ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1997
Seria: INFORMATYKA z. 32 Nr kol. 1356

Tadeusz CZACHÓRSKI
Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN

Ferhan PEKERGIN
Université Paris-Nord, LIPN, France

STEROWANIE NATĘŻENIEM STRUMIENIA PAKIETÓW PRZY WEJŚCIU DO SIECI – MODELE DYFUZYJNE

Streszczenie. *Cieknące wiadro* i *skaczące okno* to dwa klasyczne już przykłady prewencyjnej kontroli pakietów na wejściu do sieci rozległej, stosowane obecnie w sieciach ATM i Frame-Relay. Artykuł przedstawia modele działania tych mechanizmów. Wykorzystano metodę aproksymacji dyfuzyjnej, zezwalającą na opis stanów nieustalonych, a tym samym opis mechanizmów przy zmiennym w czasie natężeniu strumienia pakietów.

THE CONTROL OF PACKAGE THROUGHPUT AT THE ENTRANCE OF A NETWORK – DIFFUSION MODELS

Summary. *Leaky bucket* and *jumping window* have already become classic examples of preventive traffic control functions implemented in ATM or Frame-Relay networks. We revisit their performance models with the use of diffusion approximation adopting our method of transient state analysis and extending it to the case of state-dependent input.

1. Wstęp

Obecność źródeł emitujących informacje o zmiennym natężeniu (tzw. źródła *VBR – Variable Bit Rate*) i wykorzystanie przełączników statystycznych powodują, iż kontrola ruchu powinna zapewnić rozsądny kompromis pomiędzy wykorzystaniem łącza a jakością usług[1]. Jakość usług, mierzona prawdopodobieństwem straty pakietu lub rozrzutem czasu dostarczenia pakietu do miejsca przeznaczenia, maleje wraz ze wzrostem obciążenia sieci. *„Cieknące wiadro"* (*leaky bucket*), por. np. [15] i *„skaczące okno"* (*jumping*

[1] Niniejszy tekst został opracowany częściowo w ramach Projektu Badawczego KBN nr 8 T11C 032 08.

window) są przykładami prewencyjnej kontroli ruchu w sieciach np. ATM lub Frame Relay, sprawowanej na wejściu do sieci i dotyczącej strumienia komórek wysyłanego przez użytkownika. Pozwalają dopilnować, by ustalone parametry ruchu nie były drastycznie (nawet chwilowo, przy zachowaniu poprawnej wartości średniej ruchu) przez użytkownika przekraczane, zmniejszając w ten sposób możliwości powstania zatłoczenia w sieci, zapewniając tym samym oczekiwaną jakość usług. Artykuł przedstawia kolejkowe modele obu mechanizmów opisując wpływ tych mechanizmów na ruch pakietów (komórek).

W *cieknącym wiadrze* komórki, zanim wejdą do sieci, muszą uzyskać żeton, generowany przez sieć w stałych odstępach czasu. Bufor komórek czekających na przydział żetonów oraz bufor żetonów czekających w okresie słabego ruchu na przyjście pakietów mają ograniczoną pojemność, rys. 1. W okresie gdy odpowiedni bufor jest pełen, przychodzące pakiety lub żetony są tracone. Istniejące dotychczas modele *cieknącego wiadra* wykorzystują łańcuchy Markowa z dyskretnym czasem [14] oraz aproksymację płynną (*fluid approximation*) [10, 19].

Mechanizm *skaczącego okna* pilnuje w inny sposób, by użytkownicy stosowali się do przyznanych im parametrów ruchu: sprawdza, czy przyznana każdemu użytkownikowi przepustowość, tzw. *CIR* (*Commited Information Rate*) λ, nie jest przez niego przekraczana. Chodzi również o to, by przy zachowaniu wartości średniej wartość chwilowa nie przekraczała pewnego maksimum. Czas jest podzielony na przedziały długości T_c. Zgodnie z kontraktem, ilość informacji, którą źródło może w tym czasie wyemitować, wynosi $B_c = CIR \cdot T_c$. Ruch wejściowy pakietów jest śledzony i dopóki przesłana wewnątrz aktualnego przedziału T_c ilość informacji nie przekracza B_c, przechodzące pakiety otrzymują wysoki priorytet. Po przekroczeniu progu B_c następne pakiety są nadal wpuszczane do sieci, ale otrzymują niższy priorytet i w razie zatłoczenia w węźle są niszczone w pierwszej kolejności, zgodnie z mechanizmem kolejki stosowanym w tym węźle, por. [9]. Tak więc priotytet pakietu wynika nie tylko ze zróżnicowania jego zawartości i wynikającej z tego różnej jakości usług gwarantowanych przez sieć, ale wynika też z podziału na pakiety wpuszczane zgodnie z normą przyznaną w kontrakcie ich źródłu i na pakiety nadmiarowe, emitowane poza przyznanym limitem przepustowości łącza. Priorytet pakietu jest zapisany w jego części organizacyjnej, tzw. nagłówku; jest to zawartość jednego bitu, tzw. bitu *DE* (*discard eligibility bit*); bit $DE = 1$ oznacza niższy priorytet. Ilość przesłanej w nadmiarowych pakietach informacji jest ograniczona do B_e. Po przekroczeniu progu $B_c + B_e$ pakiety z danego źródła są niszczone, co trwa aż do końca bieżącego przedziału czasu T_c. Wraz z rozpoczęciem nowego przedziału T_c pakiety odzyskują wysoki priorytet. Bardziej restrykcyjna wersja tego schematu postępowania, zwana mechanizmem *przesuwnego okna*, polega na sprawdzaniu opisanych wyżej warunków w n oknach, przesuniętych względem siebie o czas T_c/n.

Przedstawione w artykule modele opisanych powyżej mechanizmów wykorzystują metodę aproksymacji dyfuzyjnej. Jej zasady są przedstawione w następnym paragrafie.

