Ernest Czogała
Politechnika Śląska

# ELEMENTY AUTOMATYCZNYCH UKŁADÓW NAWIGACJI INERCJALNEJ

Streszczenie. W pracy podano zasady działania i krótki opis elementów układów nawigacji inercjalnej. Podstawowymi elementami tych układów są akceleratory, giroskopy i stabilizowane platformy. W charakterze przykładu pokazano współpracę układów nawigacji inercjalnej z maszyną cyfrową w zastosowaniu przy sterowaniu rakietami kosmicznymi.

## 1. Wstęp

Urządzenia nawigacyjne, wykorzystywane początkowo dla określenia kursu na Ziemi, rozwijają się jednocześnie ze wzrostem wiedzy o Ziemi. Przełom w tej wiedzy datuje się ogłoszeniem przez Mikołaja Kopernika heliocentrycznej teorii budowy Wszechświata, ukoronowanej sformułowaniem newtonowskiego prawa powszechnego ciążenia.

Z chwilą pojawienia się pierwszych samolotów, określenie kursu na powierzchni Ziemi okazało się niewystarczające. Od tego momentu obserwuje się najbardziej dynamiczny rozwój teorii i praktyki układów nawigacyjnych. Ważną gałęzią układów nawigacyjnych są układy nawigacji inercjalnej. Układy te składają się z tzw. elementów inercjalnych. Są to przyrządy wchodzące w inercjalne układy nawigacyjne i dokonujące pomiarów na podstawie newtonowskich praw ruchu. Podstawowymi elementami układów inercjalnych są akcelerometry giroskopy i stabilizowane platformy.

Mimo prostej stosunkowo teorii tych układów [1] rzeczywista aparatura wymaga skomplikowanej bazy technologicznej. Obecnie trwają intensywne prace nad układami inercjalnej nawigacji ze względu na wielkie zalety jakie posiadają. Między innymi są niezależne od promieniowania elektromagnetycznego, magnetycznego pola Ziemi. Układy te nie wymagają danych o morskich wodach i wiatrach. Poza tym ich dokładność nie zależy od wysokości lotu, charakterystyki terenu itp., a zależy prawie wyłącznie od charakterystyk elementów aparatury.

W ostatnich latach układy inercjalnej nawigacji znajdują coraz szersze zastosowanie przy sterowaniu rakiet kosmicznych.

## 2. Podstawowe równania i zadania układu inercjalnej nawigacji

Rozwiązanie podstawowego zadania nawigacji, tzn. określenie współrzędnych poruszającego się obiektu przy pomocy układu inercjalnej nawigacji, opiera się na wykorzystaniu prawa powszechnego ciążenia i drugiego prawa Newtona [3] [4].

Jak wiadomo, na punkt materialny o masie m w sprężystym nieważkim ośrodku, działają w czasie ruchu grawitacyjne siły pól przyciągania $mg(\bar{\varrho})$ oraz reakcja sprężysta $\bar{F}$.
Wektorowe równanie ruchu w inercjalnym układzie współrzędnych ma postać

$$m\frac{d^2\bar{\varrho}}{dt^2} = - mg(\bar{\varrho}) + \bar{F} \tag{1.1}$$

gdzie:

$\bar{\varrho}$ - oznacza wektor położenia, którego początek znajduje się w dowolnym punkcie układu inercjalnego.

Po podzieleniu przez m równanie (1.1) można również zapisać:

$$\bar{w} = \frac{d^2\bar{\varrho}}{dt^2} + g(\bar{\varrho}) \tag{1.2}$$

Ograniczając się do ruchu obiektów w pobliżu Ziemi można przejść do inercjalnego układu współrzędnych z początkiem w środku masy Ziemi.

Przyjmując, że $\bar{r}$ jest wektorem oznaczającym położenie środka masy Ziemi względem dowolnego inercjalnego układu oraz wprowadzając wektor położenia względem środka Ziemi $\bar{R}$ można napisać:

$$\bar{\varrho} = \bar{r} + \bar{R} \tag{1.3}$$

Siły grawitacyjne rozdzielimy na związane z Ziemią $g'(\bar{R})$ oraz z pozostałymi ciałami niebieskimi $F(\bar{R})$.
Ruch środka Ziemi czyni zadość równaniu

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = - F(\bar{O}) \tag{1.4}$$

Wobec powyższego otrzymuje się z (1.1)

$$\bar{w} = \frac{d^2\bar{R}}{dt^2} + g'(\bar{R}) + F(\bar{R}) - F(\bar{O}) \tag{1.5}$$

Różnica dwóch ostatnich członów dla obiektów poruszających się w pobliżu Ziemi jest mała w porównaniu z $g'(\bar{R})$ wskutek praktycznej jednorodności pola grawitacyjnego wszystkich ciał w pobliżu Ziemi.

