

Jan ZAWADA
Politechnika Warszawska, Warszawa

MODEL KULOWY W MODELOWANIU MASZYNOWYCH PROCESÓW KRUSZENIA

Streszczenie. Praca stanowi kontynuację badań nad modelowaniem maszynowych procesów kruszenia. Opisuje ona szczegółowo model „kulowy” w zastosowaniu do obliczania kruszarek szczękowych.

THE SPHERE MODEL IN MODELLING OF MACHINE CRUSHING PROCESSES

Summary. The work is devoted to the modelling of machine crushing processes. The sphere model and its application to calculation of jaw crushers are described in details.

1. Wstęp - studia bibliograficzne

Jednym z kierunków rozwoju mechaniki procesów rozdrabniania (kruszenia i mielenia) jest modelowanie procesów maszynowych [1, 2]. Z punktu widzenia ścisłości teoretycznej, powinno ono uwzględniać zjawiska zachodzące w przestrzeni roboczej maszyn, a więc określać sposób przemieszczania, pękania i usuwania elementów surowca (nadawy). Modelowanie powinno ponadto umożliwiać określanie obciążeń granicznych (sił kruszenia), energii i rozkładu wielkości elementów surowca (brył, ziaren) w kolejnych fazach procesu. Takie ścisłe modelowanie byłoby jednak bardzo skomplikowane ze względu na brak danych doświadczalnych o przebiegu procesów w różnych maszynach, trudności w formułowaniu związków fizycznych rozdrabnianego ośrodka, trudności matematyczne itd.

Istnieją obecnie różne koncepcje (idee) modelowania procesów. Jedną z bardziej znanych została sformułowana w 1947 r. przez B. Epsteina [3], a następnie rozwinięta w 1956 r. przez S.R. Broadbenta i T.G. Callcotta [4]. Polega ona na traktowaniu procesów jako ciągu trzech elementarnych operacji następujących po sobie lub zachodzących jednocześnie. Są to operacje: rozdrabniania, selekcji i klasyfikacji opisane przez odpowiednie funkcje. Funkcja selekcji jest określona przez prawdopodobieństwo, że ziarno o wielkości x zostanie pokruszone w danym obszarze rozdrabniania w czasie cyklu roboczego. Funkcja klasyfikacji odzwierciedla zjawisko transportu materiału i jest określona przez prawdopodobieństwo wydalenia pokruszonych ziaren z danego obszaru rozdrabniania. Funkcja rozdrabniania odpowiada podziałowi ziaren na mniejsze cząstki. W ustalaniu postaci tych funkcji i wzajemnych zależności między nimi jest wykorzystywany rachunek macierzowy. Stąd modele procesów opierające się na koncepcji Epsteina, Broadbenta i Callcotta są nazywane „modelami macierzowymi”. Funkcję selekcji i klasyfikacji można określić dopiero po uprzednim wyznaczeniu funkcji rozdrabniania. Głównym problemem „modelowania macierzowego”, istotnym w mechanice rozdrabniania, jest więc identyfikacja funkcji rozdrabniania. W ogólnym wypadku funkcja ta powinna przedstawiać zależność między krzywą uziarnienia nadawy, krzywą uziarnienia produktu, właściwościami wytrzymałościowymi rozdrabnianego materiału i wydatkowaną energią.

W pracy [5] J. Małewski proponuje np., aby funkcję rozdrabniania L_r przedstawić za pomocą całki podwójnej

$$L_r = \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} L_j(x, y) dF(x, y) dF(y) \quad (1)$$

gdzie:

L_r - praca pokruszenia całego zbioru elementów y nadawy o maksymalnych wymiarach y_0 (funkcja rozdrabniania),

x_0 - maksymalny wymiar elementów x produktu,

$L_j(x, y)$ - praca pokruszenia danego elementu obliczana za pomocą hipotez energetycznych [5],

$F(x, y)$ - rozkład wielkości ziaren produktu powstały z rozdrabniania danego elementu zbioru o wielkości początkowej y (funkcja w postaci dystrybuanty),

$F(y)$ - rozkład wielkości elementów nadawy.

Identyfikacja funkcji rozdrabniania, odpowiadającej procesom zachodzącym w różnych maszynach, wymaga obszernych badań doświadczalnych. Dość znaczna liczba takich badań

odnosi się do młynów, natomiast w literaturze przedmiotu tylko nieliczne prace traktują o kruszarkach (np. [5, 6]). Przydatność praktyczna „modeli macierzowych” dla tej grupy maszyn jest więc na razie ograniczona.

Inne koncepcje modelowania polegają na przyjmowaniu hipotetycznych, wyidealizowanych sposobów przemieszczania się i pękania regularnych brył materiału w przestrzeni roboczej maszyn. Na tej podstawie można następnie, przy wykorzystaniu różnych metod teoretycznych, określać siły graniczne, energię rozdrabniania i objętość produktu w czasie kolejnych cykli roboczych maszyn.

W monografii [7] przedstawiono dokładnie tzw. „model sześcienny”. Taka nazwa wywodzi się stąd, że rozpatruje się historię pęknięcia sześcianu o zadanym boku „W” (uzależnionym od parametrów otworu wlotowego maszyny) oraz historię przemieszczania elementów pęknięcia tego sześcianu. Kolejne etapy pęknięcia tych elementów, odpowiadające kolejnym cyklom pracy, stanowią konkretne zagadnienia brzegowe. Można je rozwiązać, jak pokazują monografie [2, 7], metodami teorii stanów granicznych i teorii nośności granicznej.

