Seria: GÓRNICTWO z. 225

### Jan BIAŁEK, Andrzej JAWORSKI, Ai PHAM QUANG

## PROPOZYCJA EFEKTYWNEGO OPISU SKŁADOWEJ PIONOWEJ RUCHÓW GÓROTWORU POD EKSPLOATOWANYMI POKŁADAMI

Streszczenie. Wskazano na możliwość wykorzystania do efektywnego opisu pionowych ruchów górotworu w obszarach wpływów wielopokladowej eksploatacji górniczej odpowiednio zaadaptowanego czasoprzestrzennego wariantu wzoru S. Knothego. Dla opisu pionowych ruchów górotworu w odległości (z) pod eksploatowanym pokładem skorzystano z metodyki (J. Białek [4]) polegającej na sumowaniu dwóch niecek obniżeniowych, obliczanych dla różnych, liniowo zmiennych z odległości (z) promieni rozproszenia wpływów.

## EFFECTIVE DESCRIPTION OF THE VRETICAL COMPONENT OF ROCK MASS MOVEMENTS UNDER EXTRACTED SEAMS

Summary. The paper presents the possibility of using a properly adapted space-time variant of Knothe's formula for effective description of vertical rock mass movements in the area influenced by multiseam mining. For the description of vertical movements of rock mass in the distance (z) under the extracted seam, the procedure (J. Białek [4]) consisting in summing two subsidence throughs calculated for different, linearly variable with the distance (z), radii of effect dispersion was applied.

# PROPUESTA PARA UNA EFICIENTE DESCRIPCION DE LA COMPONENTE VERTICAL DE LOS MOVIMIENTOS DE TERRENO QUE TIENEN LUGAR POR DEBAJO DE LAS CAPAS EXPLOTADAS

Resumen. En el presente artículo se ha presentado la posobilidad de usar una variante de la fórmula espaciotemporal de S. Knothe adecuadamente adaptada en vista de lograr una descripción eficiente de los movimientos verticales del terreno en la zona de influencia de la explotación minera que se lleva a cabo en varias capas a la vez. Para describir los movimientops verticales ocurridos a distancia (z) por debajo de la capa explotada, se ha utilizado la metodología (J. Białek [4]) consistente en sumar dos cubetas de hundimiento calculadas para diferentes, linealmente variables con la distancia (z), radios de difusión de la influencia.

Nr kol.1307

#### **1. WPROWADZENIE**

Problem prognozowania deformacyjnych wpływów eksploatacji górniczej na górotwór i wyrobiska górnicze zalegające poniżej wybieranych pokładów nie został jeszcze efektywnie rozwiązany. Dla opisu ruchów górotworu zachodzących w otoczeniu wyrobisk górniczych pod wpływem rozleglej, wielościanowej i wielopokładowej eksploatacji niezbędne są w miarę proste i efektywne numeryczne zależności. Metoda obliczeń powinna zarazem umożliwiać opis tych ruchów z dostateczną dla praktyki dokładnością.

Z uwagi na złożoność geometryczną rzeczywistych zrobów eksploatacyjnych, a zwłaszcza w przypadkach gdy wymagane jest śledzenie zmian wartości deformacji w znacznych obszarach oraz przedziałach czasu, praktycznie nieprzydatne stają się wszelkie modele i metody numeryczne generujące duże układy równań.

Znaczne utrudnienie wynika też z faktu, że dla uzyskania opisu pola przemieszczeń zgodnego z pomiarem nie wystarcza liniowa teoria sprężystości. Konieczne jest uwzględnienie zróżnicowania własności mechanicznych skał w miarę postępującego procesu deformacji (A. Chrzanowska [6]). Wymaga to odejścia od założeń liniowej teorii sprężystości i eliminuje dużą grupę rozwiązań wyprowadzonych dla ośrodka liniowo sprężystego z uwzględnieniem przemieszczeniowych warunków brzegowych (D. Berry, T. Sales [1], H.Gil, W. Kraj [9], F. Dymek [8], A. Jaworski [11]). Zadanie obliczania deformacji powierzchni i górotworu z uwzględnieniem całej złożoności geometrii zrobów jest problemem od dawna rozwiązywanym z zastosowaniem tzw. całkowo-geometrycznych teorii ruchów górotworu (S. Knothe [12] T. Kochmański [13]) lub z użyciem wzorów wyprowadzonych dla ośrodka stochastycznego (J. Litwiniszyn [14]).

