ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
Seria: GÓRNICTWO z. 238 Nr kol. 1399

Jacek KUNYSZ, Tadeusz TUMIDAJSKI
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

PROBLEMY STABILNOŚCI I ADAPTACJI MODELI MATEMATYCZNYCH PRZEMYSŁOWYCH PROCESÓW PRZERÓBCZYCH

Streszczenie. Wiele dotychczasowych prac dotyczących modelowania matematycznego procesów przeróbczych wykazało, że możliwy jest bardzo dokładny opis procesu wieloma ich rodzajami. Należy jednak przyjąć, że wraz ze zmianą własności nadawy związaną z postępem robót górniczych, zmianą warunków pracy urządzeń współczynniki występujące w modelach będą zmieniały swoje wartości.

W artykule omówiono metodykę identyfikacji adaptacyjnej tych modeli. Pokazano także na przykładzie modeli matematycznych układu flotacji piasków sposób wyznaczania korekt współczynników modeli.

PROBLEMS OF STABILITY AND ADAPTATION OF INDUSTRIAL MINERAL DRESSING PROCESSES MATHEMATICAL MODELS

Summary. Majority of works concerning mathematical modelling of mineral dressing processes have demonstrated that the very accurate characterization of processes by many klinds of models is possible. It must be assumed that together with changes of feed properties connected with an mining works development and changes of machine work's conditions coefficients appearing in models changes their values. The adaptation methodology of identification of models is showed in the paper. The directions of use way of determination of model coefficients proofs is also showed on the base of mathematical models of the sand flotation in ZWR „Rudna".

1. Wprowadzenie

Modelowanie matematyczne procesów przeróbczych spełnia wiele stawianych przed nim zadań, związanych z poznaniem tych procesów oraz z praktycznym wykorzystaniem poznanych zależności. Z pierwszą grupą zadań wiążą się modele statyczne, które opisują wynik procesu (wskaźnik jego efektywności) wyłącznie w zależności od uśrednionych w czasie lub ustalonych przez eksperymentatora własności materiału, zadanych wartości i (niezmiennych w czasie) zmiennych procesowych (gęstości, przepływów, stężeń odczynników itp.). Są to modele wynikające z teoretycznej analizy procesów - tzw. modele heurystyczne lub modele będące wynikiem statystycznego opracowania wyników eksperymentów laboratoryjnych czynnych wspartych ewentualną analizą teoretyczną, narzucającą postacie używanych zależności i kończącą się estymacją wskazanych parametrów modeli [2,6].

W warunkach przemysłowych określenie modeli statycznych zmienia w dużym stopniu sens, ponieważ rzadko mamy do czynienia z procesami cyklicznymi o stałym czasie trwania, co prowadziłoby do jednoznacznego powiązania warunków pracy procesu w cyklu z jego efektami. Uwzględnienie czasu przejść materiału przez proces, czasu zadziałania zmiany wartości zmiennej procesowej, czasu zaistnienia wzajemnych oddziaływań regulowanych wielkości jest zagadnieniem trudnym i prowadzi do budowy modeli dynamicznych w sensie badania czasów odpowiedzi i wzajemnych powiązań wartości określonego sygnału w czasie lub modeli kinetycznych związanych z analizą transportu masy w czasie [4,5].

Dynamikę zmian wartości sygnału bada się z reguły opierając się na korelacyjnej teorii procesów stochastycznych. Pozwala to, między innymi, ustalić czasy opóźnień dla wybranych zmiennych, co stanowi podstawę do organizacji sterowania procesami oraz budowy quasi-statycznych modeli matematycznych procesów przemysłowych.