2. Zasady aproksymacji dyfuzyjnej

Prześledźmy zasady aproksymacji dyfuzyjnej na przykładzie opisu pracy pojedynczego stanowiska z ograniczoną kolejką, oznaczanego zgodnie z przyjętą w teorii obsługi masowej notacją jako stanowisko $G/G/1/N$ (litery G oznaczają dowolne rozkłady odstępów czasu między zgłoszeniami i czasu obsługi, N to ograniczenie liczby zadań obecnych w stanowisku: gdy kolejka jest pełna, następne nadchodzące zgłoszenia są gubione; jest jeden kanał obsługi). Liczbę zadań w tym systemie modeluje proces dyfuzji, funkcja gęstości tego procesu aproksymuje rozkład liczby zadań w systemie. Proces dyfuzji jest ograniczony dwiema barierami umieszczonymi w $x = 0$ i w $x = N$. Gdy proces dochodzi do prawej bariery, pozostaje w niej przez czas określony rozkładem $l_N(x)$ o wartości średniej $1/\mu$, po czym rozpoczyna się w punkcie $x = N - 1$. Czas pobytu w tej barierze odpowiada czasowi, przez który kolejka jest pełna i nadchodzący klienci są gubieni; skok do $x = N - 1$ odpowiada odejściu obsługiwanego klienta — stanowisko znów może przyjmować zgłoszenia. Czas pobytu w lewej barierze jest określony przez rozkład $l_0(x)$ o wartości średniej $1/\lambda$ i odpowiada czasowi, przez który stanowisko jest bezczynne. Proces przeskakuje następnie do $x = 1$. Jeżeli rozkłady $l_N(x)$, $l_0(x)$ są wykładnicze, to równanie dyfuzji z opisanymi warunkami brzegowymi, opisujące zachowanie się stanowiska obsługi, ma postać

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(x,t;x_0)}{\partial t} &= \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 f(x,t;x_0)}{\partial x^2} - \beta\frac{\partial f(x,t;x_0)}{\partial x} + \\
&\quad +\lambda_0 p_0(t)\delta(x-1) + \lambda_N p_N(t)\delta(x-N+1)\,, \\
\frac{dp_0(t)}{dt} &= \lim_{x\to 0}\left[\frac{\alpha}{2}\frac{\partial f(x,t;x_0)}{\partial x} - \beta f(x,t;x_0)\right] - \lambda_0 p_0(t)\,, \\
\frac{dp_N(t)}{dt} &= -\lim_{x\to N}\left[\frac{\alpha}{2}\frac{\partial f(x,t;x_0)}{\partial x} - \beta f(x,t;x_0)\right] - \lambda_N p_N(t)\,,
\end{aligned} \tag{1}$$

gdzie $p_N(t) = P[X(t) = N]$, $p_0(t) = P[X(t) = 0]$. Parametry α, β równania dyfuzji dobiera się na podstawie pierwszych dwu momentów rozkładów $A(x)$, $B(x)$ opisujących odpowiednio odstępy czasu pomiędzy nadejściem kolejnych zadań i czasy obsługi; oznaczmy $E[A] = 1/\lambda$, $E[B] = 1/\mu$, $var[A] = \sigma_A^2$, $var[B] = \sigma_B^2$. Wówczas $\beta = \lambda - \mu$, $\alpha = \lambda^3\sigma_A + \mu^3\sigma_B^2 = C_A^2\lambda + C_B^2\mu$, gdzie C_A^2, C_B^2 są współczynnikami zmienności rozkładów $A(x)$, $B(x)$. Uzasadnienie tego wyboru, jak również bardziej systematyczny opis metody aproksymacji dyfuzyjnej zawierają m.in. prace [17, 11, 6].

W stanie ustalonym równania (1) stają się zwykłymi równaniami różniczkowymi, a ich rozwiązanie dla $\varrho = \lambda/\mu \neq 1$ to [11]:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda p_0}{-\beta}(1 - e^{zx}) & \text{dla} \quad 0 < x \leqslant 1\,, \\ \dfrac{\lambda p_0}{-\beta}(e^{-z} - 1)e^{zx} & \text{dla} \quad 1 \leqslant x \leqslant N-1\,, \\ \dfrac{\mu p_N}{-\beta}(e^{z(x-N)} - 1) & \text{dla} \quad N-1 \leqslant x < N\,, \end{cases} \tag{2}$$

gdzie $z = \frac{2\beta}{\alpha}$, a p_0, p_N są określone przez warunek normalizacyjny.

W stanie nieustalonym rozpatrujemy najpierw proces dyfuzji rozpoczęty w chwili $t = 0$ w punkcie $x = x_0$ i ograniczony dwiema barierami pochłaniającymi w $x = 0$ i $x = N$. Funkcja gęstości tego procesu $\phi(x,t;x_0)$ ma postać [3]

$$\phi(x,t;x_0) = \begin{cases} \delta(x-x_0) & \text{dla } t=0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\Pi\alpha t}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left[\frac{\beta x_n'}{\alpha} - \frac{(x-x_0-x_n'-\beta t)^2}{2\alpha t}\right] \right. \\ \left. - \exp\left[\frac{\beta x_n''}{\alpha} - \frac{(x-x_0-x_n''-\beta t)^2}{2\alpha t}\right] \right\} & \text{dla } t>0, \end{cases} \tag{3}$$

gdzie $x_n' = 2nN$, $x_n'' = -2x_0 - x_n'$.

Jeżeli warunek początkowy jest określony przez funkcję $\psi(x)$, $x \in (0,N)$, $\lim_{x\to 0}\psi(x) = \lim_{x\to N}\psi(x) = 0$, to funkcja gęstości ma postać

$$\phi(x,t;\psi) = \begin{cases} \psi(x) & \text{dla } t=0 \\ \int_0^N \phi(x,t;\xi)\psi(\xi)d\xi & \text{dla } t>0. \end{cases} \tag{4}$$

Gdy oznaczy się $A(s) = \sqrt{\beta^2 + 2\alpha s}$, transformata Laplace'a funkcji $\phi(x,t;x_0)$ wyraża się jako

$$\begin{aligned} \bar{\phi}(x,s;x_0) &= \frac{\exp[\frac{\beta(x-x_0)}{\alpha}]}{A(s)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left[-\frac{|x-x_0-x_n'|}{\alpha}A(s)\right] \right. \\ &\quad \left. - \exp\left[-\frac{|x-x_0-x_n''|}{\alpha}A(s)\right] \right\}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\bar{\phi}(x,s;\psi) = \int_0^N \bar{\phi}(x,s;\xi)\psi(\xi)d\xi. \tag{6}$$

