

WŁADYSŁAW ŁUKASZEK

WYZNACZANIE GĘSTOŚCI MATERIAŁÓW DREWNOPOCHODNYCH  
PRZY WYKORZYSTANIU KRZYWEJ ABSORPCJI PROMIENIOWANIA GAMMA

Streszczenie. W pracy opisano pomiary absorpcyjne dla próbek z drzewa sosnowego z zastosowaniem źródła promieniowania gamma. Opracowanie wyników pomiarów umożliwia wyznaczenie gęstości na podstawie krzywej absorpcji z ufnością równą 90%. Przedyskutowano możliwość wyznaczania gęstości dla materiałów drewnopochodnych przy dostatecznie małych zmianach wilgotności.

### 1. Wstęp

W pracy zostały opisane laboratoryjne pomiary absorpcyjne dla próbek z drzewa sosnowego z zastosowaniem źródła promieniowania gamma.

W toku pomiarów zostały zebrane dane, za pomocą których wyznaczono parametry prostej regresji (krzywej absorpcji) w układzie  $g, \ln n$ , gdzie  $g$  oznacza gęstość powierzchniową absorbenta ( $g/cm^2$ ), zaś  $n$  natężenie zliczeń (imp./min). Dla określenia prostej regresji zastosowano metodę minimum odchylenia kwadratowego i uwzględniono wagi pomiarów.

Prosta regresji została wykorzystana do wyznaczenia gęstości na podstawie pomiaru zliczeń i znanej grubości próbki. Podaje się statystyczny błąd pomiaru gęstości na poziomie istotności równym 10%.

Pomiary zostały wykonane w Laboratorium Techniki Jądrowej Wydziału Mechanicznego Energetycznego Politechniki Śląskiej.

Obliczenia wykonano na maszynie cyfrowej Odra 1204 przy Centralnym Biurze Konstrukcji Maszynowych w Bytomiu.

W zakończeniu pracy omówiono przebieg opracowania wyników w przypadku materiałów drewnopochodnych, takich jak wióry, trociny, kostki, z uwzględnieniem niewielkich zmian wilgotności.

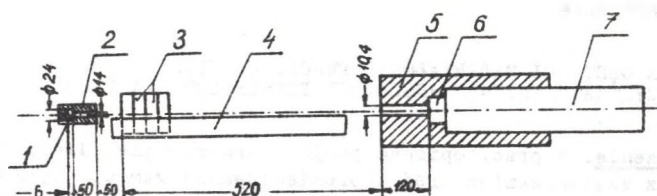
### 2. Aparatura pomiarowa

Do pomiarów została przyjęta geometria przedstawiona na rysunku 1.

Zastosowano zamknięte źródło promieniowania  $Am-241$ , typ ZAM-2, o aktywności 10 mCi (okres półrozpadu 458 lat, energie promieniowania 0,026-0,060 MeV), w wykonaniu standardowym [1]. Scyntylator  $Naj(Tl)$  firmy Tesla nr 60-7703 posiadał średnicę 3,8 cm i wysokość 2,5 cm.

Wysokie napięcie dla fotopowielacza sondy LSU-2 pobierano ze stabilizowanego zasilacza ZWN-2,5. Napięcia zasilające sondy pobierano z przelicznika PEL-5a. Sygnał wyjściowy sondy doprowadzano na wejście przelicznika PEL-5a.

Poszczególne próbki ważono na wadze laboratoryjnej, a ich wymiary (średnica, grubość) mierzono suwmiarką.



Rys. 1. Geometria układu źródło-absorbent-detektor

1 - źródło Am-241, 2 - kolimator źródła z ołowiu, 3 - próbki sosnowe o średnicy 80 mm, 4 - magazynek na próbki z aluminium, 5 - kolimator i osłona sondy z ołowiu, 6 - scyntylator NaJ (Tl), 7 - sonda LSU-2

### 3. Pomiary

Po przygotowaniu stanowiska, zgodnie z opisem podanym w punkcie 2, wyznaczono charakterystykę napięciową sondy i wybrano jako punkt pracy napięcie równe 1240 V. Dyskryminator przelicznika PEL-5a był ustawiony na napięcie 8 V.

