ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
Seria: GÓRNICTWO z. 238 Nr kol. 1399

Kazimierz TRYBALSKI
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

TRANSMITANCYJNE MODELOWANIE DYNAMIKI PROCESÓW PRZERÓBKI KOPALIN

Streszczenie. W referacie opisano procesy przeróbcze jako obiekty cybernetyczne, w szczególności opisano własności dynamiczne tych obiektów. Wychodząc z równań bilansu składnika użytecznego w komorze flotacyjnej, określono w sposób analityczny wybrane cząstkowe modele transmitancyjne tej komory. Modele komory posłużyły do określenia modelu wielokomorowej maszyny flotacyjnej.

TRANSMITANCE MODELLING OF PROCESSES DYNAMICS OF MINERAL PROCESSING

Summary. In the article are described processing processes as a cybernetic objects, esspecially dynamic datas of theese objects. On the ground of balance of useful element results in flotation cell selected partial transmitance models of this cell is defined. Cell models were used for defining of multicell flotation machine model.

1. Wstęp

Własności układów w stanie nieustalonym (dynamika procesów) mają podstawowe znaczenie w wielu różnorodnych problemach występujących w technice i w naukach stosowanych, przy czym pojęcie układu może odnosić się do bardzo różnorodnych, zarówno mikro-, jak i makroskopowych obiektów fizycznych w których zachodzą takie zjawiska, jak: przenoszenie masy, przepływy płynów, przenoszenie ciepła, reakcje chemiczne [4,5]. Wspólną cechę zagadnień związanych z dynamiką układów stanowi wyraźna zależność własności od czasu. W każdym przypadku w miarę upływu czasu występują zmiany wielkości zmagazynowanej masy, energii lub pędu. Analiza własności dynamicznych układów dotyczy cech wspólnych

dla wszystkich zjawisk związanych ze stanem nieustalonym. Istnienie wspólnych własności dynamicznych różnych obiektów fizycznych pozwala na opisywanie tych własności za pomocą pewnych, określonych klas modeli. Najczęściej stosowane modele w opisie stanu dynamicznego, to: wynikające z definicji stanu nieustalonego równania różniczkowe lub różnicowe, równania stanu, transmitancje bądź funkcje przejścia, charakterystyki częstotliwościowe i amplitudowo-fazowe lub uzyskane eksperymentalnie graficzne odpowiedzi obiektu na wymuszenie.

Także procesy i zjawiska zachodzące w maszynach i urządzeniach przeróbczych zmieniają się w czasie i w przestrzeni. Nieuwzględnianie tego może doprowadzić do poważnych błędów przy projektowaniu i konstruowaniu maszyn oraz technologii, a także w badaniach i sterowaniu procesami.

Wykorzystanie własności dynamicznych i metod związanych z dynamiką przydatne jest, w warunkach zakładów przeróbki surowców mineralnych, do określania między innymi:

- kinetyki procesów,
- czasów przejścia surowca przez maszyny,
- czasów przejścia sygnałów przez procesy,
- szybkości reakcji procesów,
- stabilności hydrodynamicznej,
- stabilności technologicznej przebiegu procesu,
- oscylacyjności przebiegu procesu,
- opóźnień czasowych,
- struktury i parametrów układów regulacji i sterowania.

Najbardziej newralgiczne, z punktu widzenia konieczności uwzględniania dynamiki procesów przeróbczych, są te węzły schematu technologicznego, które zawierają sprzężenia i zawroty materiałowe, a więc: węzeł „mielenie - klasyfikacja - domielanie" oraz węzeł flotacji, a także procesy charakteryzujące się długimi czasami trwania, a więc: zagęszczanie, suszenie, flotacja.

2. Opis układu, transmitancja

Układ - którym w rozpatrywanym przypadku będzie proces lub zbiór procesów przeróbczych z niezbędnymi do ich realizacji środkami technicznymi (maszyny, urządzenia, aparatura) - może być opisany zmiennymi, które z punktu widzenia roli jaką odgrywają w stosunku do układu , można podzielić na [1,6]:

1) zmienne wejściowe (wejścia) - $u_1(t), u_2(t), \ldots, u_p(t)$, które przedstawiają sygnały wchodzące do układu i generowane są w innym układzie niż badany. Do wejść zalicza się:

- sterowania - są to wielkości, których wartości można ustalić na zadanym poziomie i które dla procesów przeróbczych związane są z ilościowymi parametrami wpływających do układu strumieni materiałowych: nadawy, odczynników flotacyjnych, wody, powietrza, mielników itp., oraz nastawnymi parametrami maszyn i urządzeń;
- wymuszenia - są to wielkości, których wartości można zmierzyć i które związane są z jakościowymi cechami wpływających do układu strumieni materiałowych. Do wymuszeń można zaliczyć: zawartość składnika użytecznego, wilgotność, twardość, gęstość, skład ziarnowy - w odniesieniu do nadawy, także stężenie odczynników, twardość mielników itp.

Zmienne wejściowe przedstawiane są za pomocą wektora wejść

$$U(t)=\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{bmatrix}$$

Zbiór wszystkich możliwych wektorów wejść $U(t)$ w chwili t tworzy przestrzeń wejść,

2) zmienne wyjściowe (wyjścia) - $y_1(t); y_2(t), \ldots, y_q(t)$ - zwane też odpowiedziami. Dla procesów przeróbczych zmienne te to wielkości związane z jakościowymi i ilościowymi wskaźnikami otrzymywanych z procesu produktów, np. zawartości składnika użytecznego w koncentracie i w odpadach, ich gęstości, natężenia przepływu, a także obliczone wskaźniki oceny procesów, np. wychody produktów uzysk składnika użytecznego w koncentracie, straty składnika użytecznego w odpadach, stopień wzbogacenia itp.