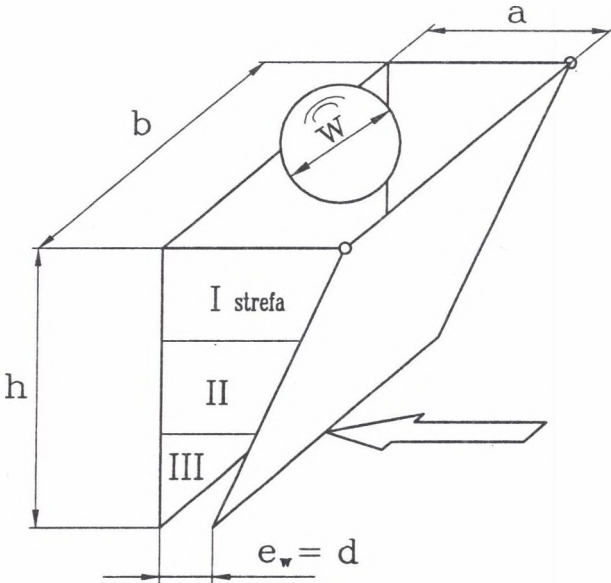
2. Cel pracy

Celem niniejszej pracy jest rozwinięcie koncepcji innego modelu niż „sześcienny”, a mianowicie modelu „kulowego I”, w którym dla niektórych stopni kruszenia bryły nieregularne będziemy zastępować kulami zastępczymi (pomysł kul zastępczych został wykorzystany w znanej hipotezie wielokrotności pracy kruszenia I. Bracha [9]). Energię kruszenia i siły kruszenia dla tego modelu będziemy wyliczać stosując proste zależności wytrzymałości materiałów, takie jak zaproponował H. Rühl [8]. Chodzi nam obecnie o prostotę procedury obliczeniowej, o możliwość łatwego jej zastosowania w praktyce inżynierskiej.

3. Model kulowy I - (wprowadzanie dla niektórych stopni kruszenia kul zastępczych) - idea modelu

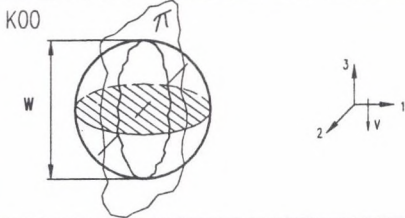
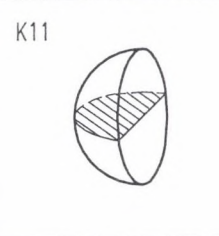
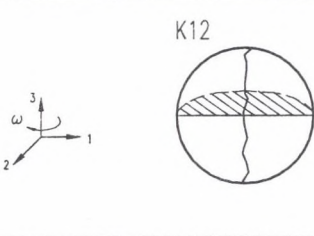
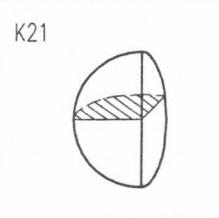
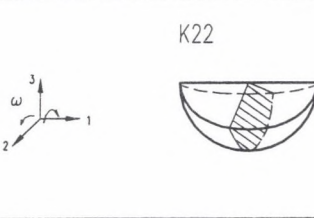
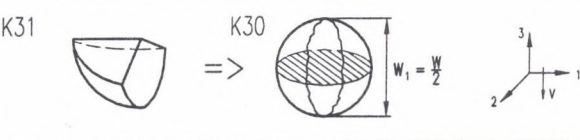
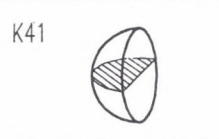
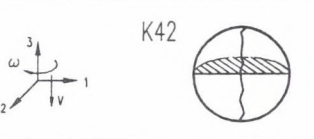
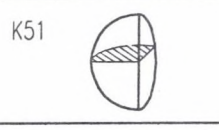
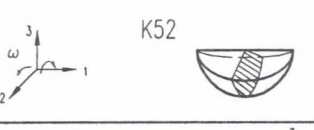



Wykorzystamy schemat pęknięcia i przemieszczania się materiału, zaproponowany przez H. Rühla, odnoszący się do kruszarek szczękowych i stożkowych [8]. Niech do przestrzeni

roboczej kruszarki dwurozporowej (mającej trzy strefy kruszenia), o wymiarach otworu wlotowego $a \times b$ (a - szerokość komory, b - długość komory), wpada kula o średnicy „ W ” (rys.1). Bryła ta podlega podziałowi na dwie równe części, które przemieszczają się w dół do strefy II, gdzie po obrocie ponownie pękają na dwie równe części. Jako przykład na rys. 2 uwidoczniło obraz podziału kuli o średnicy „ W ” oraz kolejne podziały, obroty i opadania w dół powstałych elementów rozpadu.