Jeżeli przyjmiemy, że model taki ma ogólną postać:

$$\mathbf{w} = \mathbf{f(X,Y,Z)} \tag{1}$$

gdzie:

w - jest wskaźnikiem oceny procesu,

X - jest wektorem wielkości mierzalnych i niesterowalnych (np. własności nadawy),

Y - wektor wielkości sterujących,

Z - wektor zakłóceń,

to z wektorami **X** i **Y** musimy związać wektory opóźnień między wielkością **w** a ich składowymi. Modele o postaci (1) są możliwe do wyznaczenia na podstawie eksperymentu czynnego lub biernego, przeprowadzanych w konkretnym układzie przemysłowym. Postacie modelu (aproksymacji) zależą od możliwości pomiarowych zakładu (m. in. wyposażenie zakładu w automatyczne mierniki) oraz zastosowanych technik obliczeniowych. Najczęściej stosowana jest analiza regresji wielokrotnej w jej różnych wariantach.

Jedną z jej odmian jest określenie parametrów tzw. modeli dyskretnych typu ARMA lub ARMAX, które mają jako składowe autokorelację (AR) wielkości **w** oraz ruchomą średnią (MA - moving average) i ewentualnie wielkości sterujące (egzogenne X). W modelu autoregresyjnym bieżąca wartość procesu jest wyrażona jako skończona kombinacja liniowa poprzednich wartości impulsu i impulsu a_t. Model autoregresji wyraża odchylenie procesu $\tilde{z}_t$ w postaci skończonej sumy ważonej p poprzednich odchyleń procesu $\tilde{z}_{t-1}, \tilde{z}_{t-2}, \tilde{z}_{t-p}$ plus impuls losowy a_t. Modele mieszane stosuje się w celu osiągnięcia większej elastyczności w dopasowaniu modelu do rzeczywistego szeregu czasowego. Modele takie uzyskiwane w określonym czasie badań wykazują dużą zgodność z wynikami rzeczywistymi i mogą stanowić podstawę algorytmizacji sterowania. Należy jednak przyjąć, że wraz ze zmianą własności nadawy związaną z postępem robót górniczych, zmianą warunków pracy urządzeń współczynniki występujące w modelach będą zmieniały swoje wartości.

W prezentowanym artykule przedstawiono w pewnym stopniu wybrane zagadnienia dostosowywania regulacji do zmieniających się wpływów ośrodka, a także problem adaptacji modeli matematycznych procesów przemysłowych, czyli ich identyfikacji adaptacyjnej.

2. Regulacja adaptacyjna

Dla rozważanych wyżej sytuacji zakładano, że sterowany obiekt jest stacjonarny, a zakłócenia mają co najwyżej ściśle określone niestacjonarności. Dzięki temu wystarcza jednorazowa identyfikacja obiektu i zakłóceń oraz jednorazowe strojenie algorytmu regulacji przed uruchomieniem układu. Założenia te często jednak nie są słuszne. Właściwości dynamiczne obiektów przemysłowych mogą zmieniać się w tak szerokim zakresie, że możliwa do uzyskania mała wrażliwość układów regulacji na zmiany parametrów obiektów już nie wystarcza do otrzymania wymaganej jakości regulacji lub nawet stabilności układu regulacji. Dlatego w celu zapewnienia otrzymania wymaganej jakości sterowania konieczna jest adaptacja (dostrajanie) algorytmu regulacji podczas realizacji tych algorytmów. [3]

W doświadczalnym sposobie opracowywania algorytmów sterowania można wyróżnić dwie metody:

- algorytmy sterowania procesu w stanie ustalonym. Rozumie się przez to zarówno statyczne, jak i dynamiczne prowadzenie procesu, przy czym stopień osiągalnego sterowania może być wystarczający tylko w przypadku szczególnie regularnej pracy ciągu technologicznego,

- algorytmy oparte na adaptacji stanu ustalonego z włączeniem zjawisk przejściowych, dzięki czemu regulacja staje się wykonalna w szerszym zakresie warunków roboczych, co odbija się szczególnie korzystnie dla okresów o dużej niestabilności. Główne problemy w tym przypadku sprowadzają się do teoretycznego sformułowania równań między wielkościami wejściowymi i wyjściowymi w celu ujęcia warunków nieustalonych, a regulacja jest dynamiczna w tym sensie, że czas reakcji zmian wielkości wyjściowych na zmiany wielkości wejściowych pozwala na dokonanie poprawek regulacyjnych. Współczynniki równań teoretycznych muszą być określone na drodze doświadczalnej. Podstawową wadą charakterystyk dynamicznych wyznaczonych na drodze doświadczalnej jest to, że ich ekstrapolacja do danych, jakie występują w innym czasie lub innym ciągu technologicznym (w odniesieniu do tego samego procesu), jest trudna, a wręcz nawet niemożliwa.