Funkcja gęstości $f(x,t;\psi)$ procesu dyfuzji z powrotami elementarnymi zawiera funkcję $\phi(x,t;\psi)$, która reprezentuje wpływ warunku początkowego, oraz kompozycje funkcji $\phi(x,t-\tau;1)$, $\phi(x,t-\tau;N-1)$, które są funkcjami procesów dyfuzji z barierami pochłaniającymi w punktach $x = 0$ i $x = N$, rozpoczętymi wcześniej, w czasie τ, w punktach $x = 1$ i $x = N-1$, odpowiednio z intensywnością $g_1(\tau)$ i $g_{N-1}(\tau)$:

$$f(x,t;\psi) = \phi(x,t;\psi) + \int_0^t g_1(\tau)\phi(x,t-\tau;1)d\tau + \int_0^t g_{N-1}(\tau)\phi(x,t-\tau;N-1)d\tau. \tag{7}$$

Funkcje gęstości $\gamma_0(t)$, $\gamma_N(t)$ prawdopodobieństwa, że w chwili t proces dochodzi do barier w $x = 0$ i $x = N$, to

$$\begin{aligned} \gamma_0(t) &= p_0(0)\delta(t) + \left[1 - p_0(0) - p_N(0)\right]\gamma_{\psi,0}(t) + \\ &\quad + \int_0^t g_1(\tau)\gamma_{1,0}(t-\tau)d\tau + \int_0^t g_{N-1}(\tau)\gamma_{N-1,0}(t-\tau)d\tau, \\ \gamma_N(t) &= p_N(0)\delta(t) + \left[1 - p_0(0) - p_N(0)\right]\gamma_{\psi,N}(t) + \int_0^t g_1(\tau)\gamma_{1,N}(t-\tau)d\tau + \\ &\quad + \int_0^t g_{N-1}(\tau)\gamma_{N-1,N}(t-\tau)d\tau, \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie $\gamma_{1,0}(t)$, $\gamma_{1,N}(t)$, $\gamma_{N-1,0}(t)$, $\gamma_{N-1,N}(t)$ są funkcjami gęstości czasu przejścia pomiędzy odpowiednimi punktami, tj.

$$\gamma_{1,0}(t) = \lim_{x\to 0}\left[\frac{\alpha}{2}\frac{\partial\phi(x,t;1)}{\partial x} - \beta\phi(x,t;1)\right].$$

Ponieważ

$$\lim_{x\to 0}\phi(x,t;x_0) = \lim_{x\to N}\phi(x,t;x_0) = 0\,,$$

więc

$$\begin{aligned}
\gamma_{1,0}(t) &= \lim_{x\to 0}\frac{\alpha}{2}\frac{\partial\phi(x,t;1)}{\partial x}\,, & \gamma_{N-1,0}(t) &= \lim_{x\to 0}\frac{\alpha}{2}\frac{\partial\phi(x,t;N-1)}{\partial x}\,,\\
\gamma_{1,N}(t) &= -\lim_{x\to N}\frac{\alpha}{2}\frac{\partial\phi(x,t;1)}{\partial x}\,, & \gamma_{N-1,N}(t) &= -\lim_{x\to N}\frac{\alpha}{2}\frac{\partial\phi(x,t;N-1)}{\partial x}\,.
\end{aligned} \tag{9}$$

Funkcje $\gamma_{\psi,0}(t)$, $\gamma_{\psi,N}(t)$ oznaczają gęstości prawdopodobieństwa, że procesy rozpoczęte w $t = 0$ w punkcie ξ z intensywnością $\psi(\xi)$ zakończą się w chwili t, dochodząc odpowiednio do bariery w $x = 0$ lub $x = N$.

Intensywności $g_1(t)$, $g_N(t)$ możemy wyrazić za pośrednictwem funkcji $\gamma_0(t)$ i $\gamma_N(t)$:

$$g_1(\tau) = \int_0^\tau \gamma_0(t)l_0(\tau-t)dt\,, \qquad g_{N-1}(\tau) = \int_0^\tau \gamma_N(t)l_N(\tau-t)dt\,. \tag{10}$$

Transformaty Laplace'a równań (8,10) dają nam $\bar{g}_1(s)$ oraz $\bar{g}_{N-1}(s)$:

$$\begin{aligned}
\bar{g}_1(s) &= \Big\{ p_0(0) + \big[1 - p_0(0) - p_N(0)\big]\bar{\gamma}_{\psi,0}(s) + \\
&\quad + \Big[p_N(0) + \big(1 - p_0(0) - p_N(0)\big)\bar{\gamma}_{\psi,N}(s)\Big]\frac{\bar{l}_N(s)\bar{\gamma}_{N-1,0}(s)}{1 - l_N(s)\bar{\gamma}_{N-1,N}(s)}\Big\}\times \\
&\quad \times \frac{\bar{l}_0(s)}{1 - l_0(s)\bar{\gamma}_{1,0}(s)}\left[1 - \frac{\bar{l}_0(s)\bar{\gamma}_{1,N}(s)}{1 - l_0(s)\bar{\gamma}_{1,0}(s)}\frac{\bar{l}_N(s)\bar{\gamma}_{N-1,0}(s)}{1 - l_N(s)\bar{\gamma}_{N-1,N}(s)}\right]^{-1},
\end{aligned}$$

$$\bar{g}_{N-1}(s) = \frac{\bar{l}_N(s)}{1 - \bar{l}_N(s)\bar{\gamma}_{N-1,N}(s)}\Big[p_N(0) + \big(1 - p_0(0) - p_N(0)\big)\bar{\gamma}_{\psi,N}(s) + \bar{g}_1(s)\bar{\gamma}_{1,N}(s)\Big], \tag{11}$$

co pozwala nam określić transformatę Laplace'a poszukiwanej funkcji gęstości $f(x,t;\psi)$ dla procesu dyfuzji z powrotami

$$\bar{f}(x,s;\psi) = \bar{\phi}(x,s;\psi) + \bar{g}_1(s)\,\bar{\phi}(x,s;1) + \bar{g}_{N-1}(s)\,\bar{\phi}(x,s;N-1)\,. \tag{12}$$

Prawdopodobieństwa, że w chwili t proces ma wartość $x = 0$ lub $x = N$, to

$$\bar{p}_0(s) = \frac{1}{s}\left[\bar{\gamma}_0(s) - \bar{g}_1(s)\right], \qquad \bar{p}_N(s) = \frac{1}{s}\left[\bar{\gamma}_N(s) - \bar{g}_{N-1}(s)\right]. \tag{13}$$