Rys. 1. Kula o średnicy W w otworze wlotowym kruszarki
Fig.1. Sphere of diameter W in inlet of crusher

Kula wejściowa o objętości $v = \frac{\pi W^3}{6}$, oznaczona symbolem $K00$, dzieli się wzdłuż płaszczyzny Π na dwie połówki oznaczone jako $V11$, które przesuują się ku dołowi komory kruszenia. Ruch ten oznaczono wektorem v . Podział bryły $K00$ stanowi I stopień kruszenia. Półkule $K11$ obracają się dookoła osi 3 (zgodnie z wektorem ω_3) i oznaczone już jako $K12$ dzielą się na ćwiartki $K21$, które wykonują obrót dookoła osi 2 i 1. Takie ćwiartki oznaczone jako $K22$ rozpadają się na ósemki $K31$. Te bryły $K31$ zastępujemy kulami zastępczymi $K31$ w ten sposób, aby objętość $K31$ była równa objętości $K30$. Kula zastępcza $K30$ pęka na dwie półkule $K41$, które wykonują obrót dookoła osi 3 stając się elementami $K42$. Te proste

OBJĘTOŚĆ BRYŁY	STOPIEŃ KRUSZENIA	OBRAZ PODZIAŁU, OBROTU I OPADANIA BRYŁ	
$v = \frac{\pi W^3}{6}$	I		
$\frac{1}{2} v$	II		
$\frac{1}{4} v$	III		
$\frac{1}{8} v$	IV		
$\frac{1}{16} v$	V		
$\frac{1}{32} v$	VI		
$\frac{1}{64} v$	VII		
$\frac{1}{128} v$			

Rys. 2. Model kulowy I. Pęknięcie i przemieszczanie bloków w przestrzeni roboczej kruszarki
 Fig. 2. Sphere model I. Fracture and displacement of blocks in working space of crusher

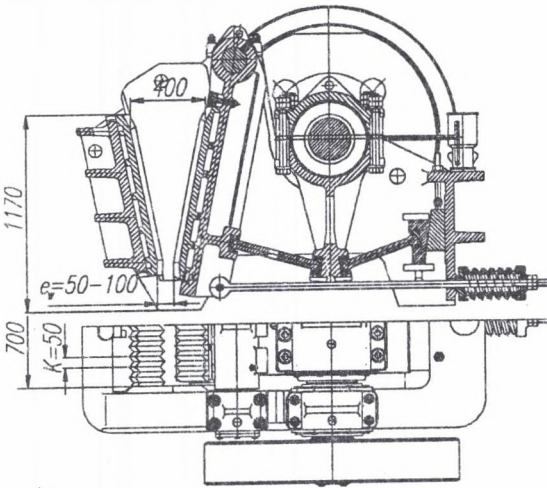
schematy są powtarzane do pewnego etapu kruszenia, gdy bryły osiągają wielkość i położenie umożliwiające im opuszczanie przestrzeni roboczej. Na rys. 2 są to półkule K72 o objętości

$$\text{równiej } \frac{1}{128} V = \frac{1}{128} \left(\frac{\pi W^3}{6} \right).$$

4. Model kulowy I - historia pęknięcia i przemieszczania się ziaren materiału dla kolejnych cykli pracy (obrotów wału mimośrodowego) kruszarki 40.15 MAKRUM

Ustalimy tu historię pęknięcia i przemieszczania się ziaren jako przykład dla kruszarki szczegółowej dwurozporowej 40.15 „MAKRUM”. Na rys. 3 podano dane techniczne tej maszyny oraz jej przekrój poprzeczny z uwidocznionymi m.in. wałem mimośrodowym i komorą kruszenia. Niech szczelina wylotowa kruszarki e_w jest równa 50 mm, $e_w = 50$ mm, co sprawia, że z przestrzeni roboczej zdołają wypaść kule oznaczone na rys. 2 jako K72. Zakładamy, iż średnica kuli wejściowej „W” jest równa $\frac{1}{3}$ długości b otworu wlotowego kruszarki, $W = \frac{1}{3} b$ (rys. 1). Zachowajmy takie same oznaczenia, jakie wprowadzono wcześniej na rys. 2. W czasie pierwszego obrotu wału mimośrodowego kula K00 znajdująca się w I strefie pęka na dwie części, które wykonują obrót i spadają do strefy II (rys. 4). Płaszczyzna pęknięcia i ruchy elementów są zaznaczone tak samo, jak na rys. 2. W czasie drugiego obrotu półkule K12 rozpadają się na cztery ćwiartki, z których dwie nie zmieniają położenia, a pozostałe dwie ulegają obrotowi. Ćwiartki K21 i K22 wypełniają wtedy przestrzeń II strefy kruszenia, ponieważ ich łączna długość wynosi $3W$, tzn. jest równa długości komory kruszenia b , $b = 3W$. Trzeci obrót przynosi pęknięcie ćwiartek K22, czwarty zaś obrót wału mimośrodowego pęknięcie i obrót kul zastępczych K30 na osiem brył K41, z których cztery przesuwiają się w dół i wykonują obroty, powstałe natomiast cztery bryły K41 znajdują się nadal w strefie II. Obrót czwarty to jednocześnie zmiana położenia ćwiartek K21, co jest konieczne, aby wypełnić strefę II. Kolejne fazy procesu objaśniają rysunki odpowiadające danemu obrotowi. Obrót siódmy związany jest z pęknięciem kul zastępczych K60, zmianą położenia części rozpadu i wypadnięciem ich ze szczeliny wylotowej kruszarki. W następnych obrotach, a więc w 9, 11, 13, 15... kolejne porcje materiału opuszczają komorę kruszenia. Obrót 14 charakteryzuje się

ponownym ściskaniem kuli K00. Po 23 obrocie hipotetyczny cykl kruszenia powtarza się, tzn. mamy tę samą sytuację, co przy obrocie 8.