Możliwość realizacji regulacji adaptacyjnej jest jedną z istotnych zalet komputerowych systemów automatyki, stwarza jednak wiele trudności związanych z zapewnieniem jej stabilności. Analiza stabilności układów regulacji adaptacyjnej jest trudna, gdyż są to układy nieliniowe niestacjonarne, poddawane pobudzeniom losowym. Trudna jest też analiza właściwości adaptacyjnego algorytmu regulacji w odpowiednio długim czasie pracy, w przypadku stabilnego układu regulacji.

Regulacją adaptacyjną stochastyczną nazywa się regulację obiektu zakłócanego stochastycznie o zmieniających się właściwościach dynamicznych toru sterowania i zakłóceń, podczas której przeprowadza się:

- estymację parametrów modelu toru sterowania i zakłóceń obiektu w celu uaktualnienia parametrów algorytmu regulacji (adaptacja pośrednia),
- bezpośrednią estymację takich parametrów algorytmu regulacji, które są w określonym sensie najlepiej dopasowane do aktualnych właściwości dynamicznych obiektu (adaptacja bezpośrednia).

Pod względem trudności realizacyjnych należy rozróżnić przypadki:

1) jednorazowe adaptowanie algorytmu regulacji do stałych, lecz nieznanych właściwości dynamicznych obiektu:

- przy automatycznym strojeniu kilku algorytmów regulacji dla obiektów o stałych parametrach,
- przy powolnych zmianach właściwości dynamicznych obiektu, dla którego wystarcza okresowe (np. raz na zmianę) dostrajanie algorytmu,

2) ciągłe adaptowanie się algorytmu regulacji do właściwości dynamicznych obiektu, zmieniających się powoli lub rzadko. Za rzadkie zmiany własności dynamicznych uważa się takie

zmiany, między którymi znajdują się przedziały czasu o długości przekraczającej czas potrzebny na dostrojenie algorytmu i w których własności dynamiczne obiektu są praktycznie stałe. Zmiany takie są powodowane:

- zmianami obciążenia instalacji wywołującymi zmiany natężeń przepływu przez poszczególne aparaty,
- zmianami właściwości nadawy.

Ciągłe adaptowanie się algorytmu regulacji do właściwości obiektu zmieniających się powoli lub rzadko jest trudniejsze do realizacji niż adaptowanie jednorazowe do stałych, lecz nieznanych właściwości dynamicznych obiektu [3,4].

3. Identyfikacja obiektów statycznych

Identyfikacja w automatyce obejmuje czynności prowadzące do matematycznego opisu obiektu sterowania, sygnałów wejściowych, wyjściowych i zakłóceń. Otrzymujemy model rzeczywistego obiektu i zachodzących w nim zjawisk. W przypadku obiektu takiego, jak ciągi technologiczne wzbogacania rud, jednoznaczna identyfikacja jest często niemożliwa, z powodu dryftu stałych współczynników modelu oraz sygnałów wejścia. Konieczna staje się weryfikacja współczynników modeli oraz działających na ich podstawie algorytmów sterowania [1,5].

Przyjmijmy, że metodą regresji liniowej poszukujemy modelu:

$$\hat{y} = f(\mathbf{X},\mathbf{C}) = \sum_{j=1}^{k} c_j \varphi_j(\mathbf{X}) \tag{2}$$

gdzie:

X - wektor zmiennych zależnych , l = 1,...,p,

C - wektor współczynników, j = 1,...,k,

N - liczba doświadczeń - zestawów danych pomiarowych $\mathbf{X}(x_{1i}, x_{2i}, .., x_{ki}, y_i)$, i = 1,..,N; $N \geq k$,

$\varphi_j(\mathbf{X})$, (j = 1,...,k) jest jest wyspecyfikowanym układem funkcji wielu zmiennych.