W niniejszej pracy do opisu pionowych ruchów górotworu w otoczeniu wyrobisk ścianowych zaadaptowano czasoprzestrzenny wariant wzoru S. Knothego. Jest kilka powodów dla wyboru właśnie tego wzoru, wśród których najistotniejsze to:

- dostatecznie dokładny opis obniżeń górotworu nad eksploatowanym pokładem;

Propozycja efektywnego opisu składowej pionowej ruchów górotworu ...

- niezwykła prostota wzoru i najwyższa z możliwych efektywność numeryczna (dla funkcji Gaussa całkowanie po obszarze prostokąta można zastąpić obliczaniem iloczynu dwóch całek pojedynczych), co przyczyniło się do powszechnego stosowania tego wzoru w praktyce;
- istnienie obszernych pakietów programów komputerowych bazujących na tym wzorze
   (B. Drzęźla [7], J. Białek [2], [3];
- wzór ten można traktować jako jedno z rozwiązań zagadnienia przemieszczeń pionowych ośrodka stochastycznego (J. Litwiniszyn [14]).

Wzór S. Knothego posiada następującą postać:

$$w(x,y,r(z),ag,S(t)) = \iint_{S(t)} \frac{-ag}{r(z)^2} \exp\left\{-\pi \left[\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{r^2}\right]\right\} dS$$
(1)

gdzie:

r(z) - zależny od wysokości z nad pokladem - promień rozproszenia wpływów;

x,y,z - współrzędne punktu obliczeniowego (oś z skierowana od stropu pokładu w góre);

S(t) - powierzchnia wyeksploatowanej parceli, którą można uznać za funkcję czasu t;

 $\xi,\eta$  - współrzędne elementu powierzchni dS;

 $-ag = w_{max}$  - maksymalne obniżenie tzw. pełnej niecki obniżeniowej.

Odpowiednio dobierając parametry a, r oraz stosując zabieg przesunięcia krawędzi eksploatacyjnych w stronę zrobów można uzyskać opis obniżeń powierzchni zgodny z obserwowanym. Błąd średni opisu obniżeń jest stosunkowo mały i nie przekracza wielkości 10% obniżeń maksymalnych. Dalsze zwiększenie dokładności opisu z zastosowaniem wzoru (1) jako wzoru bazowego jest możliwe kosztem znacznych komplikacji rachunkowych. Można tu dążyć do eliminacji błędu opisu wpływów dalekich przez stosowanie liniowej kombinacji wzoru (1) oraz do desymetryzacji profilu obniżeniowego w sposób zaproponowany przez J. Białka [4].

Nieco większym błędem charakteryzuje się opis obniżeń górotworu nad eksploatowanym pokładem. Tu kluczowym zagadnieniem staje się znajomość zmienności promienia r = r(z).

Przebieg obniżeń punktów wewnątrz górotworu jest znany głównie z pomiarów deformacji szybów w trakcie eksploatacji filarów szybowych (J. Pielok [16], Prace zbiorowe [17], [18]).

Natomiast brak jest jednoznacznych, przekonywających wyników pomiarów poziomych ruchów górotworu, a znane teoretyczne opisy tych ruchów różnią się nawet jakościowo. Biorąc powyższe pod uwagę dalsze rozważania dotyczące wpływu eksploatacji górniczej na deformacje górotworu ograniczono do składowej pionowej wektora przemieszczenia.

# 2. RUCHY PIONOWE GÓROTWORU POD EKSPLOATOWANYM WYROBISKIEM ŚCIANOWYM W ŚWIETLE DOTYCHCZASOWYCH WYNIKÓW OBSERWACJI-GEODEZYJNYCH I WYNIKÓW MODELOWANIA NUMERYCZNEGO

Wzór (1) odpowiednio stosowany umożliwia dostatecznie dokładny opis ruchów pionowych (obniżeń) górotworu nad wyeksploatowanym pokładem. Pozostaje otwarty problem ruchów pionowych pod wyeksploatowanym pokładem.

Pomiary deformacji górotworu pod eksploatowanym pokładem są nieliczne i wyrywkowe. Można tu wymienić znaną pracę zbiorową [17] opisującą kompleksowe pomiary deformacji szybu "Szymon" KWK "Halemba" oraz prace J.Gromysza [10]. Z prac tych wynika, że ruchy skał spągowych są znacznie mniejsze od ruchów skał stropowych. Dla eksploatacji zawałowej wielkości wektora przemieszczeń pionowych nie przekraczają 20% grubości eksploatacyjnej. J. Gromysz podaje tu wzór na wielkość współczynnika eksploatacyjnego pod wyeksploatowanym pokładem "a":

$$a = 0.198 \exp(-0.0013 z) \tag{2}$$

gdzie:

z [m] - pionowa odległość od zrobów zalegającego wyżej pokladu.