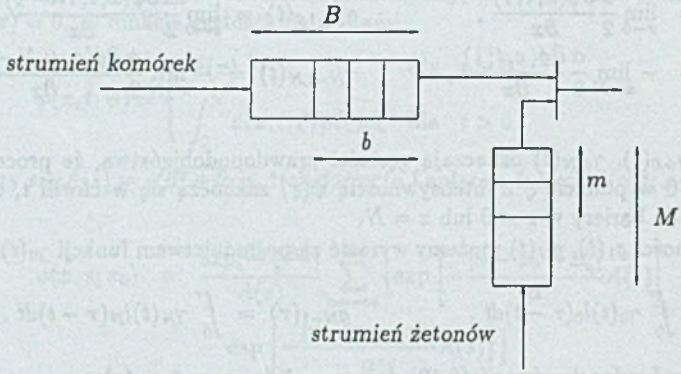
Oryginały tak określonych transformat znajdujemy numerycznie [18, 20].

3. Mechanizm *cieknącego wiadra*

Dostosujemy obecnie opisany w poprzednim paragrafie dyfuzyjny model stanowiska obsługi do działania mechanizmu *cieknącego wiadra*.

Załóżmy, że pobranie żetonu przez komórkę jest natychmiastowe. Niech B oznacza pojemność bufora komórek, mierzoną liczbą komórek, które może pomieścić, M jest liczbą żetonów mieszczących się w ich buforze; parametry b i m wyrażają aktualną zawartość bufora komórek i żetonów, rys. 1.

Proces dyfuzji $X(t)$ jest określony na przedziale $x \in [0, N = B + M]$, jego wartość jest zdefiniowana jako $x = b - m + M$.



Rys. 1. Schemat *cieknącego wiadra*
Fig. 1. Leaky bucket scheme

Załóżmy, że komórki nadchodzą w odstępach czasu określonych rozkładem o średniej $1/\lambda_c$ i współczynniku zmienności $C_{A_c}^2$. Żetony generowane są co $1/\lambda_t$, w stałych odstępach czasu, a więc $C_{A_t}^2 = 0$. Nadejście każdej komórki zwiększa wartość procesu, a nadejście żetonu zmniejsza wartość procesu; przyjmiemy więc jako parametry dyfuzji:

$$\beta = \lambda_c - \lambda_t\,, \qquad \alpha = \lambda_c C_{A_c}^2\,.$$

Proces ewoluuje pomiędzy dwiema barierami umieszczonymi w $x = 0$ i $x = M + B$; $x = 0$ odpowiada stanowi, w którym przepełniony jest bufor żetonów i nadchodzące żetony są tracone; $x = M + B$ odpowiada stanowi, w którym bufor żetonów jest pusty, a bufor komórek jest pełen: przychodzące komórki są tracone.

Czas pobytu w barierze w $x = M+B$ odpowiada *czasowi dokończenia* dla okresów pomiędzy nadejściami żetonów, tj. czasowi pomiędzy momentem, w którym bufor komórek napełnia się, a nadejściem następnego żetonu. Wykorzystamy tu określony w [12] rozkład czasu dokończenia w stanowisku $M/D/1/N$ i założymy, że funkcja gęstości $l_{M+B}(x)$ ma postać

$$l_{M+B}(x) = \frac{\lambda_c e^{\lambda_c x}}{e^{\lambda_c/\lambda_t} - 1}. \tag{14}$$

Współczynnik $L(t)$ strat komórek jest ograniczony przez wyrażenie [12]

$$L(t) \leq p_N(t)P[Arr(t, t + 1/\lambda_t) \geq 1]$$

gdzie $Arr(t, t + 1/\lambda_t)$ jest liczbą nadejść komórek w okresie $[t, t + 1/\lambda_t]$.

Jeżeli strumień nadejść jest poissonowski, funkcja gęstości $l_0(x)$ czasu pobytu procesu w $x = 0$ jest określona przez gęstość rozkładu czasów między nadejściami komórek, w innych przypadkach wykorzystamy tę gęstość jako przybliżenia $l_0(x)$.

Wartości $x > M$ procesu odpowiadają stanom, w których komórki czekają na żetony, a wartość $x - M$ określa liczbę komórek w buforze; wartość $x < M$ oznacza, że $M - x$ żetonów czeka w buforze na przyjście komórek. Prawdopodobieństwo b komórek w buforze w chwili t jest określone przez $f(M + b, t)$; prawdopodobieństwo, że bufor komórek jest pusty, dane jest przez $p_t(t) = p_0(t) + \int_0^M f(x, t)dx$. Prawdopodobieństwo m żetonów w ich buforze jest dane przez $f(M - m, t)$, a prawdopodobieństwo, że bufor żetonów jest pusty, to $\int_M^{M+B} f(x, t)dx + p_N(t)$, gdzie $p_0(t) = P[X(t) = 0]$, $p_N(t) = P[X(t) = N]$.

Czas obługi (czas między nadejściem żetonów) jest stały, więc gęstość rozkładu czasu czekania komórek na żetony (czas odpowiedzi *cieknącego wiadra*) może być przedstawiony jako $r(x, t) = \lambda_t f(\lambda_t x + M, t)$.

Funkcję gęstości $f(x, t)$ wyliczamy zgodnie z modelem $G/G/1/N$, a więc posługując się równaniami (11), (12) i dokonując numerycznej retransformaty funkcji $\bar{f}(x, s)$. W ten sposób uzyskujemy rozkład liczby żetonów w buforze, rozkład liczby komórek oczekujących na żetony, rozkład czasu ich czekania, prawdopodobieństwo straty komórki, prawdopodobieństwo straty żetonu. Możemy też przyjąć $B = 0$ lub $M = 0$, co daje nam możliwość opisu innych wariantów *cieknącego wiadra*.

Jeżeli są żetony (a więc z prawdopodobieństwem $p_t(t)$), proces wyjściowy jest taki sam jak proces wejściowy komórek; jeżeli komórki muszą czekać na żetony (z prawdopodobieństwem $[1 - p_t(t)]$), proces wyjściowy komórek jest taki sam jak proces wejściowy żetonów. W chwili t funkcja gęstości $d(x)$ między odejściami komórek ma więc postać

$$d(x, t) = p_t(t)a(x, t) + [1 - p_t(x, t)]\delta(x - \frac{1}{\lambda_t}), \tag{15}$$

gdzie $a(x, t)$ jest zależną od czasu gęstością odstępów czasu między zdarzeniami w strumieniu wejściowym.