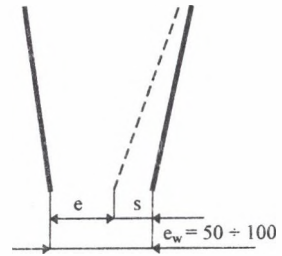
$$K = 2t$$

e - szczelina podczas max zbliżenia szczęk

s - skok szczęki ruchomej

szczeka stała

szczeka ruchoma



Rys.3. Kruszarka szczękowa dwuzoporowa 40.15 „MAKRUM”

otwór wlotowy $a \times b$ 400 x 700 mm
 szczelina wylotowa e_w 50 ÷ 100 mm

liczba obrotów wału mimośrodowego n 240 $\frac{\text{obr}}{\text{min}}$

moc silnika N_s 38 kW

wydajność techniczna W_t 12÷30 $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$

mimośród wału a 20 mm

podziałka karbów płyt roboczych K 50 mm

Fig.3. Jaw double-toggle crusher 40.15. „MAKRUM”

inlet of crusher $a \times b$

outlet of crusher e_w

number of revolutions of eccentric shaft n

driving power N_s

efficiency W_t

eccentric of shaft, a

pitch of working plates (notches) K

Omawiany przykład modelu kulowego I cechują ciągłość przepływu materiału i cykl kruszenia obejmujący 15 obrotów wału mimośrodowego.

1 obrót

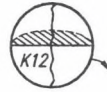
I strefa



II strefa

III strefa

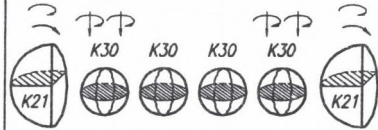
2 obrót



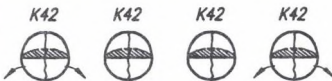
3 obrót



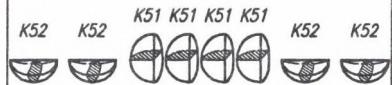
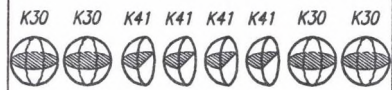
4 obrót