Zmienne wyjściowe przedstawiane są za pomocą wektora wyjść (odpowiedzi)

$$Y(t)=\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_q(t) \end{bmatrix}$$

Zbiór wszystkich możliwych wektorów odpowiedzi $Y(t)$ w chwili t tworzy przestrzeń odpowiedzi,

3) zmienne stanu - $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$ - zwane też współrzędnymi stanu -opisują stan badanego układu. Zmienne opisujące stan procesów przeróbczych to m.in. parametry produktów znajdujących się wewnątrz maszyn (gęstość, skład ziarnowy, pH, flotowalność) oraz parametry ilościowe i jakościowe strumieni wewnątrzoperacyjnych układu (wielkość zawrotów materiałowych, natężenie przepływu produktów między komorami maszyny flotacyjnej itp.).

Zmienne stanu opisywane są za pomocą wektora stanu

$$X(t)=\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

a zbiór wszystkich możliwych wektorów stanu $X(t)$ w chwili t tworzy przestrzeń stanów układu. Jako zmienne stanu (składowe wektora stanu) wybierana jest najmniejsza liczba wielkości, które opisują w każdej chwili stan danego układu. Wybór zmiennych stanu nie jest jednoznaczny, tzn., że dla danego układu zmienne stanu mogą być wybrane w różny sposób.

Przedstawiony opis układu, bazujący na pojęciu zmiennych stanu, może być wykorzystany do opisu dynamiki procesów. W takim przypadku jednakże konieczna jest znajomość struktury wewnętrznej i technicznych charakterystyk procesu.

Bardziej rozpowszechnione i łatwiejsze w praktycznym zastosowaniu do opisu własności dynamicznych są metody nie uwzględniające wewnętrznego stanu układu i zachodzących w nim procesów, a tylko badające relacje wejście - wyjście. Do metod tych należy opis dynamiki przy pomocy transmitancji i charakterystyk czasowych.

Transmitancja jest przyczynowo-skutkowym modelem określającym, w jakim stosunku zmienny sygnał wejściowy jest przekształcany na zmienny sygnał wyjściowy.

Definicja transmitancji jest następująca: transmitancją operatorową $G(s)$ układu liniowego stacjonarnego nazywamy wyrażenie określone jako stosunek $Y(s)$ - transformaty Lapla-

ce'a odpowiedni $y(t)$ do $U(s)$ - transformaty Laplace'a wymuszenia $u(t)$ przy zerowych warunkach początkowych.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \tag{1}$$

Transmitancja operatorowa jest wielkością zespoloną, zależną od parametrów układu i zmiennej s.

Dla układu liniowego, stacjonarnego, opisanego równaniem różniczkowym liniowym o stałych współczynnikach a_i i b_j o postaci [1]

$$\sum_{i=o}^{n} a_i \frac{d^i y}{dt^i} = \sum_{j=o}^{m} b_j \frac{d^j u}{dt^j} \qquad (n \geq m) \tag{2}$$

lub postaci operatorowej

$$\left(\sum_{i=o}^{n} a_i s^i\right) Y(s) = \left(\sum_{j=o}^{m} b_j s^j\right) U(s)$$

transmitancja operatorowa jest funkcją wymierną zmiennej s (ilorazem dwóch wielomianów)

$$G(s) = \frac{L(s)}{M(s)} \tag{3}$$

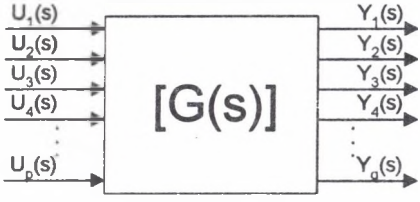
przy czym

$$L(s) = \sum_{j=o}^{m} b_j s^j$$

$$M(s) = \sum_{i=o}^{n} a_i s^i \qquad (n \geq m)$$

Właściwości dynamiczne układu wielowymiarowego liniowego stacjonarnego o p wejściach i q wyjściach (rys. 1.) określa macierz transmitancji operatorowych, czyli transmitancja macierzowa obrazująca powiązania poszczególnych wejść z poszczególnymi wyjściami

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s), & G_{12}(s), & \cdots & G_{1p}(s) \\ G_{21}(s), & G_{22}(s), & \cdots & G_{2p}(s) \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ G_{q1}(s) & G_{q2}(s) & \cdots & G_{qp}(s) \end{bmatrix} \tag{4}$$



Rys. 1. Ogólny schemat ukladu wielowymiarowego
Fig. 1. Scheme of multidimentional system

Transmitancję operatorową $G_{ij}(s)$ między i-tym wyjściem i j-tym wejściem - zwaną też transmitancją cząstkową lub transmitancją w kanale przepływu sygnału pomiędzy j-tym wejściem i i-tym wyjściem - nazywamy wielkość określoną jako stosunek transformaty $Y_i(s)$ i-tej odpowiedzi $y_i(t)$ do transformaty $U_j(s)$ j-tego wymuszenia $u_j(t)$ przy założeniu, że warunki początkowe i wszystkie wymuszenia z wyjątkiem j-tego są równe zeru

$$G_{ij}(s)=\frac{Y_i(s)}{U_j(s)}\begin{matrix} i=1,2,\ldots,q \\ j=1,2,\ldots,p \end{matrix} \tag{5}$$

Niektóre z transmitancji cząstkowych mogą być równe zero, co oznacza brak przyczynowo-skutkowego związku pomiędzy wejściem i wyjściem określającymi daną transmitancję.

