

Antoni SKOĆ, Przemysław GRZESICA  
Politechnika Śląska, Gliwice

## ALGORYTM WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA OBCIĄŻENIA EKWIWALENTNEGO $K_{eq}$

**Streszczenie.** W opracowaniu przedstawiono algorytm wyznaczania współczynnika obciążenia ekwiwalentnego zębów przekładni. Współczynnik ten umożliwia uwzględnienie synergiczności oddziaływania obciążeń zewnętrznego i wewnętrznego na zazębienie przekładni, w kryterium zmniejszania zasobu wytrzymałości zmęczeniowej zębów pod wpływem obciążenia eksploatacyjnego przekładni zębatej.

## ALGORITHM OF CALCULATION OF EQUIVALENT LOAD COEFFICIENT $K_{eq}$

**Summary.** There is presented in the paper an algorithm for determination of a new equivalent load coefficient of gear teeth. The coefficient enables to take into account a synergy of acting on a gear outer and inner load in criteria of deterioration of fatigue strength capacity of gear teeth.

### 1. Wstęp

Korzystając z podstawowych zależności kinematycznych wynikających z teorii zazębienia ewolwentowego, przy założeniu że przekładnia zębata jest ciałem idealnie sztywnym, można zdefiniować wartość siły międzyzębnej jako stosunek chwilowego momentu obrotowego, działającego na wał zębniaka, do odległości pomiędzy chwilowym punktem przyporu a osią obrotu zębniaka. Ponieważ przekładnia zębata jest w istocie zbiorem elementów sprężystych o określonych masach, które pod wpływem wzbudzenia ulegają drganiom, stąd w zazębieniu generowane są siły dynamiczne, których wartości maksymalne mogą znacząco przekraczać wartości sił statycznych wyznaczonych według wspomnianej wyżej reguły. Międzyzębne siły dynamiczne są efektem pobudzania układu do drgań przez

dwa źródła wymuszeń. Jednym ze źródeł, charakterystycznym dla przekładni, jest ogół wzajemnych oddziaływań pomiędzy elementami przekładni, powodujących okresową zmianę parametrów stanu układu. Natomiast drugim źródłem dynamicznego obciążenia zębów przekładni jest cały układ napędowy wraz z maszyną roboczą, które oddziałują na siebie wzajemnie poprzez sprzężenie zwrotne części elektrycznej układu z częścią mechaniczną. Sprzężenia te skutkują niestałością obciążenia na wałach przekładni zarówno w formie zmiennego momentu obrotowego, jak i zmiennej prędkości obrotowej. Zatem, można powiedzieć, iż wymuszenia te mają charakter wzbudzeń zewnętrznych.

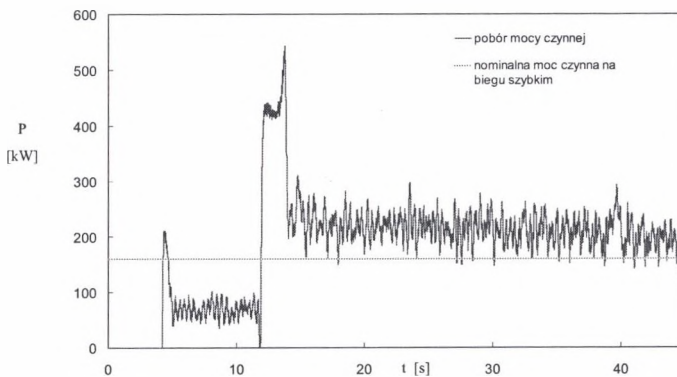
Prowadzone w wielu ośrodkach na całym świecie badania dotyczące identyfikacji zjawisk fizycznych zachodzących w przekładniach zębatych przyczyniły się do powstania norm [6] regulujących metodykę projektowania walcowych przekładni zębatych. W normie podstawowej wyodrębniono zróżnicowane pod względem pracochłonności oraz dokładności metody wyznaczania współczynnika, za pomocą którego uwzględniany jest wpływ parametrów konstrukcyjnych i warunków eksploatacyjnych na obciążenie przekładni. Metody te zostały uszeregowane według malejącego stopnia dokładności od litery A do litery F. Współczynnik ten ma za zadanie uwzględnić różnicę między nominalnym obciążeniem statycznym a rzeczywistym obciążeniem przekładni w warunkach eksploatacyjnych. Jego wartość określona jest przez iloczyn czterech składowych współczynników, takich jak:

- współczynnik zastosowania  $K_A$ ,
- współczynnik dynamiczności wewnętrznej  $K_V$ ,
- współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż długości zęba  $K_\beta$ ,
- współczynnik rozkładu obciążenia wzdłuż odcinka przyporu  $K_\alpha$ .