Zgodnie z tym wzorem, opisującym wyniki obserwacji ruchów skał spągowych wskutek zawałowej eksploatacji prowadzonej na głębokości 600 m, wypiętrzenia górotworu zanikają w odległości pionowej ok. 200÷300 m od pokładu. Dalej autor stwierdza, że zmiany współczynnika eksploatacyjnego "a" pod pokładem sięgały na odległość ok. 30% całkowitej głębokości zalegania pokładu, a więc są zależne od głębokości eksploatacji. Również wartość tych przemieszczeń zwiększa się z głębokością eksploatacji. Dalej autor stwierdza, że ruchy wnętrza górotworu w wyniku eksploatacji górniczej obejmują znacznie większy obszar, aniżeli można to przewidzieć jakakolwiek teorią, co ma szczególnie duże znaczenie z punktu widzenia metodologii obserwacji, gdyż często okazuje się, że punkty, traktowane jako stałe, takimi nie są. Wnioski zbliżone do wyżej opisanych można wyciągnąć analizując wyniki pracy J. Bilińskiego [5].

Powyższe wnioski wynikające z obserwacji przedstawiają jedynie pewien wycinkowy obraz ruchów górotworu. Dla pełniejszego jakościowego zobrazowania tego zagadnienia posłużono się sprężystym modelem górotworu. Stosując pakiet programów komputerowych dla metody elementów skończonych (Ai Pham Quang [15]), zamodelowano wycinek górotworu o wymiarach 4000 m x 1500 m z wyrobiskiem ścianowym na głębokości 500 m. Wyniki wykonanej symulacji komputerowej w postaci wykresów składowej pionowej wektora przemieszczeń, odkształceń pionowych i nachyleń górotworu pokazano na rys. 1, 2 i 3. Wykresy te potwierdzają jakościowo ogólnie znany przebieg ruchów nad eksploatowanym pokładem, dostarczając jednocześnie interesujących wyników dotyczących partii górotworu pod eksploatowanym pokładem. Szczegółowa analiza tych wyników dostarcza następujących wniosków:

- Maksymalna wielkość ruchów pionowych pod wyrobiskiem jest znacznie mniejsza niż nad wyrobiskiem.

- W części górotworu pod zrobami występuje wypiętrzenie górotworu w stronę zrobów, natomiast pod nie wybraną calizną pokładu wskutek występowania naprężeń pionowych większych niż pierwotne występuje obniżenie punktów góroworu.

- Pionowe ruchy górotworu osiągają maksymalne wartości w poziomej odległości  $x \equiv 0.4 z (z - odległość od pokładu), a dalej zanikają. Na podkreślenie zasługuje zmniejszanie się wypiętrzeń w centralnej partii zrobów. Wypiętrzenie w miarę zwiększania rozmiarów zrobów zmniejsza się do zera. W górotworze rzeczywistym wskutek zniszczenia skał i nieodwracalności procesu deformacji możliwe jest zmniejszenie wypiętrzeń, ale nie powrót do wielkości zerowej.$ 

- Na głębokości odpowiadającej podwójnej głębokości eksploatowanego pokładu (w analizowanym modelu na głębokości 1000 m), tj. 500 m pod pokładem, zarówno wypiętrzenia, jak i obniżenia są bardzo małe, praktycznie pomijalne. - W pobliżu pokładu odkształcenia pionowe nad i pod pokładem są podobne. W rzeczywistości ze względu na nieliniowość procesu deformacji i obserwowany wzrost objętości deformowanego górotworu w warunkach dużych odkształceń obserwuje się znacznie większe odkształcenia pionowe rozciągające niż ściskające.

- Zwraca uwagę bardzo duży zasieg wpływów i stosunkowo male nachylenie maksymalne, charakterystyczne dla niecek modelowanych w liniowo sprężystym ośrodku ciągłym.

