ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972
Seria: MATEMATYKA-FIZYKA z.17 Nr kol. 318

Cerowski Zenon
Katedra Fizyki B

PRĘDKOŚĆ ROZCHODZENIA SIĘ I WSPÓŁCZYNNIK POCHŁANIANIA PODŁUŻNYCH FAL SPRĘŻYSTYCH W OŚRODKU DWUFAZOWYM

Streszczenie. W pracy tej wyliczono prędkość rozchodzenia się i współczynnik pochłaniania fal podłużnych, płaskich, tłumionych, rozchodzących się w ośrodkach dwufazowych w oparciu o równania fal sprężystych wyprowadzonych w [3] oraz rozpatrzono sens fizykalny rozwiązań i porównano je z wynikami otrzymanymi przez innych autorów.

1. Rozwiazanie równań falowych

Równania fal podłużnych w [3] mają postać:

$$d_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} = (1-n)\left[\lambda + 2\mu - i(\lambda' + 2\mu')\right]\Delta \varphi_1 + K \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$d_2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} = - n p + K \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_2 - \varphi_1) \qquad (1)$$

$$\Delta \varphi_2 + - \frac{1}{k_2} p$$

n - porowatość
$\lambda, \mu, \lambda', \mu'$ - stałe Lame'go,

$$K = \frac{n^2 \rho_2 g}{k_\phi}$$

k_ϕ - współczynnik filtracji,
ρ_2 - gęstość cieczy,
g - przyspieszenie ziemskie,
p - ciśnienie hydrostatyczne cieczy,
k_2 - objętościowy moduł ściśliwości cieczy.

Po wyrugowaniu p oraz wprowadzeniu oznaczenia $\lambda + 2\mu = M$, $\lambda' + 2\mu' = N$, otrzymano

$$d_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} = (1-n)(M - i N)\Delta \varphi_1 + K \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$d_2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} = k_2 n \Delta \varphi_2 - K \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (2)$$

Przyjmując, że rozchodzące się fale są płaskie, tłumione, a więc:

$$\varphi_1 = A_1\, e^{i(\omega t + sx)}$$

$$\varphi_2 = A_2\, e^{i(\omega t + sx)}$$

gdzie:

A_1, A_2 - amplitudy fal w poszczególnych ośrodkach,
ω - częstotliwość kołowa drgań,
t - czas,
x - wychylenie,
s - zespolona liczba falowa $= \frac{\omega}{c} + i\, q$,
q - współczynnik pochłaniania,
c - prędkość rozchodzenia się fali.

Po podstawieniu wyrażeń na φ_1 i φ_2 w równania (2) przy równoczesnym uproszczeniu przez czynnik $e^{i(\omega t+sx)}$ jest:

$$\begin{aligned} -A_1\, d_1\omega^2 &= -(1-n)(M - i\, N)A_1\, s^2 + i\omega K(A_1 - A_2) \\ -A_2\omega^2 &= -\, k_2\, n\, A_2\, s^2 - i\omega K(A_1 - A_2) \end{aligned} \tag{3}$$

Rugując z tych równań A_1 i A_2 wyrażenie przybierze następującą postać:

$$(1-n)(M - i\, N)k_2\, n\, s^4 - \left\{\left[d_1\, k_2 n + (1-n)(M - i\, N)d_2\right]\omega^2 + i\omega K\left[(1-n)(M - iN) + nk_2\right]\right\} s^2 + i\omega^3 K(d_1 + d_2) + d_1\, d_2\omega^4 = 0 \tag{4}$$

W celu krótszego zapisu tego równania wprowadzono następujące oznaczenia:

$A = (1-n)n\, k_2 M$ $\quad$ $B = (1-n)n\, k_2 N$

$D = d_1 k_2 + (1-n)M\, d_2$ $\quad$ $E = (1-n)N\, d_2$

$F = (1-n)M + n\, k_2$ $\quad$ $G = (1-n)N$

$H = d_1 + d_2$ $\quad$ $L = d_1 \cdot d_2$

stąd:

$$(A - iB)s^4 - \left[(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - iG)\right] s^2 + i\omega^3 KH + L\omega^4 = 0 \tag{5}$$