Jak zauważono w pracy [2], obciążenie zębów przekładni zależne jest od parametrów, których wartość zmienia się losowo i to w różnym stopniu w trzech podstawowych fazach pracy maszyny, takich jak rozruch, ruch ustalony oraz zatrzymywanie. Dlatego też, zalecanym przez normę [6] w szczególnych przypadkach, dokładniejszym sposobem szacowania trwałości eksploatacyjnej przy występowaniu losowego przebiegu obciążenia jest porównanie widma obciążenia z charakterystykami materiałowymi za pomocą hipotez wytrzymałości zmęczeniowej. Wyznaczenie widma obciążenia międzyzębnego przekładni przeprowadzane jest na bazie wyników reprezentowanych przez przebiegi czasowe siły międzyzębnej zmierzonej w toku badań obiektu rzeczywistego, badań na specjalnym stanowisku laboratoryjnym bądź wyznaczone na podstawie badań teoretycznych na modelu dynamicznym przekładni zębatej.

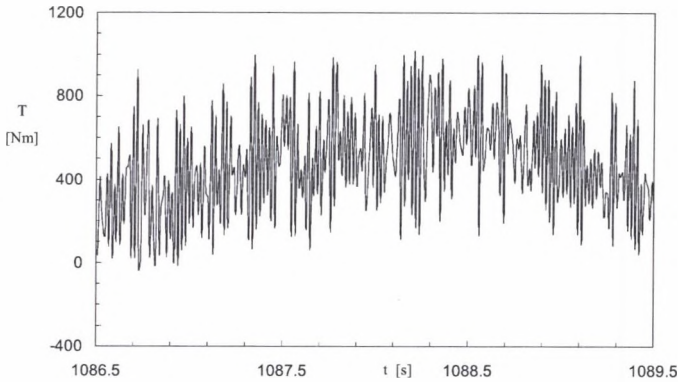
Należy w tym miejscu podkreślić, że współczynnik dynamiczny  $K_V$  i współczynnik zastosowania  $K_A$  są wyznaczone niezależnie, a ich iloczyn ma zagwarantować dokładne oszacowanie wpływu zjawisk dynamicznych na trwałość zazębienia. Jak powszechnie wiadomo, współczynnik  $K_V$ , wyznaczany w warunkach stałego obciążenia zewnętrznego, na ogół definiowany jest [4] jako stosunek maksymalnej wartości siły międzyzębnej do nominalnej wartości siły międzyzębnej. Przez nominalną siłę międzyzębną należy rozumieć stosunek momentu obrotowego o stałej (nominalnej) wartości do wartości promienia zasadniczego. Zdaniem autorów taki sposób wyznaczania współczynnika dynamicznego  $K_V$  nie gwarantuje uwzględnienia synergicznego oddziaływania obciążenia zewnętrznego i wewnętrznego przekładni na generowane w zazębieniu siły dynamiczne. Niedokładność ta jest tym istotniejsza, im przebiegi zewnętrznego obciążenia eksploatacyjnego różnią się od stałej wartości momentu nominalnego.

W przypadku maszyn górniczych, a w szczególności przenośników zgrzeblowych i kombajnów węglowych obciążenia eksploatacyjne działające na układy napędowe niewątpliwie charakteryzują się zmiennością w dziedzinie czasu. Przedstawione na rysunkach 1 i 2 przykłady przebiegów poboru mocy przez silnik elektryczny napędu przenośnika zgrzeblowego oraz kombajnu chodnikowego [1, 5] wskazują, że zarówno w fazie rozruchu, jak i w czasie pracy ustalonej mogą występować znaczne przeciążenia o przebiegu impulsowym, które ze względu na swój charakter i liczbę wydają się mieć znaczący wpływ na trwałość przekładni zębatej.



