

ANNA BŁACH

PRZYCZYNEK DO ZAGADNIENÍ ROZWINIĘĆ POWIERZCHNI
STOŻKOWYCH OBROTOWYCH

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę stosowalności konstrukcji Kochańskiego do rozwinięć powierzchni stożkowych obrotowych.

Przy wykonywaniu rozwinięcia poboczniczy stożka obrotowego, stosuje się najczęściej metodę polegającą na podziale okręgu podstawy o promieniu r , na pewną ilość łuków i przeniesieniu tych łuków na łuk okręgu o promieniu R , równym długości tworzącej, bezpośrednio przy pomocy ich cięciw. W ten sposób wobec warunku $R > r$ popełniany jest błąd powodujący niedomiar, który przez zagęszczenie podziału można ograniczyć do praktycznie dopuszczalnej wielkości. Wielkość niedoboru jest uzależniona od wartości stosunku $R : r$ i zwiększa się wraz ze wzrostem tej wartości.

Alternatywną konstrukcją jest rozwinięcie okręgu podstawy metodą Kochańskiego i "nawinięcie" na okrąg o promieniu R odcinka o długości $2\pi r$, przez jego podział na pewną ilość części i przeniesienie ich jako cięciw na łuk o promieniu R . Konstrukcja ta daje wyniki obarczone pewnym nadmiarem, który maleje wraz ze wzrostem wartości stosunku $R:r$.

Powstaje pytanie, którą z obydwu metod można uważać za dokładniejszą, a w konsekwencji bardziej zalecaną do stosowania.

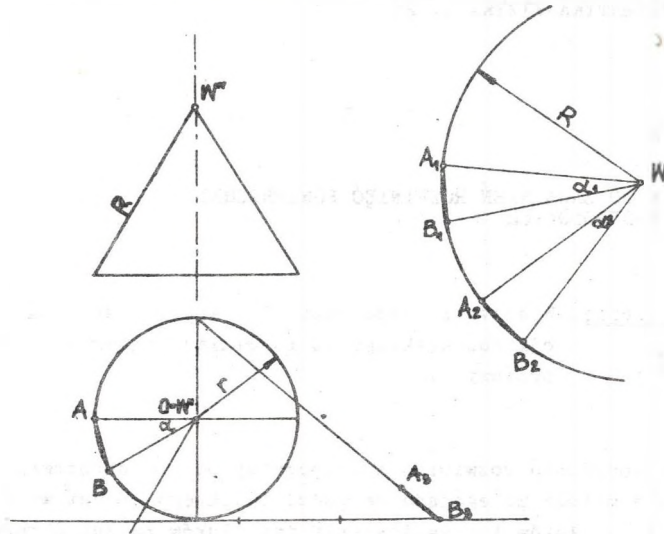
Aby odpowiedzieć na to pytanie przeprowadzono analizę wielkości błędów w obydwu metodach, opartą o poniższe obliczenia.

Obliczenia zostały wykonane w Ośrodku Maszyn Matematycznych Politechniki Śląskiej.

Pominięto przy tym niewielki błąd różniący konstrukcję Kochańskiego od teoretycznego rozwinięcia okręgu na odcinek linii prostej.