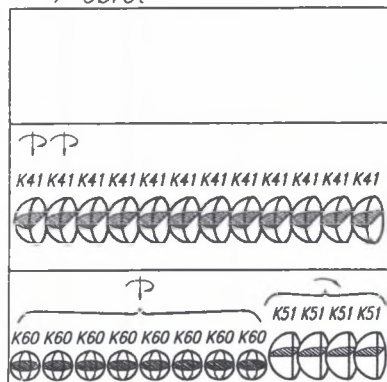
5 obrót



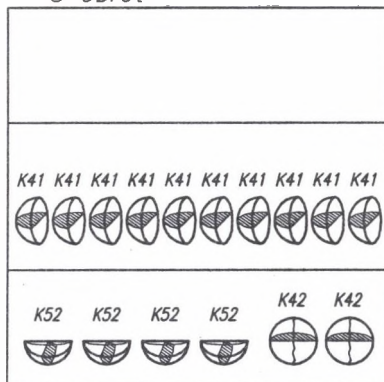
6 obrót



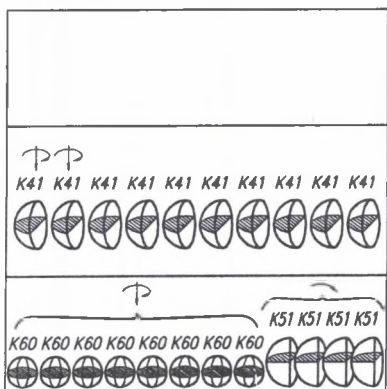
7 obrót



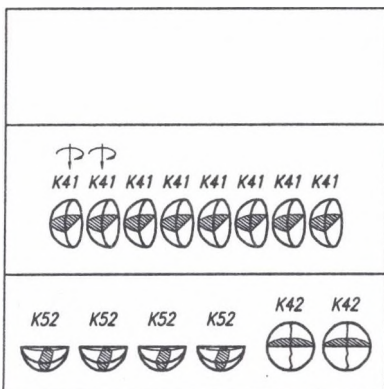
8 obrót



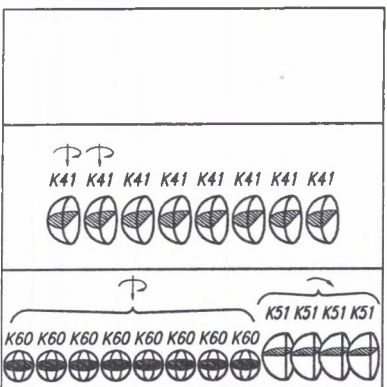
9 obrót



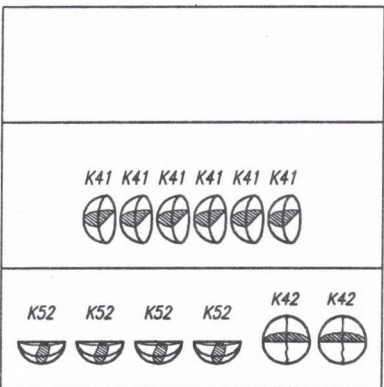
10 obrót



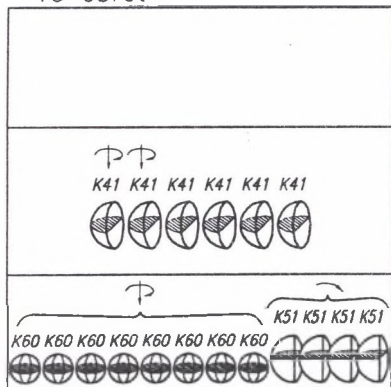
11 obrót



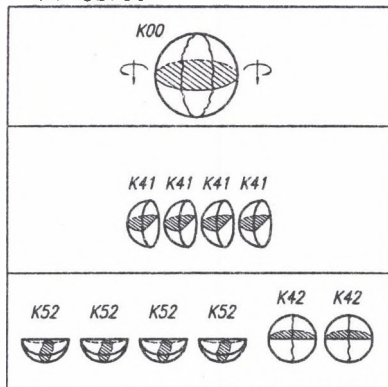
12 obrót



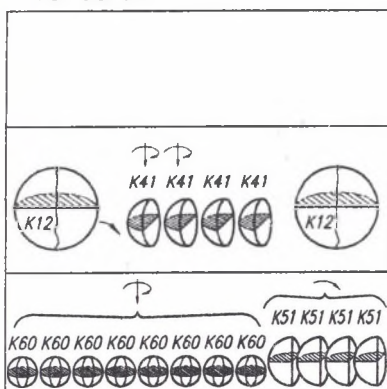
13 obrót



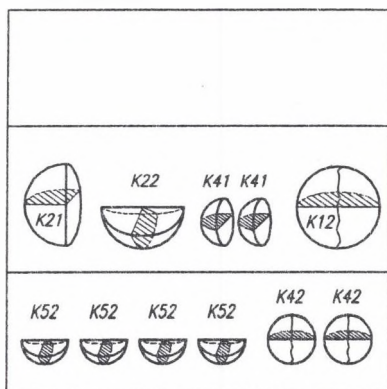
14 obrót



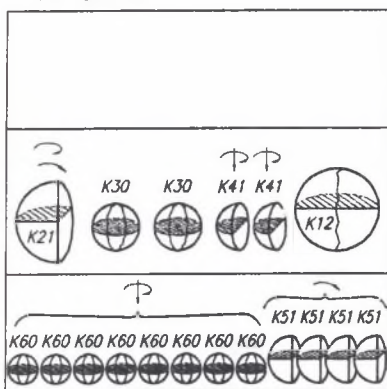
15 obrót



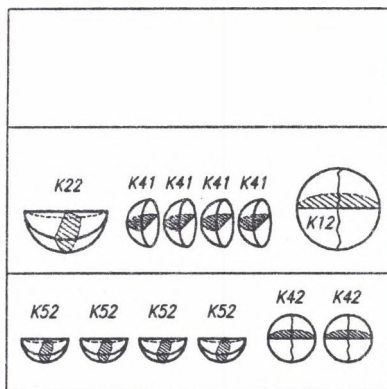
16 obrót

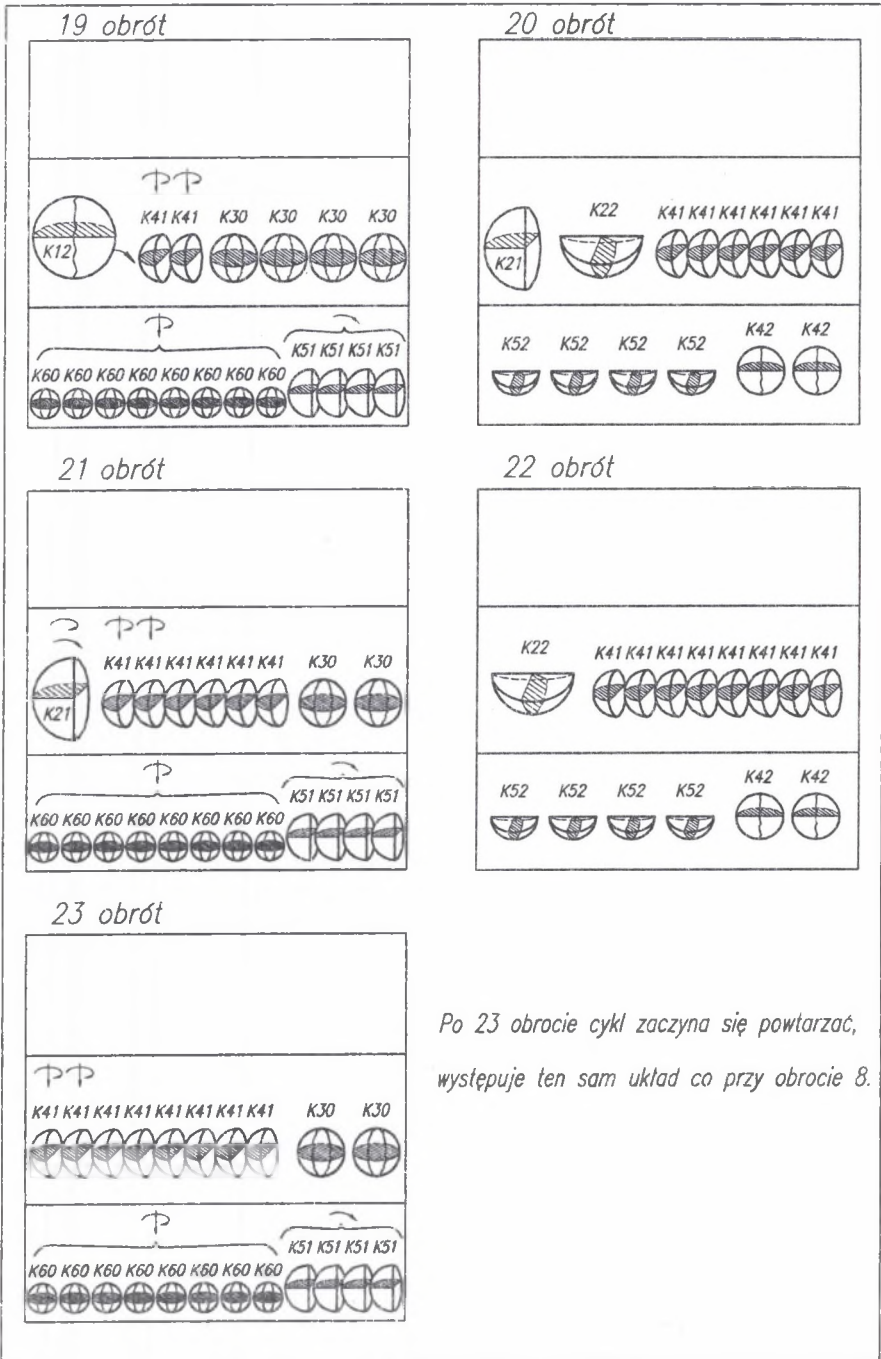


17 obrót



18 obrót





Rys. 4. Historia kruszenia w przestrzeni roboczej kruszarki 40.15 „MAKRUM”
 Fig.4. History of crushing in working space of crusher 40.15 „MAKRUM”

5. Model kulowy I - określanie sił i energii kruszenia [8]

Przyjmujemy warunki brzegowe obciążania w modelu I zaproponowane przez H. Rühla [8] (rys. 5). Płyty robocze (szczęki) mają karby klinowe o kącie wierzchołkowym $2\gamma=90^\circ$. Zastosujemy uproszczony sposób określania sił Z_1, Z_2, Z_3 oparty na wytrzymałości materiałów. Na przykład w celu określania sił Z_1 (pękanie kuli) należy rozważyć naprężenia działające w przekroju wzdłuż