W takim razie podstawowe równanie inercjalnej nawigacji ma postać:

$$w = \frac{d^2\bar{R}}{dt^2} + g'(\bar{R}) \tag{1.6}$$

Z równania (1.6) widać, że wektor siły sprężystej na jednostkę masy jest określony absolutnym przyspieszeniem obiektu i grawitacją pola ziemskiego. Aby wyznaczyć przyspieszenie całkowite należy znać funkcję $g'(R)$ tzn. powinna być ona zadana.

Rozwiązanie zadania nawigacyjnego polega na skalarnym przedstawieniu składowych wektora $\frac{d^2\bar{R}}{dt^2}$ i dwukrotnym scałkowaniu całkowitego przyspieszenia z uwzględnieniem warunków początkowych. Realizacja powyższego może się odbywać w różnych układach współrzędnych. Równania ruchu względnego wiążące położenie obiektu w ruchomym układzie $x'y'z'$ z nieruchomym $x\,y\,z$ mają postać:

$$\dot{\bar{R}}\Big|_{xyz} = \dot{\bar{R}}\Big|_{x'y'z'} + \bar{\omega} \times \bar{R} \tag{1.7}$$

oraz

$$\ddot{\bar{R}}\Big|_{xyz} = \ddot{\bar{R}}\Big|_{x'y'z'} + \dot{\bar{\omega}}_{x'y'z'} \times \bar{R} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{R}) + 2\bar{\omega} \times \dot{\bar{R}}\Big|_{x'y'z'} \tag{1.8}$$

Wobec równań (1.7) i (1.8), skalarowe składowe przyspieszenia wyraża układ równań:

$$\begin{aligned}
A_x &= \ddot{R}_x + \dot{\omega}_y R_z - \dot{\omega}_z R_y + \omega_x \omega_y R_y + \omega_x \omega_x R_z - \omega_y^2 R_x - \\
&\quad - \omega_z^2 R_x + 2\omega_y \dot{R}_z - 2\omega_z \dot{R}_y + g'_x \\
A_y &= \ddot{R}_y + \dot{\omega}_z R_x - \dot{\omega}_x R_z - \omega_x \omega_y R_x + \omega_y \omega_z R_z - \omega_x^2 R_y - \\
&\quad - \omega_z^2 R_y + 2\omega_z \dot{R}_x - 2\omega_x \dot{R}_z + g'_y \\
A_z &= \ddot{R}_z + \dot{\omega}_x R_y - \dot{\omega}_y R_x + \omega_x \omega_z R_x + \omega_y \omega_z R_y - \omega_x^2 R_z - \\
&\quad - \omega_y^2 R_z + 2\omega_x \dot{R}_y - 2\omega_y \dot{R}_x + g'_z
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Algorytm inercjalnej nawigacji może być przedstawiony następująco:

$$x(t) = x_o + \dot{x}_o t + \int_o^t \int_o^{\tau} A_x \, d\tau' \, d\tau$$

$$y(t) = y_o + \dot{y}_o t + \int_o^t \int_o^{\tau} A_y \, d\tau' \, d\tau \tag{1.10}$$