Rys. 1. Przebieg poboru mocy czynnej przez dwubiegowy silnik asynchroniczny [5]; rozruch przenośnika zgrzeblowego

Fig. 1. Progress of receiving power by two-gear asynchronous motor [5]; starting of scraper conveyor



Rys. 2. Przykładowe przebiegi momentu obrotowego działającego na wał wejściowy przekładni organu urabiającego kombajnu chodnikowego [1]

Fig. 2. An example of torque acting on driving shaft of shearer's head gearbox

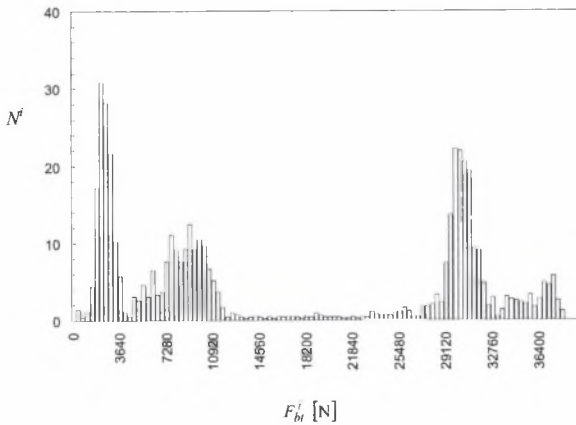
Zaprezentowane przykładowe przebiegi eksploatacyjne obciążenia zewnętrznego przekładni zębatych pracujących w układach napędowych maszyn górniczych niewątpliwie znacząco odbiegają od przebiegów obciążenia o stałej, nominalnej wartości. Znaczna zmienność obciążenia oraz duża liczba przeciążeń występujących nie tylko w fazach rozruchu, ale i w okresach pracy ciągłej wspomnianych maszyn skłania do tego, aby problemowi temu poświęcić szczególną uwagę.

Zdaniem autorów, z punktu widzenia trwałości przekładni, istotne jest określenie nie tylko wartości międzyzębnych sił dynamicznych wzbudzanych pod wpływem równoczesnego oddziaływania obciążenia zewnętrznego i wewnętrznego przekładni, ale także wyznaczenie, w jakim zakresie zasób trwałości zmęczeniowej zazębienia został uszczuplony. Przebiegi czasowe siły międzyzębnej  $F_{bt}$  dają wprawdzie informację, jak duże siły dynamiczne działały na zazębienie, nie są jednak wystarczające do bezpośredniej oceny stopnia zmniejszenia zasobu trwałości zmęczeniowej zazębienia. Dopiero stopień deterioracji tegoż zasobu pozwoli bowiem na porównanie wpływów oraz ocenę jakościową różnych przebiegów czasowych siły międzyzębnej  $F_{bt}$  z punktu widzenia dobroci przekładni.

Mając powyższe na uwadze, autorzy zaproponowali w niniejszym opracowaniu metodykę wyznaczania nowego wskaźnika charakteryzującego występujące w zazębieniu zjawiska dynamiczne o charakterze bezwładnościowym w kryterium trwałości eksploatacyjnej zazębienia w oparciu o przebiegi siły międzyzębnej.

## 2. Wyznaczanie współczynnika obciążenia ekwiwalentnego $K_{eq}$

Mając przygotowany zbiór liczbowy, którego poszczególne wyrazy odpowiadają wartościom maksymalnym siły międzyzębnej  $F_{bt}$  w każdym cyklu zazębienia, należy stworzyć blokowe widmo obciążenia [2, 3, 4], którego przykład zamieszczono na rysunku 3.



Rys. 3. Przykładowe blokowe widmo obciążenia zęba zębnika  
 Fig. 3. An example of a tooth load spectrum

Na bazie tego widma wyznacza się równoważną liczbę cykli  $N^{eq}$  działającej na zęby nominalnej siły międzyzębnej, w myśl hipotezy Palmgren-Minera [3] ujętej w zależność:

$$\log N^{eq} = \sum_{i=1}^{i=k} \left( m \cdot \log \frac{F_{bt}^i}{F_{bt}^{nom}} + \log N^i \right), \quad (1)$$

przy czym:

$$F_{bt}^{nom} = b \cdot d_1 \cdot Q, \quad (2)$$

gdzie:

$F_{bt}^i$  - wartość i-tego poziomu obciążenia,

$N^i$  - liczba cykli obciążenia z przedziału  $\Delta = F_{bt}^i - F_{bt}^{i-1}$ ,

$m$  - współczynnik kierunkowy prostej leżącej w obszarze ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej (lewa gałąź wykresu Woehlera),

$b$  - czynna szerokość zębnika,

$d_1$  - średnica podziałowa zębnika,

$Q$  - wskaźnik nominalnego obciążenia jednostkowego zębów.