## 3. PROPOZYCJA OPISU PIONOWYCH RUCHÓW GÓROTWORU

Jakościowo zgodny z opisanym powyżej prosty opis ruchów górotworu zarówno nad, jak i pod eksploatowanym pokładem można uzyskać rozszerzając na cały górotwór sposób zaproponowany przez J. Białka [4] - polegający na sumowaniu 2 (lub więcej) niecek obniżeniowych obliczanych przy użyciu wzoru (1) z zastosowaniem stałych (poziomo niezmiennych) promieni rozproszenia wpływów w górotworze  $r_1(z)$ ,  $r_2(z)$ . Przemieszczenia pionowe sumaryczne w, proponuje się obliczać zgodnie ze wzorami:

$$w_{s} = (1 - a_{w}) \cdot w(r_{1},..) + a_{w} \cdot w(r_{2},..); \quad dla \ z > 0 \ (strop \ pokladu)$$
(3)  

$$w_{s} = -a_{w} \cdot w(r_{1},..) + a_{w} \cdot w(r_{2},..); \quad dla \ z < 0 \ (spag \ pokladu)$$
(4)  

$$w_{s} = 0; \quad dla \ z < z_{kr}$$
(5)

z<sub>kr</sub> - to odległość pionowa od pokładu "z" w dół (głęboko w spągu), dla której r<sub>1</sub>(z<sub>kr</sub>) = r<sub>2</sub>(z<sub>kr</sub>);
 a<sub>w</sub> - bezwymiarowy, stały dla danej niecki parametr o możliwym zakresie 0÷0.5, określający udział obniżeń o promieniu krótszym r<sub>1</sub> w obniżeniach sumarycznych w<sub>s</sub>.

Najbardziej uproszczoną postać wzorów  $(3 \div 5)$  uzyskamy przyjmując  $a_w = 0.5$ ,  $r_2(z) = r_1(z=h) = const.$  Jest to szczególny przypadek, w którym obniżenia powierzchni są takie jak w klasycznym ujęciu, natomiast ruchy pionowe wnętrza górotworu są zasadniczo inne. Na rysunkach 4 i 5 pokazano przebieg pionowych ruchów górotworu obliczony wzorami (3) i (4) dla promieni rozproszenia wpływów  $r_1$  i  $r_2$  wyznaczonego z prostej liniowej zależności:

$$r_{1}(z) = r_{o} + a_{r}|z|$$

$$r_{2} = r_{o} + a_{r} \cdot h = \text{const.}$$
(6)

gdzie:

- h głębokość eksploatowanego pokładu;
- $r_o$  stała wartość promienia rozproszenia wpływów dla z = 0;
- a<sub>r</sub> współczynnik uzależniający długość promienia  $r_1$  od odległości pionowej punktu obliczeniowego od wybieranego pokładu,  $a_r = 1/tg\beta$ ;
- $tg\beta$  parametr teorii S. Knothego.

Do obliczeń przyjęto h = 500,  $r_o = 20$  m,  $a_r = 0.5$ ,  $r_2 = 270$  m = const. Pomiędzy tak obliczonymi przy zastosowaniu wzoru S. Knothego przemieszczeniami pionowymi (rys. 4 i 5) a uzyskanymi numerycznie metodą elementów skończonych dla ośrodka sprężystego (rys. 1) zachodzi jakościowa zgodność.

Zaproponowany powyżej, uproszczony sposób obliczania ruchów pionowych wnętrza górotworu pozwala w prognozach deformacyjnych różnicować wpływy nie tylko od poszczególnych eksploatacji podbierających, ale i także od zrobów, krawędzi i resztek wytwarzanych powyżej rozpatrywanego poziomu obliczeniowego.



Rys. 1. Przebieg pionowych ruchów górotworu nad i pod pokładem obliczony metodą elementów skończonych

Fig. 1. Vertical movements of rock mass over and under the seam calculated by means of finite element method for the linear and elastic medium



Rys. 2. Plan warstwicowy odkształceń pionowych  $\varepsilon_i = \delta W/\delta z$ ; [mm/m] nad i pod pokładem obliczony metodą elementów skończonych

Fig. 2. Contour plan of vertical deformations  $\varepsilon_{c} = \delta W/\delta z$ ; [mm/m] over and under the seam calculated by means of finite element method



- Rys. 3. Plan warstwicowy nachyleń T =  $\delta W/\delta x$ ; [mm/m] nad i pod pokładem obliczony metodą elementów skończonych
- Fig. 3. Contour plan of slopes  $T = \delta W/\delta x$ ; [mm/m] over and under the seam calculated by means of finite element method



Rys. 4. Przebieg pionowych ruchów skał stropowych i spągowych obliczony wg proponowanego wzoruFig. 4. Vertical movements of cap and bottom rocks calculated according to the suggested formula