Ponieważ jest to równanie dwukwadratowe, więc najprzód rozwiązano je ze względu na s^2, Wyróżnik tego równania będzie:

$$\left[(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - iG)\right]^2 - 4(A - iB)(i\omega^3 KH + L\omega^4)$$

stąd:

$$s^2_{1,2} = \frac{(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - iG)}{2(A - iB)} \pm$$

$$\pm \frac{\sqrt{\left[(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - i\,G)\right]^2 - 4(A - iB)(iKH + L\omega)\omega^3}}{2(A - iB)} \cong$$

$$\cong \frac{(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - iG)}{2(A - i\text{-}b)} +$$

$$+ \frac{\left[(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - iG)\right]\left\{1 - \frac{2(A-iB)(iKH + L\omega)\omega^3}{\left[(D-iE)\omega^2 + i\omega K(F-iG)\right]^2}\right\}}{2(A - iB)}$$

Takie przybliżone rozwiązanie można napisać, gdyż zawsze

$$\left|\frac{4(A - iB)(iKH + L\omega)\omega^3}{\left[(D - iE)\omega^2 + i\omega K(F - iG)\right]^2}\right| < 1$$

Dla dolnego znaku (minusa) otrzymano:

$$s^2 = \frac{(iKH + L\omega)\omega^2}{((D - iE)\omega + iK(F - iG)} \tag{7}$$

W dalszym ciągu specjalizowano to wyrażenie ze względu na wzajemną zależność między K i ω tzn. dla $K > \omega$ i $K < \omega$, iznaczej mówiąc dla niskich i wysokich częstotliwości.

1. Jeżeli $K > \omega$ wówczas

$$s^2 = \frac{(iKH + L\omega)\omega^2}{iK(F-iG)\left[1 + \frac{(D-iE)\omega}{iK(F-iG)}\right]} = \frac{\omega^2}{F - iG}\left(H - \frac{i\omega}{K}L + \frac{i\omega H}{K}\frac{D}{F} +\right.$$

$$+ \frac{\omega H}{K}\frac{E}{F} - \frac{\omega}{K}\frac{D}{F}\frac{G}{F}H + \frac{i\omega}{K}\frac{E}{F}\frac{G}{F}H + \frac{\omega^2}{K^2}\frac{F}{D}L - \frac{i\omega^2}{K^2}\frac{E}{F}L +$$

$$\left. + \frac{i\omega^2}{K^2}\frac{D}{F}\frac{G}{F}L - \frac{\omega^2}{K^2}\frac{E}{F}\frac{G}{F}L\right)$$

Wielkości F i D są tego samego rzędu oraz E i G są tego samego rzędu a stosunek drugich do pierwszych jest wielkością małą. Dla różnych ciał wielkość ta jest różna a jej rząd waha się w zakresie 10^{-5} - 10^{-1} [1]. Oprócz tego trzeba wziąć pod uwagę założenie $\frac{\omega}{K} \angle 1$, więc wyrażenia, w których występują iloczyny $\frac{G}{F}$ lub $\frac{E}{F}$ i $\frac{\omega}{K}$ lub ich kwadraty można zaniedbać, Po tym uproszczeniu otrzymano:

$$s^2 = \frac{\omega^2 H}{F}\left[1 + \frac{iG}{F} + \frac{i\omega}{K}\left(\frac{D}{F} - \frac{L}{H}\right)\right] \tag{8}$$

skąd:

$$s = \frac{\omega}{c_1} + iq_1 = \omega\sqrt{\frac{H}{F}}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{G}{F} + \frac{1}{2}\frac{\omega}{K}\left(\frac{D}{F} - \frac{L}{H}\right)\right]$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{F}{H}} = \sqrt{\frac{(1-n)M+k_2N}{d_1+d_2}} = \sqrt{\frac{(1-n)(\lambda+2\mu)+k_2n}{(1-n)\rho_1+n\rho_2}} \tag{9}$$

