

Kazimierz WANAT, Piotr KOŁODZIEJCZYK

LOKALIZACJA WSTRZĄSÓW W JEDNORODNYM I IZOTROPOWYM OŚRODKU

Streszczenie. Praca zawiera opis metody lokalizacji wstrząsów górniczych z możliwością równoczesnej oceny prędkości propagacji fal sejsmicznych. Prezentujemy nowy sposób rozwiązywania układów nieliniowych równań algebraicznych. Dla oceny stopnia zgodności z przyjętego modelu propagacji fal sejsmicznych z rzeczywistością wprowadzono miarę nieadekwatności modelu.

LOCATION OF SEISMIC EVENTS IN ISOTROPIC AND HOMOGENEOUS MEDIUM

Summary. The paper presents the location procedure of seismic events in mines. Seismic source location can be improved by a method that simultaneously determines hypocenters and velocity of seismic waves in the case of homogeneous medium. A new method for solving a set of nonlinear algebraic equation is presented. Because of accuracy important the measure of the distance between the physical theory and reality is proposed.

1. Wprowadzenie

Celem zlokalizowania wstrząsu jest znalezienie wektora $\vec{r}^T_o = (x_o, y_o, z_o)$ współrzędnych jego hipocentrum. Równoległe z samą lokalizacją, o ile jest to tylko możliwe, staramy się oznaczyć pewne parametry charakteryzujące ośrodek, w którym rozchodzą się fale sejsmiczne. W rozważanym przypadku jednorodnego izotropowego ośrodka jedynym tego rodzaju parametrem jest prędkość rozchodzenia się fal c czy też spowolnienie $s=1/c$. Gdyby ośrodek nie zmieniał swoich właściwości wraz z upływem czasu, to raz wyznaczona prędkość propagacji fal sejsmicznych mogłaby być zawsze używana do lokalizacji wszystkich następnych wstrząsów górniczych. Doświadczenie pokazuje jednak, że jest inaczej. Prędkości fal sejsmicznych zmieniają się wraz z czasem i zależą od miejsca powstania wstrząsu oraz

kierunku propagacji. Z tych też względów przyjęcie modelu jednorodnego, izotropowego ośrodka przy lokalizacji wstrząsów kopalnianych jest bardzo odległą idealizacją rzeczywistości. Z drugiej strony, gdyby już tak odległe przybliżenie dawało wyniki z dokładnością wystarczającą do celów praktycznych, to nie istniałyby powody dalszej komplikacji postawionego problemu. Dla oceny „odległości” model - rzeczywistość proponujemy przyjąć miarę nieadekwatności modelu u . Jeśli miara nieadekwatności oznaczona dla analizowanego wstrząsu przewyższa wartość wynikającą z uwzględnienia błędu odczytu czasów rejestracji fal sejsmicznych, wówczas należy zmienić model propagacji fal sejsmicznych. W przeciwnym przypadku uznajemy poprawność otrzymanych wyników. Przy takim rozumieniu zagadnienia, mamy do czynienia z procesem kolejnych przybliżeń. Każdy etap lokalizacji polega na wyznaczeniu współrzędnych hipocentrum wstrząsu przy coraz to bardziej złożonych modelach ośrodka skalnego. Wyniki uzyskane na poprzednim etapie procesu są danymi wejściowymi dla następnego kroku. Model jednorodnego izotropowego ośrodka jest więc pierwszym przybliżeniem lokalizacji dostarczającym niezbędnych danych początkowych dla serii kroków całego procesu. Podkreśla to i wyróżnia jego znaczenie.

2. Układ równań lokalizacyjnych

Czas t_i przejścia fal sejsmicznych od źródła ich powstania $\vec{r}^T_o = (x_o, y_o, z_o)$ do punktu rejestracji $\vec{r}^T_i = (x_i, y_i, z_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$ wynosi:

$$t_i = t_o + s d_i \quad (2.1)$$

gdzie:

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2 + (z_i - z_o)^2} \quad (2.2)$$

jest odległością pomiędzy hipocentrum wstrząsu oraz i -tym sejsmometrem, s jest spowolnieniem, natomiast t_o oznacza czas powstania wstrząsu.

Z uwagi na błędy pomiarowe oraz niezgodność przyjętego modelu propagacji fal z rzeczywistością, odczytywane z sejsmogramów czasy t_i różnią się od wyliczonych ze wzoru (2.1). Odchyłka ε_i czasu dojścia fal sejsmicznych zmierzonego na i -tym sejsmometrze i czasu obliczonego z modelu wynosi

$$\varepsilon_i = t_i - t_o - sd_i. \quad (2.3)$$

Najlepsze w sensie metody najmniejszych kwadratów [1] parametry ogniska wstrząsu \vec{r}_o oraz parametry ośrodka $s = 1/c$ uzyskamy minimalizując sumę kwadratów wszystkich N odchyłek ε_i

$$J(t_o, s, x_o, y_o, z_o) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \min. \quad (2.4)$$