3. Transmitancyjny model flotacji

Jako przykład opisu przebiegów dynamicznych wybrano proces flotacji, przy czym opis własności dynamicznych procesów za pomocą transmitacji jest metodą uniwersalną, a związana z nią metodyka postępowania jest taka sama w odniesieniu do innych procesów przeróbki surowców mineralnych czy też innych procesów. Jest to jedna z podstawowych metod cybernetyki, szeroko wykorzystywana zarówno w różnych dziedzinach techniki, jak i w takich naukach jak ekonomia czy biologia.

Rozpatrując flotację jako system dynamiczny należy uwzględnić następujące fakty [2,10]. Oprzyrządowanie tego procesu (maszyny flotacyjne, rząpia, pompy, rozdzielacze, rurociągi) charakteryzuje się znacznymi, rozłożonymi w przestrzeni oporami pojemnościowymi i hydraulicznymi. Na wejściu procesu, jak i w jego trakcie wpływają nań, z różną częstotliwością, różnorodne zakłócenia reżimu technologicznego. Także przemieszczanie się różnych faz pulpy wzdłuż frontu flotacji odbywa się z różnymi prędkościami. W związku z rozpatrywanymi

warunkami przebiegu procesu flotacji jej własności dynamiczne charakteryzują się rozlicznej postaci opóźnieniami: objętościowym, transportowym, hydraulicznym, a ponadto: nierównomiernością przejścia surowca przez urządzenia technologiczne, różnymi szybkościami procesów przejściowych, a także znacznymi zakresami częstości wymuszeń na wejściu, jak i w trakcie procesu. W związku z tym niezbędne jest uwzględnianie charakterystyk dynamicznych procesu flotacji przede wszystkim dla celów technologicznych, ale także przy opracowywaniu systemów automatycznego sterowania procesem. Znajomość dynamiki pozwala też na prawidłowe - z uwzględnieniem opóźnień i czasów procesów przejściowych w obiekcie - opróbowanie flotacji, otrzymanie wiarygodnych danych, w następstwie precyzyjniejsze określenie modelu procesu, co może być wykorzystane do udoskonalenia reżimów pracy i schematu technologicznego, i co wielu przypadkach może być podstawą do polepszenia samych własności dynamicznych procesu.

3.1. Model dynamiki komory flotacyjnej

Przemysłowa maszyna flotacyjna składa się z szeregowo połączonych komór flotacyjnych (zwykle od kilku do kilkudziesięciu). Każda z nich wyposażona jest w odrębny aerator mętów. Do pierwszej komory podawana jest nadawa wraz z niezbędnymi odczynnikami flotacyjnymi, odczynniki dozuje się też często - w celu uzupełnienia ich stężenia w mętach - do kolejnych, wybranych komór. W całej maszynie flotacyjnej bądź w jej sekcjach (kilka kolejnych komór) utrzymywany jest w sposób automatyczny zadany poziom mętów. Odpadami procesu jest na ogół produkt komorowy z ostatniej w szeregu komory, natomiast koncentrat tworzą połączone produkty pianowe z wszystkich komór.

Rozpatrywaną maszynę flotacyjną – w zależności od opomiarowania procesu - można opisać następującymi wielkościami:

Wektor wejść

$$U(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \\ u_6(t) \\ u_7(t) \end{bmatrix}$$

gdzie: u_1 - zawartość składnika użytecznego w nadawie,

u_2 - gęstość nadawy,

u_3 - skład ziarnowy nadawy,

u_4 - natężenie przepływu nadawy,

u_5 - natężenie przepływu odczynnika,

u_6 - natężenie przepływu powietrza do aeracji,

u_7 - poziom pulpy w maszynie,

wektor wyjść

$$Y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \\ y_5(t) \\ y_6(t) \end{bmatrix}$$

gdzie: y_1 - zawartość składnika użytecznego w koncentracie,

y_2 - zawartość składnika użytecznego w odpadach,

y_3 - natężenie przepływu koncentratu,

y_4 - natężenie przepływu odpadów,

y_5 - wychód koncentratu,

y_6 - uzysk składnika użytecznego w koncentracie.

Dla maszyny tej operatorowa transmitancja macierzowa $G(s)$ będzie więc zawierała 42 transmitancje cząstkowe $G_{ij}(s)$, gdzie $i = 1,2,\ldots,6$ a $j = 1,2,\ldots,7$, oczywiście część z nich może być równa zero, co oznacza brak związku przyczynowo–skutkowego pomiędzy rozważanymi wielkościami.