$$q_1 = \frac{1}{2c_1}\left[\frac{G}{F}\omega + \frac{1}{K}\left(\frac{D}{F} - \frac{L}{H}\right)\omega^2\right] + \frac{1}{2c_1}\left\{\frac{(1-n)(\lambda' + 2\mu')}{(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2}\omega + \frac{(1-n)n\left[(1-n)\rho_1^2 k_2 + n(\lambda+2\mu)\rho_2^2\right]\omega^2}{\left[(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2\right]\left[(1-n)\rho_1+n\rho_2\right]K}\right\} \tag{10}$$

2. Dla $K < \omega_z$ (7) wynika

$$s^2 = \frac{(iKH + L\omega)\omega^2}{(D-iE)\omega + iK(F-iG)} = \frac{\omega^2(iKH + L\omega)}{(D-iE)\omega\left[1 + \frac{iK}{\omega}\frac{F-iG}{D-iE}\right]}$$

Po wykonaniu naznaczonych działań i odrzuceniu wyrażeń małych (w sensie poprzednio podanym)

$$s^2 = \frac{\omega^2}{D}L\left[1 + i\frac{E}{D} + \frac{iK}{\omega}\left(\frac{H}{L} - \frac{F}{D}\right)\right] \tag{11}$$

stąd:

$$s = \frac{\omega}{c_2} + iq_2 = \omega\sqrt{\frac{L}{D}}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{E}{D} + \frac{1}{2}\frac{K}{\omega}\left(\frac{H}{L} - \frac{F}{D}\right)\right] \tag{12}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{D}{L}} = \sqrt{\frac{d_1nk_2+d_2(1-n)M}{d_1 d_2}} = \sqrt{\frac{(1-n)n(\rho_1 k_2+\rho_2 M)}{(1-n)n\rho_1\rho_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{k_2}{\rho_2} + \frac{M}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{k_2}{\rho_2} + \frac{\lambda+2\mu}{\rho_1}} \tag{13}$$

$$q_2 = \frac{1}{2c_2}\left[\frac{E}{D}\omega + K\left(\frac{M}{K} - \frac{F}{D}\right)\right] = \frac{1}{2c_2}\left\{\frac{(\lambda' + 2\mu')\rho_2}{\rho_1 k_2 + (\lambda + 2\mu)\rho_2}\,\omega + \right.$$

$$\left. + K\,\frac{(1-n)\rho_1^2 k_2 + n\rho_2^2(\lambda + 2\mu)}{(1-n)n\rho_1\rho_2\left[k_2\rho_1 -+(\lambda + 2\mu)\rho_2\right]}\right\} \tag{14}$$

Biorąc teraz pod uwagę górny znak (plus) wyrażenia (7) wówczas:

$$s^2 = \frac{(D-iE)\omega^2 + iK\omega(F-iG)}{A - iB} - \frac{(iKH + L\omega)\omega^2}{(D-iE) + iK(F-iG)} \tag{15}$$

Wystarczy rozpatrzeć pierwsze wyrażenie, ponieważ drugie już znamy. Badano także tę wielkość ze względu na zależność między K i ω.

3. $K > \omega$

$$\frac{(D-iE)\omega^2 + iK\omega(F-iG)}{A - iB} = \frac{D\omega K}{A}\left(\frac{\omega}{K} + \frac{G}{D} - \frac{F}{D}\frac{B}{A} + i\frac{F}{D}\right)$$

wobec tego:

$$s^2 = \frac{\omega^2 D}{A} + \frac{\omega K}{A}G - \frac{\omega KFB}{A^2} - \frac{\omega^2 H}{F} - i\frac{\omega^2 HG}{F^2} + i\frac{\omega KF}{A} -$$

$$- i\frac{\omega^3 HD}{KF^2} + i\frac{\omega^3 L}{KF} \tag{16}$$

Wyrazem przeważającym w tym wyrażeniu jest $i\frac{\omega KF}{A}$ (jest większy co do bezwzględnej wartości przynajmniej o dwa rzędy) dlatego dla otrzymania rozwiązania na prędkość rozchodzenia się i dla współczynnika pochłaniania wystarczy uwzględnić tylko ten wyraz.

