

Ahmad BADRAH

Uniwersytet w Wersalu, Laboratorium PRiSM

Tadeusz CZACHÓRSKI, Joanna DOMAŃSKA

Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, PAN

Franck QUESSETTE

Uniwersytet w Wersalu, Laboratorium PRiSM

MARKOWOWSKIE MODELE WIELOWARSTWOWYCH PRZEŁĄCZNIKÓW SIECIOWYCH Z BLOKOWANIEM

Streszczenie. Artykuł opisuje użycie łańcuchów Markowa do analizy wydajności bloków, z których zbudowana jest wielostanowiskowa sieć połączeń z blokowaniem. Opisano krótko wykorzystaną metodę dyskutując analityczne i numeryczne problemy związane z jej implementacją. Artykuł pokazuje, jak oszacować wydajność rozważanych bloków sieci połączeń.

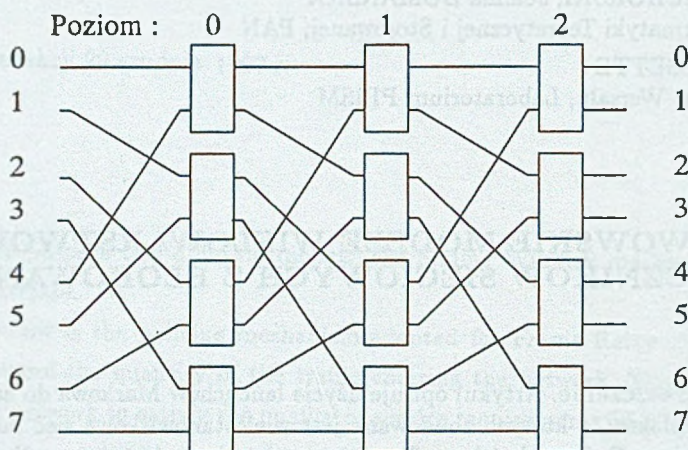
MARKOV MODELS OF MULTISTAGE INTERCONNECTION NETWORKS WITH BLOCKING

Summary. The article presents the use of Markov chains to analyze the performances of blocks building a multistage interconnection network with blocking. Brief description of markovian analysis with its analytical and numerical problems is given. The article shows how to evaluate performances of the considered elements of interconnection networks.

1. Wstęp

W niniejszym artykule przedstawiona jest analiza działania przełączników sieciowych, używanych do projektowania dużej klasy sieci połączeń, takich jak np. sieć Omega (rys. 1). Tego rodzaju sieć połączeń i jej wydajność jest bardzo często przedmiotem analizy. Zainteresowanie to wynika z faktu, że tego typu sieci spełniają ważną rolę w procesie

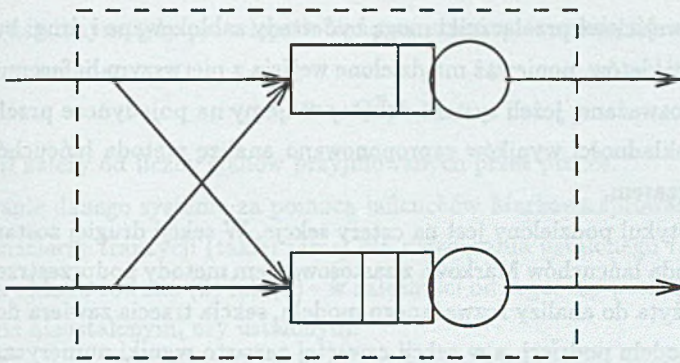
projektowania efektywnych architektur wieloprocesorowych. Stanowią kompromis pomiędzy szybkimi i kosztownymi połączeniami typu *crossbar* a taną, lecz wolną wspólną magistralą. Łatwe jest w nich sterowanie ruchem. Jednakże duży rozmiar takich sieci, jak również charakterystyczne dla ich pracy zjawisko blokowania powodują, że są one bardzo trudne do analizy.



Rys. 1. Sieć Omega
Fig. 1. The Omega network

Tego typu sieć posiada N wejść (procesorów) i N wyjść (pamięci), gdzie dla ustalonego n , $N = 2^n$. Bufory w każdym przełączniku mają skończoną pojemność i jeżeli bufor jest pełny, blokuje wtedy nadawcę, który próbuje do niego wysłać pakiet. Zakładamy, że sieć pracuje w trybie przełączania pakietów, a bufory znajdują się na wyjściu przełączników. Jeżeli ponadto założymy, że czas przełączania jest mały, przełącznik można zamodelować za pomocą dwóch buforów o skończonej pojemności (rys. 2). Ze względu na ograniczoną pojemność blokowanie może nastąpić w przypadku, gdy bufor jest pełny. Zakładamy, że pakiet wysłany do pełnego bufora jest zatrzymywany przez nadawcę do czasu, aż w buforze przeznaczenia zwolni się miejsce. Obsługa w buforze nadawcy jest wtedy zablokowana. To zjawisko jest często nazywane "Head of Line blocking".