Dla każdej próbki obliczono gęstość powierzchniową jako rezultat pomiaru jej masy i powierzchni. Ogółem zastosowano 13 próbek ponumerowanych od 1 do 13. Poszczególne próbki ustawiano w magazynku (jedna za drugą) poczynając od próbki nr 1. Po ustawieniu ostatniej próbki (próbka nr 13) uzyskano pakiet złożony z 13 próbek.

Wykonano 15 pomiarów zliczeń, każdy przez okres 3 minut. W czasie pierwszego pomiaru zmierzono promieniowanie źródła (bez absorbenta), w trzynastu kolejnych pomiarach zmierzono promieniowanie osłabione przez pakiety o różnej liczbie próbek, a w czasie ostatniego pomiaru zmierzono tło.

W wyniku przeprowadzonych pomiarów uzyskano 14 punktów pomiarowych. Współrzędnymi każdego punktu są:

$\epsilon_i$  - gęstość powierzchniowa pakietu z  $i$  próbek ( $i = 0, 1, \dots, 13$ ) wyrażona w  $\text{g}/\text{cm}^2$ . Pomiarowi promieniowania źródła ( $i = 0$ ) odpowiada gęstość pakietu równa zero.

$n_i$  - natężenie zliczeń dla pakietu złożonego z  $i$  próbek, skorygowane ze względu na tło, wyrażone w  $\text{imp.}/\text{min}$ .

### 4. Opracowanie wyników pomiarów

Dla 14 punktów pomiarowych omówionych w punkcie 3 wyznaczono prostą regresji o postaci

$$Y = \ln n = a - \mu(\epsilon - \bar{\epsilon}),$$

gdzie

$n$  - natężenie zliczeń, imp/min,

$a$  - współczynnik prostej,

$\mu$  - współczynnik prostej posiadający znaczenie masowego współczynnika oddziaływania materiału próbek dla promieniowania gamma,  $\text{cm}^2/\text{g}$ ,

$\bar{g}$  - gęstość powierzchniowa odpowiadająca natężeniu  $n$ ,  $\text{g}/\text{cm}^2$ ,

$\bar{g}$  - średnia gęstość powierzchniowa,  $\text{g}/\text{cm}^2$ .

Średnia gęstość powierzchniowa została obliczona wg wzoru

$$\bar{g} = \frac{\sum_{i=0}^{13} n_i g_i}{\sum_{i=0}^{13} n_i},$$

przy czym wartości  $n_i$  mają znaczenie wag pomiarów.

Współczynniki prostej regresji wyznaczono z zależności

$$\sum_{i=0}^{13} n_i [\ln n_i - a + \mu(g_i - \bar{g})]^2 = \text{minimum}.$$

Dla prostej regresji wyznaczone zostały granice 90% przedziału ufności, pomiaru gęstości powierzchniowej [2]. Granice zostały wyznaczone zgodnie z wzorami:

- lewa granica

$$g_L = \bar{g} - \frac{1,782}{\mu} s_z,$$

- prawa granica

$$g_P = \bar{g} + \frac{1,782}{\mu} s_z.$$

Wartość 1,782 jest wartością zmiennej  $t_{\alpha}$  Studenta przy poziomie istotności 10% i przy 12 stopniach swobody. Oszacowanie odchylenia standardowego  $s_z$  oblicza się za pomocą zależności

$$s_z = \sqrt{s_a^2 + (\bar{g} - \bar{g})^2 s_{\mu}^2 + \frac{s^2}{k \sigma^2 Y}},$$

gdzie

- $s_a$  - oszacowanie odchylenia standardowego parametru  $a$ ,  
 $s_\mu$  - oszacowanie odchylenia standardowego parametru  $\mu$ ,  
 $s$  - oszacowanie odchylenia standardowego regresji,  
 $k$  - parametr ( $k = 1, 2, \dots$ ).