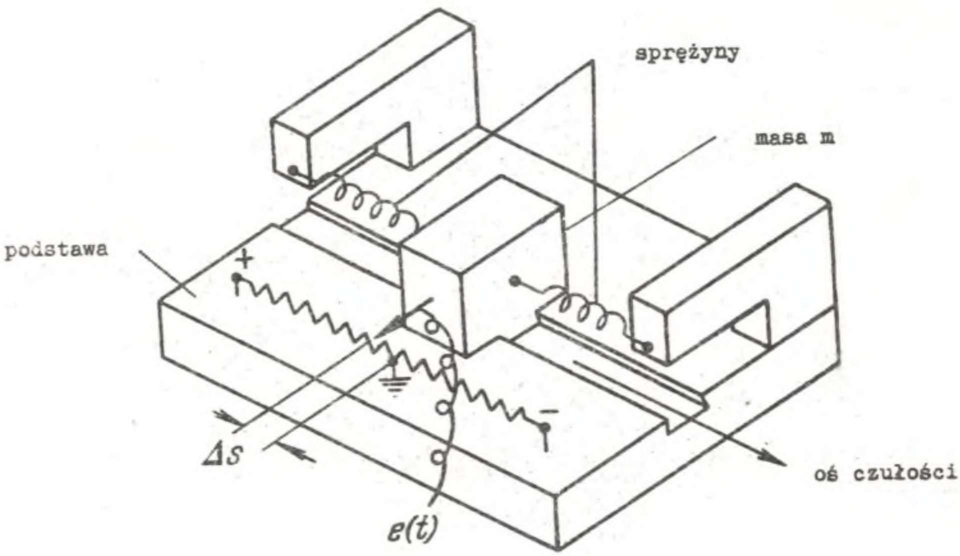
$$z(t) = z_o + \dot{z}_o t + \int_o^t \int_o^{\tau} A_z \, d\tau' \, d\tau$$

gdzie $x_o$, $y_o$, $z_o$ i $\dot{x}_o$, $\dot{y}_o$, $\dot{z}_o$ są współrzędnymi położenia początkowego i prędkości początkowej.

Algorytm ten jest najprostszą formułą, za pomocą której można określić współrzędne położenia. Stanowi on zarazem punkt wyjścia dla obliczeń analogowych lub cyfrowych chwilowego położenia obiektu.

## 2. Akcelerometry - działanie i konstrukcja

Masę m zamocowaną sprężynami (rys. 1) i mogącą się poruszać z bardzo małym tarciem wzdłuż określonej osi tzw. osi czułości przyjęto nazywać w



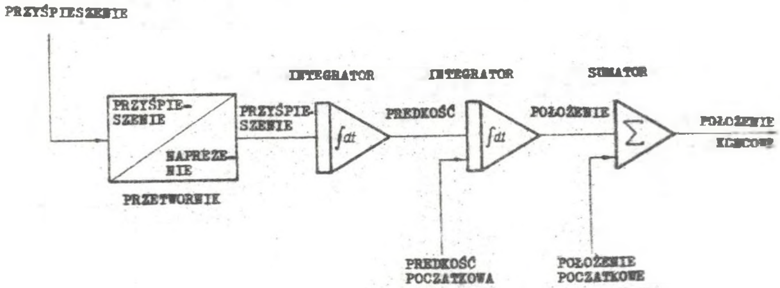

Rys. 1

nawigacji inercjalnej - akcelerometrem. Odchylenie masy od punktu równowagi wzdłuż osi czułości zależy wyłącznie od stałych sprężyn c i współczynnika tarcia $\beta$. Pojawienie się przyspieszenia wzdłuż osi czułości powoduje przesuwanie się masy aż do wystąpienia równowagi względnej.
Przyjmując liniowość sił w sprężynach i liniowość tarcia przyspieszenie wyraża się zależnością

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}(-2cx - \beta\dot{x}) \tag{2.1}$$

W celu otrzymania bezpośredniej wielkości przyspieszenia można połączyć masę m z liniowym potencjometrem i otrzymać na wyjściu sygnał analogowy, który przy założeniu małego tarcia wyraża naprężenie w sprężynach równe iloczynowi stałej przez przyspieszenie.

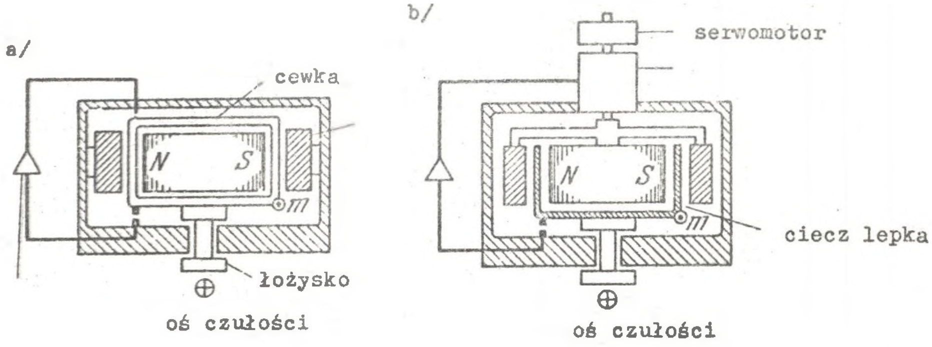
Całkując ten sygnał jednokrotnie otrzymuje się prędkość, a całkując dwukrotnie - położenie. Ten jednokanałowy układ obrazujący najprostszy przypadek nawigacji przedstawia rys. 2.