Bufory o skończonej pojemności, w których występuje zjawisko blokowania, są z reguły bardzo trudne do analizy, a wyniki analityczne można uzyskać jedynie dla ograniczonej topologii sieci i ograniczonych mechanizmów blokowania. W konsekwencji, modele takich wielopoziomowych sieci są z reguły oparte na dekompozycji - poszczególne przełączniki rozważane są osobno, a prawdopodobieństwa blokowania uzyskuje się na drodze

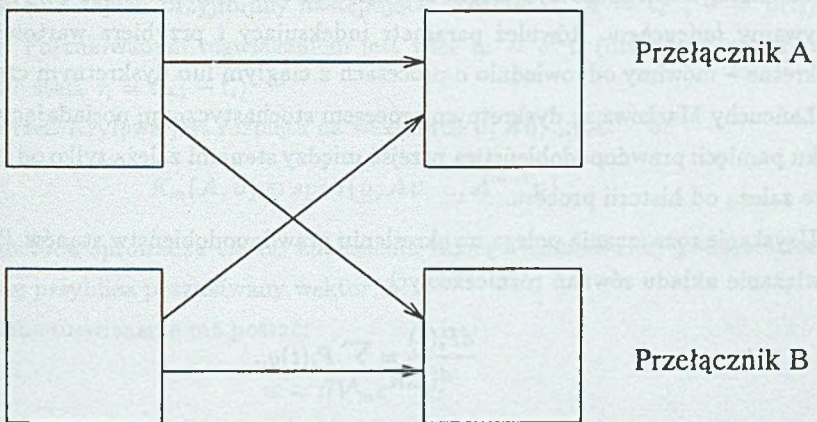


Rys. 2. Model przełącznika

Fig. 2. Model of a Switch

iteracyjnego dochodzenia do punktu zbieżności. Dokładność wyników jest z reguły niezadowalająca, szczególnie przy dużym obciążeniu sieci.

W niniejszym artykule zaproponowano metodę analizy opartą również na dekompozycji sieci, ale na dekompozycji na podsieci większe od pojedynczego przełącznika. Analiza teoretyczna [1] pokazała, że wszystkie sieci o topologii analogicznej do sieci Omega są zbudowane z małych bloków, składających się z czterech przełączników (rys. 3), z pewnymi ograniczeniami na połączenia pomiędzy blokami.



Rys. 3. Blok czterech przełączników

Fig. 3. Block of four Switches

Jeden taki blok „pokrywa” dwa poziomy rozważanej sieci, tzn. zawiera podzbiór dwóch przełączników ze zbioru przełączników $i + 1$ -go poziomu, którego elementy są połączone z analogiczną parą przełączników i -tego poziomu. Jeżeli węzeł A ma jeden bu-

for pełny, dwa wejściowe przełączniki mogą być wtedy zablokowane i drugi bufor węzła A nie otrzymuje pakietów, ponieważ ma dzielone wejścia z pierwszym buforem. To zjawisko nie może być rozważane, jeżeli system dekomponujemy na pojedyncze przełączniki. Dla poprawienia dokładności wyników zaproponowano analizę metodą łańcuchów Markowa z dyskretnym czasem.

Niniejszy artykuł podzielony jest na cztery sekcje. W sekcji drugiej zostanie pokrótce omówiona metoda łańcuchów Markowa z zastosowaniem metody podprzestrzeni Kryłowa, która została użyta do analizy rozważanego modelu, sekcja trzecia zawiera dokładny opis rozważanego modelu podsieci, a w sekcji czwartej zawarto wyniki numeryczne.

2. Modelowanie za pomocą łańcuchów Markowa

Modelowanie za pomocą łańcuchów Markowa stosowane jest w wielu dziedzinach nauki i techniki.

Łańcuchy Markowa są *procesem stochastycznym*. Proces stochastyczny $X(t)$ jest rodziną zmiennych losowych, określonych na tej samej przestrzeni probabilistycznej i uporządkowanych według parametru t . Wartości przyjmowane przez proces tworzą jego przestrzeń stanu, która może być ciągła lub dyskretna; w tym ostatnim przypadku proces nazywamy *łańcuchem*. Również parametr indeksujący t przybiera wartości ciągłe lub dyskretne – mówimy odpowiednio o procesach z ciągłym lub dyskretnym czasem.

Łańcuchy Markowa są dyskretnym procesem stochastycznym posiadającym własność braku pamięci: prawdopodobieństwa przejść między stanami zależą tylko od tych stanów, a nie zależą od historii procesu.

Uzyskanie rozwiązania polega na określeniu prawdopodobieństw stanów $P_i(t)$ poprzez rozwiązanie układu równań różniczkowych:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_j P_j(t)q_{ji} \quad (1)$$

lub w zapisie macierzowym:

$$\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \mathbf{Q}^T \mathbf{p}(t) \quad (2)$$

\mathbf{p} jest poszukiwanym wektorem prawdopodobieństw stanów, a macierz tranżycji \mathbf{Q} jest nazywana *generatorem nieskończonym* prawdopodobieństw stanów. Układ równań (1) należy uzupełnić warunkiem normalizacyjnym $\sum_j p_j(t) = 1$.

W stanie ustalonym, gdy prawdopodobieństwa stanów nie zależą od czasu, $\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}$, układ (2) przechodzi w

$$0 = \mathbf{Q}^T \mathbf{p} \quad (3)$$

Wymiar \mathbf{Q} , \mathbf{p} zależy od liczby stanów przyjmowanych przez proces.