Znaczenie parametru  $k$  można wyjaśnić następująco:

1. Przypadek  $k = 1$  odpowiada pomiarowi z wagą  $n = e^Y$ , imp/min.
2. Przypadek  $k > 1$  odpowiada pomiarowi z wagą  $kn$ , która może być interpretowana jako liczba zliczeń zmierzona w ciągu  $k$  minut.

### 5. Wyniki obliczeń

Wyznaczona na podstawie wyników pomiarowych prosta regresji, posiada równanie

$$Y = 10,6781 - 0,1853 (g - 3,3779).$$

Dla oszacowań odchyłeń standardowych uzyskano następujące wartości:

$$\begin{aligned}
 s_a &= 0,0016, \\
 s_\mu &= 0,0005, \\
 s &= 1,1429.
 \end{aligned}$$

Granice 90% przedziałów ufności wyznaczono dla  $k = 1, 3, 5, 7$  i  $9$ . Dla każdej wartości  $k$  uwzględniono zmiany wartości  $g$  w przedziale  $[0, 12]$  ze skokiem  $\Delta g = 0,5 \text{ g/cm}^2$ .

Granice przedziałów ufności dla  $k = 1, 5$  i  $9$  oraz dla wartości  $g = 0, 1 \dots, 12 \text{ (g/cm}^2\text{)}$  podane zostały w tablicy 1.

Tablica 1

Granice przedziałów ufności na poziomie 90% dla wartości  $k = 1, 5$  i  $9$

$g, \text{ g/cm}^2$	$n, \text{ imp/min}$	$k = 1$		$k = 5$		$k = 9$	
		$\epsilon_L$	$\epsilon_P$	$\epsilon_L$	$\epsilon_P$	$\epsilon_L$	$\epsilon_P$
0,0	81147	-0,045	0,045	-0,029	0,029	-0,026	0,026
1,0	67422	0,953	1,047	0,973	1,027	0,976	1,024
2,0	56018	1,951	2,049	1,973	2,027	1,977	2,023
3,0	46543	2,947	3,053	2,972	3,028	2,977	3,023
4,0	38671	3,942	4,058	3,970	4,030	3,976	4,024
5,0	32130	4,936	5,064	4,967	5,033	4,973	5,027
6,0	26696	5,930	6,070	5,964	6,036	5,970	6,030
7,0	22180	6,922	7,078	6,959	7,041	6,966	7,034
8,0	18429	7,914	8,086	7,954	8,046	7,961	8,039
9,0	15312	8,905	9,095	8,949	9,051	8,956	9,044
10,0	12722	9,896	10,104	9,943	10,057	9,951	10,049
11,0	10570	10,885	11,115	10,936	11,064	10,945	11,055
12,0	8782	11,874	12,126	11,930	12,070	11,939	12,061

## 6. Wyznaczanie gęstości

Przedstawione wyniki pozwalają wyznaczyć gęstość ( $\text{g/cm}^3$ ) badanego absorbenta, jeżeli wiązka promieniowania przebywa (w absorbencie) drogę  $h$  (cm) należącą do przedziału gęstości powierzchniowej od 0 do 12  $\text{g/cm}^2$ .

W celu wyznaczenia gęstości należy zmierzyć:

$N$  - zliczenia odpowiadające absorpcji na drodze  $h$ , imp.,

$t$  - czas pomiaru zliczeń  $N$ , min,

$N_b$  - zliczenia dla  $t_b$ , imp.,

$t_b$  - czas pomiaru zliczeń  $N_b$ , min.