pionowej osi symetrii. Otóż działają tam naprężenia rozciągające σ_a pochodzące od poziomej siły $\frac{Z_1}{2}$ (będącej składową siły pionowej Z_1) oraz naprężenia zginające σ_{zg1} i σ_{zg2} od momentu $M_{zg1} = \frac{Z_1 \cdot w}{2}$ i momentu $M_{zg2} = \frac{Z_1 \cdot K}{2}$ (K - podziałka karbów). Naprężenia wypadkowe σ_w w okolicy przyłożenia siły Z_1 będą $\sigma_w = \sigma_a + \sigma_{zg1} - \sigma_{zg2}$. Po wstawieniu odpowiednich wielkości i wykonaniu działań otrzymamy:

$$\sigma_a = \frac{\frac{Z_1}{2}}{\frac{\pi W^2}{4}} + \frac{\frac{Z_1 \cdot w}{2}}{\frac{\pi W}{32}} - \frac{\frac{Z_1 \cdot K}{2}}{\pi \cdot W^3} = \frac{Z_1}{\pi W^3} \left(10 - 8 \frac{K}{W} \right), \quad (1)$$

$$Z_1 = \frac{\sigma_a \cdot \pi W^2}{10 - 8 \frac{K}{W}}.$$

Postępując podobnie w stosunku do obciążanych półkul i ćwiartek kul (rys. 5b, c) uzyskamy zależności:

$$Z_2 = \frac{\sigma_a \cdot \pi W^2}{14,3 - 24,3 \frac{K}{W}} \quad (2)$$

$$Z_3 = \frac{\sigma_a \cdot \pi W^2}{66,6 - 97,7 \frac{K}{W}}$$

Głębokość wnikania karbów w bryły ustalić można następująco (rys. 6a). Składowa siły Z to znaczy siła $Z_s = \frac{Z \cdot \sqrt{2}}{2}$ działająca na boczną powierzchnię klina jest równa

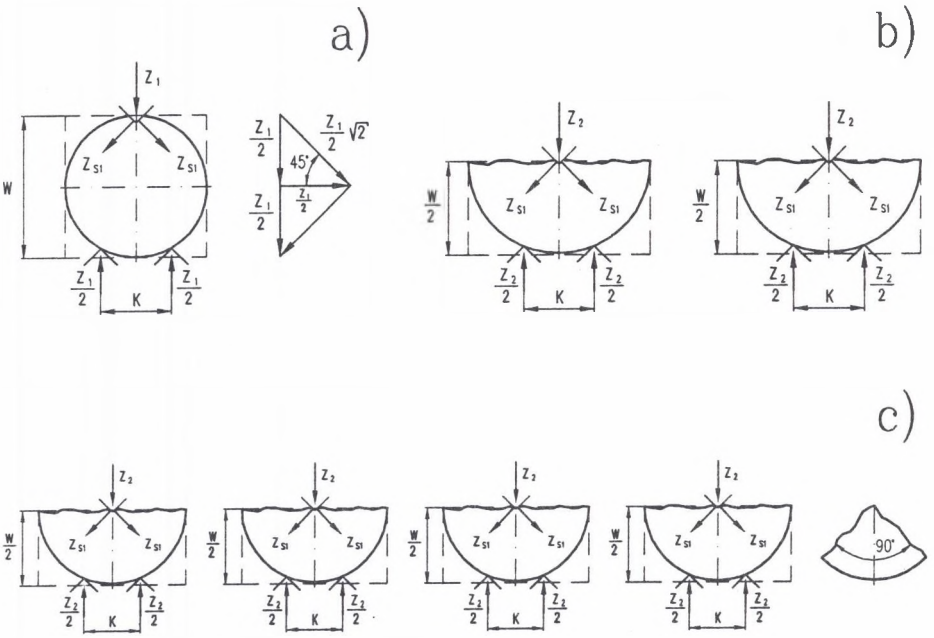
$$Z_s = \sigma_c \cdot s \cdot l \quad (3)$$

gdzie:

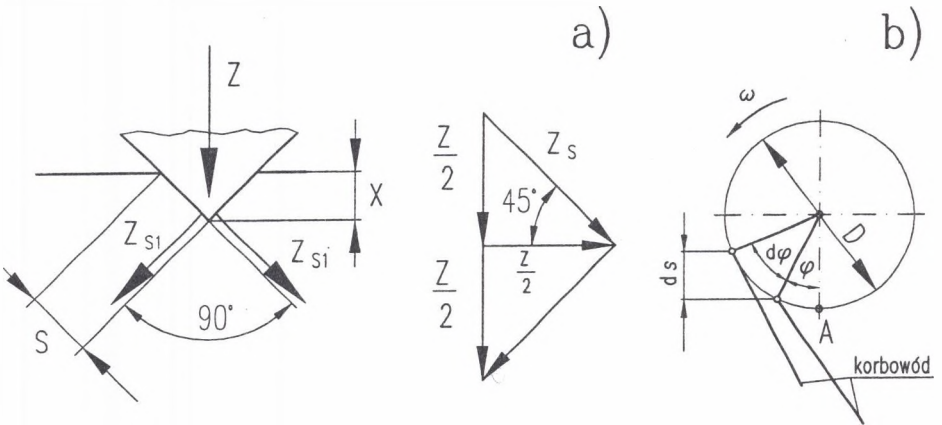
σ_c - wytrzymałość materiału na ściskanie,

s - parametr uzależniony od głębokości zagłębienia klina x , $s = x \cdot \sqrt{2}$,

l - długość klina.



Rys. 5. Warunki brzegowe obciążenia w modelu I
 Fig.5. Boundary conditions of load in model I



Rys. 6. Określenie energii kruszenia
 Fig.6. Determination of crushing energy

Z równania (3) wynika zależność

$$s = \frac{Z_s}{\sigma_c \cdot l} = \frac{Z \cdot \sqrt{2}}{\sigma_c \cdot l}, \quad (4)$$

Ponieważ $x = \frac{s}{\sqrt{2}}$, przeto głębokość zagłębienia pojedynczego klina wynosi

$$x = \frac{2}{2l \cdot \sigma_c}, \quad (5)$$

Zakłada się, że całkowita głębokość w wypadku podparcia bryły, jak np. na rys. 5a, wynosi $1,5x$, a w przypadku współosiowego ściskania klinami głębokość ta wynosi $2x$. Średnia S_2 z dwu tych rodzajów zagłębień S_2 jest równa $S_2 = \frac{3,5x}{2}$. Przyjmując dalej, że długość kontaktu z bryłą jest równa $l = \frac{W}{2}$, uzyskamy całkowitą głębokość zagłębienia (a więc drogę działania sił kruszenia)

$$S_2 = 1,75 \cdot \frac{Z}{W \cdot \sigma_c} \quad (6)$$

Energję kruszenia L wyznaczamy zakładając, że droga S_2 i siła Z zmieniają się zgodnie z funkcją sinus (podobnie jak siła w pociągaczu i jego przemieszczenie, rys. 6b). Energia L jest określona prostym wzorem

$$L = \frac{2}{3} Z \cdot S_2 \quad (7)$$

6. Zestawienie wyników liczbowych dla szczeliny $e_w = 50$ mm i $e_w = 100$ mm Kruszarka dwurozporowa 40.15 MAKRUM (tabele 1 i 2)

W tabelach 1 i 2 zestawimy wyniki otrzymane dla szczeliny minimalnej i maksymalnej kruszarki 40.15 MAKRUM. Surowcem jest granit, dla którego σ_c (wytrzymałość na ściskanie) jest równa $\sigma_c = 250$ Mpa, zaś wytrzymałość na rozciąganie $\sigma_t = 20$ Mpa.

Tabela 1

Model kulowy I. Kruszarka 40.15 MAKRUM. Szczelina minimalna $e_w = 50$ mm

Numer obrotu	Strefa	Nazwa i ilość sił działających w danej strefie	Wartość sił działających w danej strefie [kN]	Suma sił działających podczas danego obrotu [kN]	Wartość pracy wykonanej w danej strefie [kJ]	Suma prac wykonanych podczas danego obrotu [kJ]	Moc zużyta do wykonania danego obrotu [kW]
1	2	3	4	5	6	7	8
1	I	Z0	408	408	3.359	3.359	26.872
	II						
	III						
2	I			746	5.602	5.602	44.816
	II	2*Z1	746				
	III						
3	I			47.2	0.044	0.044	0.352
	II	2*Z2	47.2				
	III						
4	I			235.2	0.556	0.556	4.448
	II	4*Z3	235.2				
	III						
5	I			332.4	0.044	0.864	6.912
	II	2*Z2	47.2		0.82		
	III	4*Z4	285.2				
6	I			286.4	0.556	0.608	4.864
	II	4*Z3	235.2		0.052		
	III	4*Z5	51.2				
7	I			239.2	0.576	0.576	4.608
	II						
	III	8*Z6	239.2				
8	I			193.92	0.462	0.462	3.696
	II						
	III	4*Z5+2*Z4	193.92				
9	I			239.2	0.576	0.576	4.608
	II						
	III	8*Z6	239.2				
10	I			193.92	0.462	0.462	3.696
	II						
	III	4*Z5+2*Z4	193.92				
11	I			239.2	0.576	0.576	4.608
	II						
	III	8*Z6	239.2				
12	I			193.92	0.462	0.462	3.696
	II						
	III	4*Z5+2*Z4	193.92				
13	I			239.2	0.576	0.576	4.608
	II						
	III	8*Z6	239.2				