Specyficzną cechą takiej struktury jest liniowość funkcji ze względu na parametry $c_1,...,c_k$. Ta liniowość sprowadza problem minimalizacji sumy kwadratów odchyleń do rozwiązania układu równań liniowych, tzn. jeżeli:

$$Q(C) = \sum_{i=1}^{N}[f(\mathbf{X}_i, C) - y_i]^2 \rightarrow \min$$

to jest to równoważne temu, że

$$\frac{\partial Q(C)}{\partial c_j} = 0 \; ; j = 1,\ldots,k \tag{3}$$

i dalej:

$$\sum_{j=1}^{k} c_j \psi_{jl} - \eta_l = 0; \; l = 1,\ldots,k \tag{4}$$

gdzie:

$$\psi_{jl} = \sum_{i=1}^{N} \varphi_j(x_i)\varphi_l(x_i)$$

$$\eta_l = \sum_{i=1}^{N} y_i \psi_l(x_i); \quad j, k = 1,\ldots,k \tag{5}$$

Rozważmy teraz identyfikację adaptacyjną dla obiektu statycznego. Niech $\mathbf{C}_i$ będzie wektorem wartości parametrów na i-tym etapie metody adaptacyjnej. Załóżmy też, że dostajemy nowy zestaw danych $\mathbf{I}_{i+1} = (\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1})$. Dane te powinny pomóc w zastąpieniu $\mathbf{C}_i$ przez $\mathbf{C}_{i+1}$, tzn. być źródłem korekty parametrów:

$$\mathbf{C}_{i+1} = \mathbf{C}_i + \Delta\mathbf{C}_{i+1} \tag{6}$$

Chcemy teraz zastąpić $\mathbf{C}_i$ przez $\mathbf{C}_{i+1}$. Dla lokalnej rozbieżności między wartością przewidzianą przez model a zarejestrowaną na obiekcie

$$q_{i+1}(\mathbf{C}_i) = f(\mathbf{X}_{i+1},\mathbf{C}_i) - y_{i+1} \tag{7}$$

wartość $\Delta\mathbf{C}_{i+1}$ powinna być taka, aby zmniejszać kwadrat tej różnicy. Osiąga się to metodą „antygradientową", czyli:

$$\Delta\mathbf{C}_{i+1} = -\alpha_{i+1} \nabla \, q^2_{i+1}(\mathbf{C}_i) \tag{8}$$

$\alpha_{i=1}$ - dodatni współczynnik, ∇ - operator nabla, $\nabla_C = \left(\frac{\partial q}{\partial c_1},\ldots,\frac{\partial q}{\partial ck}\right)$

$$\nabla_C q^2(\mathbf{C}) = \left(\frac{\partial q^2(\mathbf{C})}{\partial c_1},\ldots,\frac{\partial q^2(\mathbf{C})}{\partial c_k}\right) = 2q(\mathbf{C})\left(\frac{\partial q(\mathbf{C})}{\partial c_1},\ldots,\frac{\partial q(\mathbf{C})}{\partial c_k}\right) = 2q(\mathbf{C})\nabla_C q(\mathbf{C}) \tag{9}$$

Po podstawieniu do (7) otrzymujemy:

$$\nabla q^2(\mathbf{C}) = 2q(\mathbf{C})\nabla_C f(\mathbf{X}, \mathbf{C})$$

W konsekwencji otrzymujemy następujące wyrażenia dla korekty parametrów w (i+1) kroku:

$$\Delta \mathbf{C}_{i+1} = -2\alpha_{i+1} q_{i+1}(\mathbf{C}_i)\nabla_C f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C}_i)$$

$$\text{gdzie} \quad \nabla_C f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C}_i) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C})}{\partial c_1}, \ldots, \frac{\partial f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C})}{\partial c_k}\right)_{C=C_i} \tag{10}$$