W dalszym ciągu oblicza się kolejno:

$$Y = \ln\left(\frac{N}{t} - \frac{N_b}{t_b}\right),$$

$$\bar{g} = \bar{g} + \frac{a - Y}{\mu},$$

$$s_z^2 = s_a^2 + (g - \bar{g})^2 s_{\mu}^2 + \frac{s^2}{N - N_b},$$

$$s_L = \bar{g} - \frac{t_s}{\mu} s_z,$$

$$s_P = \bar{g} + \frac{t_s}{\mu} s_z.$$

Ostatecznie wynik dla gęstości  $\rho$  ( $\text{g/cm}^3$ ) można zapisać:

$$\rho = \frac{g}{h} + \frac{t_s}{\mu} s_z \frac{1}{h}.$$

Błąd względny wyznaczenia gęstości w procentach jest równy

$$\delta = 100 \frac{t_s s_z}{\mu \bar{g}}.$$

Błąd względny nie zależy od  $h$ .

Wartości błędów względnych wyznaczenia gęstości w procentach podane są w tabelicy 2, dla  $k = 1,5$  i 9 oraz dla  $g = 1,2, \dots, 12$  ( $\text{g/cm}^2$ ).

7. Dyskusja wyników i uwagi końcowe

Wyniki przedstawione w tablicach 1 i 2 pozwalają wyciągnąć następujące wnioski:

1. wzrost parametru  $k$  zmniejsza szerokość przedziałów ufności,
2. przy stałej wartości parametru  $k$  większym wartościom  $g$  (a więc także  $\rho$ ) odpowiadają mniejsze wartości błędów względnych.

Tablica 2

Błąd względny wyznaczania gęstości dla  $k = 1, 5$  i  $9$

$g, \text{ g/cm}^2$	$\delta, \%$		
	$k = 1$	$k = 5$	$k = 9$
1,0	4,7	2,7	2,4
2,0	2,5	1,4	1,2
3,0	1,8	0,9	0,8
4,0	1,5	0,8	0,6
5,0	1,3	0,7	0,5
6,0	1,2	0,6	0,5
7,0	1,1	0,6	0,5
8,0	1,1	0,6	0,5
9,0	1,1	0,6	0,5
10,0	1,1	0,6	0,5
11,0	1,1	0,6	0,5
12,0	1,1	0,6	0,5

Z danych tablicy 2 wynika, że dla wartości  $g$  z przedziału  $[1,12]$  wartości błędów względnych wyznaczone na poziomie ufności równym 90% zmniejszają się ze wzrostem  $g$ , a od pewnej gęstości powierzchniowej osiągają - w przybliżeniu - wartości ustalone. Np. dla  $k = 1$  dokładność pomiarów jest najlepsza dla gęstości powierzchniowych większych od ok.  $6,0 \text{ g/cm}^2$  ( $\delta$  wynosi ok. 1,1%). Dla  $k = 9$  najlepszą dokładność ( $\delta \approx 0,5\%$ ) uzyskuje się dla wartości  $g$  większych od ok.  $4,0 \text{ g/cm}^2$ . Uzyskane wartości błędów należy rozpatrywać pod kątem błędów gęstościomierzy izotopowych opartych na metodzie absorpcyjnej gamma. Błędy gęstościomierzy podanego typu mieszczą się w granicach kilku procent.

Przeprowadzone pomiary były koregowane o wartość natężenia tła równą  $350 \text{ imp./min}$ . Korekcji ze względu na czas martwy nie zastosowano.

Przed przystąpieniem do pomiarów próbki były przechowywane w laboratorium przez okres mniej więcej 3 miesiące, dostatecznie długi dla osiągnięcia stałych parametrów. Wilgotność próbek nie była mierzona.

Zastosowanie izotopu  $\text{Am-241}$  (10 mCi), emitującego miękkie promieniowanie gamma, wyraźnie upraszcza środki, konieczne do podjęcia z punktu ochrony radiologicznej. Moc dawki była mierzona radiometrem RK-67. Maksy-

malna moc dawki zmierzona na powierzchni pojemnika źródła była równa 0,2 mR/h. Moc dawki wiązki promieniowania wysyłanej przez źródło otworem kolimacyjnym wynosiła 23 mR/h. Istniejąca osłona źródła umożliwia bezpieczne stosowanie źródeł o większych aktywnościach. Większe aktywności poprawiają czułość metody pomiarowej.