Modelowanie danego systemu za pomocą łańcuchów Markowa sprowadza się więc do znalezienia macierzy tranzycji (takiej samej dla rozwiązania ustalonego i nieustalonego) i rozwiązania układu równań (2) lub (3) - w zależności od tego, czy poszukujemy rozwiązania w stanie nieustalonym, czy ustalonym.

W ogólnym przypadku rozwiązania poszukujemy na drodze numerycznej, a problemy, jakie napotykamy, związane są z bardzo dużą, sięgającą setek tysięcy, liczbą stanów (a więc wymiarem macierzy \mathbf{Q}). Macierz \mathbf{Q} jest z reguły rzadka i źle uwarunkowana, co potęguje trudności i wyklucza stosowanie najbardziej popularnych algorytmów rozwiązywania układów równań algebraicznych i różniczkowych.

Większość metod używanych do rozwiązywania układu równań (2) nie sprawdza się, jeżeli obie wielkości: $\|\mathbf{Q}^T\|$ i t są duże. Trudno jest więc wskazać metodę odpowiednią dla każdego przypadku. Jedynie metoda podprzestrzeni Kryłowa radzi sobie z dużymi rozmiarami powyższych wielkości, dlatego też jest ona szczególnie polecana dla tego typu zagadnień [3], [4].

Dla ułatwienia zapisu przyjmijmy następujące oznaczenia: $\mathbf{A} = \mathbf{Q}^T$, $\mathbf{v} = \mathbf{p}(t_i)$, a $\mathbf{w} = \mathbf{p}(t_{i+1})$. Poszukiwanym rozwiązaniem jest więc $\mathbf{w} = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{v}$ (dla ułatwienia zapisu można opuścić stałą $\tau_i = t_{i+1} - t_i$).

Podprzestrzeń Kryłowa jest rozpięta na wektorach $\mathbf{v}, \mathbf{A}\mathbf{v}, \dots, \mathbf{A}^{m-1}\mathbf{v}$:

$$K_m(\mathbf{A}, \mathbf{v}) \equiv \text{span}\{\mathbf{v}, \mathbf{A}\mathbf{v}, \dots, \mathbf{A}^{m-1}\mathbf{v}\}$$

Opisywana metoda sprowadza się do znalezienia takiego elementu tej podprzestrzeni, który najlepiej przybliży poszukiwany wektor \mathbf{w} .

Poszukiwane rozwiązanie ma postać:

$$\mathbf{w} \approx \beta \mathbf{V}_m e^{\mathbf{H}_m t} \mathbf{e}_1$$

Wektor \mathbf{e}_1 jest wektorem, który ma pierwszy element równy jeden, a pozostałe elementy równe zero. $\mathbf{V}_m = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m]$ jest to zbiór wektorów bazowych podprzestrzeni Kryłowa, a $\beta = \|\mathbf{v}\|_2$. Zbiór wektorów bazowych \mathbf{V}_m , jak również górną macierz Hessenberga \mathbf{H}_m wyznaczamy korzystając z tzw. *procedury Arnoldiego* [3], [4].

Uzyskane rozwiązanie nadal wymaga obliczania macierzy eksponencjalnej, ale małego rozmiaru (m - rozmiar podprzestrzeni Kryłowa jest dużo mniejszy od n - liczby stanów

badanego systemu). Do jej obliczenia możemy użyć dowolnej metody polecanej dla małych systemów. Najczęściej używana jest aproksymacja Padégo [3], [4].

Podsumowując, metoda podprzestrzeni Kryłowa dla stanów nieustalonych sprowadza się do:

- użycia procedury Arnoldiego do konstrukcji ortonormalnego zbioru wektorów bazowych V_m i górnej macierzy Hessenberga H_m ,
- użycia aproksymacji Padégo do obliczenia $e^{H_m \tau}$,
- obliczenia poszukiwanego wektora prawdopodobieństw stanów, przybliżonego przez $\beta V_m e^{H_m \tau} e_1$.

Należy podkreślić, że jedynym działaniem związanym z macierzą A (czyli Q^T) jest mnożenie macierz \times wektor w procedurze Arnoldiego. Dlatego też metoda ta jest szczególnie polecana dla dużych, rzadkich systemów. Dokładność rozwiązania uzależniona jest od doboru kroku całkowania i rozmiaru m podprzestrzeni Kryłowa.

Powszechnie używane metody iteracyjne rozwiązywania układu równań liniowych (3) – Jacobiego, Gaussa-Seidela czy nadrelaksacji nie gwarantują w przypadku macierzy Q zbieżności i w praktyce są często wolnozbieżne. Dlatego też układ (3) przekształca się do postaci:

$$W^T p = p, \quad \text{gdzie} \quad W^T = Q^T \Delta t + I \quad (4)$$

Macierz I jest macierzą jednostkową, a wartość $\Delta t \leq (\max_i |q_{ii}|)^{-1}$ jest dobrana tak, by W^T była macierzą stochastyczną. Największa wartość bezwzględna wartości własnych macierzy stochastycznej jest równa jedności i poszukiwanie wektora p staje się poszukiwaniem lewego wektora własnego, odpowiadającego dominującej wartości własnej macierzy W^T .