Rys. 2

Jeśli chodzi o rzeczywiste konstrukcje akcelerometrów, to istnieje ich bardzo wiele. Tłumaczy się to tym, że konstrukcje te są w fazie rozwoju i w obecnej chwili nie znaleziono ostatecznych rozwiązań wielu problemów. Ogólnie akcelerometry można podzielić na niecałkujące i całkujące. Niecałkujący akcelerometr prawie zawsze łączy się z oddzielnym urządzeniem całkującym tak, że na wyjściu otrzymuje się również prędkość lub położenie.

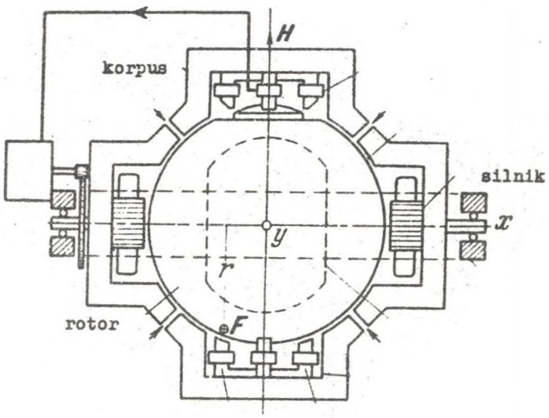
Budowę akcelerometru niecałkującego przedstawia rys. 3. Składa się on z cewki i magnesu, z których jedno może się przesuwać względem drugiego, wywołując siłę elektromagnetyczną proporcjonalną do przyspieszenia. Konstrukcja tego akcelerometru jest stosunkowo prosta i posiada wysoką dokładność. Przyrząd ten może być zamieniony w akcelerometr całkujący podłączeniu układu impulsowego i urządzenia zliczającego te impulsy.




Rys. 3

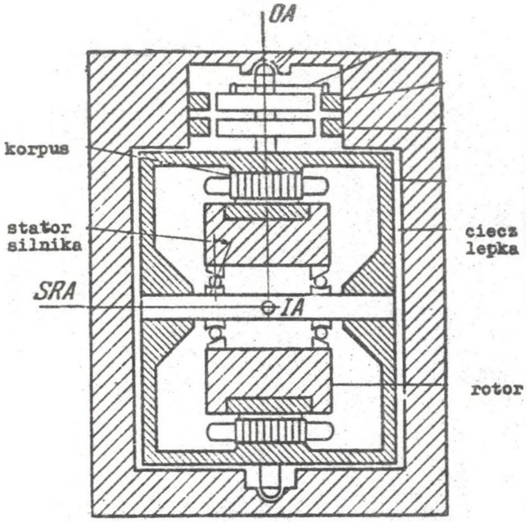
4. <u>Giroskopy stabilizujące platformy</u>

W celu uzyskania dokładnych wielkości przyspieszeń akcelerometry ich osie czułości powinny mieć ściśle określoną orientację.




Rys. 4

W inercjalnych układach dla stabilizacji platformy z akcelerometrami wykorzystuje się giroskopy. Giroskop jak wiadomo składa się z szybko obracającego się rotora osadzonego na zawieszeniu posiadającym trzy stopnie swobody, przy czym jeden lub dwa stopnie swobody mogą być ograniczone. W układach nawigacji inercjalnej używa się giroskopów o dwóch stopniach swobody i trzech stopniach swobody. Najczęściej używanymi są giroskopy o trzech stopniach swobody z układem ramek Cardana. Są to układy klasyczne i tutaj omówiono tylko ciekawsze rozwiązania konstrukcyjne. Jedno z takich rozwiązań giroskopu o trzech stopniach swobody przedstawia rys. 4. Jest to giroskop z tzw. swobodnym rotorem. Rotor ten jest zabudowany w uniwersalnym kulistym przegubie, umożliwiającym swobodę kątowych ruchów wokół wszystkich trzech osi.