Przedstawiona metoda laboratoryjna wyznaczania gęstości może być rozciągnięta na materiały drewnopochodne, np. na wióry i trociny. Wpływ przeszczerzeń powietrznych, wyraźnie występujących w przypadku wiórów, może być pominięty w związku z zastosowaniem absorpcyjnej metody pomiarowej.

Przyjęta metoda pomiarowa i zastosowana aparatura mogą być zaadaptowane do wyznaczania gęstości materiałów drewnopochodnych na przemysłowym stanowisku badawczym.

### 8. Zagadnienie wilgotności

Zmiany wilgotności względem wilgotności, przy której wyznaczono prostą regresji, modyfikują masowy współczynnik oddziaływania.

Jeżeli wilgotność określimy wzorem

$$w = \frac{M - M_0}{M_0},$$

gdzie

$M$  - masa próbki przy wilgotności równej  $w$ , g,

$M_0$  - masa próbki w stanie suchym, g,

wówczas zmianie masy  $\Delta M$  odpowiada zmiana wilgotności

$$\Delta w = \frac{\Delta M}{M_0}.$$

Masowy współczynnik oddziaływania przy wilgotności równej  $(w + \Delta w)$  może być obliczony wzorem

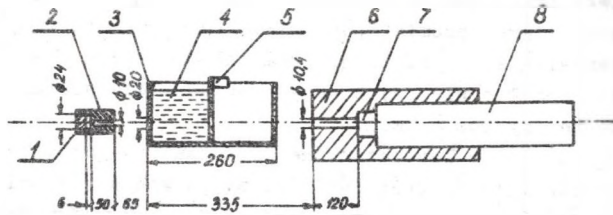
$$\mu(w + \Delta w) = \frac{\mu(w)M + \mu_1 \Delta M}{M + \Delta M},$$

gdzie

$\mu(w)$  - masowy współczynnik oddziaływania przy wilgotności równej  $w$ ,  $\text{cm}^2/\text{g}$ ,

$\mu_1$  - masowy współczynnik oddziaływania dla wody,  $\text{cm}^2/\text{g}$ .

W dostępnej literaturze nie znaleziono wartości współczynnika  $\mu_1$  dla Am-241. Z pomiarów przeprowadzonych przy zastosowaniu geometrii przedstawionej na rysunku 2 otrzymano wartość  $\mu_1$  równą 0,203  $\text{cm}^2/\text{g}$ .



Rys. 2. Geometria układu do pomiaru współczynnika oddziaływania  
 1 - źródło Am-241 o aktywności 10 mCi, 2 - kolimator źródła z żelaza, 3 - pojemnik na wodę z pleksi, 4 - woda, 5 - ścianka ruchoma do zmiany objętości części pojemnika wypełnionej wodą, 6 - kolimator i osłona sondy z ołowiu, 7 - scyntylator NaJ(Tl), 8 - sonda SSU-4

Po wykonaniu odpowiednich przekształceń można napisać równanie różnicowe dla zależności pomiędzy masowym współczynnikiem oddziaływania próbki i wilgotnością

$$\mu(w + \Delta w) = \mu(w) \frac{w + 1}{w + \Delta w + 1} + \mu_1 \frac{\Delta w}{w + \Delta w + 1}.$$

Równanie różnicowe można rozwiązać przechodząc na równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych

$$\frac{d\mu(w)}{\mu_1 - \mu(w)} = \frac{dw}{w + 1}.$$

Przy warunku początkowym  $\mu(0) = \mu_0$  dla  $w = 0$ , otrzymuje się rozwiązanie

$$\mu(w) = \frac{\mu_0 + \mu_1 w}{w + 1}.$$

Zgodnie z wynikami pomiarów w punkcie 5 można napisać

$$\mu(w) = 0,1853 \text{ cm}^2/\text{g}$$

i rozpatrywać przypadek  $\mu_1 > \mu(w) \geq \mu_0$ . Dla tego przypadku funkcja  $\mu(w)$  jest rosnąca i wypukła. Asymptotą funkcji jest prosta pozioma o równaniu  $\mu(w) = \mu_1$ . Nachylenie krzywej jest b. małe i w stosunkowo dużym przedziale zmienności  $w$  można ją aproksymować prostą.