Warunek minimum funkcjonału J będzie spełniony, jeśli

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial t_o} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial s} = 0, \\ \frac{\partial J}{\partial x_o} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial y_o} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial z_o} = 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Pozwala to uzyskać układ równań algebraicznych na poszukiwane zmienne. Pierwsze dwa warunki (2.5) po skorzystaniu ze wzorów (2.4), (2.3) i wykonaniu wskazanych różniczkowań prowadzą do układu dwu równań liniowych

$$\begin{aligned} Nt_o + s \sum_{i=1}^N d_i &= \sum_{i=1}^N t_i, \\ t_o \sum_{i=1}^N d_i + s \sum_{i=1}^N d_i^2 &= \sum_{i=1}^N t_i d_i. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Jego rozwiązanie ma postać

$$t_o = \left(\sum_{i=1}^N t_i \sum_{i=1}^N d_i^2 - \sum_{i=1}^N t_i d_i \sum_{i=1}^N d_i \right) / \Delta, \quad (2.7)$$

$$s = \left(N \sum_{i=1}^N t_i d_i - \sum_{i=1}^N t_i \sum_{i=1}^N d_i \right) / \Delta, \quad (2.8)$$

gdzie:

$$\Delta = N \sum_{i=1}^N d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N d_i \right)^2. \quad (2.9)$$

Pozostałe trzy z warunków (2.5) można przedstawić w formie

$$\begin{aligned} x_o &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i + \frac{c}{N} \left(t_o \sum_{i=1}^N \frac{x_i - x_o}{d_i} - \sum_{i=1}^N t_i \frac{x_i - x_o}{d_i} \right), \\ y_o &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i + \frac{c}{N} \left(t_o \sum_{i=1}^N \frac{y_i - y_o}{d_i} - \sum_{i=1}^N t_i \frac{y_i - y_o}{d_i} \right), \\ z_o &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i + \frac{c}{N} \left(t_o \sum_{i=1}^N \frac{z_i - z_o}{d_i} - \sum_{i=1}^N t_i \frac{z_i - z_o}{d_i} \right). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Sposób obliczanie współrzędnych ogniska wstrząsu tylko nieznacznie zależy od tego, czy wyznaczamy prędkość fal sejsmicznych, czy też uznajemy ją za znaną. W pierwszym kroku iteracji przyjmuje się dowolne przybliżenie (x_o^0, y_o^0, z_o^0) współrzędnych ogniska wstrząsu i korzystając z (2.2) oblicza się wszystkie odległości $d_i, (i = 1, 2, \dots, N)$. Następnie, obliczane jest t_o z zależności (2.7), a w przypadku wyznaczania prędkości fal sejsmicznych oblicza się ich spowolnienie zgodnie ze związkem (2.8). Relacje (2.10) wykorzystuje się teraz do obliczenia następnego (x_o^1, y_o^1, z_o^1) przybliżenia współrzędnych ogniska wstrząsu. Proces obliczeń można teraz powtórzyć od początku. Obliczenia są przerywane, jeśli i -te oraz $i+1$ przybliżenie hipocentrum różnią się nie więcej niż o zadaną, małą wartość $\eta > 0$, tj. jeśli spełnione są relacje

$$\begin{cases} |x_o^{i+1} - x_o^i| < \eta \\ |y_o^{i+1} - y_o^i| < \eta \\ |z_o^{i+1} - z_o^i| < \eta \end{cases} \quad (2.11)$$

lub jeśli ilość iteracji przewyższy zadaną, maksymalną wartość M_{iter} .

Rozwiązanie nieliniowego układu równań algebraicznych (2.10) może być uzyskane innymi, znanymi metodami. Opisy niektórych z nich, uzupełnione algorytmami numerycznymi, można znaleźć w pracy [2]. Wydaje się jednak, że przedstawiony tu sposób jest najłatwiejszy do zaprogramowania. Warunki zbieżności prezentowanej metody rozwiązywania układów nieliniowych równań algebraicznych podano w uzupełnieniu.

3. Miara nieadekwatności

Spowolnienie prędkości rozchodzenia się fal sejsmicznych s jest jednym z parametrów wyznaczanych w procesie lokalizacji wstrząsu. Można go obliczyć z zależności (2.7). Wartość tego parametru wynika z nałożonego warunku zminimalizowania sumy kwadratów (2.4) odchyłek zmierzonych i obliczonych czasów rejestracji pierwszych wejść fal sejsmicznych. Można też, korzystając z definicji spowolnienia, obliczyć go oddzielnie dla każdego sejsmometru

$$s_i' = \frac{t_i - t_o}{d_i} \quad (3.1)$$

a średnia

$$s' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{t_i - t_o}{d_i} \quad (3.2)$$

będzie najlepszym estymatorem spowolnienia fal sejsmicznych w ośrodku. W idealnym przypadku, przy braku błędów pomiarowych i pełnej zgodności modelu z ośrodkiem rzeczywistym, spowolnienia obliczone tymi dwoma sposobami są sobie równe $s=s'$. Rzeczywisty ośrodek i rzeczywiste pomiary wywołają zachwianie tej równości. Odejmując (2.8) od (3.2) łatwo uzyskamy relację

$$u = \left(N - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \right) \sum_{i=1}^N t_i d_i - \frac{1}{N} \left(N \sum_{i=1}^N d_i - \sum_{i=1}^N d_i^2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \right) \sum_{i=1}^N t_i - \left(\sum_{i=1}^N d_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N d_i \right)^2 \right) \sum_{i=1}^N \frac{t_i}{d_i} \quad (3.3)$$