Z równania (15) obliczamy średnią i współczynnik zmienności czasów w strumieniu wejściowym, tj. informację potrzebną do włączenia stanowiska typu *cieknące wiadro* do sieci stanowisk $G/G/1/N$ reprezentujących sieć komputerową, do której wejścia strzeże *cieknące wiadro*. Można też opisać działanie kaskady stanowisk typu *cieknące wiadro* z różnymi parametrami.

Przykład numeryczny. Załóżmy, że w chwili $t = 0$ bufor komórek jest pusty, a bufor żetonów zawiera $M(0)$ żetonów. Żetony są generowane regularnie co jednostkę czasu. Strumień komórek jest poissonowski; w przedziale czasu $0 \leq t < 100$ średni odstęp pomiędzy nadejściem komórek wynosi 0.5 jednostki czasu, w przedziale $t \geq 100$ średni odstęp wynosi 1.5 jednostki czasu, czyli podczas pierwszych 100 jednostek czasu obserwujemy natężenie ruchu przewyższające określony przez sieć (czyli żetony) limit, a później natężenie spada poniżej tego poziomu. Pojemności buforów wynoszą $B = M = 100$.

Rys. 2 przedstawia rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji dotyczące strumienia wyjściowego ze stanowiska dla początkowej liczby żetonów $M(0) = 0$, 50 i 100. Zmiany strumienia wyjściowego określone przez model dyfuzyjny i przez symulację są bardzo do siebie podobne. Rezultaty symulacji uzyskano jako średnią ze 100 000 niezależnych przebiegów. Jeżeli na początku badanego okresu nie ma żetonów, strumień komórek jest niemal natychmiast ograniczony do jednej komórki na sekundę, a przybywające ponad tę miarę komórki są umieszczane w buforze. Przebieg średniej wartości ich liczby w buforze przedstawia rys. 3. Po okresie nadmiarowego ruchu, dla $t > 100$, komórki zebrane w buforze są w miarę możliwości, a więc w takt nadchodzących żetonów, wysyłane: intensywność strumienia wyjściowego utrzymuje się więc przez pewien czas na poziomie jednej komórki na jednostkę czasu, po czym spada do poziomu intensywności strumienia wejściowego. Jeżeli na początku okresu bufor żetonów jest w połowie napełniony, $M(0) = 50$, to część fali komórek zostanie przez *cieknące wiadro* przepuszczona, a ich zmagazynowana w buforze liczba jest mniejsza. Jeszcze wyraźniej widać to przy początkowo pełnym buforze żetonów, $M(0) = 100$: prawie cała fala komórek przejdzie bez ograniczeń przez *cieknące wiadro*.

Rysunek 5 przedstawia, dla $M(0) = 0$, rozkład liczby komórek w buforze na końcu okresu wzmożonej aktywności strumienia wejściowego, ($t = 100$), gdy wypełnienie tego bufora jest największe. Mimo że wartość średnia liczby zgromadzonych wtedy komórek jest mniejsza od pojemności bufora (por. rys. 3), prawdopodobieństwo strat komórek jest wtedy duże, rzędu 30%, poprawnie przewidziane przez model dyfuzyjny.

Rysunki 4, 6, 7 przedstawiają rozkład liczby komórek w buforze dla różnych chwil czasowych, w okresie dużego i małego natężenia ruchu komórek. Wyniki aproksymacji dyfuzyjnej są porównane z wynikami symulacji.

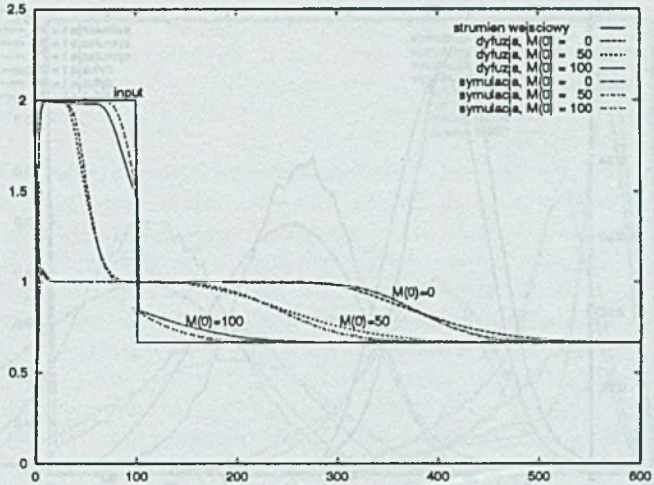
4. Mechanizm *skaczącego okna*

Załóżmy, że strumień pakietów wchodzących do sieci opisany jest intensywnością λ i współczynnikiem zmienności między pakietami C_A^2.

W wyniku opisanej we wstępie polityki *skaczącego okna* powstają dwa strumienie pakietów o wyższym (klasa 1) i niższym (klasa 2) priorytecie.

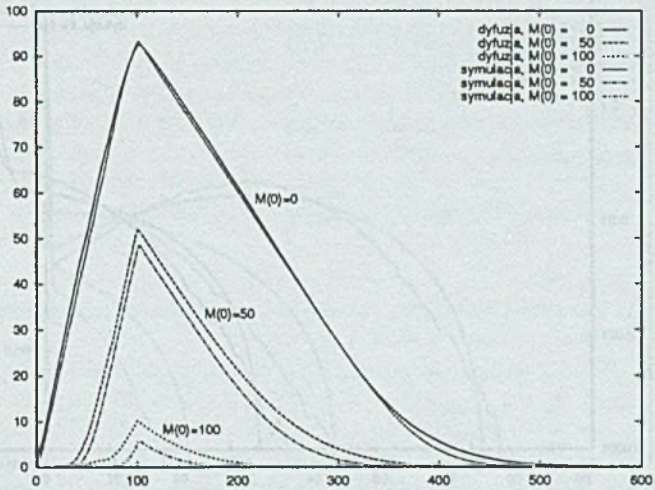
Wewnątrz przedziału T_c możemy wyróżnić 3 okresy: T_1, T_2 i T_3. Ich długość jest losowa i zależy od parametrów strumienia wejściowego. W czasie T_1 transmitowana jest kontraktowa dla T_c ilość informacji, tzn. B_c: komórki czy pakiety opuszczające urządzenie kontrolne mają wysoki priorytet. W czasie okresu T_2 transmitowane są komórki odpowiadające warunkowo dopuszczalnemu nadmiarowi strumienia (pomiędzy B_c i B_e), otrzymując w urządzeniu kontrolnym niższy priorytet. Po osiągnięciu poziomu B_e rozpoczyna się kres T_3, w którym nadchodzące z zewnątrz pakiety są niszczone, i trwa do końca przedziału T_c.