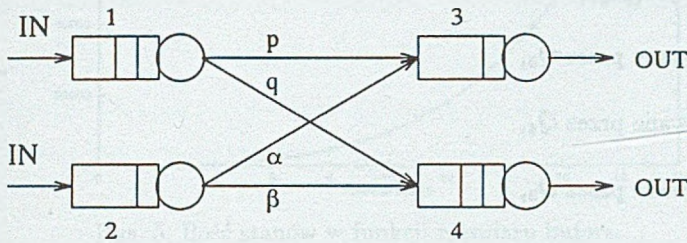
Metoda podprzestrzeni Kryłowa polega na przekształceniu macierzy stochastycznej W^T o wymiarze n ($n \gg 1$) na macierz H_m , o znacznie mniejszym wymiarze m , którego wektor własny będzie przybliżeniem wektora własnego macierzy W^T .

Macierz H , która jest górną macierzą Hessenberga o wymiarze $m \times m$ (m – rozmiar podprzestrzeni Kryłowa) oraz zbiór wektorów bazowych podprzestrzeni Kryłowa V_m wyznaczamy korzystając również ze wspomnianej procedury Arnoldiego.

Wektor własny w odpowiadający wartości własnej bliskiej jeden dla macierzy H_m znajdujemy metodą ilorazu Raleigha. Wektor ten po pomnożeniu przez macierz V_m daje nam wektor własny macierzy W^T , będący rozwiązaniem problemu.

3. Opis modelu

Analizie poddajemy jeden przełącznik $i + 1$ -go poziomu i dwa przełączniki i -tego poziomu, które są z nim połączone. Jeżeli bierzemy pod uwagę tylko te bufony, które są ze sobą połączone, to podsieć zawiera cztery takie bufony (rys. 4). Ich pojemności oznaczamy odpowiednio przez b_i . Liczbę pakietów w buforze Q_i oznaczamy przez n_i .



Rys. 4. Sieć czterech buforów
Fig. 4. The network of buffers

p i q są odpowiednio prawdopodobieństwami przejścia pakietu po zakończeniu obsługi w buforze Q_1 odpowiednio do buforów Q_3 i Q_4 . Analogicznie α i β są prawdopodobieństwami przejścia pakietu odpowiednio do buforów Q_3 i Q_4 po zakończeniu obsługi w buforze Q_2 .

Zakładamy, że czas obsługi jest stały i taki sam dla każdego bufora. Obserwujemy zachowanie się systemu w chwilach zakończenia obsługi w buforach. Zakładamy, że strumień wejściowy pakietów do buforów Q_1 i Q_2 ma rozkład geometryczny. W jednej szczelinie czasowej mogą przyjść do każdego z tych buforów 0, 1 lub 2 pakiety, odpowiednio z prawdopodobieństwami p_0^i , p_1^i i p_2^i , gdzie $i = 1$ lub $i = 2$. Jeżeli bufor jest pełny, to pakiet wysyłany do niego jest zatrzymywany przez nadawcę.

Zjawisko blokowania jest zamodelowane na przykładzie buforów Q_3 i Q_4 . Ze względu na to, że obserwujemy system w dyskretnych chwilach czasu, będących chwilami zakończenia obsługi, zjawisko blokowania może wystąpić jedynie w przypadku, gdy Q_1 i Q_2 próbują wysłać obsłużone pakiety do tego samego bufora (Q_3 lub Q_4), który jest pełny. Inaczej mówiąc, blokowanie może nastąpić tylko wtedy, gdy do pełnego bufora są wysłane naraz dwa pakiety. Wtedy jeden z pakietów zostaje przyjęty (z prawdopodobieństwem c_1 jest to pakiet z bufora Q_1 , a z prawdopodobieństwem $c_2 = 1 - c_1$ jest to pakiet z bufora Q_2), a drugi jest zatrzymywany w buforze nadawcy, aż do zakończenia obsługi w buforze odbiorcy.

Stan systemu w szczelinie czasowej t jest określany przez wektor stanu:

$$X_i[n_1(t), n_2(t), n_3(t), n_4(t), e(t)]$$

$n_i(t)$ oznacza liczbę pakietów w buforze Q_i ($0 \leq n_i(t) \leq b_i$), natomiast $e(t)$ oznacza rodzaj blokady i może przyjmować jedną z pięciu wartości:

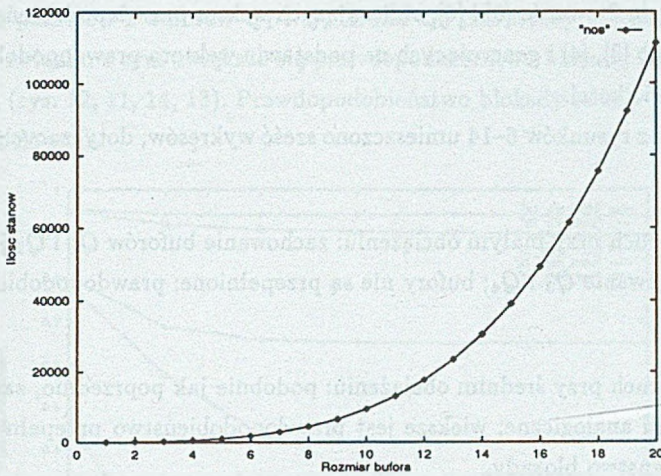
- blokada nie występuje,
- Q_1 jest blokowane przez Q_3 ,
- Q_1 jest blokowane przez Q_4 ,
- Q_2 jest blokowane przez Q_3 ,
- Q_2 jest blokowane przez Q_4 .