Podany związek pomiędzy masowym współczynnikiem oddziaływania i wilgotnością, uzyskany na drodze teoretycznej, jest funkcją ciągłą klasy  $C^{(1)}$  dla każdego przedziału  $[0, w]$  i  $w > 0$ . W pozycji [3] eksperymentalnie określona zależność pomiędzy liniowym współczynnikiem oddziaływania próbki z drzewa lipowego i jej wilgotnością jest przedstawiona linią ciągłą z



punktem kątowym dla  $w = 0,4$ . Odnośnie wartości wilgotności odpowiadającej punktowi kątowemu istnieją w literaturze duże rozbieżności.

Przy założeniu, że zmiana wilgotności  $\Delta w$  wywołuje zmianę masowego współczynnika oddziaływania równą  $\Delta \mu$  można napisać

$$\mu(w + \Delta w) = \mu(w) + \Delta \mu,$$

gdzie

$$\Delta \mu = \frac{\mu_1 - \mu(w)}{w + \Delta w + 1} \Delta w.$$

W przypadku przyrostu wilgotności spełniającego warunek

$$|\Delta w| < \varepsilon \quad \text{i dla} \quad \mu(w) > \frac{1}{2} \mu_1$$

można wykazać, że prawdziwa jest nierówność

$$\frac{|\Delta \mu|}{\mu(w)} < \varepsilon.$$

Np. dla  $\varepsilon = 0,05$  uzyskuje się  $|\Delta \mu| < 0,01 \text{ cm}^2/\text{g}$ .

Przy założeniu  $\varepsilon = 0,05$  i wykorzystaniu analizy zastosowanej w punkcie 6, otrzymuje się następujące wyrażenie dla gęstości powierzchniowej przy wilgotności równej  $(w + \Delta w)$

$$g(w + \Delta w) = g + (\bar{g} - g) \frac{\Delta \mu}{\mu} + 1,05 \frac{t_s}{\mu} s_z.$$

Wielkości występujące po prawej stronie znaku równości odnoszą się do wilgotności równej  $w$ .

Rozważania z punktu 8 mogą być dostosowane do każdej wartości wilgotności odniesienia, względem której rozpatruje się przyrost wilgotności jeżeli przyrost ten jest dostatecznie mały. W szczególności wartością odniesienia może być ta wartość wilgotności, dla której wyznaczono prostą regresji i przeprowadzono analizę statystyczną opisaną w niniejszej pracy.

Wpłynęło do Redakcji w lutym 1972 r.

## LITERATURA

1. Materiały promieniotwórcze, Katalog, Instytut Badań Jadrowych, Świerk k/Warszawy, 1967.
2. Hald A.: "Statistical Theory with Engineering Applications", (tłum. na jęz. ros.), New York, 1952.
3. Jokel J.: "Vplyv vlhkosti dreva na absorpciu gama žiarenia", Drevársky Výskum, 2, 1965.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ДРЕВЕСНЫХ МАТЕРИАЛОВ  
С ПОМОЩЬЮ КРИВОЙ АБСОРБЦИИ ГАММА ИЗЛУЧЕНИЯ

## Резюме

В предлагаемой работе описываются абсорбционные измерения образцов с основного дерева, с применением источника гамма излучения. Обработка результатов измерений и применение кривой абсорбции, допускают возможность определения плотности материала образцов на доверительном уровне 90%. Рассматривается также возможность определения плотности древесных материалов для достаточно малых приращений влажности.

DETERMINATION OF THE DENSITY OF WOODEN MATERIALS USING THE  
ABSORPTION CURVE FOR GAMMA RAYS

## Summary

In this paper the absorption measurements of pine samples with the use of gamma source are described. The absorption curve for experimental data allows to determine the density with the confidence level of 90 p.c. The possibility of determination of the density for other wooden materials with sufficient small variation of moisture is discussed.