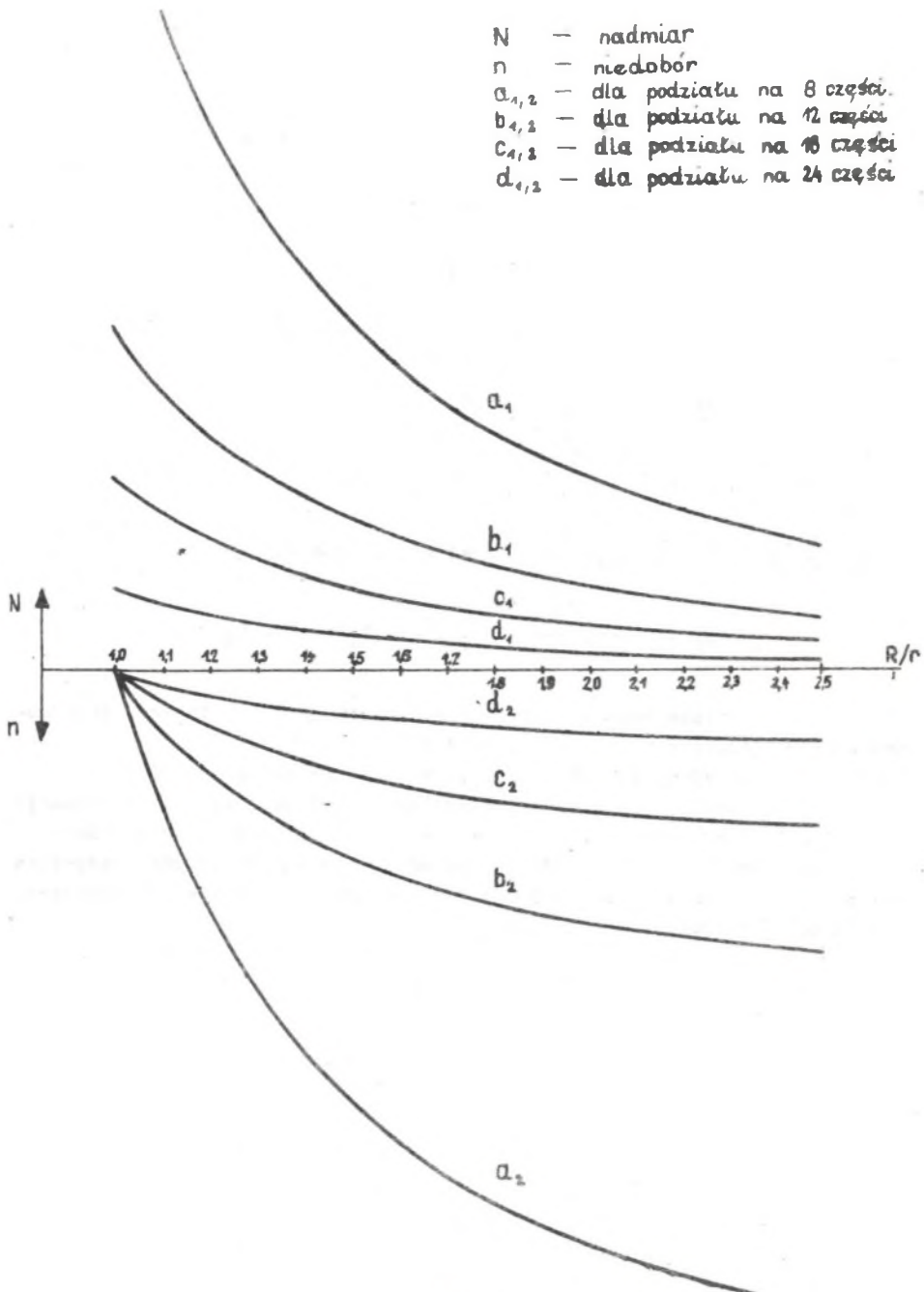
Wyniki obliczeń podano w formie tabelarycznej oraz sporządzono wykresy niedomiarów i nadmiarów.

Ze względu na duże wartości liczbowe nie podano wykresu dla podziału na cztery części, gdyż należałoby zmienić podziałkę rysunku, co zmniejszyłoby jego czytelność.