$$s^2 = i\frac{\omega KF}{A} \tag{17}$$

$$c_3 = \sqrt{\frac{2\omega A}{KF}} = \sqrt{\frac{\omega}{K}\frac{2n(1-n)Mk_2}{(1-n)M + nk_2}} = \sqrt{2\frac{\omega}{K}\frac{n(1-n)k_2(\lambda + 2\mu)}{(1-n)(\lambda + 2\mu) + nk_2}} \tag{18}$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{\omega KF}{2A}} = \sqrt{\frac{\omega K}{2}\frac{(1-n)M + k_2 n}{(1-n)nMk_2}} = \sqrt{\frac{\omega K}{2}\frac{(1-n)(\lambda + 2\mu) + k_2 n}{(1-n)n(\lambda + 2\mu)k_2}} \tag{19}$$

Pozostało jeszcze rozważyć jedną ewentualność a mianowicie wyrażenie (15) dla przypadku $K<\omega$.

$$s^2 = \frac{(D-iE)\omega^2 + i\omega K(F-iG)}{A - iB} - \frac{(iKH + L\omega)\omega^2}{\omega(D-iE) + iK(F-iG)} =$$

$$= \omega^2 \left[\left(\frac{D}{A} - \frac{L}{D}\right) + i\left(\frac{DB}{A^2} - \frac{E}{A} - \frac{EL}{D^2}\right) + i\frac{K}{\omega}\left(\frac{F}{A} - \frac{H}{D} + \frac{FL}{D^2}\right)\right]$$

Trzeba jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że rząd wielkości $\frac{D}{A}$ jest wyższy od rzędu wielkości $\frac{H}{D}$, $\frac{DB}{A^2}$ i $\frac{E}{A}$ od $\frac{LE}{D^2}$ oraz $\frac{F}{A}$ od $\frac{H}{D}$ i $\frac{FL}{D^2}$. Wynika to z danych doświadczalnych M, N, k_2. Po odrzuceniu wyrażeń względnie małych wzroy na prędkość rozchodzenia się i współczynnik pochłaniania fali, dla tego wypadku będą:

$$s^2 = \omega^2\left[\frac{D}{A} + i\left(\frac{DB}{A^2} - \frac{E}{A}\right) + i\frac{K}{\omega}\frac{F}{A}\right] = \frac{\omega^2 D}{A}\left[1 + i\left(\frac{D}{A} - \frac{E}{D}\right) + i\frac{K}{\omega}\frac{F}{D}\right] \tag{20}$$

$$s = \frac{\omega}{c_4} + iq_4 = \omega\sqrt{\frac{D}{A}}\left[1 + \frac{i}{2}\left(\frac{B}{A} - \frac{E}{D}\right) + \frac{i}{2}\frac{K}{\omega}\frac{F}{D}\right] \tag{21}$$

$$c_4 = \sqrt{\frac{A}{D}} = \sqrt{\frac{(1-n)nMk_2}{nd_1 k_2 + (1-n)Nd_2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu} + \frac{\rho_2}{k_2}}} \tag{22}$$

$$q_4 = \frac{1}{2c_4}\left[\left(\frac{B}{A} - \frac{E}{D}\right)\omega + K\frac{F}{D}\right] = \frac{1}{2c_4}\left\{\left[\frac{\lambda' + 2\mu'}{\lambda + 2\mu} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{(\lambda' + 2\mu')\rho_2}{(\lambda+2\mu)\rho_2 + k_2\rho_1}\right]\omega + \frac{K}{(1-n)n}\frac{(1-n)(\lambda+2\mu) + nk_2}{(\lambda+2\mu)\rho_2 + k_2\rho_1}\right\} \cong$$

$$\cong \frac{K}{2c_4(1-n)n}\frac{(1-n)(\lambda+2\mu) + nk_2}{(\lambda+2\mu)\rho_2 + k_2\rho_1} \tag{23}$$