Określenie pełnej transmitancji $G(s)$ z jej wszystkimi elementami $G_{ij}(s)$ jest trudne, a często wręcz niemożliwe, ale trzeba też stwierdzić, że najczęściej zbędne. W warunkach przemysłowej flotacji potrzebna jest zazwyczaj znajomość tylko niektórych cząstkowych mo-

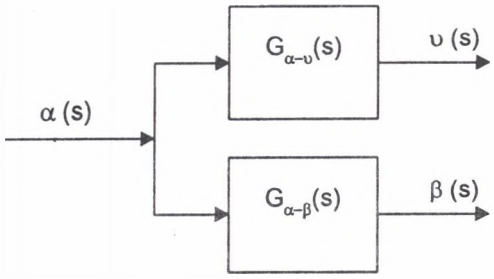
deli transmitancyjnych dla kanałów przepływu sygnałów związanych z wybranymi parametrami procesu, które wykorzystywane są do oceny procesu lub do budowy układów regulacji i sterowania.

W dalszej części określone zostaną - metodą analityczną - operatorowe transmitancje cząstkowe $G_{11}(s)$, $G_{21}(s)$, wiążące według przyjętej dla maszyny flotacyjnej numeracji wejść i wyjść, wejście u_1 z wyjściami odpowiednio y_1 i y_2.

Określenie modelu dynamiki całej wielokomorowej maszyny flotacyjnej drogą analityczną jest dość trudne i wymaga wprowadzenia pewnych założeń i uproszczeń.

Takim uproszczeniem jest rozłożenie obiektu złożonego na szereg prostych członów i interpretacja tych ostatnich za pomocą typowych elementów, których funkcje przejścia są znane. Metoda ta charakteryzuje się także i tym, że obiekt jest rozpatrywany nie z punktu widzenia jego własności konstrukcyjnych i funkcji realizowanych, ale z punktu widzenia zachodzącego w nim procesu przejściowego. Dlatego też obiekty różniące się konstrukcją i zasadą działania mogą mieć zbliżone charakterystyki dynamiczne.

Elementarnym obiektem dla rozpatrywanej maszyny flotacyjnej może być pojedyncza komora flotacyjna, której schemat blokowy dla rozpatrywanego przypadku przedstawiono na rysunku 2. W związku z rozdzielczym charakterem procesu flotacji schemat ten zawiera tor zwany też kanałem przejścia sygnału od nadawy $(u_1 = \alpha)$ do odpadów $(y_2 = \vartheta)$, jak i od nadawy $(u_1 = \alpha)$ do koncentratu $(y_1 = \beta)$. Dla pojedynczej komory flotacyjnej wyprowadzone zostaną modele dynamiki. Jedną z metod, którą do tego celu można wykorzystać, jest metoda bilansu materiałowego [3,8,9,11].



Rys. 2. Schemat blokowy komory flotacyjnej
Fig. 2. Scheme of flotation cell

Równanie bilansu składnika użytecznego dla pojedynczej komory flotacyjnej ma postać:

$$\frac{d[Vc(t)]}{dt} = Q_N(t)c_N(t) - Q_O(t)c_O(t) - Q_K(t)c_K(t) \tag{6}$$

gdzie: $Q_N(t), Q_O(t), Q_K(t)$ - natężenia przepływu odpowiednio nadawy, odpadów i koncentratu,

$c_N(t), c_O(t), c_K(t), c(t)$ - koncentracje składnika użytecznego odpowiednio w strumie niu nadawy, odpadów, koncentratu oraz wewnątrz komory,

V - objętość komory flotacyjnej.

Przyjmując założenia, że:

- koncentracja składnika użytecznego w odpadach w przybliżeniu równa jest jego koncentracji w komorze flotacyjnej, $c(t) \cong c_O(t)$,
- natężenie przepływu odpadów w przybliżeniu równe jest natężenie przepływu nadawy i wielkości te są stałe w czasie, $Q_N(t) \cong Q_O(t) = Q = const$, zachodzi to wtedy, gdy wychód koncentratu jest niewielki w stosunku do wychodu odpadów,
- ilość składnika użytecznego w koncentracie proporcjonalna jest do jego ilości w komorze oraz do stałej prędkości flotacji $Q_K(t)c_K(t) = Vc(t)k$,

  gdzie: k - jest stałą flotacji zależną od składu mineralogicznego flotowanego surowca, której wartość przyjmowana jest za stałą dla danego surowca niezależnie od jego koncentracji w komorze,

równanie przyjmuje postać:

$$\frac{d[Vc_O(t)]}{dt} = Qc_N(t) - Qc_O(t) - Vkc_O(t) \tag{7}$$

Dokonując transformacji Laplace'a powyższego równania dla stanu nieustalonego i przyjmując wszystkie warunki początkowe za zerowe - tzn. dla $t = 0$, $c_N = 0$ i $c_O = 0$, otrzymujemy [7]:

$$sVc_O(s) = Qc_N(s) - Qc_O(s) - Vkc_O(s) \tag{8}$$

gdzie: s - operator Laplace'a.

Transformację Laplace'a zastosowano w celu otrzymania transmitancji będącej stosunkiem operatorowej postaci wielkości wyjściowej do operatorowej postaci wielkości wejściowej, własności tej transformacji pozwalają na dogodne przekształcanie i analizę stosowanych równań.