Gdy znamy $f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C}_i)$ określoną wzorem (2), to zgodnie z powyższym mamy:

$$\nabla_C f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C}_i) = (\varphi_1(\mathbf{X}_{i+1}), \ldots, \varphi_k(\mathbf{X}_{i+1}))$$
$$q^2(\mathbf{C} - \alpha q(\mathbf{C})\nabla_C f(\mathbf{X}, \mathbf{C})) \to \min_{\alpha > 0}$$

czyli (przy braku szumów) można przyjąć:

$$q^2(\mathbf{C} - \alpha q(\mathbf{C})\nabla_C f(\mathbf{X}, \mathbf{C})) = 0$$

Dla funkcji określonej wzorem (2) mamy:

$q = c_0 + c_1\varphi_1(\mathbf{X}^{i+1}) +, \ldots, + c_k\varphi_k(\mathbf{X}^{i+1}) - y_{i+1}$ oraz $\nabla_C f(\mathbf{X}, \mathbf{C}) = [1, \varphi_1(\mathbf{X}_1{}^{i+1}), \ldots, \varphi_k(\mathbf{X}_k{}^{i+1})]$

stąd:

$$(c_0 - 2\alpha q \cdot 1) + (c_1 - 2\alpha q c_1 \varphi_1(\mathbf{X}^{i+1}) \cdot \varphi_1(\mathbf{X}_1{}^{i+1}) +, \ldots, + (c_k - 2\alpha q c_k \varphi_k(\mathbf{X}^{i+1}) \cdot \varphi_k(\mathbf{X}_k{}^{i+1}) - y_{i+1} = 0 \tag{11}$$

Rozwiązanie daje optymalną wartość α^*.

Dla przypadku funkcji liniowej (2) otrzymujemy więc:

$$\alpha^* = \frac{1}{2}\left[1 + \sum_{j=1}^{k} \varphi_j^2(\mathbf{X}^{i+1})\right]^{-1} \tag{12}$$

gdzie $\varphi_j(\mathbf{X}^{i+1})$ jest układem współrzędnych wektora wejść $\mathbf{X}$ w chwili i+1.

4. Identyfikacja modeli dynamicznych

Model dynamiczny różni się od statycznego tym, że jego stan $\mathbf{Y}_i$ jest określany nie tylko przez stan jego wejść $\mathbf{X}_i$, ale także przez jego własny stan $\mathbf{Y}_{i-1}$ w poprzednim momencie czasu. Jest to tzw. „pamięć" obiektu, która czyni go inercyjnym i dynamicznym. Dlatego model dyskretny obiektu dynamicznego na etapie identyfikacji może być przedstawiony w ogólnej postaci:

$$\mathbf{Y}_i = F(\mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{X}_i, \mathbf{C}), \tag{13}$$

gdzie F jest funkcją określoną na etapie syntezy strukturalnej, która może być wyspecyfikowana analitycznie lub algorytmicznie. Problemem identyfikacji jest określenie parametrów $C = (c_1,...,c_k)$ modelu (13) zgodnie z obserwacjami wejść i wyjść obiektu.

Rozważmy model tylko z jednym wyjściem (m = 1). Dla uproszczenia zakładamy, że obiekt ma tylko jedno wejście (n = 1). Wejściowe dane mają postać:

$$\mathbf{I} = \langle x_i, y_i \rangle, \ i = 1,...,N; \tag{14}$$

gdzie x_i i y_i są wartościami wejścia i wyjścia w i - tym momencie, tzn.