2. Analiza otrzymanych wyników

W wyniku rozwiązania równań dla fal podłużnych otrzymano dwa rodzaje fal charakteryzujących się innymi wyrażeniami na prędkości rozchodzenia się i współczynniki pochłaniania. Dla każdej z tych fal wyodrębniono prędkości rozchodzenia się i współczynniki pochłaniania w zakresie częstotliwości niskich i wysokich.

1.

$$c_1 = \sqrt{\frac{(1-n)(\lambda + 2\mu) + nk_2}{(1-n)\rho_1 + n\rho_2}}$$

$$q_1 = \frac{1}{2c_1}\left\{\frac{(1-n)(\lambda' + 2\mu')}{(1-n)(\lambda + 2\mu) + nk_2}\,\omega + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-n)n\left[(1-n)\rho_1^2 k_2 + n(\lambda + 2\mu)\rho_2^2\right]}{\left[(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2\right]\left[(1-n)\rho_1 + n\rho_2\right]}\frac{\omega^2}{K}\right\}$$

Wyniki te pokazują, że prędkość rozchodzenia się fal pierwszego rodzaju dla częstotliwości niskich zależy od sprężystości szkieletu, sprężystości cieczy, porowatości oraz wypadkowej gęstości. Dyspersja prędkości dla przyjętego modelu ośrodka dwufazowego występuje ale jest niewielka i dlatego dla celów praktycznych można ją zaniedbać (odrzucono wyrazy typu $\frac{\omega}{K}$ · $\frac{\lambda' + 2\mu'}{\lambda + 2\mu}$, $\frac{\omega^2}{K^2}$ i $\left(\frac{\lambda'+2\mu'}{\lambda + 2\mu}\right)^2$ a one są odpowiedzialne za dyspersję.Współczynnik pochłaniania fal jest sumą dwóch składników, z których jeden jest funkcją liniową częstotliwości, a drugi funkcją kwadratową częstotliwości. Składnik współczynnika pochłaniania będący liniową funkcją częstotliwości jest odpowiedzialny za tarcie wewnętrzne, natomiast składnik zależny od kwadratu częstotliwości jest odpowiedzialny za pochłanianie powstałe wskutek tarcia między szkieletem a cieczą. Należałoby jeszcze do współczynnika tego składnika dodać współczynnik odpowiedzialny za pochłanianie w samej cieczy, który od początku zaniedbywano (ciecz przyjęto idealną).Warto jeszcze wspomnieć, że wyrażenie na pochłanianie jest poprawne,jeżeli luźne cząstki szkieletu (w szczególności będzie to ważne dla piasków) będą miały średnicę mniejszą niż długość rozchodzącej się fali [5], [10], [13]. Dla ziaren większych niż długość rozprzestrzeniającej się fali trzeba jeszcze dodać składnik będący czwartą potęgą częstotliwości (pochłanianie typu relejowskiego). Współczynnik przy czwartej potędze częstotliwości jest wielkością małą np. dla metali jest on rzędu 10^{-30} [1] dlatego w dalszym ciągu będziemy go zaniedbywać. Interesująca jest zależność prędkości rozchodzenia się oraz współczynnika pochłaniania od porowatości.Jeżeli $n = 0$ tzn. ciało złożone przechodzi w ciało stałe, wówczas:

$$c_1 (= \sqrt{\frac{(1-n)(\lambda + 2\mu)}{(1-n)\rho_1}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_1}} = c_s$$

