducted on mining geometries optimized initially for extraction ratio, ground control, and productivity based on allowable safety factors and surface displacements. The calculated probability of failure was related to the corresponding conventional safety factor, which represents the current design philosophy. This approach permits assigning differential safety factors in different areas depending upon the availability and quality of collected geotechnical data.