Możliwe stany systemu w szczelinie czasowej $t + 1$ wyznacza się na podstawie stanu systemu w szczelinie czasowej t . W szczelinie czasowej $t + 1$ pakiet opuszcza bufor Q_i , jeżeli nie jest zablokowany i bufor nie jest pusty. Wartość $n_i(t + 1)$ wyznacza się na podstawie $n_i(t)$ po odjęciu jedynki (jeżeli pakiet opuścił bufor) i dodaniu ilości pakietów przybyłych do bufora (0, 1 lub 2). Należy pamiętać o ograniczonej pojemności każdego bufora. Wartość $e(t + 1)$ wyznacza się na podstawie $e(t)$, według algorytmu uwzględniającego możliwość blokady w zależności od wartości $n_i(t)$ i b_i (pojemności bufora).

Algorytm generowania stanów następnych prowadzi do uzyskania macierzy tranzycji Q . Aby można było taką macierz zbudować, należy znaleźć metodę numeracji stanów. Algorytm numeracji stanów i budowy macierzy tranzycji dla modeli markowskich opisujących sieci stanowisk masowej obsługi zaproponował Stewart i opisał w [5] i [6].

Na podstawie macierzy tranzycji Q można wyznaczyć prawdopodobieństwa wystąpienia każdego stanu badanego systemu (sekcja 2.). Rozmiar macierzy Q zależy od liczby stanów systemu. Liczba stanów badanego systemu rośnie wraz ze wzrostem rozmiaru buforów (rys. 5). Przyjęto, że wszystkie bufony rozważanego modelu są tej samej długości. Jak widać, liczba stanów systemu jest bardzo duża dla niewielkich nawet rozmiarów bufora. Jednakże w rozważanych architekturach wieloprocesorowych bufony nie mają bardzo dużych rozmiarów.

Na podstawie prawdopodobieństw stanów można uzyskać interesujące nas zależności, charakteryzujące analizowany model: prawdopodobieństwa przepelnienia buforów, prawdopodobieństwa blokady, rozkłady zajętości buforów itp.



Rys. 5. Ilość stanów w funkcji rozmiaru bufora

Fig. 5. Number of states as a function of buffer size

4. Uzyskane rezultaty

Przeprowadzono obliczenia modelowe dla następujących parametrów:

- rozmiar buforów $b_i = 1, \dots, 7$,
- prawdopodobieństwo przejścia $p = 1 - q = 0.75$ – niesymetryczny ruch w sieci i $p = 0.5$ – ruch symetryczny,
- analogicznie prawdopodobieństwo $\alpha = 1 - \beta = 0.75$ – ruch niesymetryczny i $\alpha = 0.5$ – ruch symetryczny,
- prawdopodobieństwa wyboru bufora do zablokowania: $c_1 = c_2 = 0.5$,
- obciążenie na wejściu, równe $(1 - p_0^i) \times 100\%$:
 - małe: 43.75% ($p_0^i = 0.5625$, $p_1^i = 0.375$, $p_2^i = 0.0625$),
 - średnie: 75% ($p_0^i = 0.25$, $p_1^i = 0.5$, $p_2^i = 0.25$),
 - duże: 93.75% ($p_0^i = 0.0625$, $p_1^i = 0.375$, $p_2^i = 0.5625$).

Na poniższych wykresach (rys. 6–14) przedstawiono rezultaty uzyskane na komputerze SUN SPARCstation5 za pomocą zaimplementowanych programów generujących macierz

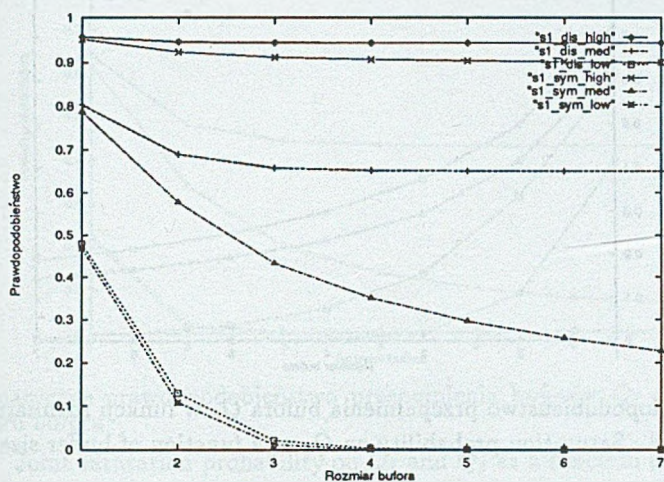
tranzycji metodą Stewarda [5] i [6], obliczających wektor prawdopodobieństw stanów metodą Arnoldiego [3], [4] i generujących na podstawie wektora prawdopodobieństw stanów poszukiwane wielkości.