Po przekształceniu równania (8) oraz wprowadzenia zależności $\alpha(t) = c_N(t) \cdot 100$ i $\vartheta(t) = c_O(t) \cdot 100$, gdzie $\alpha(t), \vartheta(t)$ - procentowe zawartości składnika użytecznego odpowiednio w: nadawie i odpadach, transmitancja - wychodząc z jej definicji - komory flotacyjnej dla kanału „zawartość składnika użytecznego w nadawie - zawartość składnika użytecznego w odpadach" - $G_{\alpha-\vartheta}(s)$ odpowiadająca transmitancji cząstkowej $G_{21}(s)$ z modelu macierzowego, ma postać:

$$G_{\alpha-\vartheta}(s) = \frac{c_O(s)}{c_N(s)} = \frac{\vartheta(s)}{\alpha(s)} = \frac{Q}{sV+Q+Vk} = \frac{k_\vartheta}{T_\vartheta s+1} \tag{9}$$

gdzie:

$k_\vartheta = \dfrac{Q}{Vk+Q}$ - współczynnik wzmocnienia transmitancji komory flotacyjnej,

$T_\vartheta = \dfrac{V}{Vk+Q} = k_\vartheta \dfrac{V}{Q}$ - stała czasowa komory dla rozważanego kanału.

Otrzymana transmitancja komory pozwala na określenie odpowiedzi komory na dowolną postać wymuszenia (zmianę wielkości wejściowej). Przykładowo dla standardowej postaci wymuszenia będącego skokiem jednostkowym – w rozpatrywanym przypadku będzie to skokowa zmiana zawartości składnika użytecznego w nadawie - α w postaci:

$$u(t) = \alpha(t) = 1(t) \tag{10}$$

wychodząc z definicji transmitancji (5) można otrzymać odpowiedź układu (wielkość wyjściową) w postaci operatorowej

$$Y(s) = U(s) \cdot G(s) \tag{11}$$

gdzie $U(s)$ jest operatorową postacią wymuszenia $u(t)$. Z przekształcenia Laplace'a otrzymuje się z (10)

$$U(s) = \mathcal{L}[u(t)] = \mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{s} \tag{12}$$

gdzie: $\mathcal{L}$ – oznacza transformację Laplace'a.

Po podstawieniu wyrażeń (9) i (12) do (11) otrzymuje się:

$$Y(s) = V(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{k_\vartheta}{T_\vartheta\, s + 1} = \frac{\dfrac{k_\vartheta}{T_\vartheta}}{s\left(s + \dfrac{1}{T_\vartheta}\right)} \tag{13}$$

Korzystając z tablic przekształcenia Laplace'a [7] z wyrażenia (13) otrzymuje się czasową postać odpowiedzi układu $y(t) = \vartheta(t)$

$$\vartheta(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{\dfrac{k_\vartheta}{T_\vartheta}}{s\left(s + \dfrac{1}{T_\vartheta}\right)}\right] = \frac{k_\vartheta}{T_\vartheta} \cdot T_\vartheta\left(1 - e^{-\frac{t}{T_\vartheta}}\right) = k_\vartheta\left(1 - e^{-\frac{t}{T_\vartheta}}\right) \tag{14}$$

gdzie: $\mathcal{L}^{-1}$ - oznacza odwrotną transformację Laplace'a.

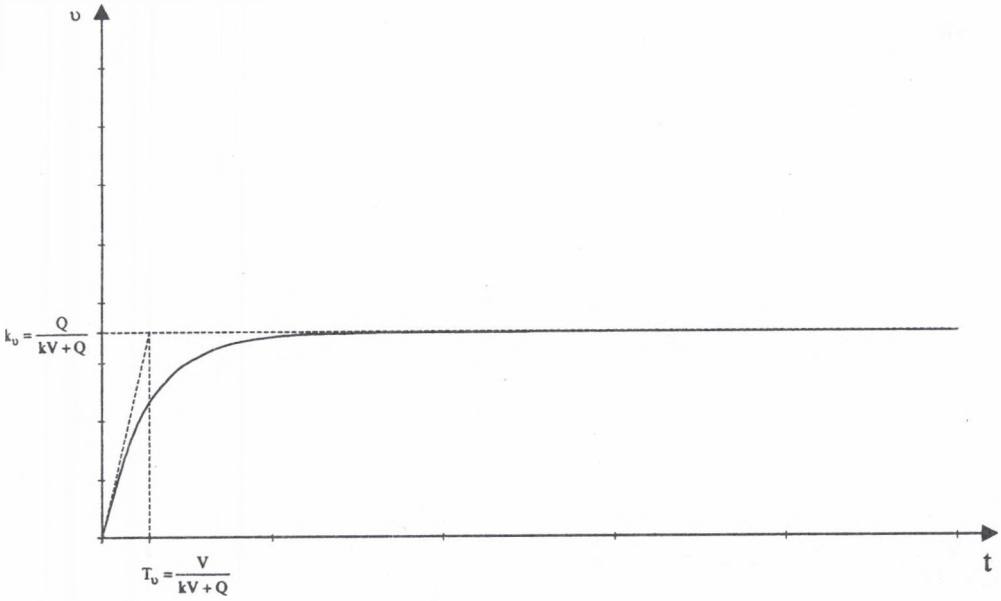
Na rysunku 3 przedstawiono uzyskaną na podstawie zależności (14) ogólną postać przebiegu odpowiedzi komory $\vartheta(t)$ na skokowe wymuszenie w postaci $\alpha(t) = 1(t)$. Na rysunku tym zaznaczono wynikające z zależności (9): wartość współczynnika wzmocnienia k_ϑ - będącą w rozpatrywanym przypadku wartością ustaloną odpowiedzi $\vartheta(t)$, oraz wartość stałej czasowej T_ϑ obrazującej szybkość narastania odpowiedzi [12].