$$x_i = x(t_i), \ y_i = y(t_i).$$

Jeżeli stan Y obiektu dynamicznego jest określony przez jego wyjście w chwili obecnej i p chwilach poprzednich $t_i,...,t_{i-p}$, to taki obiekt jest nazywany obiektem rzędu p. Jest oczywiste, że stan takiego obiektu jest określony przez wartości jego wyjścia tzn. przez wektor:

$$\mathbf{Y'}_i = (y_i, y_{i-1}, ..., y_{i-p}) \tag{15}$$

Teraz model (2) może być przedstawiony:

$$y_i = f(\mathbf{Y'}_{i-1}, \mathbf{X'}_i, \mathbf{C}), \tag{16}$$

gdzie f jest skalarną funkcją wyspecyfikowaną na etapie syntezy strukturalnej,

Y'_i jest określony przez (3), a $\mathbf{X'}_i$ jest wektorem zakłóceń obiektu:

$$\mathbf{X'}_i = (x_i, x_{i-1}, \ldots, x_l) \tag{18}$$

związanych z zachowaniem się obiektu w poprzednich l stanach ośrodka. Liczby p i l charakteryzują strukturę obiektu i powinny być określone na etapie syntezy strukturalnej modelu.

Identyfikację adaptacyjną prowadzić można jak wyżej, tzn. prowadzić minimalizację kwadratu lokalnej rozbieżności między obliczoną wartością wyjścia modelu i rzeczywistą wartością wyjściową w każdym kroku [1,5].

$$q^2(\mathbf{C}_{i-1}) = [f(\mathbf{Y'}_{i-1}, \mathbf{X'}_i, \ldots, \mathbf{C}_{i-1}) - y_i]^2 \tag{19}$$

Można w ten sposób określić poprawkę $\Delta\mathbf{C}_i$ dla parametrów $\mathbf{C}$ tak jak w punkcie poprzednim, stosując powyższe równanie:

$$\Delta\mathbf{C}_i = -\alpha \nabla_C q^2(\mathbf{C}_{i-1}), \tag{20}$$

gdzie parametr α jest estymowanym współczynnikiem, który zapewni minimalizację lokalnej rozbieżności:

$$q^2(\mathbf{C}_{i-1} - \alpha_i \nabla_C q^2(\mathbf{C}_{i-1}) \rightarrow \min_{\alpha_i \langle 0} \Rightarrow \alpha_i^* \tag{21}$$

Przy braku zakłóceń, dla funkcji liniowej:

$$y_r = \sum_{i=1}^{p} d_i y_{r-1} + \sum_{j=1}^{l+1} e_j x_{r-j+1},$$

gdzie $d_1, \ldots d_p$; $e_1, \ldots e_{l+1}$ -parametry modelu dyskretnego w r - tej chwili czasu otrzymujemy:

$$\nabla_C q^2(\mathbf{C}_{i-1}) = 2q(\mathbf{C}_{i-1})(y_{i-1}, \ldots y_{i-p-1}, x_i, \ldots x_{i-l}) \tag{22}$$

$$\alpha^*_i = \frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{l} x_{i-j}^2 + \sum_{s=1}^{p+1} y_{i-s}^2\right)^{-1} \tag{23}$$

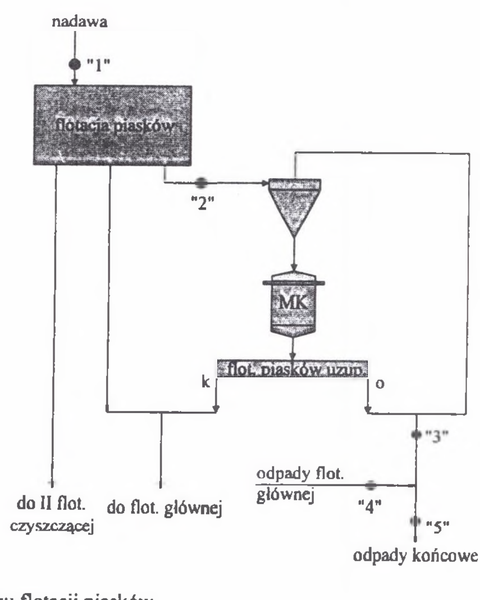
gdzie: α^* - jest to optymalna wartość parametru α, dla którego rozbieżność $q(\mathbf{C}_{i-1} + \Delta\mathbf{C}_i)$ dąży do zera.