W modelu kolejkowym do stanowiska reprezentującego mechanizm kontrolny klienci należący do jednej klasy wchodzą strumieniem o jednorodnej intensywności λ, natomiast opuszczają stanowisko dwa strumienie klientów: klasy pierwszej, reprezentującej pakiety o wyższym priorytecie, i klasy drugiej przedstawiającej pakiety dopuszczone warunkowo.



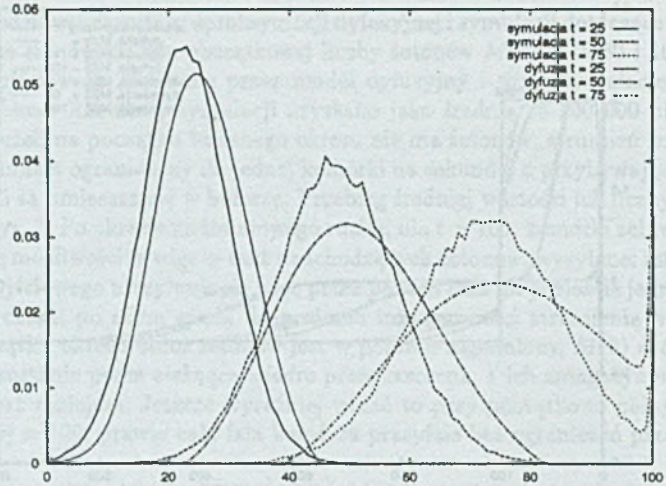
Rys. 2. Intensywność strumienia wejściowego i wyjściowego w *cieknącym wiadrze* jako funkcja czasu dla początkowej liczby żetonów $M(0) = 0$, 50 i 100; rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji

Fig. 2. The input and output of leaky bucket as a function of time — the stream intensities for the initial number of tokens $M(0) = 0$, 50 and 100; diffusion and simulation results



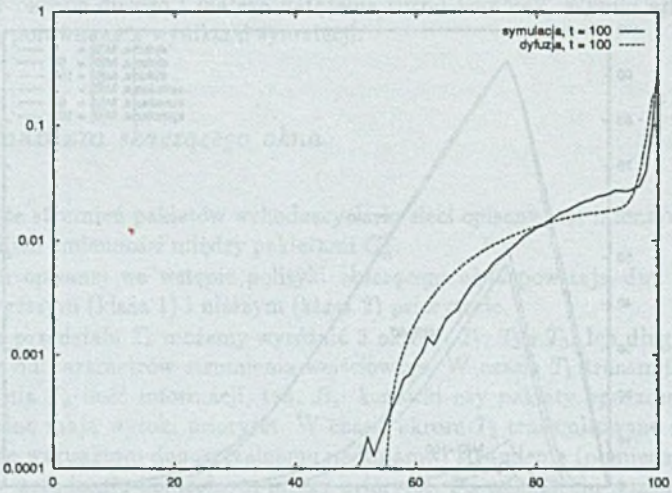
Rys. 3. Średnia liczba komórek w buforze jako funkcja czasu, $M(0) = 0$, 50 i 100; rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji

Fig. 3. Mean number of cells in the cell buffer as a function of time, $M(0) = 0$, 50 and 100; diffusion and simulation results



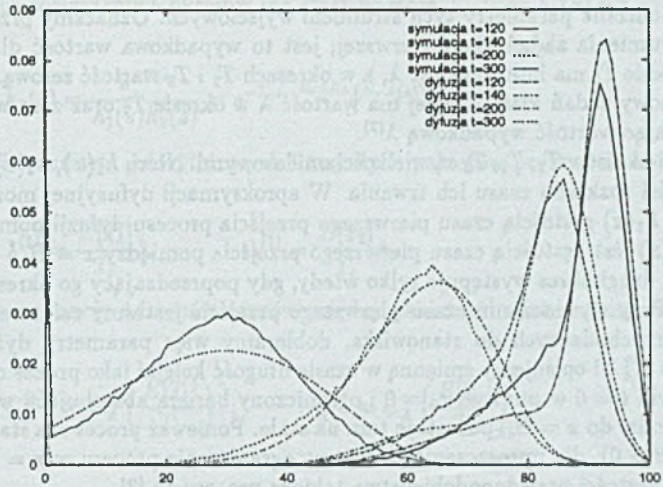
Rys. 4. Rozkład liczby komórek w buforze w okresie dużej aktywności strumienia wejściowego, $t = 25, 50, 75$, $M(0) = 0$; rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji

Fig. 4. Density of the number of cells during high source activity period, $t = 25, 50, 75$, $M(0) = 0$; diffusion and simulation results



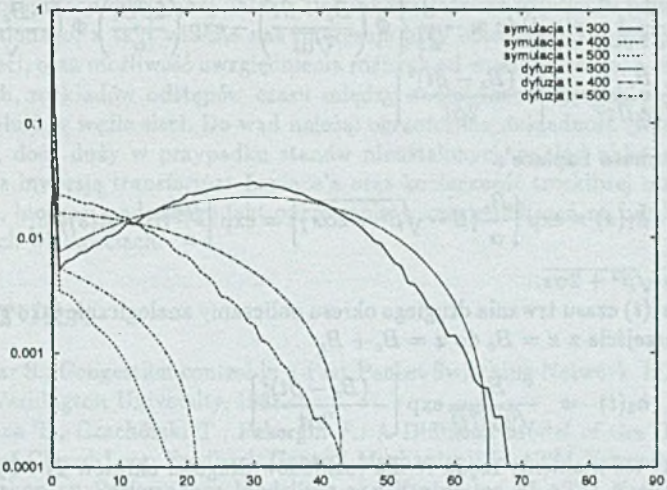
Rys. 5. Rozkład liczby komórek w buforze na końcu okresu dużej aktywności strumienia wejściowego, $t = 100$, $M(0) = 0$; rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji

Fig. 5. Density of the number of cells at the end of high source activity period, $t = 100$, $M(0) = 0$; diffusion and simulation results



Rys. 6. Rozkład liczby komórek w buforze w pierwszej części okresu obniżonej aktywności strumienia wejściowego, $t = 120, 140, 200, 300$, $M(0) = 0$; rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji

Fig. 6. Density of the number of cells at the beginning of low source activity period, $t = 120, 140, 200, 300$, $M(0) = 0$; diffusion and simulation results



Rys. 7. Rozkład liczby komórek w buforze w drugiej części okresu obniżonej aktywności strumienia wejściowego, $t = 300, 400, 500$, $M(0) = 0$; rezultaty aproksymacji dyfuzyjnej i symulacji

Fig. 7. Density of the number of cells at the end of low source activity period, $t = 300, 400, 500$, $M(0) = 0$; diffusion and simulation results

Spróbujmy określić parametry tych strumieni wyjściowych. Oznaczmy przez $\lambda^{(1)}$ intensywność strumienia zadań klasy pierwszej; jest to wypadkowa wartość dla strumienia, który w okresie T_1 ma intensywność λ, a w okresach T_2 i T_3 wartość zerową. Z kolei strumień wyjściowy zadań klasy drugiej ma wartość λ w okresie T_2 oraz zero w pozostałych okresach, dając wartość wypadkową $\lambda^{(2)}$.

Długości okresów T_1, T_2, T_3 są wielkościami losowymi. Niech $h_1(x)$, $h_2(x)$, $h_3(x)$ oznaczają gęstości rozkładu czasu ich trwania. W aproksymacji dyfuzyjnej możemy przybliżyć gęstość $h_1(x)$ gęstością czasu pierwszego przejścia procesu dyfuzji pomiędzy $x = 0$ i $x = B_c$; $h_2(x)$ jest gęstością czasu pierwszego przejścia pomiędzy $x = B_c$ i $x = B_c + B_e$. Oczywiście, drugi okres występuje tylko wtedy, gdy poprzedzający go okres T_1 jest krótszy od T_c. Przy wyznaczaniu czasu pierwszego przejścia jesteśmy zainteresowani liczbą pakietów przychodzących do stanowiska, dobieramy więc parametry dyfuzji $\beta = \lambda$, $\alpha = \sigma_A^2\lambda^3 = C_A^2\lambda$ i opisujemy zmienną w czasie długość kolejki jako proces dyfuzji rozpoczęty w chwili $t = 0$ w punkcie $x_0 = 0$ i ograniczony barierą absorbującą w $x = B_c$: gdy proces dochodzi do $x = B_c$, pozostaje tam na stałe. Ponieważ proces ma stałą wzrostową tendencję ($\beta > 0$), dla uproszczenia pomijamy ograniczenie procesu w $x = 0$.

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa takiego procesu to [3]

$$p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\alpha\Pi t}}\left[\exp\left\{-\frac{(x-\beta t)^2}{2\alpha t}\right\} - \exp\left\{\frac{2\beta N}{\alpha} - \frac{(x-2N-\beta t)^2}{2\alpha t}\right\}\right]. \tag{16}$$

Gęstość prawdopodobieństwa czasu pierwszego przejścia z $x_0 = 0$ do bariery w $x = B_c$ to

$$\begin{aligned} h_1(t) &= -\frac{d}{dt}\int_{-\infty}^{B_c} p(x,t)dx = -\frac{d}{dt}\left\{\Phi\left(\frac{B_c-\beta t}{\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{2\beta B_c}{\alpha}\right)\Phi\left(\frac{-B_c-\beta t}{\sqrt{\alpha t}}\right)\right\} = \\ &= \frac{B_c}{\sqrt{2\alpha\Pi t^3}}\exp\left[-\frac{(B_c-\beta t)^2}{2\alpha t}\right], \end{aligned} \tag{17}$$

a jej transformata Laplace'a

$$\bar{h}_1(s) = \exp\left[\frac{B_c}{\alpha}\{\beta - \sqrt{\beta^2+2\alpha s}\}\right] = \exp\left[\frac{B_c}{\alpha}\{\beta - A(s)\}\right], \tag{18}$$

gdzie $A(s) = \sqrt{\beta^2+2\alpha s}$.

Gęstość $h_2(t)$ czasu trwania drugiego okresu obliczamy analogicznie jako gęstość czasu pierwszego przejścia z $x = B_c$ do $x = B_c + B_e$

$$h_2(t) = \frac{B_e}{\sqrt{2\alpha\Pi t^3}}\exp\left[-\frac{(B_e-\beta t)^2}{2\alpha t}\right] \tag{19}$$

Obliczamy też momenty rzędu N dla rozkładów długości okresów T_1 i T_2

$$E[T_1^n] = \int_0^{T_c} h_1(x)x^n dx + \left[1 - \int_0^{T_c} h_1(x)dx\right]T_c^n \tag{20}$$

$$E[T_2^n] = \int_0^{T_c} h_1(x)\left\{\int_0^{T_c-x}\xi^n h_2(\xi)d\xi + \left[1 - \int_0^{T_c-x} h_2(\xi)d\xi\right](T_c-x)^n\right\}dx \tag{21}$$

Suma trzech rozważanych okresów ma stałą wartość T_c, więc $h_1(x) * h_2(x) * h_3(x) = \delta(x - T_c)$ lub

$$\bar{h}_3(s) = \frac{e^{-T_c s}}{\bar{h}_1(s)\bar{h}_2(s)} = e^{-T_c s - \frac{B_c + B_s}{a}\{\beta - A(s)\}}$$

i intensywność strumieni priorytetowych i zwykłych pakietów po wyjściu ze stanowiska ma wartość

$$\lambda^{(1)} = \frac{E[T_1]}{T_c}\lambda, \qquad \lambda^{(2)} = \frac{E[T_2]}{T_c}\lambda,$$

Szacujemy wariancję odstępów czasów między pakietami w strumieniu wyjściowym obu klas jako:

$$C_A^{(1)^2} \approx C_A^2 \left(\frac{E[T_1]}{T_c}\right)^2; \qquad C_A^{(2)^2} \approx C_A^2 \left(\frac{E[T_1]}{T_c}\right)^2. \tag{22}$$