Transmitancję komory flotacyjnej dla kanału „zawartość składnika użytecznego w nadawie - zawartość składnika użytecznego w koncentracie" - $G_{\alpha-\beta}(s)$ odpowiadającą transmitancji cząstkowej $G_{11}(s)$ - można otrzymać wychodząc z tego samego równania bilansu składnika użytecznego (6), poprzez zastosowanie podstawień wynikających z przyjętych poprzednio założeń. Z założeń tych wynika także, iż $Q_K(t) = Q_K = const$. Dokonując kolejnych podstawień otrzymujemy:

$$\frac{d[Vc(t)]}{dt} = Q_N(t)c_N(t) - Q_O(t)c(t) - Q_K(t)c_K(t) \tag{15}$$

$$\frac{d\left[V\dfrac{Q_K(t)\,c_K(t)}{kV}\right]}{dt} = Q_N(t)c_N(t) - \frac{Q_O(t)Q_K(t)}{kV}c_K(t) - Q_K(t)c_K(t) \tag{16}$$

$$\frac{Q_K}{k} \cdot \frac{d\,c_K(t)}{dt} + \frac{Q\,Q_K}{kV}c_K(t) + Q_K\,c_K(t) = Q\,c_N(t) \tag{17}$$



Rys. 3. Przebieg odpowiedzi komory - $\vartheta(t)$
Fig. 3. Responds of cell ($\vartheta(t)$)

Po transformacji Laplace'a przy zerowych warunkach początkowych równanie ma postać:

$$\frac{Q_K}{k} c_K(s) \cdot s + \frac{Q\,Q_K}{kV} c_K(s) + Q_K\, c_K(s) = Q\, c_N(s) \tag{18}$$

Stąd transmitancja - przyjmując ponadto, że $c_K(t) \cdot 100 = \beta(t)$, gdzie $\beta(t)$ jest procentową zawartością składnika użytecznego w koncentracie - dla rozważanego kanału wyraża się zależnością:

$$G_{\alpha-\beta}(s) = \frac{c_K(s)}{c_N(s)} = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} = \frac{Q}{\frac{Q_K}{k} s + \frac{QQ_K}{kV} + Q_K} = \frac{k_\beta}{T_\beta \cdot s + 1} \tag{19}$$

gdzie:

$k_\beta = \dfrac{kV\,Q}{Q_K(Q+kV)}$ - współczynnik wzmocnienia,

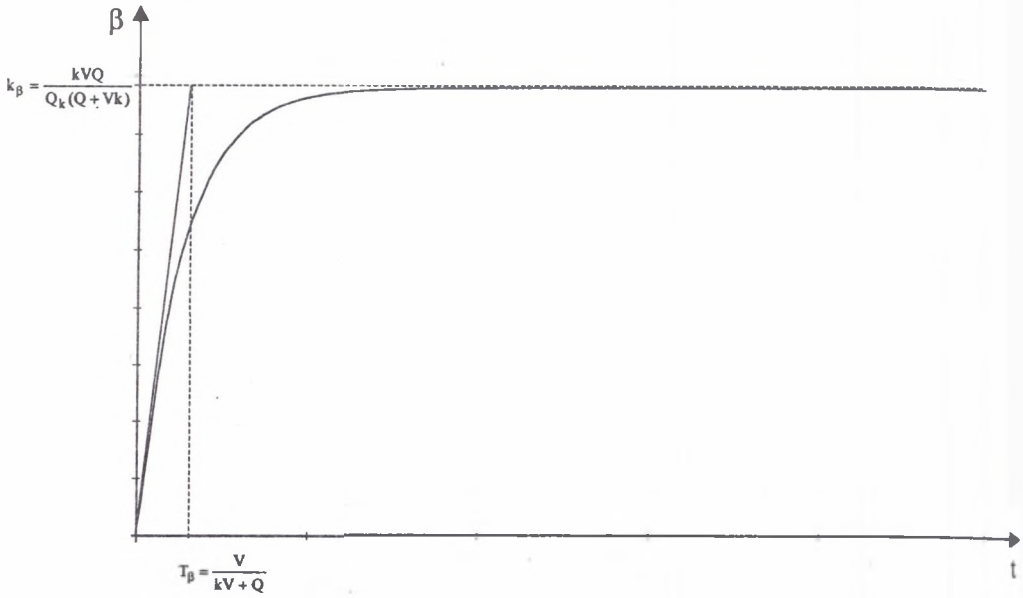
$$T_\beta = \frac{V}{kV+Q} = k_\beta \frac{Q_K}{Q \cdot k} \text{ - stała czasowa.}$$

Podobnie jak dla kanału „odpadowego" z postaci transmitancji (19) można określić odpowiedź komory w kanale „koncentratowym" na skokową zmianę zawartości składnika użytecznego w nadawie. Odpowiedź ta ma postać

$$\beta(t) = k_\beta \left(1 - e^{-\frac{t}{T_\beta}}\right) \tag{20}$$

gdzie: k_β i T_β określono w zależności (19).

Na rysunku 4 przedstawiono ogólną postać tej odpowiedzi zaznaczając wartość k_β i T_β.