Procedurę tę wykorzystuje się szeroko przy weryfikacji adaptacyjnej przyjętego modelu, dobierając poprawki korekcyjne stałych współczynników modelu, które jednak zmieniają się w czasie trwającego procesu technologicznego [4,5].

5. Identyfikacja i weryfikacja statystyczna modelowanego procesu wzbogacania

Rozpatrywanym w modelowaniu procesu obiektem jest wydział flotacji piasków III ciągu technologicznego Zakładu Wzbogacania Rudy ZG „Lubin". W rozpatrywanym ciągu technologicznym flotacji rud miedzi nadawa wprowadzana jest do kaskadowego układu maszyn flotujących. Koncentrat z kaskady I i II kierowany jest do II flotacji czyszczącej, a koncentrat z kaskady III i IV do flotacji głównej. Odpady grube poddaje się domielaniu w młynie kulowym, a następnie flotacji uzupełniającej. Koncentrat wędruje do flotacji głównej, zaś odpady usuwa się łącznie z odpadami flotacji głównej i drobnymi odpadami flotacji piasków.

Pożądane jest, aby zawartość miedzi w odpadach była jak najmniejsza. Celem regulacji jest utrzymanie tej zawartości na możliwie jak najmniejszym, stałym poziomie. Zakłóceniami są m.in. wahania zawartości miedzi w nadawie oraz jej gęstości. Opis produktów i związanych z nimi wielkości odpowiada rozwiniętemu schematowi bloku VII (rys. 1).



Rys. 1. Uproszczony schemat ciągu flotacji piasków
Fig. 1. Simplified scheme of the sand flotation circuit

W celu przejrzystego zapisu równań wprowadzono następujące oznaczenia poszczególnych wielkości:

- zawartość miedzi w nadawie flotacji piasków - x_1,
- udział klasy +0,2 mm w nadawie flotacji piasków - x_2,
- gęstość nadawy flotacji piasków - x_3,
- zawartość miedzi w odpadach flotacji piasków - α_2,
- zawartość miedzi w połączonych strumieniach odpadów flotacji uzupełniającej i przelewu hydrocyklonów - α_3,
- zawartość miedzi w odpadach flotacji głównej - α_4,
- zawartość miedzi w odpadach końcowych - α_5.

Wyznaczono trzy rodzaje liniowych równań regresji:

- typ I $\alpha_5 = a_0 + a_1\alpha_2 + a_2\alpha_3 + a_3\alpha_4$
- typ II $\alpha_5 = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$
- typ III $\alpha_5 = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$

dla różnych zespołów danych z uwzględnieniem ich wiarygodności i zmienności. Wyniki były zbierane w odstępach co 15 minut. Z tego powodu przystępując do obliczeń wyznaczono równanie regresji typu II dla danych z pierwszego dnia bez przesunięcia czasowego oraz z przesunięciem o 15 minut, tzn. kojarzono dane dotyczące nadawy z wynikiem α_5 opóźnionym o 15 minut.

Uzyskano równanie:

$$\alpha_5 = - 0.8730 + 0.0211x_1 - 0.00159x_2 + 0.00091x_3,$$

z przesunięciem czasowym, przy współczynniku korelacji wielokrotnej R = 0.8567.

Współczynniki równania są istotne na poziomie $\alpha = 0.05$. Biorąc pod uwagę, że wielkość $R^2 \cdot 100\%$ jest procentem wyjaśnienia zmian zmiennej zależnej przez zmienne objaśniające można stwierdzić, że opis tymi równaniami jest wystarczający.

Zastosowany algorytm wyznaczania poprawek α^* dał wyniki przedstawione w tabeli.