Na każdym z rysunków 6–14 umieszczono sześć wykresów, dotyczących następujących przypadków:

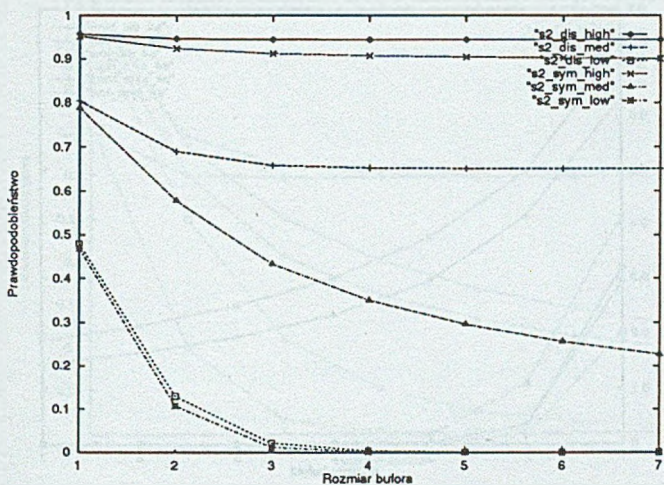
1. symetryczny ruch przy małym obciążeniu: zachowanie buforów Q_1 i Q_2 jest identyczne, podobnie zachowanie Q_3 i Q_4 ; bufony nie są przepełnione; prawdopodobieństwo blokady jest małe,
2. symetryczny ruch przy średnim obciążeniu: podobnie jak poprzednio, zachowanie buforów jest parami analogiczne; większe jest prawdopodobieństwo przepełnienia buforów i prawdopodobieństwo blokady,
3. symetryczny ruch przy dużym obciążeniu: podobnie jak przy średnim obciążeniu, ale znacznie większe jest prawdopodobieństwo przepełnienia buforów i prawdopodobieństwo blokady,
4. niesymetryczny ruch przy małym obciążeniu: zachowanie buforów Q_1 i Q_2 jest identyczne; prawdopodobieństwo przepełnienia bufora Q_3 i prawdopodobieństwo blokady jest znacznie mniejsze niż dla bufora Q_4 ,
5. niesymetryczny ruch przy średnim obciążeniu: podobnie jak poprzednio, zachowanie buforów Q_1 i Q_2 jest analogiczne, ale znacznie większe jest prawdopodobieństwo przepełnienia tych buforów; prawdopodobieństwo przepełnienia bufora Q_3 jest większe niż przy małym obciążeniu, podobnie prawdopodobieństwo blokady, ale nadal jest znacznie mniejsze niż dla bufora Q_4 ,
6. niesymetryczny ruch przy dużym obciążeniu: podobnie jak przy średnim obciążeniu, ale znacznie większe są prawdopodobieństwa przepełnienia buforów i prawdopodobieństwa blokady.

Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono wykresy zależności prawdopodobieństwa przepełnienia buforów Q_1 i Q_2 od rozmiaru bufora. Wraz ze zwiększaniem rozmiaru bufora prawdopodobieństwo przepełnienia maleje. Wraz ze wzrostem obciążenia prawdopodobieństwo przepełnienia rośnie. Dla ruchu niesymetrycznego wartości prawdopodobieństwa są większe niż dla ruchu symetrycznego. Jest to związane z większym prawdopodobieństwem blokady tych buforów dla ruchu niesymetrycznego. W ruchu niesymetrycznym bufor Q_3

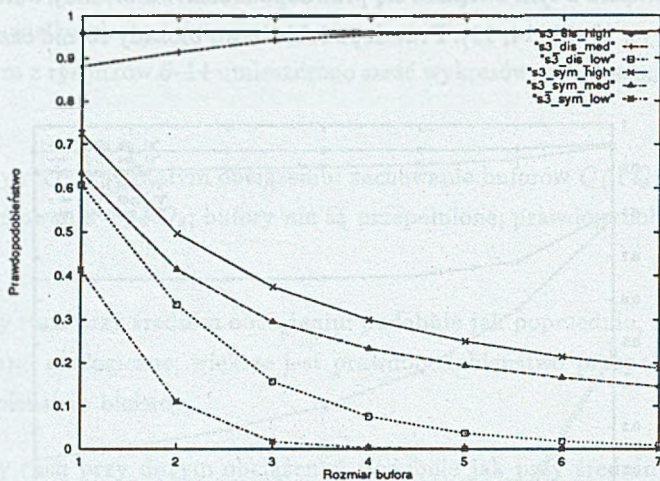
otrzymuje 75% pakietów z buforów Q_1 i Q_2 . Bufor Q_3 jest wtedy częściej przepelniony (rys. 8 i 9) i w związku z tym zwiększa się prawdopodobieństwo blokady buforów Q_1 i Q_2 przez bufor Q_3 (rys. 12, 11, 14, 13). Prawdopodobieństwo blokady rośnie oczywiście wraz ze wzrostem obciążenia.