Rys. 4. Przebieg odpowiedzi komory - $\beta(t)$
Fig. 4. Responds of cell ($\beta(t)$)

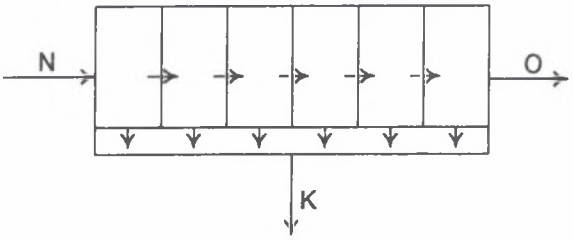
Z postaci uzyskanych transmitancji oraz uzyskanych odpowiedzi na skokowe wymuszenie widać, że rozpatrywana komora flotacyjna jest obiektem inercyjnym pierwszego rzędu. Jej własności dynamiczne nie zależą od zawartości składnika użytecznego w produktach, natomiast zależne są od objętości komory, warunków hydraulicznych przepływu produktów oraz od flotowalności minerału.

Stałe czasowe zarówno dla kanału „odpadowego", jak i „koncentratowego" są takie same, co oznacza, że prędkości przebiegu procesów przejściowych są dla obydwu kanałów takie same oraz że czas ustalenia się wartości β i ϑ jest taki sam. Różne są natomiast wartości ustalone odpowiedzi (co odpowiada różnym wzmocnieniom), oznacza to, że skokowa zmiana zawartości składnika użytecznego w nadawie wywołuje różnej wielkości przyrosty (w rozpatrywanym przypadku) zawartości składnika użytecznego w koncentracie i w odpadach.

3.2. Model dynamiki maszyny flotacyjnej

Transmitancje dla maszyny flotacyjnej można uzyskać dokonując agregacji modeli pojedynczych komór w zależności od sposobu przepływu i łączenia produktów z poszczególnych komór, a więc od sposobu uzyskiwania produktów flotacji.

Przemysłowa maszyna flotacyjna jest najczęściej szeregowym połączeniem kilku komór w taki sposób, że otrzymywany koncentrat jest zbiorczym koncentratem z wszystkich komór, natomiast odpady otrzymane z ostatniej w szeregu komory powstają po przejściu nadawy kolejno przez wszystkie komory. Sześciokomorową maszynę schematycznie przedstawiono na rysunku 5. Schemat blokowy n-komorowej maszyny przedstawiono na rysunku 6. Na rysunku tym jedną komorę flotacyjną przedstawiają dwa bloki odpowiednio dla kanału „odpadowego"

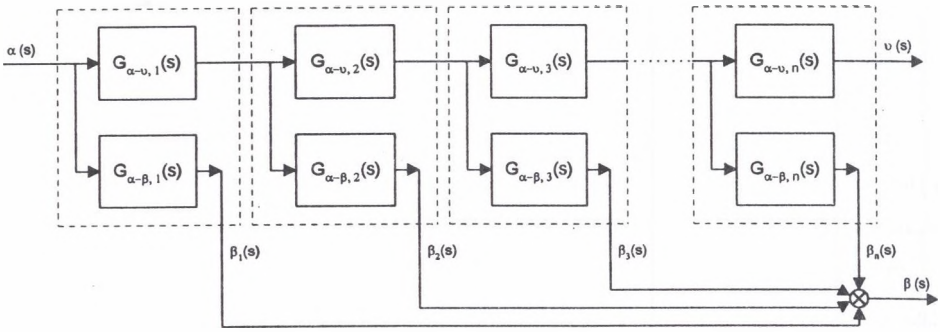


Rys. 5. Schemat sześciokomorowej maszyny flotacyjnej
Fig. 5. Six cell flotation machine scheme

i „koncentratowego" – tak jak na rysunku 2 - oznaczone są one tym samym indeksem liczbowym. Transmitancje zastępcze dla przedstawionego schematu blokowego można uzyskać przez przekształcenia blokowe, przy czym zastępowanie części (lub całego) układu układem równoważnym nie może spowodować zmiany żadnej wielkości w tej części układu, która nie podlega przekształceniu. Transmitancja zastępcza dla kanału „odpadowego" n-komorowej

maszyny flotacyjnej, którą tworzą szeregowo połączone komory, równa jest iloczynowi transmitancji cząstkowych [1,9]:

$$G_{\alpha-\vartheta,z}(s) = \prod_{i=1}^{n} G_{\alpha-\vartheta,i}(s) \quad i = 1,2....,n \tag{21}$$



Rys. 6. Schemat blokowy *n*-komorowej maszyny flotacyjnej
Fig. 6. Block scheme of *n*-cell flotation machine

Zakładając, że transmitancje cząstkowe - w poszczególnych kanałach - wszystkich komór są jednakowe, co zachodzi przy małych wychodach produktów pianowych z poszczególnych komór, transmitancja zastępcza – przyjmując postać transmitancji cząstkowej określonej zależnością (9) - przybiera postać:

$$G_{\alpha-\vartheta,z}(s) = G^{n}_{\alpha-\vartheta}(s) = \frac{k^{n}_{\vartheta}}{(T_{\vartheta}\, s + 1)^{n}} \tag{22}$$