- Rys. 5. Przebieg ruchów pionowych w odległości 50 m nad i pod eksploatowanym pokładem wg proponowanej metody
- Fig. 5. Vertical moverments in the distance of 50 m over and under the extracted seam, according to the suggested proceedure

#### LITERATURA

- Berry D., Sales T., 1962: An elastic treatment of ground movement due to mining. J. Mech. Phys. Solids, Vol 10.
- Bialek J., 1980: Algorytm obliczania chwilowych i czasowo ekstremalnych wskaźników deformacji przestrzennej dynamicznej niecki osiadania wraz z oprogramowaniem. Praca doktorska, Politechnika Śl. Gliwice.
- 3. Białek J., 1985: Programy na EMC do prognozowania wskaźników dynamicznych deformacji niecki osiadania. Ochrona Terenów Gómiczych nr 71.
- 4. Białek J., 1991: Opis nieustalonej fazy obniżeń terenu górniczego z uwzględnieniem asymetrii wpływów końcowych. ZN. Pol. Śl., s. Górnictwo, z.194.
- 5. Biliński A., 1968: Przejawy ciśnienia górotworu w polach eksploatacji ścianowej w pokładach wegla. ZN. Pol. Śl., s. Górnictwo, z.31.

- Chrzanowska A., 1988: Wpływ podziemnej eksploatacji złóż o skomplikowanej geometrii na powierzchnię terenu w świetle badań metodą elementów skończonych. Praca doktorska. AGH Kraków.
- 7. Drzęźla B., 1989: Opis programów do prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej aktualny stan oprogramowania. ZN. Pol. Śl., s. Górnictwo, z.165.
- Dymek F., 1973: Pewne płaskie i przestrzenne rozwiązania ośrodka reologicznego i ich zastosowanie w mechanice górotworu. Archiwum Górnictwa, t XVIII, z.2.
- 9. Gil H., Kraj W., 1972: The distribution of displacements and stress around the, longwall working. Archiwum Górnictwa, t XVIII, z.3.
- Gromysz J., 1980: Rozkład przemieszczeń pionowych w górotworze w otoczeniu ścianowego wyrobiska eksploatacyjnego. Ochrona Terenów Górniczych nr 53.
- Jaworski A., 1985: Wpływ ściśliwości calizny węglowej wybieranego pokładu na rozkład naprężeń i odkształceń w górotworze w sąsiedztwie czynnego fron'u ścianowego. ZN. Pol. Śl., s. Górnictwo, z.138.
- 12. Knothe S., 1953: Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa t. I, z.1.
- Kochmański T., 1956: Obliczanie ruchów punktów górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej. PAN Warszawa.
- Litwiniszyn J., 1954: Przemieszczenia górotworu w świetle teorii prawdopodobieństwa. Archiwum Górnictwa i Hutnictwa t. II, z.1.
- Pham Quang Ai, 1992: Zastosowanie metody elementów skończonych do badań rozkładu odkształceń i naprężeń górotworu pod wpływem podziemnej elsploatacji. Mat. Intytutu Eksploatacji Złóż Pol. Śl., Gliwice.
- Pielok J., 1974: Określenie zmienności współczynnika czasu dla opisu kształtowania się niecek obniżeniowych w górotworze nad eksploatowanym pokładem. Praca doktorska. AGH Kraków.
- Praca zbiorowa, 1967: Wyniki badań wpływów eksploatacji w filarze ochronnym dla szybu Szymon kopalni "Halemba". Praca GIG, Komunikat nr 428, Katowice.

 Praca zbiorowa, 1980: Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi. Wyd. Śląsk, Katowice.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Edward Popiołek

Wpłynęło do Redakcji 1 października 1995 r.

### Abstract

The paper presents the possibility of using a properly adapted space-time variant of Knothe's formula for effective description of vertical rock mass movements in the area influenced by multiseam mining. For the description of vertical movements of rock mass in the distance (z) under the extracted seam, the procedure (J. Białek [4]) consisting in summing two subsidence throughs calculated for different, linearly variable with the distance (z), radii of effect dispersion was applied. Total vertical displacements  $w_{s_k}$  calculated with comparatively simple dependencies, fade out at the distance  $z_{kr}$  under the mined bed; the radii of influence dissipation in rock mass for that distance are equal,  $r_1(z_{kr}) = r_2(z_{kr})$ . An exceptional case has been investigated, in which surface ground subsidence are the same as in classical approach, but vertical movements of the inside of rock mass are totally different. Vertical schifts calculated in this way proved to be in agreement with the results of geodetic observations and numerical modelling carried out by means of finite element method.