$$q_1 = \frac{1}{2c_s}\,\frac{\lambda' + 2\mu'}{\lambda + 2\mu}\,\omega$$

Jak z tego widać zgodnie z rzeczywistością prędkość jest równa prędkości rozchodzenia się fali w szkielecie, a współczynnik pochłaniania jest taki jak dla samego ciała stałego. Jeżeli n = 1, tzn. ciało złożone przechodzi w ciecz:

$$c_1 = \sqrt{\frac{n\, k_2}{n \rho_2}} = \sqrt{\frac{k_2}{\rho_2}} = c_w$$

W tym wypadku jak można było oczekiwać prędkość rozchodzenia równa się prędkości rozchodzenia w cieczy, a współczynnik pochłaniania równa się zero ponieważ ciecz przyjęto idealnie sprężystą. Warto jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że współczynnik przy składaniku pochłaniania odpowiedzialnym za straty powstałe wskutek wzajemnego tarcia między cieczą a ciałem stałym znika w obu przypadkach granicznych, tzn. dla n = 0 i n = 1.

Taki sam charakter zależności pokazuje w pracy doświadczalnej Born [2]. Pisze on, że dla suchych ośrodków pochłanianie jest funkcją liniową częstotliwości, natomiast jeżeli nasycimy je wodą, to współczynnik pochłaniania jest sumą: składnika, który jest funkcją liniową częstotliwości oraz składnika będącego funkcją kwadratową częstotliwości. Zgadza się to także dla naszego wypadku granicznego n = 0, ponieważ sam szkielet jest ośrodkiem suchym. Podobne wyrażenia dla prędkości otrzymuje W.N. Nikołajewskij [8], natomiast wsópłczynnik pochłaniania u niego tak samo jak u Ja.J.Frenkla [4] zawiera tylko składnik będący kwadratową funkcją częstotliwości.

2.

$$c_2 = \sqrt{\frac{k_2}{\rho_2} + \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_1}}$$

$$q_2 = \frac{1}{2c_2}\left\{\frac{(\lambda + 2\mu)\,\rho_2}{\rho_1 k_2 + (\lambda + 2\mu)\rho_2}\,\omega + \right.$$

$$\left. + K\,\frac{(1-n)\,\rho_1^2\, k_2 + n\,\rho_2^2(\lambda + 2\mu)}{(1-n)\,n\,\rho_1 \rho_2 [k_2 \rho_1 + (\lambda + 2\mu)\rho_2]}\right\}$$

To rozwiązanie uzyskano dla fal pierwszego rodzaju przy założeniu,że $K < \omega$ czyli dla częstotliwości wysokich. Fala będzie miała następujące własności. Prędkość rozchodzenia się jest równa pierwiastkowi kwadratowemu sumy kwadratów prędkości rozchodzenia się w ciele stałym i cieczy ($c_2 = \sqrt{c_s^2 + c_w^2}$). Dyspersja nie występuje. Wynika z tego, że dla wyższych częstotliwości prędkość rozchodzenia się jest większa, czyli powstaje dodatkowa sprężystość. Niektórzy autorzy twierdzą, że ciała złożone charakteryzują się sprężystością, która jest sumą wypadkowej sprężystości ciał składowych i sprężystości struktury [12], czyli że połączenie dwu faz powoduje powstanie, dodatkowej sprężystości struktury.