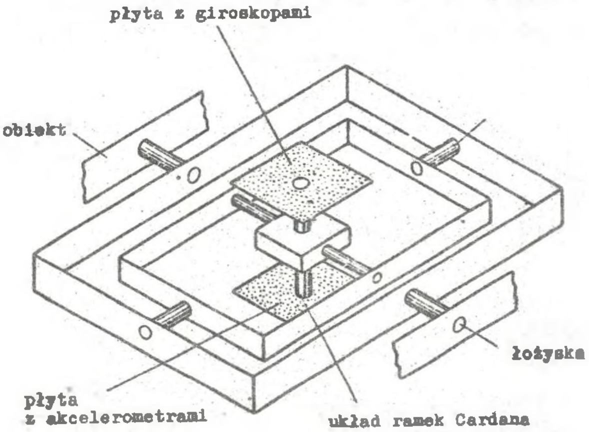



Rys. 5

Działanie przypomina najczęściej ruch silnika indukcyjnego, ponieważ obroty są wywoływane przez wielofazowy stator zabudowany w korpusie. Przykład konstrukcji giroskopu z dwoma stopniami swobody przedstawia rys. 5.

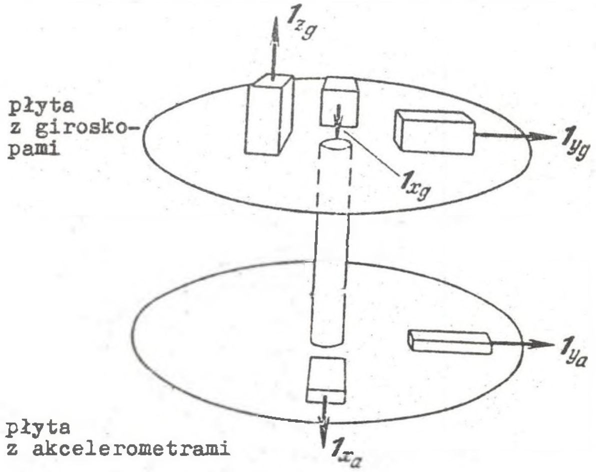
## 5. Stabilizowana platforma

Zadaniem stabilizowanej platformy jest utrzymywanie w przestrzeni dokładnie zadanego położenia akcelerometrów mierzących przyspieszenia.




Rys. 6

Stabilizowana platforma składa się z układu płyt (rys. 6), na których są montowane giroskopy i akcelerometry (same układy płyt nazywane są często stabilizowanym elementem) oraz układu ramek Cardana pozwalającemu obiekcie zajmować wymagane położenie kątowe względem stabilizowanego elementu. Dokładność kątowych zależności między osiami montowanych na stabilizowanym elemencie przyrządów, zależy od przeznaczenia i struktury inercjalnego układu. W większości przypadków, nawet dla najbardziej krytycznych elementów, błąd nie powinien przekraczać 10 kątowych sekund.