Tabela 1

Przykład wyznaczania wartości α^* dla równania modelu:
$\alpha_5 = - 0.8730 + 0.0211x_1 - 0.00159x_2 + 0.00091x_3$

Lp.	x_1 Cu1 [%]	x_2 Kl 11 [+0,2%]	x_3 Gęst1 [g\cm^3]	$y=\alpha_5$ Cu5 [%]	q	α^*
1	1,30	19,70	1180	0,18	-3,4893 E-2	3,58991 E-7
2	1,35	19,10	1180	0,18	-1,5957 E-2	3,58997 E-7
3	1,33	17,90	1150	0,18	-5,6429 E-2	3,77979 E-7
4	1,30	13,40	1160	0,18	-98138 E-2	3,71531 E-7

5. Zakończenie

Przedstawiony przykład posłużył tylko do zaprezentowania metody i nie może być podstawą do uogólnień. Prezentowane zagadnienia są bardzo złożone i wielokierunkowe, wymagające wielu starannie zaplanowanych i przeprowadzonych badań. Wydaje nam się, że przynajmniej w Polsce dla procesów przeróbczych badania takie nie były prowadzone. Wyposażenie i możliwości obliczeniowe współczesnych systemów kontrolno-pomiarowych pozwalają mieć nadzieję na realizację takich badań. Ich sens sprowadzi się do wyjaśnienia następujących kwestii:

- w jakim stopniu uzyskane modele zapewniają optymalne sterowanie dla wybranego ciągu technologicznego,
- jaki jest kierunek zmian poszczególnych adaptowanych parametrów w stosunku do wymuszeń i zakłóceń bezpośrednio na obiekcie,
- w celu identyfikacji adaptacyjnej należałoby określić ilość iteracji używanych do obliczania przez układ poprawek dla parametrów modelu, można bowiem stosować tu korektę nadążną lub grupową (po pewnej liczbie serii pomiarów),
- określić optymalne przedziały czasu próbkowania między kolejnymi seriami danych,
- przewidzieć możliwe reakcje układu sterowania na wypadek awarii układu regulacji,
- zapewnić dostateczną dla bezpieczeństwa i ciągłości prowadzenia procesu sterowalność obiektu na wypadek awarii układu regulacji.

LITERATURA

1. Eykhoff P.: Identyfikacja w układach dynamicznych. PWN, Warszawa 1980.
2. Korbicz J., Mazurkiewicz Z., Janczak A.: Wybrane zagadnienia z teorii identyfikacji i estymacji. Wyższa Szkoła Inżynierska w Zielonej Górze, Zielona Góra 1987.
3. Niederliński A.: Regulacja adaptacyjna. WNT, Warszawa 1986.
4. Niederliński A., Kasprzyk J., Figner J.: EDIP - ekspert dla identyfikacji procesów (podręcznik użytkowania). Politechnika Śląska, Gliwice 1993.
5. Rastrigin L. A.: Contemporary principles to control complex objects. Mir Publishers, Moskwa 1983.

6. Tichonow O.: Awtomatizacja proizwodstwiennych processow na obogatitielnych fabrikach. Niedra, Moskwa 1985.
7. Trybalski K., Ciepły J.: Model typu ARMA flotacji rudy miedzi., Gospodarka Surowcami Mineralnymi, t.3, s.. 175, Wyd. CPPGSMiE PAN, Kraków 1997.
8. Tumidajski T.: Zastosowanie metod statystycznych w analizie procesów przeróbki surowców mineralnych. Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice 1993.

Artykuł jest wynikiem realizacji projektu badawczego KBN nr 9 T12A 015 14

Abstract

Majority of works concerning mathematical modelling of mineral dressing processes have demonstrated that the very accurate characterisation of processes by many kinds of models is possible. It must be assumed that together with changes of feed properties connected with an mining works development and changes of machine work's conditions coefficients appearing in models changes their values. The elements of the methodology of mineral process modelling and identification are presented in the paper. Especially the adaptation models and adaptation control were aims of investigations. Those methods for mineral processes are very important because they have the random course, and are nonlinear show changes in time.

Adaptation control, fuzzy control, expert's system and neural networks are the powerfully subjects of investigations on the field of modelling and control of technological processes. The adaptation methodology of identification of models is showed in the paper. The directions of use way of determination of model coefficients is also showed on the base of mathematical models of the sand flotation in ZWR „Rudna".