Inni przyjmują, że ze wzrostem częstotliwości ciało staje się bardziej sztywne [9] . Wskutek tego, że pprędkość rozchodzenia się fal sprężystych w cieczy jest znacznie mniejsza niż w szkielecie, więc praktycznie prędkość rozchodzenia się tego rodzaju fal będzie równa prędkości rozchodzenia się w ciele stałym. Inaczej mówiąc ośrodek dwufazowy dla zakresu wysokich częstotliwości staje się ośrodkiem zupełnie niepołączonym.Istnienie tego rodzaju fal sugerują N.R. Paterson [10] i W.N. Nikołajewskij [7] jednak żaden z autorów nie podaje wyrażeń na prędkość rozchodzenia się tych fal. Współczynnik pochłaniania jest sumą dwóch składników, z których jeden jest funkcją liniową częstotliwości, a drugi od częstotliwości nie zależy. Współczynnik składnika zależnego liniowo od częstotliwości jest niezależny od porowatości i charakteryzuje pochłanianie w ciele stałym, składnik niezalżeny od częstotliwości jest odpowiedzialny za pochłanianie występujące na skutek tarcia między ciałem stałym i cieczą. Dla n = 0 i n = 1 współczynnik tego składnika jest równy nieskończoności. To potwierdza fakt, że tego rodzaju fala może istnieć tylko w ciele złożonym, inaczej mówiąc dopiero struktura wytworzona przez ośrodek przynajmniej dwufazowy stwarza warunki istnienia takiej fali. Niezależność jednego składnika pochłaniania od częstotliwości wskazuje na wytworzenie się między ciałami składowymi struktury, w której straty przy zmianie częstotliwości są stałe. W.N. Nikołajewskij dla tego rodzaju fal i w tym zakresie częstotliwości podaje współczynnik pochłaniania równy zero. Wyrażenia na prędkości rozchodzenia się i współczynniki pochłaniania ze znaczkami 3 i 4 charakteryzują dla częstotliwości niskich i wysokich falę drugiego rodzaju, która powstaje na skutek zmian ułożenia cząstek, tj. przy istnieniu ruchu filtracyjnego.

3.

$$c_3 = \sqrt{\frac{2n(1-n)(\lambda + 2\mu)k_2}{(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2}\,\frac{\omega}{K}}$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{(1-n)(\lambda + 2\mu)+nk_2}{2n(1-n)(\lambda+2\mu)\,k_2}\,\omega\,K}$$

Prędkość rozchodzenia dla częstotliwości niskich jest zawsze mniejsza niż prędkość rozchodzenia się w cieczy. Występuje wyraźna zależność prędkości od częstotliwości, a mianowicie prędkość wzrasta proporcjonalnie do kwadratowego pierwiastka z częstotliwości. Dla n = 0, tzn. dla ciała stałego oraz dla n = 1, tj. dla cieczy prędkość rozchodzenia się jest równa zero. Współczynnik pochłaniania jest duży, ponieważ jest proporcjonalny do kwadratowego pierwiastka z ω i K, prócz tego jest równy nieskończoności dla n = 0 i n = 1. Podobną zależność współczynnika pochłaniania od częstotliwości otrzymał R.W. Morse [6] oraz W.N. Nikołajewskij [8].

W związku z tym można nazwać tę falę falą ośrodka dwufazowego,gdyż warunkiem koniecznym, ażeby mogła istnieć, jest istnienie ośrodka złożonego

Doświadczalnie zbadanie takiej fali nastręczałoby dużych trudności, albowiem prędkość jej jest stosunkowo mała (tym mniejsza, im mniejszy jest stosunek $(\frac{\psi}{K})$ oraz występuje duże pochłanianie. Prócz tego fala ta będzie rozchodzić się równocześnie z falami omawianymi wyżej, które jak podano charakteryzują się większą prędkością rozchodzenia się i mniejszym współczynnikiem pochłaniania, dlatego praktycznego znaczenia tego rodzaju fale nie będą miały.

4.

$$c_4 = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu} + \frac{\rho_1}{k_2}}}$$

$$q_4 = \frac{1}{2c_4}\left\{\left[\frac{\lambda'+2\mu'}{\lambda+\mu} - \frac{(\lambda'+2\mu')\rho_2}{(\lambda+2\mu)\rho_2 + k_2\rho_1}\right]\omega + \right.$$

$$\left. + \frac{K}{n(1-n)}\,\frac{(1-n)(\lambda+2\mu)+nk_2}{(\lambda+2\mu)\rho_2 + k_2\rho_1}\right\}$$