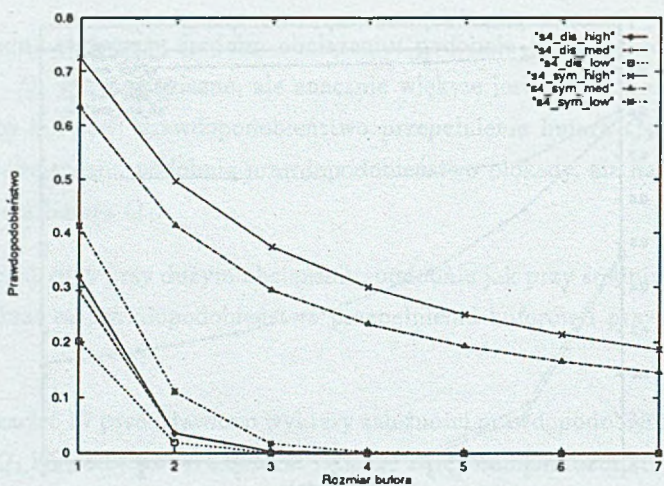
Rys. 6. Prawdopodobieństwo przepelnienia bufora Q_1 w funkcji rozmiaru bufora
Fig. 6. Saturation probability on Q_1 as a function of buffer size



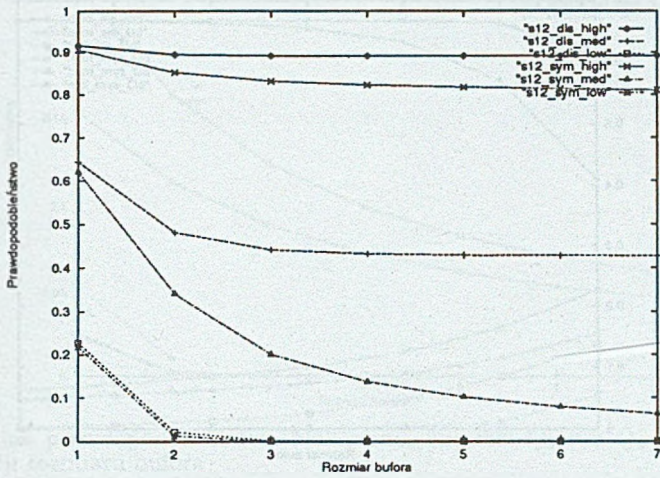
Rys. 7. Prawdopodobieństwo przepelnienia bufora Q_2 w funkcji rozmiaru bufora
Fig. 7. Saturation probability on Q_2 as a function of buffer size



Rys. 8. Prawdopodobieństwo przepelnienia bufora Q_3 w funkcji rozmiaru bufora
 Fig. 8. Saturation probability on Q_3 as a function of buffer size

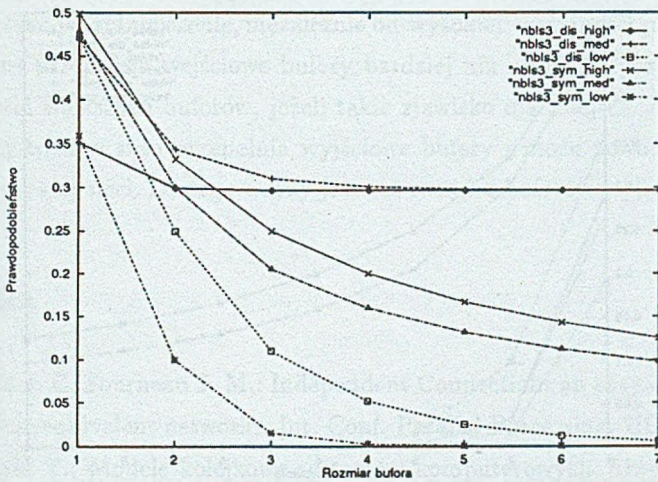


Rys. 9. Prawdopodobieństwo przepelnienia bufora Q_4 w funkcji rozmiaru bufora
 Fig. 9. Saturation probability on Q_4 as a function of buffer size



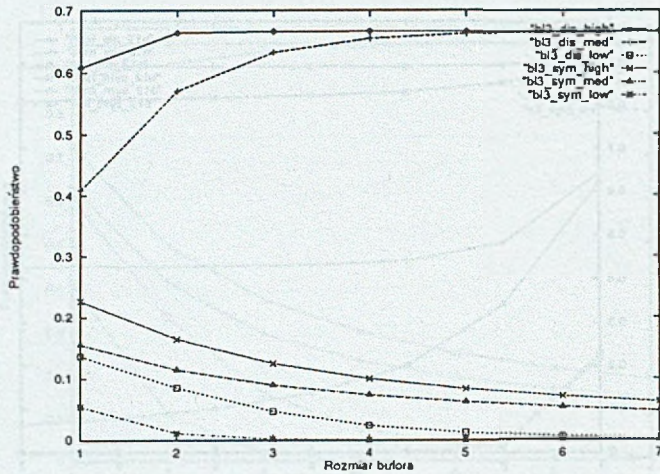
Rys. 10. Sumaryczne prawdopodobieństwo przepełnienia buforów Q_1 i Q_2 w funkcji rozmiaru bufora

Fig. 10. Joint saturation probability on Q_1 and Q_2 as a function of buffer size



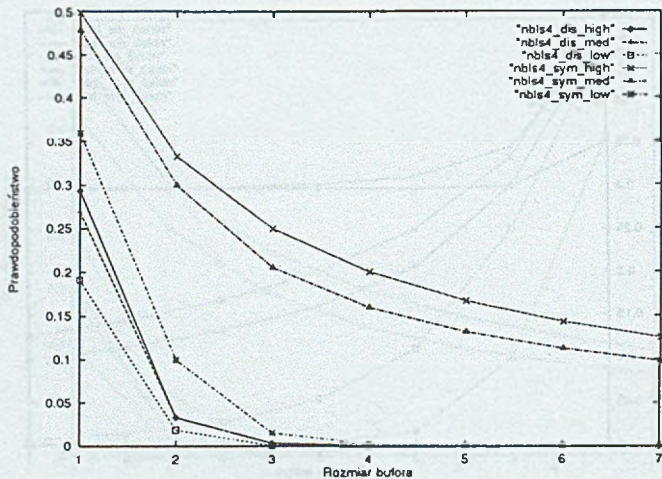
Rys. 11. Prawdopodobieństwo przepełnienia bufora Q_3 bez blokowania w funkcji rozmiaru bufora