Rys. 1

R:r	m = 24		m = 16		m = 12		m = 8		m = 4	
	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N
1,0	0,0000	0,1808	0,0000	0,4109	0,0000	0,7408	0,0000	1,7385	0,0000	9,4353
1,1	0,0313	0,1492	0,0709	0,3385	0,1274	0,6088	0,2924	1,4175	1,3920	7,1451
1,2	0,5551	0,1253	0,1246	0,2838	0,2233	0,5094	0,5141	1,1792	2,3387	5,6660
1,3	0,0735	0,1067	0,1662	0,2414	0,2974	0,4326	0,6818	0,9971	3,0203	4,6331
1,4	0,0882	0,0919	0,1991	0,2078	0,3550	0,3721	0,8132	0,8545	3,5321	3,8744
1,5	0,0999	0,0800	0,2256	0,1808	0,4029	0,3234	0,9181	0,7408	3,9259	3,2965
1,6	0,1096	0,0703	0,2472	0,1588	0,4411	0,2838	1,0032	0,6486	4,2383	2,8440
1,7	0,1176	0,0623	0,2651	0,1405	0,4728	0,2510	1,0732	0,5727	4,4903	2,4818
1,8	0,1242	0,0555	0,2801	0,1253	0,4992	0,2237	1,1316	0,5094	4,6969	2,1868
1,9	0,1299	0,0498	0,2972	0,1124	0,5216	0,2005	1,1808	0,4562	4,8687	1,9428
2,0	0,1347	0,0449	0,3035	0,1014	0,5406	0,1808	1,2226	0,4109	5,0131	1,7385
2,1	0,1389	0,0408	0,3128	0,0919	0,5569	0,1639	1,2585	0,3721	5,1358	1,5655
2,2	0,1425	0,0371	0,3208	0,0837	0,5711	0,1492	1,2894	0,3385	5,2411	1,4175
2,3	0,1456	0,0340	0,3278	0,0766	0,5834	0,1365	1,3164	0,3094	5,3320	1,2900
2,4	0,1484	0,0312	0,3340	0,0703	0,5942	0,1253	1,3400	0,2838	5,4112	1,1792
2,5	0,1508	0,0287	0,3394	0,0648	0,6038	0,1154	1,3608	0,2613	5,4805	1,0823
∞		0,0000		0,0000		0,0000		0,0000		0,0000



Rys. 2

Oznaczenia

$$\overline{AB} = c \quad \widehat{AB} = \alpha \quad \alpha = \frac{360^\circ}{m} \quad L = m \times \alpha = 2\pi r$$

$$\overline{A_3B_3} = \widehat{AB} = \alpha \quad \widehat{A_1B_1} = \alpha_1 \quad \overline{A_1B_1} = \overline{AB} = c \quad L_1 = m \times \alpha_1$$

$$\overline{A_2B_2} = \overline{A_3B_3} = \alpha \quad \widehat{A_2B_2} = \alpha_2 \quad L_2 = m \times \alpha_2$$

Obliczenie niedoboru "n" i nadmiaru "N"

$$1. \text{ z } \Delta ABO \quad c = 2 \times r \times \sin \frac{\alpha}{2} \quad \alpha = \frac{2 \times \pi \times r}{m}$$

$$2. \text{ z } \Delta A_1B_1W \quad \sin \frac{\alpha_1}{2} = \frac{c}{2 \times R} \quad (\text{stąd wielkość } \alpha_1)$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi \times R \times \alpha_1}{180^\circ} \quad L_1 = m \times \alpha_1 \quad n = L - L_1$$

$$3. \text{ z } \Delta A_2B_2W \quad \sin \frac{\alpha_2}{2} = \frac{c}{2 \times R} \quad (\text{stąd wielkość } \alpha_2)$$

$$\alpha_2 = \frac{\pi \times R \times \alpha_2}{180^\circ} \quad L_2 = m \times \alpha_2 \quad N = L_2 - L$$

Obliczenia przeprowadzono dla różnych podziałów okręgu podstawy, przyjmując kolejno jako wartość $m - 24, 16, 12, 8, 4$.

Wielkość $R:r$ przyjęto od 1,0 do 2,5 przyjmując wartości co 0,1.

Analizując wyniki obliczeń można wyciągnąć wniosek, że przy zachowanym $R:r \cong 1,4$ do 1,5 obydwie metody dają rezultaty o podobnej dokładności.

Dla wartości $R:r < 1,4$ bardziej dokładną metodą jest metoda tradycyjna zaś przy $R:r > 1,4$ większą dokładność można uzyskać stosując do rozwinięcia okręgu konstrukcję Kochańskiego.

REMARKS ON CONSTRUCTION OF A RIGHT CIRCULAR CONE DEVELOPMENT

S u m m a r y

The author gives an analysis of the errors in the practical construction of the development of a right circular cone.

A limit for applying Kohanski's construction has been determined.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕТКИ К ВОПРОСУ РАЗВЕРТКИ
КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Р е з ю м е

В работе проведен анализ погрешностей связанных с практическим методом развертки конических поверхностей вращения. Определено предел целесообразного использования конструкции Ксханского.