Rozwiązanie to przedstawia falę drugiego rodzaju dla częstotliwości wysokich ($K<\omega$). Odwrotność kwadratu prędkości rozchodzenia się fali jest równa sumie odwrotności kwadratów prędkości rozchodzenia się w szkielecie i cieczy ($\frac{1}{c_4^2} = \frac{1}{c_4^2} + \frac{1}{c_w^2}$), a więc prędkość praktycznie biorąc jest w przybliżeniu równa prędkości rozchodzenia się fali w cieczy co z kolei świadczy o tym, że dla częstotliwości wysokich ośrodek dwufazowy staje się ośrodkiem zupełnie niepołączonym. Fale takie jak już zaznaczono w punkcie drugim przewidywali N.R. Paterson [10] i W.N. Nikołajewskij [7]. Prędkość rozchodzenia się nie zależy od częstotliwości i porowatości. Współczynnik pochłaniania jest zasadniczo niezależny od częstotliwości, ponieważ współczynnik przy składniku zależnym liniowo od częstotliwości jest bardzo mały i dlatego praktycznie nie będzie odgrywał żadnej roli. Współczynnik pochłaniania niezależny od częstotliwości otrzymali doświadczalnie Krishnamurthi i Balakrishna [11]. Prócz tego rozwiązania te wskazują, że fala taka może rozchodzić się tylko w ciele złożonym, gdyż dla n = 0 i n = 1 pochłanianie jest równe nieskończoności.

LITERATURA

[1] L.Bergman - Ultrazwuk, Moskwa, 1957.

[2] W.T. Born - The attenaution constant of earth materials, Geophysics,6 1941, str. 132-147.

[3] Z. Cerowski - Równania fal sprężystych w ośrodku dwufazowym. Postępy Fizyki. T.XX, z.2, str. 193-199, 1969.

[4] Ja.I. Frenkel - K teorii sejsmiczeskich i sejsmoelektriczeskich jawlenij wo włażnoj poczwie. Dzieła wybrane, t. 2, Moskwa-Leningrad, 1958.

[5] A.I. Lewykin - Zatuchanie ultrazwukowych wołn w obrazcach gornych porod na raznych czastotach, Izw., AN SSSR, seria geofiz., nr 3, 1962, str. 389-391.

[6] R.W. Morse - Acoustic propagation in granular media; JASA, 24, nr 6, 1952, str. 696-670.

[7] W.N. Nikołajewskij - K dinamikie nasyeszczennych żidkostiu poristych sred. Inż.Ż.II. nr 3, 1962, str. 54-67.

[8] W.N. Nikołajewskij - O rozprostranienii prodolnych wołn w nasyszczennych żidkostiu uprugich poristych sred. Inż. Ż. III. nr 2, 1963, str. 251-261.

[9] C.B. Officer - A deep-sea seismic reflection profile, Geophysics, 20, nr 2, 1955, str. 270-282.

[10] N.R. Paterson - Seismic wave propagation in porous granular media, Geophysics, 21, nr 3, 1956, str. 691-714.

[11] L. Peselnick i I. Zietz - Internal friction of finegrained limestones at ultrasonic frequencies, Geophysics, 24, nr 2, 1959, str.285-296.

[12] G. Shumway - Sound speed and absorption studies of marine sediments by a resonance method, Geophysics, 25, nr 2, 1960, st . 451-467.

[13] R.A. Urick i W.S. Ament - The propagation of sound in composite media, JASA, 21, nr 2, 1949, str. 115-119.

S u m m a r y

Velocity and absorption coefficient of the longitudinal elastic waves in a two phase medium.

In the paper velocity and absorption coefficient were calculated for the case of longitudinal elastic waves moving in a two phase medium with some damping effect. These calculations are based on the elastic waves equation derived in [3]. Finally, the results are discussed from the physical point of view and compared with those obtained by other authors.

СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЕ

Р е з ю м е

В работе вычислено скорость распространения и коэффициент поглощения продольных, плоских, дампфированных волн в двухфазной среде пользуясь уравнением упругих волн выведеным в работе 3 . Рассмотрено физический смысл полученных решений и проведено их сравнение с результатами других авторов