Przez pojęcie nominalnej liczby cykli  $N^{nom}$  należy rozumieć sumaryczną liczbę cykli w analizowanym przedziale czasowym działania siły międzyzębnej  $F_{bt}$ , zgodnie z równaniem:

$$N^{nom} = \sum_{i=1}^{i=k} N^i . \quad (3)$$

Następnie wyznaczano wartość ekwiwalentnej siły międzyzębnej  $F_{bt}^{eq}$ , której działanie w liczbie cykli  $N^{nom}$  spowodowałoby identyczny stopień skumulowania uszkodzeń jak działanie zastępczą liczbą cykli  $N^{eq}$  przez nominalną siłę międzyzębną  $F_{bt}^{nom}$ , co można wyrazić poniższym równaniem:

$$\log F_{bt}^{eq} = \frac{1}{m} \cdot \log \frac{N^{eq}}{N^{nom}} + \log F_{bt}^{nom} . \quad (4)$$

Proporcja między zastępczą liczbą cykli  $N^{eq}$  a nominalną liczbą cykli  $N^{nom}$  obrazuje, o ile szybciej dany ząb zębniaka zmniejszył swój zasób trwałości na skutek działania zmiennego zewnętrznego obciążenia eksploatacyjnego w porównaniu ze skutkami oddziaływania obciążenia zewnętrznego o stałej wartości. Natomiast stosunek wartości międzyzębnej siły ekwiwalentnej  $F_{bt}^{eq}$  do wartości międzyzębnej siły nominalnej  $F_{bt}^{nom}$  w niniejszym opracowaniu zdefiniowano jako współczynnik obciążenia ekwiwalentnego  $K_{eq}$  o następującym równaniu:

$$K_{eq} = \frac{F_{bt}^{eq}}{F_{bt}^{nom}} \quad (5)$$

### 3. Wnioski

Mając wzgląd na istotną zmienność obciążenia przekładni pracujących w napędach przenośników zgrzeblowych czy też kombajnów węglowych rodzi się przypuszczenie, iż wyznaczanie współczynnika dynamiczności wewnętrznej, nie uwzględniający warunków zewnętrznego obciążenia eksploatacyjnego przekładni, może być przyczyną poważnego niedowartościowania skutków generowanych międzyzębnymi siłami dynamicznymi. Aby temu zaradzić, autorzy proponują zamiast oddzielnego traktowania współczynników  $K_A$  i  $K_V$  ująć ogół zjawisk dynamicznych w występujących zazębieniu nowym współczynnikiem obciążenia ekwiwalentnego  $K_{eq}$ . Wartość powyższego współczynnika daje możliwość oceny, ilokrotnie procesy dynamiczne o charakterze bezwładnościowym, zachodzące w zazębieniu

pod wpływem obciążenia zewnętrznego oraz wewnętrznego przekładni, zwiększają obciążenie zębów przekładni ponad wielkość nominalną.

## LITERATURA

1. Cheluszka P., Dolipski M.: Betriebserfahrungen auf dem Gebiet der Einbruchserstellung bei Teilschnittmaschinen mit Querschneidkopf. Glickauf Forschungshefte 61 (2000), 23-26.
2. Dziama A., Michniewicz M., Niedźwiedzki A.: Przekładnie zębate. PWN, Warszawa 1995.
3. Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych. PWN, Warszawa 1997.
4. Müller L.: Przekładnie zębate - projektowanie. WNT, Warszawa 1996.
5. Sobota P.: Identyfikacja i określenie możliwości redukcji przeciążeń zespołów napędowych w przenośnikach ścianowych. Badania własne BW-592/RG-2/98/T-9, Gliwice 1998 (praca niepublikowana).
6. ISO 6336: Calculation of load capacity of spur and helical gears. Genewa 1996.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. inż. Adam Klich

## Abstract

Due to huge variation of outer load acting on a shaft of a drive unit gear working in conveyors and cutting shearers, one can make assumption that the determination of the inner dynamic coefficient, without taking under consideration outer load of gear could cause serious underestimation of effects of dynamic meshing forces. Authors have proposed a new approach to dynamic effects by means of equivalent load coefficient  $K_{eq}$ , instead of individual approach using coefficients  $K_V$  and  $K_A$ . The value of  $K_{eq}$  coefficient gives opportunity for evaluation how many times inertial dynamic process in meshing pairs, affected by outer load conditions, are raising meshing load under the nominal value.