5. Wnioski

Wydaje się, że aparat matematyczny aproksymacji dyfuzyjnej dobrze nadaje się do opisu zmiennego w czasie strumienia pakietów wchodzących do sieci, mechanizmów kontroli intensywności tego strumienia i wpływu założonej polityki kontrolnej na strumień. Do zalet aproksymacji dyfuzyjnej należą: stosunkowa łatwość uzyskania rozwiązania dla stanu nieustalonego, a taki właśnie nas interesuje przy opisie polityki prewencyjnej na wejściu do sieci, oraz możliwość uwzględnienia różnych od wykładniczego, a więc bardziej realistycznych, rozkładów odstępów czasu między nadejściem kolejnych pakietów oraz czasu ich obsługi w węźle sieci. Do wad należą: ograniczona dokładność (jest to metoda przybliżona), dość duży w przypadku stanów nieustalonych nakład obliczeń związany z numeryczną inwersją transformat Laplace'a oraz konieczność troskliwej implementacji programowej, biorącej pod uwagę fakt operowania w czasie obliczeń na bardzo dużych i bardzo małych wielkościach.

LITERATURA

[1] Akhtar S.: Congestion control in a Fast Packet Switching Network. Master's Thesis, Washington University, 1987.

[2] Atmaca T., Czachórski T., Pekergin F.: A Diffusion Model of the Dynamic Effects of Closed-Loop Feedback Control Mechanisms in ATM Networks. 3rd IFIP Workshop on Performance Modelling and Evaluation of ATM Networks, Ilkley, UK, 4-7th July 1995.

[3] Cox D. R., Miller H. D.: The Theory of Stochastic Processes, Methuen, London 1965.

[4] Czachórski T., Fourneau, J-M., Pekergin F.: Diffusion model of a push-out buffer management policy. IEEE INFOCOM, Florence 1992.

[5] Czachórski T.: A method to solve diffusion equation with instantaneous return processes acting as boundary conditions. Bulletin of Polish Academy of Sciences, Technical Sciences, 1993, vol. 41, no. 4.

[6] Czachórski T.: Modele kolejkowe systemów komputerowych, Skrypt Politechniki Śląskiej, nr 1844, Gliwice 1994.

[7] Czachórski T., Fourneau J. M., Pekergin F.: Diffusion Models to Study Nonstationary Traffic and Cell Loss in ATM Networks. ACM 2nd Workshop on ATM Networks, Bradford, July 1994.

[8] Czachórski T., Fourneau J. M., Kloul L.: Diffusion Approximation to Study the Flow Synchronization in ATM Networks. 3rd IFIP Workshop on Performance Modelling and Evaluation of ATM Networks, Ilkley, UK, 4-7th July 1995.

[9] Czachórski T. i in.: Kolejkowanie pakietów w węzłach sieci – modele dyfuzyjne. ZN Pol. Śl., seria: Informatyka z. 32, 1997.

[10] Elwalid A. I., Mitra D.: Stochastic Fluid Models in the Analysis of Access Regulation in High Speed Networks, pp. 1626-1633, GLOBECOM 1991.

[11] Gelenbe E.: On Approximate Computer Systems Models, Journal of ACM, 1975, vol. 22 1975, no. 2.

[12] Gelenbe E., Mang X., Feng Y.: A diffusion cell loss estimate for ATM with multiclass bursty traffic. in: D. D. Kouvatsos (Editor), Performance Modelling and Evaluation of ATM Networks, Vol. 2, Chapman and Hall, London 1996.

[13] Hébuterne G., Gravey A.: A Space Priority Queueing Mechanism for Multiplexing ATM Channels, Race 1022 Meeting, 24 Janvier 1989, extended version in ITC Specialist Seminar, Adelaide, September 1989.

[14] Holtsinger D. S.: Performance Analysis of Leaky Bucket Policing Mechanisms. Ph.D. thesis, Dept. of Electrical and Computer Engineering, North Carolina State University, 1992.

[15] Kröner H., Hébuterne G., Boyer P., Gravey A.: Priority management in ATM switching nodes. IEEE Journal on Selected Areas of Communications, 1991, vol. 9, no. 3, s. 418-427.

[16] Meyer J. F., Montagna S., Paglino R.: Dimentioning of an ATM switch with shared buffer and threshold priority. Computer Networks and ISDN Systems, 1993, vol. 26, s. 95-108.

[17] Newell G. F.: Applications of Queueing Theory. Chapman and Hall, London 1971.

[18] Stehfest H.: Algorithm 368: Numeric Inversion of Laplace Transform. Communicarions of ACM, 1970, vol. 13, no. 1, s. 47-49.

[19] Örs T., Jones S. P. W.: Performance Optimization of ATM Input Control using Multiple Leaky-Buckets. ACM 3rd Workshop on ATM Networks, Ilkley 1995.

[20] Veillon F.: Algorithm 486: Numerical Inversion of Laplace Transform. Communications of ACM, 1974, vol. 17, no. 10, s. 587-589.

Recenzent: Dr inż. Ewa Starzewska-Karwan

Wpłynęło do Redakcji 4 grudnia 1996 r.

Abstract

Leaky bucket and *jumping window* have already become classic examples of preventive traffic control functions implemented in ATM or Frame-Relay networks. They help to respect the negotiated connection parameters, to avoid the congestion and therefore to ensure the guaranteed quality of service. We revisit their performance models with the use of diffusion approximation adopting our previously developed method of transient state analysis and extending it to the case of state-dependent input. This kind of approach gives us an inside look upon the transient behaviour of the traffic. The dynamics of the traffic is displayed and the influence of both mechanisms on the traffic characteristics appears as a function of time. General cell interarrival times and the burstiness of the traffic are represented in a natural way in these models. The diffusion method is a second-order approximation and thus has certain superiority upon the fluid approximation.

Both models can be easily implemented in a general queueing network model, e.g. a cascade of leaky buckets with different buffer parameters and a network of nodes using partial buffer sharing policy may be implemented. Hence, the impact of both mechanisms on the performance of the whole network may be studied. The models may be applied also in cases of very small losses which are difficult to study by simulation. Some numerical examples are presented and discussed.