Parametr u o wymiarze [ms] określa proponowaną miarę nieadekwatności przyjętego modelu ośrodka. W wyniku prostych eksperymentów numerycznych można wyznaczyć maksymalne u_{\max} wywołane jedynie błędami odczytu czasów pierwszych wejść fal sejsmicznych. Dla sieci sejsmometrycznej kopalni Rudna maksymalna wartość nieadekwatności wynikająca z błędu odczytu czasów pierwszych wejść fal sejsmicznych jest rzędu 100. Nieadekwatności obliczane dla około 200 wstrząsów zarejestrowanych w tej kopalni są ponad 10 razy większe. Jeśli obliczona nieadekwatność modelu u nie przewyższa u_{\max} , możemy się starać o skorygowanie błędnie odczytanych pomiarów. Gdy nieadekwatność wykracza poza tę wartość, konieczna jest zmiana przyjętego modelu propagacji fal.

4. Uzupełnienie

Układ n nieliniowych równań algebraicznych na n niewiadomych $\bar{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

jest przekształcony do postaci:

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ x_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ x_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (4.1)$$

co będzie wygodnie zapisać w formie macierzowej

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \bar{f}(\bar{x}), \\ \bar{x}^T &= (x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \bar{f}^T &= (f_1, f_2, \dots, f_n)\end{aligned}\quad (4.2)$$

Niechaj wektor \bar{x} będzie dokładnym rozwiązaniem układu (4.1), a wektor $\bar{x}^{(k)} = \bar{x} + \bar{\Delta}_k$ jego k -tym przybliżeniem ($k=1, 2, 3 \dots$) obliczonym z zależności (4.2).

Po rozwinięciu w szereg Taylora wyrażenia $\bar{f}(\bar{x}^{(k-1)})$ wokół punktu \bar{x} i odrzuceniu nieliniowych wyrazów szeregu można zapisać ciąg relacji

$$\begin{aligned}\bar{x}^{(k)} &= \bar{f}(\bar{x} + \bar{\Delta}_{k-1}), \\ \bar{x}^{(k)} &= \bar{f}(\bar{x}) + \bar{f}_{,x} \bar{\Delta}_{k-1}, \\ \bar{x}^{(k)} &= \bar{x} + \bar{f}_{,x} \bar{\Delta}_{k-1}\end{aligned}\quad (4.3)$$

gdzie:

$$\bar{f}_{,x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}\quad (4.4)$$

Wektor błędu rozwiązania na k -tym kroku iteracji wynosi więc

$$\bar{\Delta}_k = \bar{f}_{,x} \bar{\Delta}_{k-1}\quad (4.5)$$

Po wykonaniu K iteracji wektor błędu uzyskanego przybliżenia jest równy

$$\bar{\Delta}_K = (\bar{f}_{,x})^K \bar{\Delta}_0\quad (4.6)$$

Zapisując wektor $\bar{\Delta}_0$ w bazie wektorów własnych \bar{h}_i macierzy $\bar{f}_{,x}$ o wartościach własnych λ_i , dostajemy

$$\bar{\Delta}_0 = \sum_{i=1}^n a_i \bar{h}_i\quad (4.7)$$

a uwzględniając (4.6) mamy

$$\bar{\Delta}_K = \sum_{i=1}^n \lambda_i^K a_i \bar{h}_i.\quad (4.8)$$

Jeśli więc największa co do modułu wartość własna λ_{\max} macierzy \vec{f}_x będzie mniejsza od jedynki, to błąd kolejnych przybliżeń będzie malał do zera przy wzroście liczby iteracji K . Proces iteracyjny będzie wówczas zbieżny niezależnie od przyjętego przybliżenia początkowego. Prędkość zbieżności procesu limitowana jest wartością λ_{\max} . Im mniejsze jest λ_{\max} , tym szybciej uzyskamy rozwiązanie układu równań (4.1). Jeśli $|\lambda_{\max}| \geq 1$, proces staje się rozbieżny.

LITERATURA

1. Tarantola A.: Inverse problem theory. Elsevier 1987.
2. Wanat K.: Algorytmy numeryczne. DIR, Gliwice 1993.

Recenzent: Prof. dr hab.inż. Józef Dubiński

Wpłynęło do Redakcji 14.10.1996 r.

Abstract

A new method for mining tremors location and velocity model determination is formulated based on the model of homogeneous medium. Mining tremors location can be improved by a method that simultaneously determines hypocenters and velocity of seismic waves. The origin times can be excluded with that accounting by the special numerical method has been proposed. Because the real rocks environment is more complicated then this simple model, its use introduces unavoidable errors in the process of tremors location and velocity determination. Finally, the measure of the distance between the reality and the physical model is proposed.