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8
14	I	Z0	408	601.62	3.359	3.821	30.568
	II						
	III	4*Z5+2*Z4	193.92		0.462		
15	I			985.2		6.178	49.424
	II	2*Z1	746		5.602		
	III	8*Z6	239.2		0.576		
16	I			590.52		3.285	26.28
	II	Z1+Z2	396.6		2.823		
	III	4*Z5+2*Z4	193.92		0.462		
17	I			380.4		0.876	7.008
	II	Z2+2*Z3	141.2		0.3		
	III	8*Z6	239.2		0.576		
18	I			590.52		3.285	26.28
	II	Z1+Z2	396.6		2.823		
	III	4*Z5+2*Z4	193.92		0.462		
19	I			498		1.154	9.232
	II	Z2+4*Z3	258.8		0.578		
	III	8*Z6	239.2		0.576		
20	I			217.52		0.484	3.872
	II	Z2	23.6		0.022		
	III	4*Z5+2*Z4	193.92		0.462		
21	I			356.8		0.854	6.832
	II	2*Z3	117.6		0.278		
	III	8*Z6	239.2		0.576		
22	I			217.52		0.484	3.872
	II	Z2	23.6		0.022		
	III	4*Z5+2*Z4	193.92		0.462		
23	I			356.8		0.854	6.832
	II	2*Z3	117.6		0.278		
	III	8*Z6	239.2		0.576		
			średnio	364.7		1.565	12.521

Tabela 2

Model kulowy I. Kruszarka 40.15 MAKRUM. Szczelina maksymalna $e_w=100$ mm

Numer obrotu	Strefa	Nazwa i ilość sił działających w danej strefie	Wartość sił działających w danej strefie [kN]	Suma sił działających podczas danego obrotu [kN]	Wartość pracy wykonanej w danej strefie [kJ]	Suma prac wykonanych podczas danego obrotu [kJ]	Moc zużyta do wykonania danego obrotu [kW]
1	I	Z0	408	408	3.359	3.359	26.872
	II						
2	I			746		5.602	44.816
	II	2*Z1	746		5.602		

cd. tabeli 2

1	2	3	4	5	6	7	8
3	I			47.2	0.044	0.044	0.352
	II	2*Z2	47.2				
4	I	Z0	408	643.2	8.29	8.846	70.768
	II	4*Z3	235.2				
5	I			420.2	2.845	2.845	22.86
	II	2*Z2+Z1	420.2				
6	I			608.2	3.357	3.357	26.856
	II	4*Z3+Z1	608.2				
7	I			420.2	2.845	2.845	22.76
	II	2*Z2+Z1	420.2				
8	I	Z0	408	1016.2	8.29	11.647	93.176
	II	4*Z3+Z1	608.2				
9	I			793	2.845	2.845	22.76
	II	2*Z2+Z1	793				
średnio:				566.9		4.598	36.791

Wnioski

Przedstawiony model kulowy I, pomimo szeregu założeń, pozwala na dość dobre oszacowanie wielkości napędu kruszarek szczękowych dwurozporowych, w naszym wypadku kruszarki 40.15 i jak wskazują badania przemysłowe tej kruszarki, również na realne oszacowanie wielkości sił kruszenia. Ze względu na prostotę procedury obliczeniowej może on być z powodzeniem wykorzystany w praktyce inżynierskiej.

LITERATURA

1. Rumpf H.: Struktur der Zerkleinerungswissenschaft, Aufbereitungs-Technik, 8, 421- 435, 1966.
2. Zawada J.: Obciążenia graniczne i pękanie skał (w modelowych procesach kruszenia). PWN, Warszawa 1995.

3. Epstein B.: The mathematical description of certain mechanisms. Leading to the logarithmic-normal distribution, *J. Franklin Inst.* 244, 471-477, 1947.
4. Broadbent S.R., Callcott T.G.: A matrix analysis of processes involving particale assembles, *Phil. Trans. R. Soc.* 249, 99-102, 1956.
5. Malewski J.: Modelowanie i symulacja systemów wydobywania i przeróbki skał, Pol. Wrocław, Seria: Monografie 27, Wrocław 1990.
6. Brożek M., Tumidajski T., Włodarczyk W.: Pewne aspekty estymacji macierzy rozdrabniania w kruszarkach szczękowych, *Gospod. Surowcami Mineralnymi*, 13, 81-92, Kraków 1997.
7. Zawada J.: Wstęp do mechaniki procesów kruszenia, Wyd. Instytutu Techn. Eksploat. (w Radomiu), Warszawa 1998.
8. Rühl H.: Die Gestaltung von Zerkleinerungsmaschinen durch rechnerische Vorausbestimmung der Zerkleinerungskräfte und der Zerkleinerungsarbeit, *Aufb.-Technik* 5, 2190233, 1964.
9. Brach I.: Praca rozdrabniania ciał kruchych, *Przegląd Mechaniczny* 27, 15, 1968.

Abstract

The work presents the continuation of reaserch on the subject of machine crushing processes. The sphere model and its application to calculation of jaw crushers are described in details. It formulates a hypothetical history of fracture and displacement of spheres in working space of machine. Such model is a basis for calculation of crushing forces, crushing energy and efficiency. For calculation of forces and energy the methods of limit states are used. These are the method of characteristics and approximate methods resulting from the extreme theorems. In the introductory calculation the methods of strength of materials are also used.

The last part of this work contains an example of calculation for a jaw double toggle crusher 40.15 „MAKRUM”.