Fig. 11. Saturation probability without blocking on Q_3 as a function of buffer size



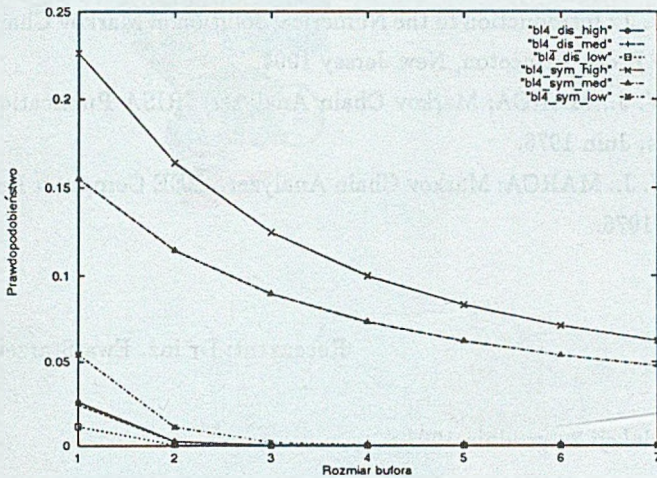
Rys. 12. Rozkład prawdopodobieństwa blokowania buforów Q_1 lub Q_2 przez bufor Q_3 w funkcji rozmiaru bufora

Fig. 12. Probability distribution of blocking buffer Q_1 or Q_2 upon Q_3 as a function of buffer size



Rys. 13. Prawdopodobieństwo przepelnienia bufora Q_4 bez blokowania w funkcji rozmiaru bufora

Fig. 13. Saturation probability without blocking on Q_4 as a function of buffer size



Rys. 14. Rozkład prawdopodobieństwa blokowania buforów Q_1 lub Q_2 przez bufor Q_4 w funkcji rozmiaru bufora

Fig. 14. Probability distribution of blocking buffer Q_1 or Q_2 upon Q_4 as a function of buffer size

5. Podsumowanie

Wydajność sieci połączeń w komputerze ma wpływ na ogólną wydajność komputera i może powodować jej zmniejszenie, niezależnie od wysokiej wydajności procesorów. Wyssokie obciążenie przepelnia wejściowe buforu bardziej niż niesymetryczny ruch w sieci i wymaga użycia większych buforów, jeżeli takie zjawisko ma miejsce. Z drugiej strony niesymetryczny ruch w sieci przepelnia wyjściowe buforu i może powodować lawinowe przepelnienie w całej sieci. Dlatego ważny jest też rozmiar buforów wyjściowych.

LITERATURA

- [1] Bermond J. C, Fourneau J. M.: Independent Connection: an easy characterization of Baseline-equivalent networks. Int. Conf. Parallel Processing, USA, 1988.
- [2] Czachórski T.: Modele kolejkowe systemów komputerowych. Skrypt Politechniki Śląskiej nr 1844, Gliwice 1994.
- [3] Sidje R. B.: Parallel Algorithms for Large Sparse Matrix Exponentials: application to numerical transient analysis of Markov processes. PhD thesis, University of Rennes 1, July 1994.

- [4] Stewart W. J.: Introduction to the Numerical Solution of Markov Chains. Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1994.
- [5] Stewart W. J.: MARCA: Markov Chain Analyzer. IRISA Publication interne no. 45, Rennes, Juin 1976.
- [6] Stewart W. J.: MARCA: Markov Chain Analyzer. IEEE Computer Repository, No. R 76 323, 1976.

Recenzent: Dr inż. Ewa Starzewska-Karwan

Wpłynęło do Redakcji 29 grudnia 1997 r.

Abstract

This article describes the analysis of the performances of building blocks of multistage interconnection networks with blocking. Such interconnection networks (see Fig. 1) and their performance have received considerable attention due to the important role they play in the design of effective multiprocessor architectures. However, their large size as well as the blocking make difficult their analysis. Usual models of multistage networks are based on the decomposition approach. The accuracy of the results may be quite bad at heavy load or when the load is ill-balanced. As the load is in general ill-balanced, a more accurate method has to be provided. This article proposes to take into account the topology of the network to make a decomposition in subnetworks larger than isolated switches (see Fig. 3). To improve the accuracy of the results, the markovian analysis of the subnetwork is proposed. In this case it is necessary to find the transition matrix containing the transition coefficients between particular states of the subnetworks model. Once the transition matrix has been generated, system of equations (2) or (3) needs to be solved to obtain the state probabilities. The article describes the way to find the solution with the use of Krylov subspaces method which is suggested to be the best for this kind of problems. The article presents also some numerical results which prove that this markovian analysis gives us means to predict the blocking probability, the saturation probability, etc.