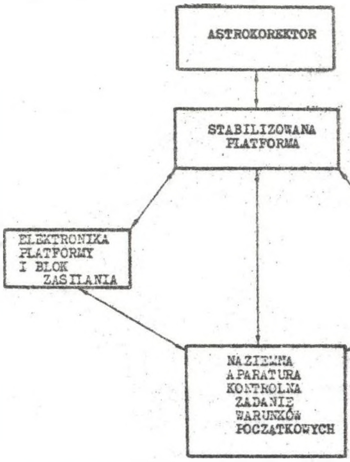



Rys. 7

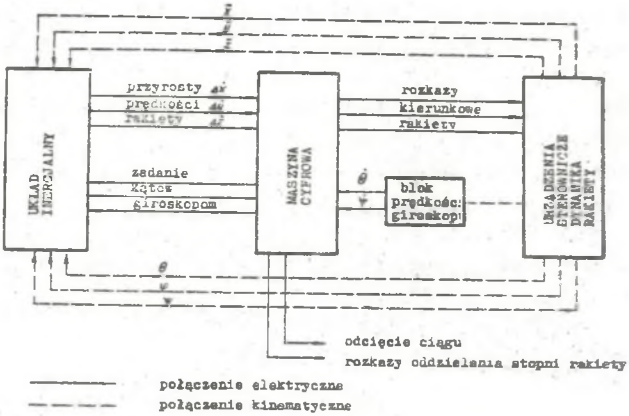
Przykład montażu akcelerometrów i giroskopów w horyzontalnej nawigacji na stabilizowanym elemencie ilustruje rys. 7. Na górnej płycie zamocowane są trzy giroskopy o dwóch stopniach swobody, na dolnej natomiast dwa akcelerometry o wzajemnie prostopadłych osiach czułości. W czasie horyzontalnego lotu obiektu, przy jego manewrowaniu kątowe ruchy powodują obroty układu ramek Cardana tak, aby stabilizowany element zachowywał niezmienne kątowe położenie w przestrzeni. Stabilizowana platforma wraz z zamontowanymi na niej precyzyjnymi przyrządami stanowi zasadnicze ogniwo w układzie inercjalnej nawigacji.

## 6. Synteza elementów inercjalnej nawigacji

Inercjalny układ nawigacyjny współpracuje z szeregiem podukładów (bloków), które w charakterze przykładu zostały schematycznie przedstawione na rys. 8. W skład tego szeregu prawie zawsze wchodzi stabilizowana platforma, elektronika platformy wraz z blokiem zasilania oraz urządzenie liczące. Rys. 8 przedstawia układ, którego platforma jest kierowana według gwiazd. Dochodzi wtedy blok z optycznymi układami tzw. astrokorektor. Układy automatyczne, samokontrolujące się, posiadają jeszcze dwa podukłady naziemna aparatura kontrolna, sprawdzająca poprawność pracy całości układu inercjalnej nawigacji i aparatura dla zadania położenia początkowego stabilizowanej platformy.




Rys. 8




Rys. 9

Schemat na rys. 9 pokazuje współpracę układu inercjalnej nawigacji z maszyną cyfrową w zastosowaniu do sterowania rakietami balistycznymi i kosmicznymi. Maszyna cyfrowa (oprócz automatycznego sterowania) formułuje tutaj rozkazy odcięcia ciągu oraz oddzielania się stopni rakiety.

W zakresie obliczeniowych operacji [2] maszyna cyfrowa musi wykonać dwie grupy obliczeń: obliczenia przedstartowe i obliczenia postartowe.

Do pierwszej grupy należą m.in. kontrola sprawności elementów nawigacji (ocena charakterystyk giroskopów sprawdzenie akcelerometrów itp.).

Poza tym maszyna musi przyjąć dane wyjściowe wychodzące z centrum sterowania rakietą.

Do grupy obliczeń postartowej należa:

1° rozwiązanie równań lotu,

2° obliczenie sygnałów korygujących związanych z przyspieszeniem Coriolisa,

3° formowanie sygnałów korygujących na giroskopy,

4° obliczanie współrzędnych i prędkości,

5° formowanie rozkazów automatycznego prowadzenia rakiety,

6° wykonywanie logicznych operacji na oddzielenie stopni, odcięcie ciągu itp.

Ze względu na tak szeroki zakres funkcji, stosowanie maszyn liczących, zarówno ogólnego przeznaczenia jak i specjalistycznych dla współczesnej nawigacji, staje się koniecznością. Pokazane tutaj układy nie są jedynymi stosowanymi układami inercjalnej nawigacji. Każda niemal konstrukcja zawiera nowe doskonalsze elementy i przyrządy nawigacyjne.

Celem tej pracy jest jedynie krótkie wyjaśnienie idei nawigacji inercjalnej oraz poglądowa ilustracja problemów związanych z układami inercjalnej nawigacji, ponieważ problemy te są zbyt obszerne i dokładniejsze omówienie ich tutaj nie jest możliwe.

LITERATURA

[1] O'Donnel C.F. editor: Inertial Navigation, Analysis and Desing, Mc Graw-Hill Book Company, New York, San Francisco, Toronto, London.

[2] Lawden D.F.: Optimal Trajektories for Space Navigation, London Butterworths, 1963.

[3] Lunc M., Szaniawski A.: Zarys mechaniki ogólnej, PWN Warszawa, 1959.

[4] Rubinowicz W., Królikowski W.: Mechanika teoretyczna, PWN Warszawa, 1955.