Natomiast dla kanału „koncentratowego" transmitancję zastępczą n-komorowej maszyny można przedstawić jako

$$G_{\alpha-\beta,z}(s) = G_{\alpha-\beta,1}(s) + G_{\alpha-\beta,2}(s)\, G_{\alpha-\vartheta,1}(s) + G_{\alpha-\beta,3}(s)\, G_{\alpha-\vartheta,1}(s) G_{\alpha-\vartheta,2}(s) + \cdots +$$

$$+G_{\alpha-\beta,n}(s)\, G_{\alpha-\vartheta,1}(s)\, G_{\alpha-\vartheta,2}(s) \ldots G_{\alpha-\vartheta,n-1}(s) =$$

$$G_{\alpha-\beta,1}(s) + \sum_{l=j+1}^{n} G_{\alpha-\beta,l}(s) \prod_{i=1}^{j} G_{\alpha-\vartheta,i} \tag{23}$$

$$i = 1,2,\ldots,j$$
$$j = 1,2\ldots,n-1$$
$$l = j+1, j+2,\ldots,n$$

Przy założeniu, ze transmitancje wszystkich komór w poszczególnych kanałach są jednakowe:

$$G_{\alpha-\beta,1}(s) = G_{\alpha-\beta,2}(s) = G_{\alpha-\beta,3}(s) = \ldots = G_{\alpha-\beta,n}(s) = G_{\alpha-\beta}(s)$$

$$G_{\alpha-\vartheta,1}(s) = G_{\alpha-\vartheta,2}(s) = G_{\alpha-\vartheta,3}(s) = \ldots = G_{\alpha-\vartheta,n}(s) = G_{\alpha-\vartheta}(s) \tag{24}$$

Wzór ten przybiera postać:

$$G_{\alpha-\beta,z}(s) = \sum_{i=1}^{n} G_{\alpha-\beta}(s)\, G_{\alpha-\vartheta}^{i-1}(s) = G_{\alpha-\beta}(s) \sum_{i-1}^{n} G_{\alpha-\vartheta}^{i-1}(s) \tag{25}$$

Przy równości stałych czasowych dla obydwu kanałów komory $T_\beta = T_\vartheta = T$, co wykazano - (9) i (19), wstawiając do (25) wzory dla transmitacji (9), (19), otrzymamy:

$$G_{\alpha-\beta,z}(s) = k_\beta \sum_{i=1}^{n} \frac{k_\vartheta^{i-1}}{(Ts+1)^i} \tag{26}$$

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że dynamikę wielokomorowej maszyny flotacyjnej można przedstawić i to zarówno dla kanału „koncentratowego", jak i „odpadowego", za pomocą modelu transmitancyjnego. Rząd tego modelu, jak widać z zależności (22) i (26) jest równy liczbie komór występujących w maszynie, a więc liczbie odrębnych pojemności składających się na całą maszynę. Postacie tych transmitancji są różne, dla kanału „odpadowego" jest to iloczyn transmitancji cząstkowych, natomiast dla kanału „koncentratowego" suma iloczynów. Jak już wcześniej wspomniano, stałe czasowe transmitancji cząstkowych składających się na transmitancję maszyny flotacyjnej, są w obydwu kanałach takie same.

Otrzymane modele transmitancyjne mogą posłużyć do określenia odpowiedzi układu na dowolną postać wymuszenia na jego wejściu. Równania (14) i (20) określają odpowiedzi pojedynczej komory na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego.

LITERATURA

1. Amborski K.: Teoria sterowania podręcznik programowy. PWN, Warszawa 1987.
2. Andriejew E.E., Tichonow O.N.: Dinamika tiechnołogiczeskich processow na obogatitielnych fabrikach. Wydawnictwo LGI, Leningrad 1987.
3. Auer A.: Model matematyczny procesu flotacji. Rudy i Metale Nieżelazne 1973, nr 12.
4. Cannor jr R.H.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973.
5. Friedly J.C.: Analiza dynamiki procesów. WNT, Warszawa 1975.
6. Kafarow W.W.: Metody cybernetyki w chemii i technologii chemicznej. WNT, Warszawa 1979.
7. Osiowski J.: Zarys rachunku operatorowego. WNT, Warszawa 1972.
8. Trop A.E., Kozin W.Z., Prokofiew E.W.: Awtomaticzeskoje uprawlenije tiechnołogiczeskimi processami obogatitielnych fabrik. Niedra, Moskwa 1986.
9. Trybalski K.: Model dynamiki przemysłowej maszyny flotacyjnej. Materiały XXIII Krakowskiej Konferencji Naukowo-Technicznej Przeróbki Kopalin. Wyd. AGH, Kraków 1991.
10. Williams M.C., Meloy T.P.: Dynamic model of flotation cell banks – circuit analysis. International Journal of Mineral Processing nr 10(1983). Amsterdam 1983.
11. Williams M.C., Meloy T.P.: Dynamic analysis of the batch, CSTR mill and closed grinding network. Proceedings of the Copper 95 – Cobre 95. International conference – vol. II, Santiago. Chile 1995 (131-144).
12. Żuchowski A.: Uproszczone trójparametrowe modele dynamiki. Metrologia, Systemy Pomiarowe nr 2. Warszawa 1989.

Artykuł wykonano w ramach pracy własnej nr 10.10.100.79

Abstract

In the article are described processing processes as a cybernetic objects, esspecially dynamic datas of theese objects.

Process or unit of mineral processing processes with their indispensable for realisation technical means are characterised by: input, output and state variables.

For example flotation process is described as above.

On the ground of balance of useful element results in flotation cell selected partial transmitance models of this cell is defined.

Cell models were used for defining of multicell flotation machine model.

In the article are used differential equations for describing balance of useful element. Afterwords through its Laplace transformation and conversions, operator transmitance forms are defined. For finding multicell flotation machine model are used block schemes and their transformations.